



پدید آورندگان آزمون ۱۸ فروردین سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	مصطفی بهنام مقدم - سیدوحید سیدان - محمد حمیدی - مجتبی نادری - علی آزاد - اکبر کلاه‌ملکی - امیر مرادیان - سعید اکبرزاده
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب - فرزانه خاکپاش - سهام مجیدی پور - هادی فولادی - محمد خندان - مهرداد ملوندی - محمد صحت کار
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب - فرزانه خاکپاش - سوگند روشنی - هادی فولادی - حنا اتفاق
فیزیک (۲)	معصومه شریعت‌نصری - عبدالرضا امینی نسب - معصومه افضلی - محمدرضا اصفهانی
شیمی (۲)	پیمان خواجهی مجد - پویا رستگاری - حسین ناصری ثانی - امیر حاتمیان - علیرضا کیانی دوست - روزبه رضوانی - رهام جلی فرد - ایمان حسین نژاد - رحیم هاشمی دهکردی - حمید ذبحی - مرتضی حسن زاده

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیق‌آریان تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیق‌آریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، محمدرضا اصفهانی، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	احسان صادقی
شیمی (۲)	ایمان حسین نژاد	ایمان حسین نژاد	مهلا تابش‌نیا، مسعود خانی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروفنگاری و صفحه‌آرایی	فاطمه علی‌یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

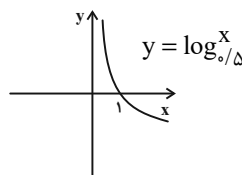
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)



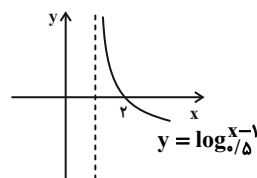
حسابان (۱)

۱- گزینه «۳»

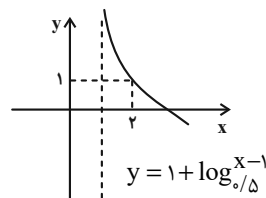
(مصطفی بهنام مقدم)

ابتدا نمودار تابع $y = \log_{\frac{x}{5}}$ را رسم می‌کنیم:

سپس آن را یک واحد در جهت محور X ها به سمت راست منتقل می‌کنیم:



در نهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم:



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۲- گزینه «۲»

(سیروشیر سیران)

الف) درست است- زیرا مقدار $a^2 + 2$ بزرگ‌تر از یک است و پایه لگاریتم بین صفر و یک است.

ب) نادرست است - شکل درست این رابطه به شکل زیر است:

$$\log ab = \log a + \log b$$

پ) درست است.

$$3 \log_5^{\frac{1}{2}} = 3 \log_5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{2}} = 125$$

ت) نادرست است- اگر توان ۷ متعلق به کل پرانتز بود می‌توانستیم آن را به شکل

زیر به عنوان ضرب لگاریتم قرار دهیم.

$$\log(3 \times 5)^7 = 7 \log(3 \times 5)$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۳- گزینه «۲»

(مهمیر ممیری)

$$\log_a^{\frac{c}{b}} = \log_a^{\frac{c}{b}} - \log_a^{\frac{b}{b}} = n \log_a^{\frac{c}{b}} - \frac{1}{\log_a^{\frac{b}{b}}} = n \times \frac{\log_b^{\frac{c}{b}}}{\log_a^{\frac{b}{b}}} - \frac{1}{\log_a^{\frac{b}{b}}}$$

$$= n \times \frac{\frac{1}{\log_b^{\frac{b}{a}}}}{\log_a^{\frac{b}{b}}} - \frac{1}{\log_a^{\frac{b}{b}}} = n \times \frac{\frac{1}{\frac{1}{n}}}{n} - \frac{1}{n} = \frac{n}{n} - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۴- گزینه «۴»

(مهمیر ممیری)

$$10^{\frac{1}{301}} = 2 \xrightarrow{\text{از طرفین } \log \text{ می‌گیریم}} \log 10^{\frac{1}{301}} = \log 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{301} \log 10 = \log 2 \Rightarrow \log 2 = \frac{1}{301}$$

از طرفی دیگر داریم:

$$\log \sqrt[5]{\frac{25}{8}} = \log \left(\frac{25}{8} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log \frac{25}{8} = \frac{1}{5} (\log 25 - \log 8)$$

$$= \frac{1}{5} (\log 5^2 - \log 2^3) = \frac{1}{5} (2 \log 5 - 3 \log 2)$$

$$\xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2} \frac{1}{5} (2(1 - \log 2) - 3 \log 2)$$

$$= \frac{1}{5} (2 - 2 \log 2 - 3 \log 2) = \frac{1}{5} (2 - 5 \log 2)$$

$$= \frac{1}{5} (2 - 5(\frac{1}{301})) = \frac{1}{5} \times 0.99$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)



۵- گزینه «۳»

(ممتبی نادر)

$$\begin{aligned} \log(x+1) - \log\sqrt{x+5} &= 1 - \log\sqrt{5} \\ \Rightarrow \log \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} &= \log\sqrt{10} - \log\sqrt{5} = \log\sqrt{\frac{10}{5}} \\ \Rightarrow \log \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} &= \log\sqrt{2} \Rightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x+5}} = \sqrt{2} \\ \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{طرفین تساوی}} \frac{x^2 + 2x + 1}{x+5} &= 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x + 10 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ قق} \\ x = -3 \text{ غقق، زیرا در دامنه لگاریتم قرار ندارد.} \end{cases}$$

$$\log_9 \sqrt{x} \xrightarrow{x=3} \log_{3^2} \sqrt{3} = \log_{3^2} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} \log_3 3 = \frac{1}{4}$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۶- گزینه «۳»

