



## پدید آورندگان آزمون ۲ دی

### سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام طراحان	نام درس
عباس طاهرخانی، محمد حمیدی، امید غلامی، حمید علیزاده، محمدابراهیم توزنده‌جانی، مجتبی نادری، سعید عزیزی، جواد زنگنه‌قاسم‌آبادی، امیر هوشنگ خمسه، احسان غنی‌زاده، اکبر کلاه‌ملکی	حسابان (۱)
فرزانه خاکپاش، امیرحسین ابومحبوب، محمد حمیدی، محبوبه بهادری، امیر وفائی، محمد خندان، مهرداد ملوندی، محمد صحت‌کار	هندسه (۲)
ندا صالح‌پور، فرزانه خاکپاش، مرتضی فهیم‌علوی، امیرحسین ابومحبوب	آمار و احتمال
غلامرضا محبی، امیر ستارزاده، مصطفی کیانی، مهدی سلطانی، حسین مخدومی، مسعود قره‌خانی، بهنام رستمی، زهره آقامحمدی، شادمان ویسی، علیرضا گونه، عبدالرضا امینی‌نسب، محسن قندچلر، بابک اسلامی	فیزیک (۲)
منصور سلیمانی‌ملکان، پویا رستگاری، رسول عابدینی‌زواره، میرحسن حسینی، علیرضا بیانی، احمدرضا جعفری‌نژاد، هادی مهدی‌زاده	شیمی (۲)

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	نگین کنعانی
شیمی (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	یاسر راش، مسعود خانی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

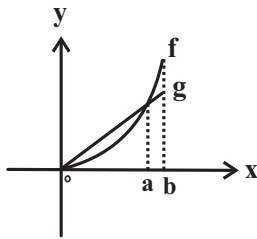
مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه، مازیار شیروانی‌مقدم
	مسئول دفترچه، محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زبینه فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

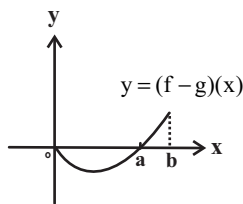


(همیر علیزاده)

## ۴- گزینه «۴»



$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow f(0)=g(0)=0 \Rightarrow y=(f-g)(0)=0 \\ 0 < x < a &\Rightarrow f(x) < g(x) \Rightarrow y=(f-g)(x) < 0 \\ x=a &\Rightarrow f(a)=g(a) \Rightarrow y=(f-g)(a)=0 \\ a < x < b &\Rightarrow f(x) > g(x) \Rightarrow y=(f-g)(x) > 0 \end{aligned}$$



با توجه به این که  $f(x)$  منحنی و  $g(x)$  خطی است تفاضل آن‌ها یک منحنی می‌باشد و گزینه «۴» صحیح است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(مهمیر همیری)

## ۵- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} x - |x| \geq 0 &\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0; x - x \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in [0, +\infty) \\ x < 0; x - (-x) \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in \emptyset \end{cases} \\ \Rightarrow D_f &= [0, +\infty) \end{aligned}$$

یادآوری:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

(همیر علیزاده)

## ۶- گزینه «۴»

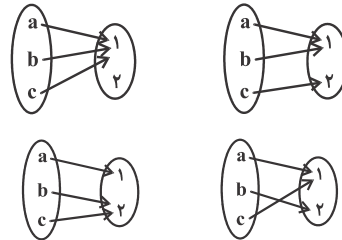
ابتدا با قرار دادن عضوهای مجموعه  $A$  در تابع  $f(x) = 2x + 1$  مجموعه  $B$  را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} x = -2 &\Rightarrow f(-2) = -3 \\ x = 0 &\Rightarrow f(0) = 1 \\ x = 6 &\Rightarrow f(6) = 13 \\ x = -3 &\Rightarrow f(-3) = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = R_f = \{-5, -3, 1, 13\}$$

## حسابان (۱)

## ۱- گزینه «۲»

(عباس طاهرقانی)



نکته: اگر  $A$  مجموعه  $m$  عضوی و  $B$  مجموعه  $n$  عضوی باشد، تعداد توابع از  $A$  به  $B$  برابر است با  $n^m$ . در این سوال چون عضو  $a$  استفاده شد، پس  $2^2$  تابع می‌توان نوشت.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

(مهمیر همیری)

## ۲- گزینه «۳»

برای این که دامنه یک تابع گویا، مجموعه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج تابع گویا ریشه نداشته باشد و با توجه به این که مخرج تابع داده شده از نوع چندجمله‌ای درجه دوم است، باید  $\Delta$  ی آن منفی باشد:

$$\begin{aligned} x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4 < 0 &\Rightarrow a^2 < 4 \\ \xrightarrow{\text{خواص قدرمطلق}} |a| < 2 &\xrightarrow{\text{جذر}} \end{aligned}$$

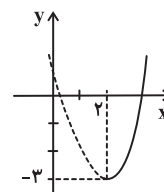
مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و  $a$  می‌تواند بپذیرد عبارت است از:

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

(امیر غلامی)

## ۳- گزینه «۳»

مطابق نمودار زیر، برد تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$  برابر  $[-3, +\infty)$  است. بنابراین هم‌دامنه یعنی مجموعه  $B$  بایستی شامل این بازه باشد. بازه گزینه «۳» چنین شرایطی ندارد.



(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)



## ۹- گزینه «۴»

(مبتنی بر تدریس)

دو تابع  $f$  و  $g$  با هم برابرند هرگاه:  $D_f = D_g$  و به ازای هر  $x$  از این دامنه یکسان داشته باشیم  $f(x) = g(x)$ .

بررسی همه موارد:

مورد الف):

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{(1-x)^3} \Rightarrow (1-x)^3 \geq 0 \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ \Rightarrow D_f = (-\infty, 1] \\ g(x) = |1-x|\sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_g = (-\infty, 1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = D_g$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{(1-x)^3} = \sqrt{(1-x)^2 \times (1-x)} = \sqrt{(1-x)^2} \times \sqrt{1-x} \\ &= |1-x|\sqrt{1-x} = g(x) \end{aligned}$$

بنابراین  $f(x) = g(x)$  است.

مورد ب):

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{(x-x^2)} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, 1] \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{1-x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow D_g = [0, 1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = D_g$$

$$\text{اگر } 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{1-x} = \sqrt{x(1-x)}$$

$$= \sqrt{x-x^2} = f(x) \quad \text{بنابراین } f \text{ و } g \text{ برابرند.}$$

مورد ج):

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{|x^2 + x + 1|} \Rightarrow \text{دلتای مخرب منفی است و ریشه ندارد.} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{|x^2 + x + 1|} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1} = 1 = g(x) \end{cases}$$

بنابراین  $f$  و  $g$  برابرند.

مورد د):

$$\begin{cases} f(x) = |x| - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} \Rightarrow \text{مخرج عبارت همیشه مثبت است و ریشه ندارد.} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = D_g$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} = \frac{(|x| - 1)(|x| + 1)}{|x| + 1} = |x| - 1 \Rightarrow f(x) = g(x)$$

پس گزینه «۴» درست است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

حال عضوهای مجموعه  $B$  را در تابع  $g(x)$  قرار می‌دهیم تا برد تابع  $g(x)$  به دست آید.

$$\left. \begin{aligned} x = -5 &\Rightarrow g(-5) = (-5)^2 + |-5| = 30 \\ x = -3 &\Rightarrow g(-3) = (-3)^2 + |-3| = 12 \\ x = 1 &\Rightarrow g(1) = \sqrt{4} = 2 \\ x = 13 &\Rightarrow g(13) = \sqrt{16} = 4 \end{aligned} \right\}$$

$$g(x) \text{ مجموعه عضوهای برد تابع } = 30 + 12 + 2 + 4 = 48$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

## ۷- گزینه «۳»

(معمداً ابراهیم توزنده‌یانی)

با توجه به شکل، دامنه تعریف تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  است. برای پیدا کردن دامنه تعریف تابع موردنظر، زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ f(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq -2, x = 0, x = 2 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$2x - 2$	$-$	$-$	$-$	$0$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$0$	$+$	$-$	$-$	$+$
$(2x - 2)f(x) \geq 0$	$-$	$0$	$-$	$+$	$-$	$+$

$$\Rightarrow D_f = [0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۷۰)

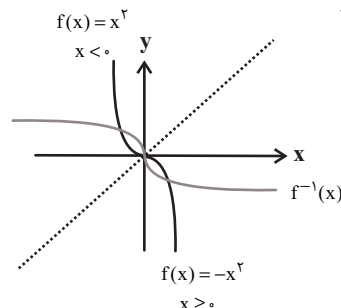
## ۸- گزینه «۴»

(معمداً علیرزاه)

$$f(x) = -x|x| = \begin{cases} -x(x) & ; x \geq 0 \\ -x(-x) & ; x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$$

ابتدا نمودار  $y = f(x)$  را رسم می‌کنیم. سپس برای رسم  $f^{-1}(x)$ ،قرینه  $f(x)$  را نسبت به خط  $y = x$  رسم می‌کنیم.با توجه به نمودار رسم شده، تابع  $f(x)$  وارون خود را در سه نقطه

قطع می‌کند.