(علی آزار)

$$\begin{aligned} f(x) = \log_7^x &\xrightarrow[\text{سمت راست}]{\text{انتقال یک واحد به}} y = \log_7^{(x-1)} \\ \log_7^{x-1} = \log_7^x &\Rightarrow \log_7^{x-1} = -\log_7^x \Rightarrow \log_7^{(x-1)} + \log_7^x = 0 \\ \log_7^{x(x-1)} &= 0 \Rightarrow x(x-1) = 7^0 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(-1) = 5 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{x>1} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = a$$

اگر نمودار $f(x)$ را b واحد به سمت چپ انتقال دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \log_7^{x+b} &\xrightarrow[x=\frac{1}{2}]{x=a-\frac{\sqrt{5}}{2}} \log_7^{\frac{1}{2}+b} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} + b = 7^3 \\ \Rightarrow b &= 7 - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۷- گزینه «۱»

(علی آزار)

ابتدا دامنه هر یک از رادیکال‌ها و لگاریتم را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} -x^2 + 5x - 6 \geq 0 &\Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ \Rightarrow (x-2)(x-3) \leq 0 &\Rightarrow 2 \leq x \leq 3 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \log^{(2-x)} &\geq 0 \Rightarrow \log^{(2-x)} \leq 1 \Rightarrow 2-x \leq 1^0 \\ \Rightarrow x &\geq -1 \quad (2) \end{aligned}$$

$$2-x > 0 \Rightarrow x < 2 \quad (3)$$

$$\frac{(1) \cap (2) \cap (3)}{\rightarrow} \{ \}$$

با توجه به دامنه هر کدام از رادیکال‌ها و لگاریتم که هیچ اشتراکی ندارند، می‌توان دریافت این معادله جوابی نخواهد داشت.

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۸- گزینه «۳»

(علی آزار)

ابتدا وارون تابع $f(x) = 10^x + b$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} y &= 10^x + b \Rightarrow 10^x = y - b \Rightarrow x = \log(y - b) \\ \Rightarrow y &= f^{-1}(x) = \log(x - b) \Rightarrow g(x) = \log(x - b) \end{aligned}$$

بنابراین تابع $h(x)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$h(x) = \sqrt{a - \log(x - b)}$$

برای محاسبه دامنه تابع $h(x)$ خواهیم داشت:

$$(1) x - b > 0 \Rightarrow x > b$$

$$(2) a - \log(x - b) \geq 0 \Rightarrow \log(x - b) \leq a$$

$$\Rightarrow x - b \leq 10^a \Rightarrow x \leq 10^a + b$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} D_{h(x)} = (b, 10^a + b] = (2, 12] \Rightarrow b = 2, a = 1$$

$$\begin{aligned} h(x) &= \sqrt{1 - \log(x - 2)} \Rightarrow h^2(7) = 1 - \log_1^5 = \log_1^0 - \log_1^5 \\ &= \log_1^{\frac{1}{5}} = \log_1^{\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

بنابراین نسبت $h^2(7)$ به $\log_1^{\frac{1}{5}}$ برابر یک است.

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)



۹- گزینه «۲»

(علی آزار)

$$(\log(x-5))^2 - 3\log(x-5) < -2$$

با فرض $t = \log(x-5)$ خواهیم داشت:

$$t^2 - 3t + 2 < 0 \Rightarrow (t-1)(t-2) < 0 \Rightarrow 1 < t < 2$$

$$\Rightarrow 1 < \log(x-5) < 2 \Rightarrow 10^1 < x-5 < 10^2$$

$$\Rightarrow 15 < x < 105 \Rightarrow a=15, b=105$$

$$\log_{\frac{a+b}{b-a}} \frac{10}{10} = \log_{\frac{120}{10}} \frac{10}{10} = \log_{12} 10 = \log_{\frac{10}{12}} 10 = \log_{\frac{3}{4}} 10 = \log_{\frac{3}{4}} 10 + \frac{1}{2} \log_{\frac{3}{4}} 10$$

$$= \log_{\frac{3}{4}} 10 + \frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\frac{10}{b-a}} \frac{10}{10} - \log_{\frac{3}{4}} 10 = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱۰- گزینه «۲»

(اکبر کلاه‌ملکی)

$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{r} = \frac{1/2 \pi r}{r} = \frac{\pi}{2} \text{ rad} = \frac{\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 90^\circ$$