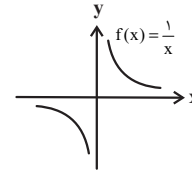
(حسابان ۱ - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)



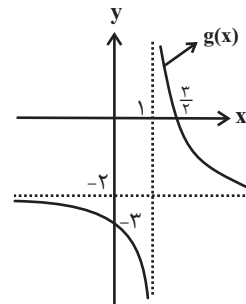
## ۱۰- گزینه «۲»

(مبیتی نادر)

نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  به صورت زیر است.



با انتقال نمودار  $f$ ، یک واحد به راست و دو واحد به پایین به نمودار زیر می‌رسیم.



با توجه به نمودار  $g$ ، منحنی آن فقط از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

(مسابان ۱ - صفحه‌های ۴۳ و ۴۵)

## ۱۱- گزینه «۱»

(همید علیزاده)

$$f(x) = \sqrt{4-x^2}, D_f: 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

برای محاسبه  $(g-f)(x)$  باید دو تابع را در دامنه مشترکشان محاسبه کنیم. پس:

$$(g-f)(x) = g(x) - f(x) = \begin{cases} -x+2-\sqrt{4-x^2}; & -2 \leq x < 1 \\ \sqrt{x+4}-\sqrt{4-x^2}; & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$g(x) - f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -x+2-\sqrt{4-x^2} = 0 \Rightarrow -x+2 = \sqrt{4-x^2} \\ x^2+4-4x = 4-x^2 \Rightarrow 2x(x-2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \text{ غ ق} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

(مسابان ۱ - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۶۶)

## ۱۲- گزینه «۲»

(سعید عزیزی)

در گزینه «۲» داریم:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = -2 \xrightarrow{xy \neq 0} x^2+y^2 = -2xy$$

$\Rightarrow x^2+y^2+2xy=0 \Rightarrow (x+y)^2=0 \Rightarrow x+y=0 \Rightarrow y=-x$   
به ازای هر  $x$  عضو دامنه، فقط و فقط یک مقدار برای  $y$  داریم و این یعنی  $y$  تابعی بر حسب متغیر  $x$  است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$|y-2|=x-3$$

به ازای  $x=4$  داریم:

$$|y-2|=4-3 \Rightarrow |y-2|=1 \Rightarrow y-2=\pm 1$$

$$\Rightarrow y=3, y=1$$

چون دو مقدار برای  $y$  به دست می‌آید، پس این رابطه تابع نیست.

گزینه «۳»:

به ازای  $x=0$ ، بی‌شمار مقدار برای  $y$  وجود دارد. بنابراین این رابطه تابع نیست.

گزینه «۴»:

$$y^2-2y=4x$$

به ازای یک  $x$  دلخواه، مثلاً  $x=0$  داریم:

$$y^2-2y=0 \Rightarrow y(y-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=2 \end{cases}$$

چون به ازای یک  $x$  دلخواه، برای  $y$  دو مقدار به دست می‌آید، پس این رابطه هم تابع نیست.

(مسابان ۱ - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

## ۱۳- گزینه «۲»

(عباس طاهرشانی)

شیب دو خط موازی با هم برابر است، پس:

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ g(x) = ax + b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 0 + b = 2 \Rightarrow b = 2 \\ g(2) = 2 \Rightarrow 2a + b' = 2 \end{cases} \quad (I)$$

$$(f+2g)(3) = 11 \Rightarrow f(3) + 2g(3) = 11$$

$$\Rightarrow (3a+2) + 2(3a+b') = 11 \Rightarrow 9a+2b' = 9 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} 2a+b'=2 \\ 9a+2b'=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b'=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x+2 \\ g(x) = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f.g)(x) = x^2 + 2x$$

(مسابان ۱ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)



## ۱۴- گزینه «۲»

(پوار؛ نکته: قاسم آباری)

راه حل اول:

$$[2x - k] = [2x + k] = m \Rightarrow \begin{cases} m \leq 2x - k < m + 1 & (I) \\ m \leq 2x + k < m + 1 & \\ \Rightarrow -m - 1 < -2x - k \leq -m & (II) \end{cases}$$

طرفین (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم:

$$-1 < -2k < 1 \Rightarrow -1 < 2k < 1 \xrightarrow{\times 2} -2 < 4k < 2$$

بیشترین مقدار ممکن برای  $[4k]$  برابر با ۱۹ است.راه حل دوم: نکته: اگر  $[a] = [b]$  باشد، آن گاه  $|a - b| < 1$ ؛ پس:

$$[2x - k] = [2x + k] \Rightarrow |(2x + k) - (2x - k)| < 1 \\ \Rightarrow -1 < 2k < 1 \xrightarrow{\times 2} -2 < 4k < 2 \Rightarrow \text{Max}([4k]) = 19$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

## ۱۵- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ فمسه)

منظور از  $f^2$  همان تابع  $f$  است که مؤلفه دوم آن به توان ۲ رسیده است.

$$f^2(x) = \{(1, 4), (2, 1), (-1, 9), (4, 2)\}$$

$$g^{-1}(x) = \{(1, 2), (9, 3), (-2, 1), (4, -3)\}$$

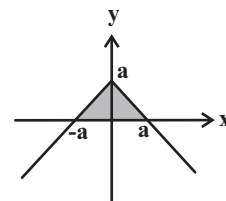
$$g^{-1} \circ f^2 = \{(1, -3), (2, 2), (-1, 3)\}$$

مجموع اعضای برد:  $-3 + 2 + 3 = 2$ 

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

## ۱۶- گزینه «۳»

(امیر هوشنگ فمسه)



نمودار تقریبی  $f$  را رسم می‌کنیم و مساحت ساخته شده با محور طول‌ها را برابر ۹ می‌گذاریم.

$$S = \frac{a \times 2a}{2} = a^2 \Rightarrow a^2 = 9 \xrightarrow{a > 0} a = 3$$

(اگر  $a$  منفی باشد با محور  $X$  ها، شکلی ساخته نمی‌شود از طرفیدامنه  $g$  بازه  $(1, +\infty)$  است.)

$$D_{\text{gof}} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| > 1\} \Rightarrow 3 - 1 > |x| \Rightarrow -2 < x < 2$$

پس دامنه تابع  $\text{gof}$  شامل ۳ عضو صحیح  $-1, 0, 1$  است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸ و ۶۶ تا ۷۰)

## ۱۷- گزینه «۳»

(سعید عزیزی)

برای آن که  $(\Delta, \gamma) \in \text{fog}$  باشد باید  $f(g(\Delta)) = \gamma$  باشد، با توجه بهاین که  $g(\Delta) = 4$  است، پس باید  $f(4) = \gamma$  باشد و این یعنیباید  $m = 4$  باشد. همچنین برای آن که  $(\Delta, 3) \in \text{gof}$  باشد،باید  $g(f(\Delta)) = 3$  باشد، با توجه به این که در تابع  $g$ ، فقطمقدار  $g(6) = 3$  برابر با ۳ است، پس  $f(\Delta) = 6$  باید مساوی ۶ باشد وچون  $f(n) = 6$  است، باید  $n = 5$  باشد، پس زوج مرتب  $(m, n)$ برابر  $(4, 5)$  می‌باشد.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

## ۱۸- گزینه «۱»

(امسان غنی‌زاده)

راه حل اول: ابتدا  $X - 2$  را به  $X$  تبدیل می‌کنیم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x - 2) = \frac{4x + 1}{2x - 1} \\ \xrightarrow{x \rightarrow x+2} (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{4(x+2) + 1}{2(x+2) - 1} = \frac{4x + 9}{2x + 3}$$

می‌دانیم  $f^{-1} \circ g^{-1} = (\text{gof})^{-1}$ ، پس وارون تابع اخیر را می‌یابیم:

$$(\text{gof})^{-1}(x) = \frac{4x + 9}{2x + 3} \Rightarrow (\text{gof})(x) = \frac{9 - 3x}{2x - 4}$$

$$g\left(\frac{x-1}{3x+4}\right) = \frac{9-3x}{2x-4} \quad \text{با وارد کردن ضابطه تابع } f \text{ داریم:}$$

حال  $g(-2)$  را می‌یابیم:

$$\frac{x-1}{3x+4} = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow g(-2) = \frac{9-3(-1)}{2(-1)-4} = \frac{12}{-6} = -2$$



$$\text{اگر } x=1 \Rightarrow f^{-1}(1)=1^2-3=-2$$

حال باید مقدار  $g^{-1}(-2)$  را بیابیم، ابتدا وارون  $g$  را به دست

می آوریم:

$$\text{اگر } x>1 \Rightarrow R_g=(0,+\infty) \Rightarrow y=x^2-1 \Rightarrow x^2=y+1$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x=\pm\sqrt{y+1} \xrightarrow{x>1} x=\sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x)=\sqrt{x+1}; D_{g^{-1}}=R_g=(0,+\infty)$$

$$\text{اگر } x \leq 0 \Rightarrow R_g=(-\infty,-2] \Rightarrow y=x-2 \Rightarrow x=y+2$$

$$g^{-1}(x)=x+2; D_{g^{-1}}=R_g=(-\infty,-2]$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt{x+1}; & x>0 \\ x+2; & x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow g^{-1}(-2)=(-2)+2=0$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۵۳ تا ۶۲ و ۶۴ تا ۷۰)

(الکبر کلاه مکی)

## ۲۰- گزینه ۱»

ابتدا معادله توابع خطی  $f$  و  $g$  را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} (0, 2), (-1, 0) \in f \Rightarrow f(x)=2x+2 \\ (0, 2), (3, 0) \in g \Rightarrow g(x)=-\frac{2}{3}x+2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f \cdot g = (2x+2)\left(-\frac{2}{3}x+2\right) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 4$$

تابع  $f \cdot g$  یک تابع درجه دوم است که بیشترین مقدار آن برابر است با:

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4\left(-\frac{4}{3}\right)(4)}{4\left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{\frac{64}{9} + 64}{-\frac{16}{3}} = \frac{\frac{64}{9} + 64}{\frac{16}{3}} = \frac{256}{16} = 16$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۶۳ تا ۶۴)

$$\text{نکته: وارون تابع هموگرافیک } f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$$

$$\text{به صورت } f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a} \text{ است } (ad \neq bc).$$

راه حل دوم: فرض می کنیم  $g(-2)=m$  داریم:

$$\begin{cases} g^{-1}(m)=-2 \\ f^{-1}(g^{-1}(x-2))=\frac{4x+1}{2x-1} \xrightarrow{x=m+2} f^{-1}(-2)=\frac{4m+9}{2m+3} \quad (*) \end{cases}$$

$$\text{با توجه به ضابطه } f(x)=\frac{x-1}{3x+4} \text{ داریم:}$$

$$\frac{x-1}{3x+4}=-2 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(-1)=-2 \Rightarrow f^{-1}(-2)=-1$$

طبق رابطه (\*) داریم:

$$\frac{4m+9}{2m+3}=-1 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow g(-2)=-2$$

(مسایان ۱ - صفحه های ۵۳ تا ۶۲ و ۶۴ تا ۷۰)

## ۱۹- گزینه ۱»

(میتبی نادرری)

راه حل اول:

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = (f \circ g)^{-1}(1) = a$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(a) = 1 \Rightarrow f(g(a)) = 1$$

$$\xrightarrow{f(x)=\sqrt{x+3}} \sqrt{g(a)+3}=1 \Rightarrow g(a)=-2$$

$$g(x)=\begin{cases} x^2-1; & x>1 \\ x-2; & x \leq 0 \end{cases}, g(a)=-2$$

$$I) a^2-1=-2 \Rightarrow a^2=-1$$

$$II) a-2=-2 \Rightarrow a=0$$

پس  $(g^{-1} \circ f^{-1})(1)=0$  است.

راه حل دوم:

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = g^{-1}(f^{-1}(1))$$

وارون توابع  $f$  و  $g$  را به دست می آوریم:

$$y=\sqrt{x+3} \xrightarrow[y \geq 0]{\text{توان } 2} y^2=x+3 \Rightarrow x=y^2-3$$

$$\Rightarrow y=x^2-3 \Rightarrow f^{-1}(x)=x^2-3$$



$$\Rightarrow \widehat{AB} = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

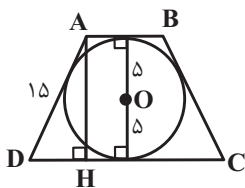
(هندسه ۲ - دایره - صفحه ۲۷)

(غرضانه فاکتور)

#### ۲۴- گزینه «۴»

دوزنقه متساوی الساقین ABCD محیطی است، پس مطابق شکل

$$AB + CD = AD + BC = 15 + 15 = 30 \quad \text{داریم:}$$



از طرفی مطابق شکل، ارتفاع دوزنقه برابر  $AH = 2R = 10$  است،

بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 10 \times 30 = 150$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(مقیوبه بواوری)

#### ۲۵- گزینه «۱»

تبدیل طولی، طول پاره‌خطها را حفظ می‌کند، بنابراین اگر  $BC = a$

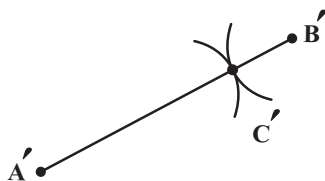
و  $AC = b$  باشد، آن‌گاه  $B'C' = a$ ،  $A'C' = b$  و نقطه  $C'$  محل

تلاقی دو دایره یکی به مرکز  $A'$  و شعاع  $b$  و دیگری به مرکز  $B'$  و

شعاع  $a$  است. چون  $A'B' = AB = a + b$  است، پس این دو دایره

مماس خارج هستند، یعنی تنها در یک نقطه بر هم مماس می‌شوند که

این نقطه تماس همان  $C'$  است.



(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

### هندسه (۲)

#### ۲۱- گزینه «۳»

(غرضانه فاکتور)

در یک چهارضلعی محاطی مجموع اندازه‌های هر دو زاویه مقابل برابر

$180^\circ$  است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2x + y + 14^\circ = 180^\circ \\ x + 3y + 15^\circ + 100^\circ = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 166^\circ \\ x + 3y = 65^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11^\circ \\ y = 18^\circ \end{cases}$$

$$x + y = 11^\circ + 18^\circ = 29^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه ۲۷)

#### ۲۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

طول هر ضلع  $n$  ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع  $r$  از

$$\text{رابطه } a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \text{ به دست می‌آید. بنابراین با فرض } n = 6$$

و  $a = 2$  داریم:

$$2 = 2r \times \tan 30^\circ \Rightarrow 1 = r \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$S = \pi r^2 = 3\pi \quad \text{مساحت دایره محاطی}$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

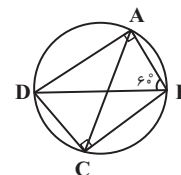
#### ۲۳- گزینه «۱»

(مهمیر میبری)

زاویه‌های روبه‌رو در چهارضلعی ABCD مکمل یکدیگرند، پس این

چهارضلعی محاطی و BD قطر دایره است. اگر دایره محاطی

چهارضلعی ABCD را رسم کنیم، آن‌گاه داریم:



$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 6^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 12^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$\Rightarrow q + \lambda = AD + r \Rightarrow AD = \gamma - r$$





## آمار و احتمال

## ۳۱- گزینه «۱»

(نرا صالح پور)

علم احتمال، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است، پس گزینه «۱» درست است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

## ۳۲- گزینه «۴»

(نرا صالح پور)

برای این که تعداد روهای ظاهر شده بیشتر از تعداد پشت‌ها باشد، لازم است سکه ۴ یا ۵ یا ۶ بار رو ظاهر شود که تعداد این حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 15 + 6 + 1 = 22$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

## ۳۳- گزینه «۴»

(فراز نه قالیباش)

با توجه به تعریف مجموعه‌های  $A$  و  $B$  و مجموعه مرجع داریم:

$$A - B = \{1, 9\} \Rightarrow (A - B)' = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A' - B = A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{3, 5, 7\}$$

$$n[(A - B)' \times (A' - B)] = 7 \times 3 = 21$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۳۴- گزینه «۲»

(مرتضی فعیم علوی)

اگر زوج مرتب  $(x, y)$  به هر دو مجموعه  $A \times B$  و  $B \times C$  تعلق داشته باشد، آن‌گاه داریم:

$$(x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \wedge y \in B \quad (1)$$

$$(x, y) \in B \times C \Rightarrow x \in B \wedge y \in C \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} x \in (A \cap B) \wedge y \in (B \cap C)$$

$$\Rightarrow (x, y) \in (A \cap B) \times (B \cap C)$$

$$A \cap B = \{1, 2\}, B \cap C = \{2, 3\}$$

$$n[(A \cap B) \times (B \cap C)] = n(A \cap B) \times n(B \cap C) = 2 \times 2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۳۵- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومحبوب)