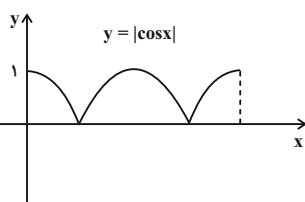
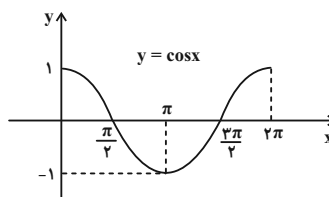
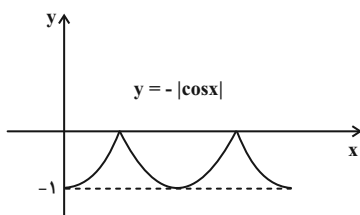
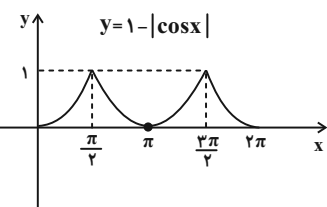
(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱۱- گزینه «۳»

(امیر مرادیان)

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

$$y = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right| = 1 - |-\cos x| = 1 - |\cos x|$$

قرینه‌های منفی
نسبت به محور xهاقرینه نسبت
به محور xهاانتقال یک
واحد به بالا

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۹)

۱۲- گزینه «۴»

(علی آزار)

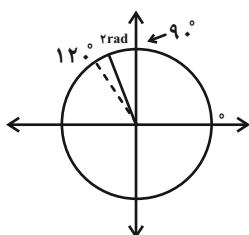
ابتدا باید بررسی کنیم ۲ رادیان در چه محدوده‌ای بر روی دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد:

می‌دانیم هر ۱ رادیان تقریباً ۵۷ درجه است پس ۲ رادیان تقریباً ۱۱۴ درجه است،

پس:

$$2 \text{ rad} \approx 114^\circ \Rightarrow 90^\circ < 2 \text{ rad} < 120^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 120^\circ > \sin 2 > \sin 90^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} > \sin 2 > 1$$



(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۴)



۱۳- گزینه «۴»

(علی آزار)

$$\begin{aligned} \sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \sin(x + \pi) \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \\ = (\sin x)(\cos x)(-\sin x)(-\cos x) = \sin^2 x \cos^2 x \\ = \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2x \quad (*) \end{aligned}$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - a}{2} \right) = \frac{1 - a}{8}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲ تا ۱۱۳)

۱۴- گزینه «۳»

(علی آزار)

$$\begin{aligned} \cos 2^\circ + \sqrt{3} \sin 2^\circ &= 2 \left(\frac{1}{2} \cos 2^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2^\circ \right) \\ &= 2(\cos 60^\circ \cos 2^\circ + \sin 60^\circ \sin 2^\circ) = 2(\cos(60^\circ - 2^\circ)) \\ &= 2 \cos 4^\circ \Rightarrow \frac{\cos 2^\circ + \sqrt{3} \sin 2^\circ}{\cos 4^\circ} = \frac{2 \cos 4^\circ}{\cos 4^\circ} = 2 \end{aligned}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۵- گزینه «۱»

(مهمر عمیری)

با توجه به رابطه $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ و $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin 2x} - \tan x &= \frac{1}{2 \sin x \cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \cot 2x \end{aligned}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۶- گزینه «۱»

(مجتبی نادری)

ابتدا مقدار عددی $\cos x$ را از رابطه $\frac{1}{3} = 1 - \sqrt{\cos x}$ به دست می‌آوریم:

$$1 - \sqrt{\cos x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{\cos x} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{بفوتوان ۲}} \cos x = \frac{4}{9}$$

$$\begin{cases} \tan(16\pi + x) = \tan x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(16\pi + x) \times \sin(\pi - x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{\tan x \times \sin x}{\sin x} = \tan x$$

داریم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\frac{16}{81}}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{81}{16} - 1 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{65}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \tan x = \pm \frac{\sqrt{65}}{4} \xrightarrow{0 < x < \frac{\pi}{2}} \tan x = \frac{\sqrt{65}}{4}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۷- گزینه «۲»

(علی آزار)

$$\begin{aligned} &(\cos t - \sin t)(\cos 2t - \sin 2t) + \sin 3t \\ &= \underbrace{\cos t \cos 2t + \sin t \sin 2t}_{\cos(t-2t)} - \underbrace{\sin t \cos 2t + \sin 2t \cos t}_{\sin(2t+t)} + \sin 3t \\ &= \cos(t-2t) - \sin(2t+t) + \sin 3t \\ &= \cos t - \sin 3t + \sin 3t = \cos t = 0/6 \\ \cos 2t &= 2 \cos^2 t - 1 = 2(0/6)^2 - 1 = 0/72 - 1 = -0/28 \end{aligned}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(علی آزاد)

$$\log(\tan \delta^\circ) + \log(\tan \delta^\circ) + \cdots + \log(\tan \delta^\circ) + \cdots + \log(\tan \delta^\circ)$$

$$= \log(\tan \Delta^\circ \times \tan 1^\circ \times \cdots \times \tan 45^\circ \times \cdots \times \tan 89^\circ)$$

$$\tan \Delta^\circ = \cot \Lambda \Delta^\circ, \tan \backslash^\circ = \cot \Lambda^\circ, \dots$$

$$\Rightarrow \log(\cot \Lambda^\circ \times \cot \Lambda^\circ \times \dots \times \tan \mathfrak{f}^\circ \times \dots \times \tan \Lambda^\circ \times \tan \Lambda^\circ)$$

$$= \log 1 = 0$$

(مسابان ۱- ترکیب، - صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰ و ۹۱ تا ۱۰۴)

۱۹- گزینہ «۳»