فرض کنید پیشامدهای عضویت در تیم‌های فوتبال و والیبال را به ترتیب با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، در این صورت داریم:

$$n(A \cup B) = n(S) - n(A' \cap B') = 30 - 4 = 26$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{26}{30} = \frac{18}{30} + \frac{14}{30} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)



## ۳۶- گزینه «۳»

(فرازانه فاکتیش)

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۳ و ۵ بخش پذیرند. در این صورت داریم:

$$n(A) = \left[ \frac{100}{3} \right] - \left[ \frac{50}{3} \right] = 33 - 16 = 17$$

$$n(B) = \left[ \frac{100}{5} \right] - \left[ \frac{50}{5} \right] = 20 - 10 = 10$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{100}{15} \right] - \left[ \frac{50}{15} \right] = 6 - 3 = 3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{17}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{24}{50} = 0.48$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.48 = 0.52$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۳۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق تعریف پیشامدهای A، B و C داریم:

$$A = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$B = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

$$C = \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,6), (4,1), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2), (6,3)\}$$

$$A - B = \{(1,1), (1,3), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

با توجه به این که در پیشامد  $A - B$ ، عضوهای  $(1,5)$ ،  $(5,1)$  و  $(3,3)$  از A حذف می‌شود، دو پیشامد  $A - B$  و C عضو مشترکی ندارند و ناسازگارند. عضو  $(3,3)$  در هر چهار پیشامد A، B،  $B - C$  و  $A - C$  است و در نتیجه گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

## ۳۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید  $P(A \cap B) = 2x$  باشد. در این صورت  $P(A) = 6x$

و  $P(B) = 3x$  است و در نتیجه داریم:

$$\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{6x - 2x}{6x + 3x - 2x} = \frac{4x}{7x} = \frac{4}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۳۹- گزینه «۲»

(ندرا صالح پور)

طبق تعریف دو مجموعه A و B داریم:

$$\begin{cases} A = \{3^{-1}, 2^0, 2^1\} = \{\frac{1}{3}, 1, 2\} \\ B = \{2, 3\} \end{cases}$$

$$A \times B - B^2 = A \times B - B \times B$$

$$= (A - B) \times B = \{\frac{1}{3}, 1\} \times \{2, 3\}$$

بنابراین مجموعه  $A \times B - B^2$  دارای ۴ عضو و  $2^4 = 16$  زیرمجموعه است.

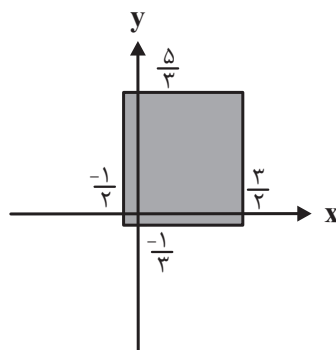
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۴۰- گزینه «۴»

(فرازانه فاکتیش)

طبق تعریف مجموعه A داریم:

$$A_2 = \left[ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right], A_3 = \left[ -\frac{1}{3}, \frac{5}{3} \right]$$



مطابق شکل ناحیه متناظر با ضرب دکارتی  $A_2 \times A_3$ ، یک مستطیل (مربع) است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \left( \frac{3}{2} - \left( -\frac{1}{2} \right) \right) \left( \frac{5}{3} - \left( -\frac{1}{3} \right) \right) = 2 \times 2 = 4$$

تذکر: بازه  $A_i$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A_i = \left[ -\frac{1}{i}, 2 - \frac{1}{i} \right] \Rightarrow \text{طول بازه } A_i = 2$$

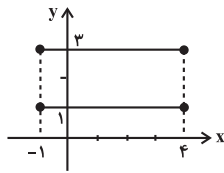
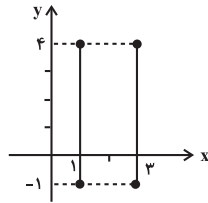
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)



(کتاب آبی)

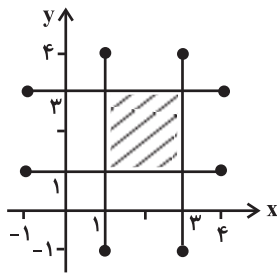
## ۴۴- گزینه «۲»

نمودارهای مجموعه‌های  $A \times B$  و  $B \times A$  به صورت زیر می‌باشد:

نمودار  $A \times B$ نمودار  $B \times A$ 

اکنون دو نمودار را بر روی یک صفحه مختصات دکارتی رسم می‌کنیم

و مساحت ناحیه محصور را به دست می‌آوریم:



$$S = 2 \times 2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

## ۴۵- گزینه «۴»

پیشامد  $A \cap B$  یعنی  $A$  و  $B$  هم‌زمان رخ دهند. پیشامد

$A \cap B \cap C$  یعنی پیشامدهای  $A$  و  $B$  و  $C$  با هم رخ دهند. بنابراین

با توجه به شکل، حداقل ۲ تا از ۳ پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  رخ داده است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

## آمار و احتمال - سوالات آشنا

## ۴۱- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$(A \times B) - (B \times A) = \emptyset \Rightarrow (A \times B) \subseteq (B \times A)$$

$$\xrightarrow{A, B \neq \emptyset} \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A = B$$

بنابراین  $A \cap B = A = B$ ، مجموعه‌ای غیر تهی است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

## ۴۲- گزینه «۳»

طبق تعریف دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{aligned} \Rightarrow A \cap B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow |A \cap B| = 3$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 3^2 = 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

## ۴۳- گزینه «۳»

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 5 - 2 = 3$$

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 6 - 2 = 4$$

$$|(A \cap B') \times (A \cup B')'| = |(A \cap B') \times (A' \cap B)|$$

$$= |A - B| \times |B - A| = 3 \times 4 = 12$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)



## ۴۶- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ باشند، برابر است با:

$$\binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 3 + 3 = 6$$

↓                      ↓  
۲مهره سفید      ۲مهره سیاه

تعداد حالت‌هایی که ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ نباشند، برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

↓                      ↓  
۱مهره سفید      ۱مهره سیاه

بنابراین تعداد اعضای این فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 2^3 + 9 \times 2^2 = 6 \times 8 + 9 \times 4 = 84$$

↓                      ↓  
پرتاب ۲ سکه      پرتاب ۳ سکه

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

## ۴۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/6 - 0/2 = 0/4$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0/3$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## ۴۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

اگر پیشامدهای ابتدا به بیماری‌های قلبی و ریوی را به ترتیب با A و B

نمایش دهیم، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/25 - 0/15 = 0/1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## ۴۹- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

اگر پیشامد مضرب ۴ بودن را با A و پیشامد مضرب ۶ بودن را با B

نمایش دهیم،  $P(A \cap B')$  خواسته شده است. داریم:

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

عددی که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ باشد، مضرب ۱۲ است. بنابراین

باید تعداد مضرب‌های ۴ را به دست آورده و تعداد مضرب‌های ۱۲ را از

آن کم کنیم:

$$P(A - B) = \frac{\left[ \frac{500}{4} \right] - \left[ \frac{500}{12} \right]}{500} = \frac{125 - 41}{500} = \frac{84}{500} = 0/168$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## ۵۰- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با توجه به قوانین احتمال داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B') = P[(A' \cap B)'] = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B - A)$$

$$= 1 - (P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

عبارت موردنظر برابر می‌شود با:  $P(A \cup B) - P(A - B) + P(A \cup B')$ 

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$+ 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= 1 + P(A \cap B) \quad \underline{\underline{B, A \text{ ناسازگارند}}} \quad 1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)



## فیزیک (۲)

## ۵۱- گزینه «۴»

(غلامرضا مویی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: اگر از هر صفحه مقدار باری هم‌نام و کمتر از دو برابر بار آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، بار هر دو صفحه کاهش (بار خازن کاهش) می‌یابد، با توجه به ثابت بودن ظرفیت و رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، انرژی خازن کاهش می‌یابد.