(علمی آزاد)

$$\begin{aligned} \sin(\varphi\alpha + \beta + \varphi\alpha - \beta) &= \sin(\varphi\alpha) \Rightarrow \sin(\varphi\alpha + \beta) \cos(\varphi\alpha - \beta) \\ &+ \cos(\varphi\alpha + \beta) \sin(\varphi\alpha - \beta) = \sin(\varphi\alpha) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sqrt{0.96}$$

$$\Rightarrow \cos^2(\alpha + \beta) = 1 - \sin^2(\alpha + \beta) = 0.4$$

$$\cos(2\alpha + \beta) = \pm 0/2 \xrightarrow{\text{حاده}} \cos(2\alpha + \beta) = 0/2$$

$$\sin(\gamma\alpha - \beta) = 0/\epsilon$$

$$\Rightarrow \cos^2(\alpha - \beta) = 1 - \sin^2(\alpha - \beta) = 0.64$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \pm \frac{a}{c} \xrightarrow{\text{حاده}} \cos(\alpha - \beta) = \frac{a}{c}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{(i)} \sin(\varphi\alpha) = (\sqrt{\circ/\varphi}\times\circ/\wedge) + (\circ/\varphi)(\circ/\varphi) \\ & = \sqrt{\circ/\varphi\times\varphi}\times\circ/\wedge + \circ/\varphi = \circ/\varphi\sqrt{\varphi} + \circ/\varphi \\ & = \circ/\varphi(\lambda\sqrt{\varphi} + \varphi) \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۲۰- گزینہ «۴»

(سعید اکبرزادہ)

ابتدا $\sin \alpha$ و $\cos \beta$ را محاسبه می کنیم:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

در ناحیهٔ اول سینوس مثبت است؛ پس:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = 1 - \sin \beta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \cos \beta = \pm \frac{5}{13}$$

در ناحیه دوم کسینوس منفی است؛ پس:

$$\cos \beta = -\frac{5}{13}$$

حال $\sin(\alpha + \beta)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{13}\right) + \frac{3}{5} \times \frac{12}{13}$$

$$= \frac{-20 + 36}{65} = \frac{16}{65}$$

برای یافتن ناحیه کمان $\alpha + \beta$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 0^\circ < \alpha < 90^\circ \\ 90^\circ < \beta < 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 90^\circ < \alpha + \beta < 270^\circ$$

چون $\sin(\alpha + \beta)$ مثبت است، پس طبق رابطه بالا، انتهای کمان $\alpha + \beta$ در ناحیه دوم قرار دارد.

(مسایان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

هندسه (۲)

۲۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

تبدیل T را همانی گوئیم هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$ تبدیل همانی هر نقطه را به خودش تصویر می‌کند، پس بی‌شمارنقطه ثابت تبدیل دارد. برای دو نقطه دلخواه A و B در تبدیل همانی T ، $T(A) = A$ و $T(B) = B$ است، پس هر تبدیل همانی طولپایا است و

شیب خطها را ثابت نگه می‌دارد. به عنوان مثال نقض برای گزینه «۴»، می‌توان

بازتاب نسبت به یک خط را نام برد که همانی نیست، ولی بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل

دارد.

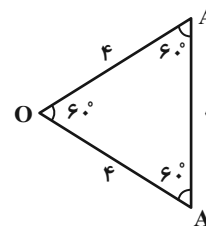
(هنر سه - ۲ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۲۲- گزینه «۱»

(فرزانه فاکپاش)

ترکیب سه دوران حول نقطه O با زاویه ۲° ، معادل یک دوران حول نقطه O بازاویه ۶° است. با توجه به طولپایا بودن دوران، $OA = OA'$ و در نتیجه مثلث OAA' متساوی‌الاضلاع است و مطابق شکل داریم:

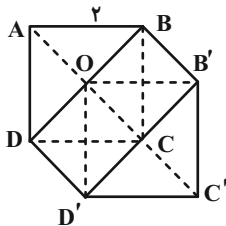
$$OA = OA' = AA' = ۴$$



(هنر سه - ۲ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

شش‌ضلعی $ABB'C'D'D$ را مطابق شکل می‌توان به دو مثلث ABD و $B'C'D'$ و مستطیل $BB'D'D$ تقسیم کرد:با توجه به اینکه $BD = ۲\sqrt{۲}$ و $BB' = AO = \sqrt{۲}$ است، داریم:

$$S_{ABD} = S_{B'C'D'} = \frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲$$

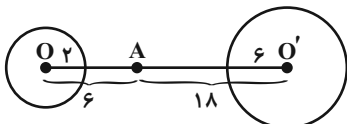
$$S_{BB'D'D} = ۲\sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = ۴$$

$$S_{ABB'C'D'D} = ۲ \times ۲ + ۴ = ۸$$

(هنر سه - ۲ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۲۴- گزینه «۲»

(سوما میبیری پور)

مطابق شکل نقاط O و O' در دو طرف نقطه A قرار دارند و با توجه به نسبت

تجانس داریم:

$$\frac{O'A}{OA} = ۳ \Rightarrow \frac{O'A}{۶} = ۳ \Rightarrow O'A = ۱۸$$

$$\frac{R'}{R} = ۳ \Rightarrow \frac{R'}{۲} = ۳ \Rightarrow R' = ۶$$

$$OO' = OA + O'A = ۶ + ۱۸ = ۲۴$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{۲۴^2 - (۲ + ۶)^2} = \sqrt{۲۴^2 - ۸^2} = \sqrt{۸^2(۳^2 - ۱^2)}$$