گزینه «۲»: اگر از هر صفحه مقدار باری ناهم‌نام با آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، بار هر دو صفحه افزایش (بار خازن افزایش) و انرژی خازن افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: اگر از هر صفحه مقدار باری هم‌نام و دو برابر بار آن صفحه را برداشته و به صفحه دیگر اضافه کنیم، اندازه بار صفحات خازن تغییر نمی‌کند و فقط علامت بار صفحات عوض می‌شود، بنابراین انرژی خازن در این حالت ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

## ۵۲- گزینه «۱»

(امیر ستارزاده)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت و ساختمان خازن داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{2}{5} \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{3 \times (2 \times 10^{-3})^2}{5 \times 10^{-3}} \\ \Rightarrow C = 5 / 4 \times 10^{-14} = 0.54 \times 10^{-12} \text{ F} = 5 / 4 \times 10^{-2} \text{ pF}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

## ۵۳- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

چون خازن را پس از پُر شدن از مولد جدا می‌کنیم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از طرف دیگر، با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحات آن،

طبق رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت آن ۸ برابر می‌شود. زیرا:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} \xrightarrow{\kappa' = 8\kappa, A = A', d = d'} \frac{C'}{C} = \frac{8\kappa}{\kappa} \times 1 \times 1 \\ \Rightarrow \frac{C'}{C} = 8$$

با توجه به اینکه بار الکتریکی خازن ثابت است، بنا به رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$  داریم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{C}{C'} \times \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 \xrightarrow{Q' = Q, C' = 8C} \frac{U'}{U} = \frac{C}{8C} \times 1 \Rightarrow U' = \frac{1}{8} U$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

## ۵۴- گزینه «۴»

(مهری سلطانی)

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V = \frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}} E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \\ \Rightarrow E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

خازنی که از باتری جدا شود، بار صفحات آن ثابت می‌ماند. در این

سؤال،  $A$  و  $\kappa$  نیز ثابت است، پس بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)



## ۵۵- گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

ظرفیت خازن تخت از رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  به دست می آید. با دو برابر

شدن ابعاد صفحات، مساحت صفحات چهار برابر می شود، زیرا:

$$A = ab \Rightarrow A' = (\kappa a)(\kappa b) = \kappa^2 ab$$

فاصله بین صفحات نیز که نصف شده است:  $d' = \frac{d}{\kappa}$ . پس داریم:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 1 \times \kappa \times \frac{1}{\frac{1}{\kappa}} = \kappa^2$$

چون خازن به مولد متصل است، ولتاژ دو سر خازن ثابت می ماند. پس داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \times \frac{V'}{V} = \kappa^2 \times 1 = \kappa^2$$

بار ۸ برابر می شود.

برای انرژی ذخیره شده داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \times \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \kappa^2 \times 1 = \kappa^2$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیستیک ساکن - صفحه های ۳۲ و ۳۰)

## ۵۶- گزینه «۴»

(مسعود قره قانی)

ابتدا ظرفیت اولیه خازن را با استفاده از نمودار  $Q-V$  محاسبه می کنیم:

$$C_1 = \frac{Q}{V} = \frac{12}{3} = 4 \mu F$$

با توجه به رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  و در نظر گرفتن این نکته که فاصله بین

صفحات خازن نصف شده است، داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{\frac{d_1}{2}} = 2 \Rightarrow C_2 = 2C_1 = 8 \mu F$$

انرژی خازن را در حالت جدید محاسبه می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times 3^2 = 36 \times 10^{-6} J = 36 \mu J$$

عدد به دست آمده منطبق با گزینه «۴» است.

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیستیک ساکن - صفحه های ۳۲ و ۳۰)

## ۵۷- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

با توجه به رابطه مقایسه ای ظرفیت خازن  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d}{\frac{1}{3}d} = 3$$

چون خازن به مولد وصل است، ولتاژ دو سر آن ثابت

می ماند. ( $V_2 = V_1$ )

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{V_2=V_1} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 3$$

از طرفی  $Q_2 = (Q_1 + 8) \mu C$  بنابراین داریم:

$$\frac{Q_1 + 8}{Q_1} = 3 \Rightarrow Q_1 + 8 = 3Q_1 \Rightarrow Q_1 = 4 \mu C$$

و در نهایت ظرفیت اولیه خازن برابر است با:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{4}{10} = 0.4 \mu F$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیستیک ساکن - صفحه های ۳۲ و ۳۰)



## ۵۸- گزینه ۳»

(بهنام، رستمی)

با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن چون ساختمان خازن تغییری نکرده می‌توان گفت ظرفیت خازن ثابت می‌ماند.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{V_2=V_1=0.1 V_1=0.9 V_1} \rightarrow$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{0.9 V_1}{V_1}\right)^2 = 0.81$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی} = \left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right) \times 100 = (0.81 - 1) \times 100 = -19\%$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

## ۵۹- گزینه ۴»

(زهره آقاممیری)

اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن را ۲۰ درصد کاهش دهیم. طبق

رابطه  $Q = CV$  چون ظرفیت ثابت است بار خازن نیز ۲۰ درصد

کاهش می‌یابد و داریم:

از طرفی طبق رابطه انرژی خازن داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 = 0.64 \quad (*)$$

چون انرژی خازن  $18 \mu J$  کاهش یافته پس می‌توان نوشت:

$$U_1 - U_2 = 18 \mu J \xrightarrow{(*)} U_1 - 0.64 U_1 = 18 \Rightarrow U_1 = 50 \mu J$$

$$U_1 = \frac{Q_1^2}{2C} \Rightarrow 50 = \frac{Q_1^2}{2 \times 4} \Rightarrow Q_1^2 = 400 \Rightarrow Q_1 = 20 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

## ۶۰- گزینه ۱»

(شارمان ویسی)

با توجه به قانون پایستگی بار، چون دو کره مشابه هستند، بعد از تماس بار یکسانی دارند و همچنین مجموع بار قبل و بعد از تماس با هم برابر

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{+2 - 6}{2} = -2 \mu C \quad \text{است:}$$

یعنی تغییر بار هر کره برابر است با:  $|\Delta q_A| = |\Delta q_B| = 4 \mu C$

می‌دانیم عامل انتقال بار، بارهای منفی هستند یعنی  $-4 \mu C$  بار از

کره B (با بار اولیه  $-6 \mu C$ ) به کره A (با بار اولیه  $+2 \mu C$ ) منتقل

شده است و همچنین طبق قرار می‌دانیم جهت جریان خلاف جهت

حرکت الکترون‌هاست، پس الکترون از کره B به کره A منتقل شده و

در نتیجه جریان از کره A به کره B است.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{4 \times 10^{-6} C}{0.2 \times 10^{-3} s} = 0.02 A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

## ۶۱- گزینه ۴»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه‌های  $I = \frac{q}{t}$ ،  $I = \frac{V}{R}$  و  $q = ne$  به صورت زیر

مقدار بار الکتریکی عبوری از هر مقطع سیم B را می‌یابیم:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{V_A=16V, V_B=4V, R_A=2R_B} \rightarrow$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{16}{4} \times \frac{R_B}{2R_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2 \Rightarrow I_A = 2I_B$$

$$\xrightarrow{I=\frac{q}{t}} \frac{q_A}{t_A} = 2 \times \frac{q_B}{t_B} \xrightarrow{t_A=t_B, q_A=n_A e} \rightarrow$$

$$n_A e = 2q_B \xrightarrow{n_A=5 \times 10^{13}, e=1.6 \times 10^{-19} C} \rightarrow 5 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} = 2q_B$$

$$\Rightarrow 2q_B = 8 \times 10^{-6} C \Rightarrow q_B = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)



حال با استفاده از رابطه مقاومت رسانا بر حسب مشخصات ساختمانی

آن داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{100} = 1 \times 1 / 1 \times 1 / 1 = 1 / 21$$

$$\Rightarrow R_2 = 121 \Omega \Rightarrow \Delta R = R_2 - R_1 = 121 - 100 = 21 \Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

(بنوا، رستمی)

### ۶۵- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای ساختمان مقاومت رسانا می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{\rho_B = 2\rho_A, L_A = L_B}{A_B = \pi r_B^2, A_A = \pi(r_A^2 - r_A'^2)} \rightarrow$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{2\rho_A} \times 1 \times \frac{r_B^2}{r_A^2 - r_A'^2} \xrightarrow{r_B = r_A, r_A' = \frac{1}{2}r_A}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2} \times \frac{r_A^2}{r_A^2 - (\frac{1}{2}r_A)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

(علیرضا کونه)

### ۶۶- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از قانون اهم، مقاومت سیم را به دست می‌آوریم، سپس

سطح مقطع سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3/2}{8} = 0.4 \Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 0.4 = 1/6 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A}$$

$$\Rightarrow A = 10^{-6} m^2 = 10^{-2} cm^2$$

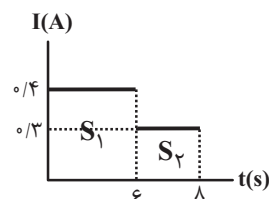
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۵)

### ۶۲- گزینه «۳»

(هسین مفرومی)

بار عبوری خالص از رسانا را که برابر مساحت زیر نمودار است، به دست

می‌آوریم:



$$\Delta q = S_1 + S_2 = (6 \times 0.4) + (2 \times 0.3) = 2.4 + 0.6 = 3 C$$

$$\Rightarrow I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3}{8} A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۹)

(امیر ستارزاده)

### ۶۳- گزینه «۳»

در گزینه «۳» اگر ولتاژ دو سر دیود در بایاس موافق به حدود ۲ ولت

برسد جریان از آن می‌گذرد و این با رفتار LED مطابقت دارد. شکل

۲-۱۰ در صفحه ۵۰ کتاب درسی را مشاهده کنید.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

(هسین مفرومی)

### ۶۴- گزینه «۱»

ابتدا مقاومت سیم را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{50}{50 \times 10^{-3}} = 100 \Omega$$

حال مشخصات مقاومت جدید را به دست می‌آوریم. چون جرم آن تغییر

نمی‌کند، حجم مقاومت هم ثابت است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad (*)$$

$$\Delta L = 0.1 L_1 \Rightarrow L_2 = 1.1 L_1 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1.1$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{A_1}{A_2} = 1/1$$





## ۶۷- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا، سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 = 3 \times 1^2 = 3 \text{ cm}^2$$

پس به کمک رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  طول سیم را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 10^{-2} = 5 \times 10^{-8} \times \frac{L}{3 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{3 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-8}} = 60 \text{ m} = 6000 \text{ cm}$$

حال به کمک رابطه چگالی  $(\rho = \frac{m}{V})$  داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \times L} = \frac{90 \times 10^{-3}}{3 \times 6000} = \frac{90}{18} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

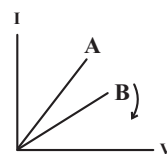
## ۶۸- گزینه «۲»

(مفسر قنبرپور)

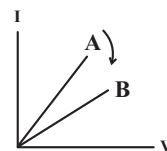
در نمودار  $I-V$ ، هر چه شیب نمودار بیشتر باشد، مقاومت الکتریکی کمتر است. در نتیجه طبق نموداری که در سؤال رسم شده است،  $R_B > R_A$  است.

بررسی همه عبارت‌ها:

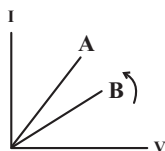
الف: با افزایش طول  $B$ ، مقاومت آن افزایش یافته و شیب نمودار  $B$  کاهش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب  $A$  و  $B$  افزایش می‌یابد.



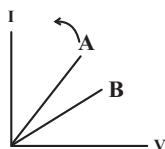
ب: با افزایش طول  $A$ ، مقاومت آن افزایش یافته و شیب نمودار  $A$  کاهش می‌یابد. در نتیجه ابتدا اندازه اختلاف شیب دو نمودار کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (نمی‌توان گفت قطعاً کاهش می‌یابد).



پ: با کاهش طول  $B$ ، مقاومت آن کاهش یافته و شیب نمودار  $B$  افزایش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب این دو نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



ت: با کاهش طول  $A$ ، مقاومت آن کاهش یافته و شیب نمودار  $A$  افزایش می‌یابد. در نتیجه اندازه اختلاف شیب دو نمودار، پیوسته در حال افزایش خواهد بود.



در نتیجه (الف) و (پ) صحیح می‌باشد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۵)

## ۶۹- گزینه «۲»

(حسین مفرومی)

با افزایش دما در نیم‌رساناها، هم تعداد حامل‌های بار الکتریکی افزایش می‌یابد هم تعداد برخوردها با هسته اتم. اما تاثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر است، بنابراین با افزایش دما، مقاومت نیم‌رساناها کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

## ۷۰- گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

طبق رابطه مقاومت در اثر تغییر دما می‌توان نوشت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \quad R_1 = 26/2 \Omega, \alpha = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K} \rightarrow R_2 = 36/68 \Omega$$

$$(36/68 - 26/2) = 26/2 \times 4 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 100^\circ C$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 100^\circ C \quad \theta_1 = 20^\circ C \rightarrow \theta_2 = 120^\circ C$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)



## شیمی (۲)

## ۷۱- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

دمای جوش آلکانی که نسبت جرم مولی آن به جرم کربن موجود در یک مول از آن برابر  $1/2$  است، از دمای اتاق بیشتر است.

$$\frac{14n+2}{12n} = 1/2 \Rightarrow n = 5 \text{ (پنتان)}$$

شکل درست گزینه‌های نادرست به صورت زیر می باشد:

گزینه «۱»: آلکان‌ها سیر شده هستند، لذا تمایل چندانی به شرکت در واکنش‌های شیمیایی ندارند. این ویژگی باعث شده تا میزان سمی بودن آن‌ها کاهش یابد.

گزینه «۲»: در آلکان‌ها هر اتم کربن از طریق چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر (کربن یا هیدروژن) متصل است.

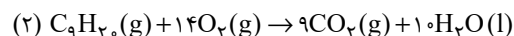
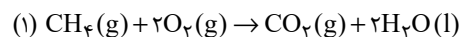
گزینه «۴»: ناقطبی بودن آلکان‌ها باعث شده تا از آن‌ها برای حفاظت فلزات استفاده کنند.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

## ۷۲- گزینه «۳»

(پویا رسنگاری)

متان و نونان طبق واکنش‌های زیر با اکسیژن می سوزند:



چون جرم‌های برابری از متان و نونان را در اختیار داریم و جرم مولی

نونان ۸ برابر جرم مولی متان می باشد ( $\frac{128}{16} = 8$ )؛ بنابراین تعداد

مول‌های گاز متان ۸ برابر تعداد مول‌های گاز نونان می باشد، اگر مول‌های

متان برابر  $8x$  مول باشد، تعداد مول‌های گاز نونان برابر  $x$  مول می شود.

با توجه به این نکته جرم گاز  $\text{CO}_2$  تولید شده در دو واکنش را حساب

می کنیم:

$$\text{CH}_4 : ? \text{ g CO}_2 = 8x \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= (8 \times 44) \text{ x g CO}_2$$

$$\text{C}_9\text{H}_{20} : ? \text{ g CO}_2 = x \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \times \frac{9 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{20}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$= (9 \times 44) \text{ x g}$$

تفاوت جرم گاز  $\text{CO}_2$  تولید شده در دو واکنش برابر با  $13/2$  گرم است.

$$((9 \times 44) - (8 \times 44))x = 13/2 \Rightarrow x = \frac{13/2}{(9-8) \times 44} = 0/3$$

بنابراین مقدار مول متان و نونان به ترتیب  $2/4$  و  $0/3$  مول است.

حال تفاوت حجم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$\text{CH}_4 : ? \text{ L O}_2 = 2/4 \text{ mol CH}_4 \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{22/4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (4/8 \times 22/4) \text{ L O}_2$$

$$\text{C}_9\text{H}_{20} : ? \text{ L O}_2 = 0/3 \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \times \frac{14 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{20}} \times \frac{22/4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= (4/2 \times 22/4) \text{ L O}_2$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت} = (4/8 - 4/2) \times 22/4 = 0/6 \times 22/4 = 13/44 \text{ L}$$

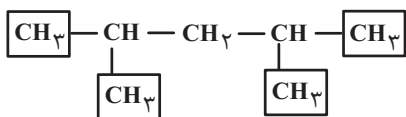
(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۶)

## ۷۳- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

ساختار «۴، ۲- دی متیل پنتان» به صورت زیر است که در ساختار آن ۴

گروه متیل وجود دارد.



فرمول مولکولی این مولکول « $\text{C}_7\text{H}_{16}$ » بوده و جرم مولی آن  $100$  گرم

بر مول است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\text{C}_7\text{H}_{16} \text{ درصد کربن} = \frac{(7 \times 12) \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 100 = 84 \%$$

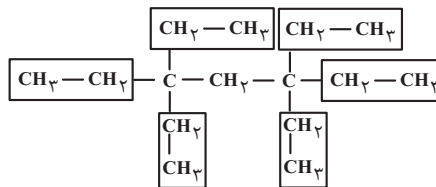
(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)



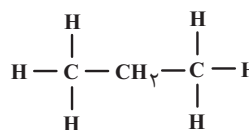
## ۷۴- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

ساختار «۳، ۳، ۵، ۵- تترا اتیل هپتان» به صورت زیر است:



در این ترکیب ۶ گروه اتیل وجود دارد که با جایگزین کردن آن‌ها با اتم‌های H، ترکیب اولیه به پروپان تبدیل می‌گردد.