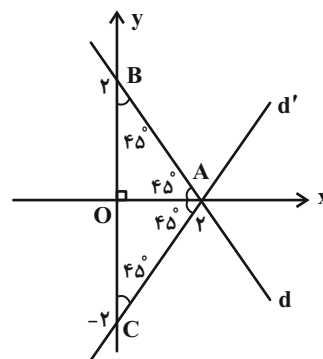
$$= ۸\sqrt{۸} = ۱۶\sqrt{۲}$$

(هنر سه - ۲ صفحه‌های ۴۵ و ۴۵)



۲۵- گزینه «۲»

(هاری فولادی)

خط $x + y = 2$ در نقطه $A(2, 0)$ ، محور x ها و در نقطه $B(0, 2)$ ، محور y هارا قطع می کند. خط d' (دوران یافته خط d به مرکز A و زاویه 90°) از نقطه A عبور می کند و بر خط d عمود است، پس داریم:

$$m_{d'} \times m_d = -1 \Rightarrow m_{d'} \times (-1) = -1 \Rightarrow m_{d'} = 1$$

$$d' \text{ معادله } y - 0 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 2 \xrightarrow{x=0} y = -2$$

بنابراین خط d' در نقطه $C(-2, 0)$ ، محور y ها را قطع می کند. مساحت مثلث

ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} OA \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۴۲ و ۴۳)

۲۶- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومصوب)

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{1} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{S_{ABEF} - S_{ABCD}}{S_{ABCD}}$$

$$= \frac{9-1}{1} \Rightarrow \frac{S_{DCEF}}{S_{ABCD}} = 8$$

می دانیم در دو چند ضلعی متجانس، نسبت مساحت ها مربع نسبت تجانس است،

پس داریم:

$$k^2 = 8 \Rightarrow |k| = 2\sqrt{2}$$

چون در این تجانس، دوزنقه ABCD بر دوزنقه DCEF تصویر شده است، پس

DC مجانس AB و EF مجانس DC است و در نتیجه داریم:

$$\frac{DC}{AB} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{DC}{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow CD = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{EF}{CD} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{EF}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow EF = 16$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۴۵ و ۵۱)

۲۷- گزینه «۱»

(مهم فندان)

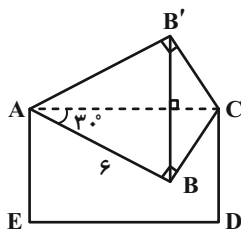
برای انجام این کار، کافی است بازتاب نقطه B نسبت به پاره خط AC را به دست

آوریم. میزان افزایش مساحت برابر مساحت چهارضلعی ABCB' یا دو برابر

مساحت مثلث ABC است. اندازه ضلع روبه رو به زاویه 30° در یک مثلث

$$AC = 2BC$$

قائم الزاویه، نصف اندازه وتر است، بنابراین داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 6^2 = 4BC^2 + BC^2 \Rightarrow 36 = 5BC^2 \Rightarrow BC^2 = \frac{36}{5} \Rightarrow BC = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 12 \Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCB'} = 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۵۳ و ۵۴)



$$\min(BE + EM) = BE' + E'M = DE' + E'M = DM$$

$$\triangle DCM : DM^2 = DC^2 + CM^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow DM = \sqrt{5}$$

$$\min(\triangle BEM \text{ محیط}) = DM + BM = \sqrt{5} + 1$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۴)

۳۰- گزینه «۲»

(معمّر صدت کار)

با توجه به اینکه ۴ کیلومتر از جاده در کنار ساحل دریا ساخته می شود، ابتدا نقطه

B را مطابق شکل ۴ واحد به سمت چپ منتقل می کنیم تا نقطه B' حاصل شود.

همچنین بازتاب نقطه A نسبت به ساحل دریا را A' می نامیم. از عمود

B'K را بر امتداد AA' رسم می کنیم. داریم:

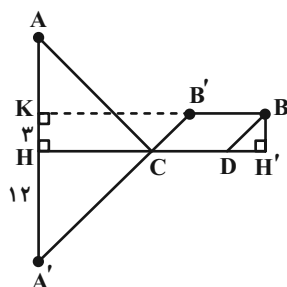
$$B'K = BK - BB' = 24 - 4 = 20$$

$$A'K = A'H + HK = 12 + 3 = 15$$

$$\triangle A'B'K : A'B'^2 = A'K^2 + B'K^2 = 225 + 400 = 625$$

$$\Rightarrow A'B' = 25$$

مسیر ACDB در شکل، کوتاه ترین مسیر ممکن تحت شرایط مسئله است.



طول این مسیر برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB' = \underbrace{(A'C + CB')}_{A'B'} + BB'$$

$$= 25 + 4 = 29$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۵)

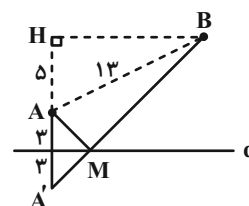
(غرضانه فاکپاش)

۲۸- گزینه «۳»

طبق روش هرون ابتدا بازتاب نقطه A نسبت به خط d یعنی نقطه A' را پیدا

کرده و سپس آن را به B وصل می کنیم تا خط d را در نقطه M قطع کند.