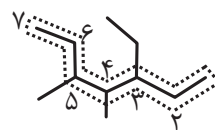


(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

## ۷۵- گزینه «۲»

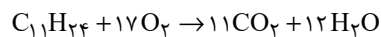
(پویا رستگاری)

در این ترکیب زنجیره اصلی و شماره گذاری به صورت زیر می‌باشد:



نام این ترکیب «۳- اتیل - ۴، ۵- دی‌متیل هپتان» و فرمول مولکولی آن به صورت « $C_{11}H_{24}$ » است.

این ترکیب بر اساس معادله زیر با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد:



طبق معادله بالا به ازای مصرف ۱۷ مول گاز اکسیژن، تفاوت تعداد مول فراورده‌های تولید شده برابر با یک مول می‌باشد. حال جرم گاز اکسیژن مصرف شده با خلوص ۸۵ درصد را به دست می‌آوریم:

$$\text{تفاوت مول فراورده‌ها} = \frac{17 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \text{تفاوت مول فراورده‌ها} = 17 \text{ mol } O_2$$

$$\times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{100}{85} = 320 \text{ g } O_2$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۹)

## ۷۶- گزینه «۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

ابتدا تعداد کربن را بر اساس تعداد پیوند تعیین می‌کنیم. اگر یک آلکان راست زنجیر را رسم کنیم می‌توان به رابطه زیر برای تعداد پیوند و تعداد اتم کربن رسید:

$$3n + 1 = \text{تعداد پیوند}$$

در این آلکان چون ۶۸ الکترون پیوندی وجود دارد، پس ۳۴ پیوند دارد بنابراین خواهیم داشت:

$$3n + 1 = 34 \Rightarrow n = 11$$

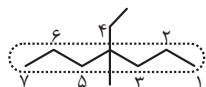
در بین گزینه‌ها، فقط گزینه‌های «۱» و «۲» دارای یازده کربن می‌باشند. از آن‌جا که روی کربن ۲، شاخه اتیل نمی‌تواند قرار بگیرد، پس گزینه «۲» پاسخ این سؤال است.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

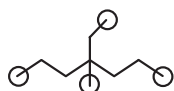
## ۷۷- گزینه «۴»

(میرحسن حسینی)

بررسی همه عبارت‌ها:

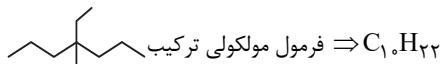


درستی عبارت اول: ۴- اتیل - ۴- متیل هپتان

درستی عبارت دوم: [۴] گروه  $-CH_3$  (متیل)

$$[3] = -CH_3 \text{ تعداد هیدروژن‌های } -CH_3$$

نادرستی عبارت سوم:

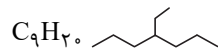
 $\Rightarrow C_{11}H_{24}$  فرمول مولکولی ترکیب

$$\Rightarrow (10 \times 12) + (24 \times 1) = 144 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow C_{11}H_{24} \Rightarrow (11 \times 12) + (24 \times 1) = 132 + 24 = 156 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$156 - 144 = 12 \neq M_w(C)$$

درستی عبارت چهارم: ساختار پس از حذف شاخه فرعی متیل

 $C_9H_{20}$ فرمول مولکولی «۲، ۶- دی‌متیل هپتان» نیز « $C_9H_{20}$ » است.



درستی عبارت پنجم:

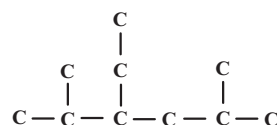
$$\begin{cases} C-C=9 \\ C-H=22 \end{cases} \Rightarrow 9+22=31 \Rightarrow \frac{22}{31} \times 100 > 70$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

## ۷۸- گزینه «۳»

(علیرضا بیانی)

با توجه به توضیحات، ساختار اسکلت کربنی آلکان مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



بررسی عبارت‌ها:

-  $C_1, H_{27} \Rightarrow$  ۳ - اتیل - ۲، ۵ - دی‌متیل هگزان

$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = 142 \frac{g}{mol}$$

- ساختار این دو ترکیب یکسان است.

- ۲ گروه  $CH_3$  وجود دارد.- شامل ۳۱ پیوند اشتراکی می‌باشد.  $3n+1=3 \times 10+1=31$ 

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

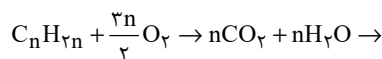
## ۷۹- گزینه «۲»

(امیررضا جعفری نژاد)

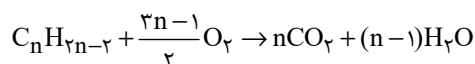
فقط مورد اول نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:



$$1 + \frac{3n}{2} = n + n \rightarrow n = 2 \rightarrow C_2 H_4 \quad (\text{اولین عضو})$$

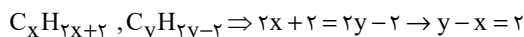


$$\rightarrow 1 + \frac{3n-1}{2} = n + n - 1 \rightarrow n = 3 \rightarrow C_3 H_4 \quad (\text{دومین عضو})$$

عبارت دوم: فرمول مولکولی هر دو گروه آلکن‌ها و سیکلو

آلکان‌ها  $C_n H_{2n}$  و همواره نسبت درصد جرمی H به C ثابت است.

عبارت سوم:



$$\Delta M = (14y-2) - (14x+2)$$

$$= 14(y-x) - 4 \xrightarrow{y-x=2} 28-4=24$$

عبارت چهارم:

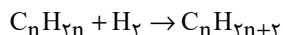
$$\left. \begin{array}{l} C_n H_{2n+2}: 14n+2=114 \rightarrow n=8 \rightarrow C_8 H_{18} \rightarrow \frac{H}{C} = \frac{9}{4} \\ C_n H_{2n-2}: 14n-2=124 \rightarrow n=9 \rightarrow C_9 H_{16} \rightarrow \frac{C}{H} = \frac{9}{16} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} = 4$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

## ۸۰- گزینه «۲»

(پویا رسنگاری)

واکنش بین آلکن‌ها و گاز هیدروژن به صورت زیر است:

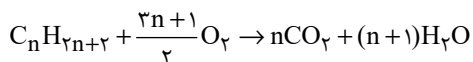


در واکنش بالا ضرایب استوکیومتری همه مواد یک می‌باشد؛ بنابراین

علاوه بر ۲۵٪ مول آلکن، ۲۵٪ مول گاز هیدروژن مصرف و به همین

مقدار مول آلکن تولید شده است. واکنش سوختن آلکان‌ها طبق معادله

زیر می‌باشد:



$$\frac{\text{جرم مولی آب} \times \text{تعداد مول آب}}{\text{جرم مولی } CO_2 \times \text{تعداد مول } CO_2} = \frac{\text{جرم آب تولید شده}}{\text{جرم کربن دی‌اکسید تولید شده}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{11} = \frac{18(n+1)}{44 \times n} \Rightarrow n=3$$

از این طریق می‌توانیم جرم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه کنیم، با

توجه به این که ضریب اکسیژن مساوی با ۵ می‌شود  $\left(\frac{3 \times 3 + 1}{2}\right)$  جرم

گاز اکسیژن قابل محاسبه است:

$$? g O_2 = 0.25 \text{ mol } C_3 H_8 \times \frac{\Delta \text{mol } O_2}{1 \text{ mol } C_3 H_8} \times \frac{32 g O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 40 g O_2$$



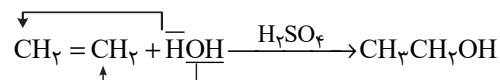
گزینه «۳»: اولین آلکنی که برای آن بیش از یک ساختار می‌توان رسم کرد، دارای چهار اتم کربن می‌باشد؛ به عنوان مثال ۱- بوتن که اگر ساختار آن را رسم کنیم، می‌بینیم ۲۴ الکترون پیوندی (۱۲ پیوند) دارد. به‌طور کلی در آلکن‌ها تعداد پیوند از رابطه  $3n$  پیروی می‌کند. گزینه «۴»: دومین عضو خانواده آلکن‌ها پروپن نام دارد که در ساختار هر مولکول آن یک پیوند دوگانه وجود دارد. بنابراین برای سیر شدن نیاز به یک مول گاز هیدروژن دارد. به ازای هر مول پیوند دوگانه به یک مول گاز هیدروژن نیاز داریم.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

(میر حسن حسینی)

#### ۸۳- گزینه «۴»

با توجه به متن کتاب و معادله زیر گزینه «۴» عبارت صورت سؤال را به درستی تکمیل می‌کند:



(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

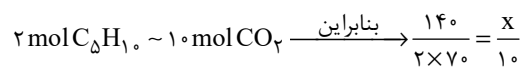
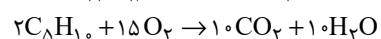
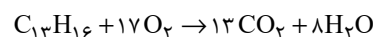
(احمد رضا یعقوبی نژاد)

#### ۸۴- گزینه «۴»

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت  $\text{C}_{13}\text{H}_{16}$  است.