MA + MB همان کوتاه ترین مسیر ممکن است. مطابق شکل داریم:



$$\triangle ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 13^2 = 5^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow BH^2 = 144 \Rightarrow BH = 12$$

$$\triangle A'BH : A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = 11^2 + 12^2 = 265$$

$$\Rightarrow A'B = \sqrt{265}$$

$$\min(MA + MB) = A'M + MB = A'B = \sqrt{265}$$

(هنر سه ۲- صفحه ۵۴)

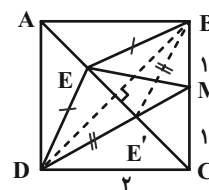
(مهردار ملونری)

۲۹- گزینه «۳»

می دانیم در هر مربع، قطرهای هم اندازه و عمود منصف یکدیگرند، پس مطابق شکل

بازتاب نقطه B نسبت به قطر AC، نقطه D است و داریم:

$$BE = DE$$





آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

مجموع فراوانی‌های نسبی همواره برابر یک است، بنابراین داریم:

$$0/3 + 0/25 + x + 0/3 = 1 \Rightarrow x = 0/15$$

$$36^\circ \times 0/15 = 54^\circ = \text{زاویه مرکزی داده ۳}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۲- گزینه «۴»

(غیرزانه فاکپاش)

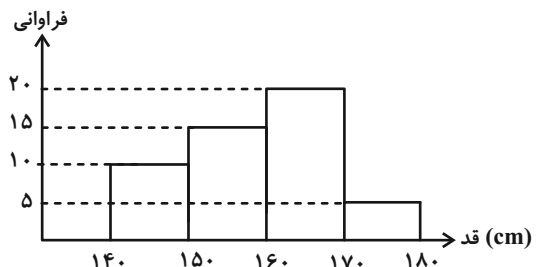
مجموع مقادیر فراوانی نسبی همواره برابر با یک است، پس داریم:

$$0/2 + t + 0/4 + 0/1 = 1 \Rightarrow t = 0/3$$

بنابراین با توجه به جدول فراوانی، $x = 10$ ، $y = 20$ و $z = 5$ است.از طرفی اندازه هر ضلع مستطیل‌ها که بر روی محور X ها (اندازه قد) قرار دارد، برابر

۱۰ است، پس مجموع مساحت مستطیل‌ها برابر است با:

$$(10 + 15 + 20 + 5) \times 10 = 50 \times 10 = 500$$



(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۳- گزینه «۳»

(غیرزانه فاکپاش)

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° است، پس داریم:

$$120^\circ + 60^\circ + 48^\circ + \alpha + \beta = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 132^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \frac{5}{6}\alpha = 132^\circ \Rightarrow \frac{11}{6}\alpha = 11 \times 12^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 72^\circ = \frac{f}{150} \times 360^\circ \Rightarrow \frac{f}{150} = \frac{1}{5} \Rightarrow f = 30$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۳۴- گزینه «۲»

(سوگنر روشنی)

چون حداکثر دو فرزند پسر در این خانواده وجود دارد، پس فضای نمونه کاهش یافته شامل ۷ عضو و به صورت زیر است:

$$S = \{(د، پ، پ)، (پ، د، پ)، (د، د، پ)، (پ، پ، د)، (د، د، د)، (پ، د، د)، (د، پ، د)\}$$

پیشامد آنکه سومین فرزند، دومین دختر خانواده باشد، به معنای آن است که از دو فرزند اول تنها یکی دختر است. پس در صورتی که این پیشامد را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$A = \{(د، د، پ)، (د، پ، د)\}$$

بنابراین احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۳۵- گزینه «۱»

(هادی قولاری)

با توجه به فرض سؤال، گوی‌ها به صورت شکل زیر خارج شده‌اند:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} : n(S) = 3 \times 2!$$

فرد زوج فرد زوج فرد

اگر گوی‌های با شماره فرد به ترتیب صعودی خارج شوند، آنگاه فقط گوی‌های با شماره زوج دارای جایگشت هستند و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} : n(A) = 2!$$

گوی ۱ زوج گوی ۳ زوج گوی ۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2!}{3! \times 2!} = \frac{1}{3!} = \frac{1}{6}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۳۶- گزینه «۱»

(هئانه اتفاقی)

فرض کنید A_1 پیشامد آفتابی بودن امروز و A_2 و A_3 به ترتیب پیشامدهای بارانی بودن فردا و آفتابی پس فردا باشند. در این صورت طبق قانون ضرب احتمال

داریم:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$$

$$= 1 \times 0/2 \times 0/3 = 0/06$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)



۳۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

$$P(A') = 0/6 \Rightarrow P(A) = 1 - 0/6 = 0/4$$

پیشامدهای A و B مستقل از یکدیگرند، پس دو پیشامد A و B' نیز مستقل

هستند و داریم:

$$P(A \cap B') = P(A)P(B') = 0/12 \Rightarrow P(B') = \frac{0/12}{0/4} = 0/3$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - 0/3 = 0/7$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A)P(B)}$$

$$= 0/4 + 0/7 - 0/4 \times 0/7 = 0/82$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۳۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر پیشامد موردنظر را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$$