بررسی عبارت‌ها:

- گران روی  $\text{C}_{13}\text{H}_{28}$  از  $\text{C}_{13}\text{H}_{16}$  بیشتر است.



$$\Rightarrow x = 10\text{mol CO}_2$$

- در ساختار این ترکیب ۱۲ پیوند کربن - کربن و ۱۶ پیوند کربن - هیدروژن وجود دارد. سنگین‌ترین آلکان راست زنجیری که در دمای اتاق گازی است هم ۴ کربن دارد.

$$?g\text{H}_2\text{O} = 137/6g\text{C}_{13}\text{H}_{16} \times \frac{1\text{mol C}_{13}\text{H}_{16}}{172g\text{C}_{13}\text{H}_{16}} \times \frac{8\text{mol H}_2\text{O}}{1\text{mol C}_{13}\text{H}_{16}}$$

$$\times \frac{18g\text{H}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} = 115/2g\text{H}_2\text{O}$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۵ تا ۳۲ و ۴۲)

جرم گاز هیدروژن مصرف شده:

$$?g\text{H}_2 = 0/25\text{mol C}_3\text{H}_6 \times \frac{1\text{mol H}_2}{1\text{mol C}_3\text{H}_6} \times \frac{2g\text{H}_2}{1\text{mol H}_2} = 0/5g\text{H}_2$$

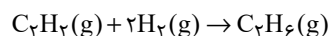
$$\frac{\text{جرم O}_2 \text{ مصرف شده}}{\text{جرم H}_2 \text{ مصرف شده}} = \frac{40}{0/5} = 80$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۴۱)

#### ۸۱- گزینه «۳»

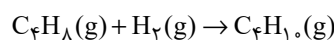
(پویا رستگاری)

۵۸/۲۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد معادل با ۲/۶ مول از این گاز است. ابتدا محاسبه می‌کنیم برای تبدیل شدن یک مول گاز اتین به فراورده‌ای سیر شده (گاز اتان) به چند مول گاز هیدروژن نیاز داریم:



$$? \text{mol H}_2 = 1\text{mol C}_2\text{H}_2 \times \frac{2\text{mol H}_2}{1\text{mol C}_2\text{H}_2} = 2\text{mol H}_2$$

از مجموع ۲/۶ مول گاز هیدروژن، ۲ مول از آن صرف سیر شدن اتین می‌شود و باقی‌مانده آن که ۰/۶ مول می‌شود با گاز بوتن واکنش می‌دهد، بنابراین طی واکنش زیر محاسبه می‌کنیم که جرم گاز بوتن مصرف شده چند گرم است:



$$?g\text{C}_6\text{H}_8 = 0/6\text{mol H}_2 \times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_8}{1\text{mol H}_2} \times \frac{56g\text{C}_6\text{H}_8}{1\text{mol C}_6\text{H}_8} = 33/6g\text{C}_6\text{H}_8$$

از طرفی مطابق با واکنش اول جرم گاز اتان تولید شده را هم محاسبه می‌کنیم:

$$?g\text{C}_2\text{H}_6 : 1\text{mol C}_2\text{H}_2 \times \frac{1\text{mol C}_2\text{H}_6}{1\text{mol C}_2\text{H}_2} \times \frac{30g\text{C}_2\text{H}_6}{1\text{mol C}_2\text{H}_6} = 30g\text{C}_2\text{H}_6$$

$$\frac{\text{جرم بوتن مصرف شده}}{\text{جرم اتان تولید شده}} = \frac{33/6}{30} = 1/12$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۴۱)

(منصور سلیمانی ملکان)

#### ۸۲- گزینه «۳»

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بر اثر واکنش گاز اتن با برم مایع قرمز رنگ، مایع بی‌رنگ ۱، ۲ - دی برم اتان تولید می‌شود.

گزینه «۲»: اولین ترکیب خانواده آلکن‌ها به عنوان عمل آورنده در کشاورزی شناخته می‌شود. این ترکیب در بیشتر گیاهان وجود دارد.

**۸۵- گزینه ۱»**

(منصور سلیمانی ملکان)

**بررسی همه عبارت‌ها:**

آ) گرمای حاصل از سوختن اولین آلکین (اتین) دمای لازم برای جوشکاری فلزات را تامین می‌کند.

ب) هیدروکربنی با فرمول شیمیایی « $C_6H_{12}$ » ممکن است یک آلکان حلقوی باشد که سیر شده است. در این شرایط نه آروماتیک است و نه با برم واکنش می‌دهد. چنانچه یک آلکن باشد، باز آروماتیک نبوده ولی با برم واکنش می‌دهد.

پ) در پالایش نفت خام با استفاده از روش تقطیر جزء به جزء، می‌توان آن را به هیدروکربن‌هایی با دمای جوش نزدیک به هم با استفاده از سینی‌هایی که در فواصل گوناگون در برج تقطیر قرار گرفته‌اند، تفکیک کرد.

ت) برای افزایش بهبود کارایی زغال سنگ به منظور حذف گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده در نیروگاه‌ها، گاز خروجی را از مجاورت کلسیم اکسید عبور می‌دهند.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵)

**۸۶- گزینه ۴»**

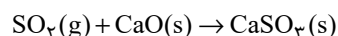
(میرحسن حسینی)

**همه عبارت‌ها نادرست هستند.****بررسی عبارت‌ها:**

$$\left. \begin{array}{l} \text{بنزین} \frac{48 \text{ kJ}}{\text{g}} \\ \text{زغال سنگ} \frac{30 \text{ kJ}}{\text{g}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عبارت اول: گرمای آزاد شده} \\ \frac{48}{30} < 2 \end{array}$$

عبارت دوم: با حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر آن از طریق شستشوی زغال سنگ، کارایی آن بیشتر می‌شود.

عبارت سوم: گاز  $SO_2$  خروجی از نیروگاه‌ها را از طریق واکنش با  $CaO$  (کلسیم اکسید) حذف می‌کنند.



عبارت چهارم: اگر مقدار متان در هوای معدن به بیش از ۵ درصد (نه ۵۰ درصد) برسد احتمال انفجار وجود دارد.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

**۸۷- گزینه ۱»**

(هادی مهری زاده)

تنها عبارت (ت) نادرست است.

**بررسی همه عبارت‌ها:**

الف) یکی از نقش‌های غذا، فراهم کردن مواد اولیه برای ساخت و رشد بخش‌های گوناگون بدن مانند سلول‌های خونی، استخوان، پوست، مو، ماهیچه‌ها، آنزیم‌ها و ... است.

ب) دیابت بزرگسالی یکی از بیماری‌های شایع در ایران است که مصرف بی‌رویه نان، برنج و شکر در گسترش این بیماری نقش دارد.

پ) بدن برای انجام فعالیت‌های ارادی و غیرارادی گوناگون، به ماده و انرژی نیاز دارد.

ت) ارزش مواد غذایی در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان نیست. (شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۴)

**۸۸- گزینه ۲»**

(منصور سلیمانی ملکان)

شکل درست عبارت نادرست:

آ) انرژی گرمایی یک نوع ماده به دما و مقدار آن وابسته است؛ بنابراین افزایش انرژی گرمایی ماده ممکن است ناشی از افزایش مقدار آن باشد نه دمای آن.

ت) سوء تغذیه زمانی خودنمایی می‌کند که وعده‌های غذایی با کمبود نوع خاصی از آن‌ها همراه باشد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

**۸۹- گزینه ۴»**

(رسول غابرینی زواره)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

**بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) میزان جنبش ذرات سازنده  $200^\circ\text{C}$  گرم آب با دمای  $20^\circ\text{C}$  کمتر از میزان جنبش ذرات سازنده  $100^\circ\text{C}$  گرم آب با دمای  $30^\circ\text{C}$  است.

ب) یکای رایج دما، درجه سلسیوس ( $^\circ\text{C}$ )، در حالی که یکای دما در «SI» کلون (K) است.

نماد دما برحسب سلسیوس، « $\theta$ » و نماد دما برحسب کلون، « $T$ » است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

**۹۰- گزینه ۴»**

(میرحسن حسینی)

از این که ذره‌های سازنده یک ماده در هر سه حالت فیزیکی، پیوسته در جنب و جوش هستند (هر چند میزان جنبش متفاوتی دارند)، می‌توان فهمید که در دمای معین، یک ویژگی مشترک مواد با هر حالت فیزیکی، وجود جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن‌ها است.

انرژی گرمایی یا مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک نمونه ماده هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد، در دمای معین، میانگین تندی یا انرژی جنبشی ذره‌ها یکسان است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)