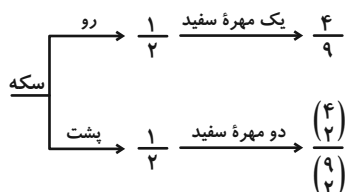
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 قرمز قرمز قرمز قرمز قرمز قرمز قرمز قرمز قرمز

$$= \frac{27}{216} + \frac{16}{216} + \frac{5}{216} = \frac{48}{216} = \frac{2}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۳۹- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)



طبق نمودار درختی فوق و با توجه به قانون بیز داریم:

$$P = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{9}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{4}{9} + \frac{2}{9}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{6}{9}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴۰- گزینه «۴»

(هانه اتفاقی)

انتخاب هر کدام از ظرف‌های اول یا دوم در مرحله اول با احتمال برابر $\frac{1}{2}$ صورت

می‌گیرد. دو حالت برای انجام این کار، امکان‌پذیر است:

حالت اول: ظرف اول در ابتدا انتخاب شود و ۲ مهره از آن خارج شده و به ظرف دوم

منتقل گردد. در این صورت از ۱۰ مهره موجود در ظرف دوم، ۲ مهره از ابتدا به ظرف

اول تعلق داشته و ۸ مهره دیگر از ابتدا در همان ظرف دوم بوده‌اند. احتمال انتخاب

یک مهره سفید از این ظرف برابر است با:

$$\frac{2}{10} \times \frac{2}{8} + \frac{8}{10} \times \frac{5}{8} = \frac{44}{80} = \frac{11}{20}$$

حالت دوم: ظرف دوم در ابتدا انتخاب شود و ۲ مهره از آن خارج شده و به ظرف اول

منتقل گردد. در این صورت از ۱۰ مهره موجود در ظرف اول، ۲ مهره از ابتدا به ظرف

دوم تعلق داشته و ۸ مهره دیگر از ابتدا در همان ظرف اول بوده‌اند. احتمال انتخاب

یک مهره سفید از این ظرف برابر است با:

$$\frac{8}{10} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{8} = \frac{26}{80} = \frac{13}{40}$$

بنابراین طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{مهره سفید}) = \frac{1}{2} \times \frac{11}{20} + \frac{1}{2} \times \frac{13}{40} = \frac{35}{80} = \frac{7}{16}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)



آمار و احتمال – سوالات آشنا

۴۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

از آن جایی که $\frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد طبقات}} = \text{طول دسته، پس:}$

$$\text{طول دسته} = \frac{52-31}{7} = 3$$

فاصله طبقات ۳ است، پس کران پایین دسته وسط یعنی دسته چهارم برابر است با:

$$\text{کران پایین دسته چهارم} = 31 + 3(3) = 40$$

بنابراین دسته وسط، بازه [۴۰, ۴۳] است. از آنجایی که مجموع درصدها برابر با ۱۰۰ است، پس درصد داده‌هایی که در این بازه قرار می‌گیرند، برابر است با:

$$37 + 48 + x = 100 \Rightarrow x = 15$$

بنابراین ۱۵٪ داده‌ها در این بازه قرار دارند، لذا:

$$F_f = \frac{f_f}{n} \times 100 \Rightarrow 15 = \frac{f_f}{80} \times 100 \Rightarrow f_f = 12$$

(آمار و احتمال-آمار توصیفی-صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۲- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

فراوانی گروه B برابر با $f_B = 74$ و مجموع فراوانی‌ها برابر با $n = 30 + 42 + 74 + 87 + 100 = 333$ است.

$$\alpha_B = \frac{f_B}{n} \times 360^\circ = \frac{74}{333} \times 360^\circ = 80^\circ$$

(آمار و احتمال-آمار توصیفی-صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۳- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$$\text{تعداد دانش‌آموزان} = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته وسط قبل از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

دانش‌آموز جدید یک واحد به فراوانی دسته چهارم و کل داده‌ها اضافه می‌کند و در فراوانی دسته وسط تأثیری ندارد.

$$\text{فراوانی نسبی دسته وسط بعد از اضافه شدن دانش‌آموز جدید} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$\text{تفاضل فراوانی‌های نسبی} = \frac{2}{7} - \frac{3}{10} = \frac{20-21}{70} = -\frac{1}{70}$$

یعنی فراوانی نسبی دسته وسط، $\frac{1}{70}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال-آمار توصیفی-صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴۴- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

بنابر تعریف احتمال شرطی، داریم:

$$P(\{b, c, e\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c, e\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})}$$

$$= \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{12}{12} - \frac{3}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{9}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{8}$$

(آمار و احتمال-احتمال-صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

احتمال شرطی است و فضای نمونه تقلیل می‌یابد، پس داریم:

تاس دوم تاس اول

$$1 \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$2 \rightarrow \{1, 2, 4, 6\}$$

$$3 \rightarrow \{1, 3, 6\}$$

$$4 \rightarrow \{1, 2, 4\}$$

$$5 \rightarrow \{1, 5\}$$

$$6 \rightarrow \{1, 2, 3, 6\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 22$$

حالا کل حالاتی که مجموع دو تاس از ۷ بیش‌تر است. عبارتند از:

$$(5, 5), (4, 4), (3, 6), (2, 6), (6, 6), (6, 3), (6, 2)$$

$$\Rightarrow n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{7}{22}$$

احتمال موردنظر برابر است با:

(آمار و احتمال-احتمال-صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)



۴۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

اگر A پیشامد قبولی در آیین نامه و B پیشامد قبولی در آزمون شهری باشد، آن گاه:

$$P(A) = 0/8, \quad P(B' | A) = 0/3 \Rightarrow P(B | A) = 1 - 0/3 = 0/7$$

بنابر قانون ضرب احتمال:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B | A) = 0/8 \times 0/7 = 0/56$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴۷- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با توجه به نمودار درختی داریم:

$$\begin{array}{l} \text{سکه} \left\{ \begin{array}{l} \text{رو بیاید} \quad \frac{1}{2} \quad \text{تاس ۵ آمده} \quad \frac{1}{6} \\ \text{پشت بیاید} \quad \frac{1}{2} \quad \text{حداقل یک تاس ۵ آمده} \quad 1 - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{11}{36} \end{array} \right. \end{array}$$

بنابراین، احتمال برابر است با:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} = \frac{17}{72}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴۸- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

اگر A پیشامد خراب بودن لامپ و B پیشامد کم مصرف بودن آن باشد، آن گاه:

$$P(B | A) = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(B') \times P(A | B')}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \times \frac{15}{100}}{\frac{3}{4} \times \frac{15}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{25}{100}} = \frac{45}{70} = \frac{9}{14}$$

توجه کنید که چون احتمال کم مصرف بودن ۳ برابر معمولی بودن است، لذا

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴۹- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب «دو فرزند اول خانواده پسر باشند» و «فرزند سوم پسر و فرزند چهارم دختر باشد» تعریف شوند. در این صورت داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

چون $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ، پس پیشامدهای A و B، نسبت به هم مستقل هستند.

احتمال هر یک از دو پیشامد «این خانواده دارای دو پسر باشد» و «این خانواده دارای دو دختر باشد» برابر است با:

$$\frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16}$$

اشتراک هر یک از این دو پیشامد با پیشامد A (دو فرزند اول خانواده پسر باشند)، پیشامد آن است که «دو فرزند اول خانواده پسر و دو فرزند دیگر خانواده دختر باشند».

باشند» که احتمال آن برابر $\frac{1}{16}$ است و در نتیجه مستقل از پیشامد A نیستند.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

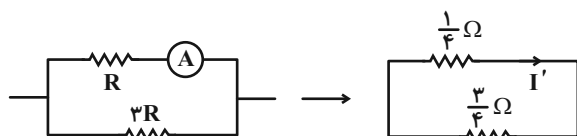
۵۰- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

برای آن که مسئله حل شود، X یا Y باید آن را حل کنند که حل آن‌ها مستقل از یکدیگر است. بنابراین داریم:

$$P(x \cup y) = P(x) + P(y) - P(x \cap y) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)



$$R'_{eq} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{3}{16} \Omega$$

$$I = \frac{V}{\frac{3}{16} + 1} = \frac{112}{19} A$$

$$I' + \frac{I'}{3} = \frac{112}{19} A \Rightarrow I' = \frac{84}{19} A$$

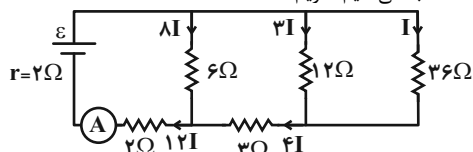
$$\frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{\frac{84}{19} - \frac{112}{19}}{\frac{112}{19}} \times 100 \approx 10\%$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۴- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا باید مشخص کنیم کدام مقاومت بیشترین توان را مصرف می‌کند. برای این کار، جریان بیشترین مقاومت را I می‌نامیم و بقیه جریان‌های عبوری از مقاومت‌ها را برحسب I محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$R' = \frac{12 \times 36}{12 + 36} = 9 \Omega$$

$$R'' = 9 + 3 = 12 \Omega$$

مقاومت R'' و 6Ω به صورت موازی بسته شده‌اند، بنابراین چون ولتاژ آن‌ها برابر است جریان عبوری از مقاومت 6Ω ، $8I$ می‌شود. جریان عبوری از مقاومت 2Ω نیز بنا به قانون گره $12I$ می‌باشد.

$$P_{36} = 36I^2, P_{12} = 12 \times (3I)^2 = 12 \times 9I^2 = 108I^2$$

$$P_7 = 3(4I)^2 = 48I^2$$

$$P_6 = 6(8I)^2 = 6 \times 64I^2 = 384I^2, P_2 = 2 \times (12I)^2 = 288I^2$$

بنابراین مقاومت 6Ω بیشترین توان را مصرف کرده است. داریم:

$$V_6 = R_6 I_6 \Rightarrow 12 = 6I_6 \Rightarrow I_6 = 2A = 8I$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} A$$

جریان عبوری از آمپر سنج برابر است با:

$$12I = 12 \times \frac{1}{4} = 3A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۳)

فیزیک (۲)

۵۱- گزینه «۳»

(معصومه شریعت‌نابری)

توان خروجی مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار است. چون در هر دو حالت توان خروجی مولد یکسان است، داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = R_2 \left(\frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2$$

$$\frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow \frac{R_1 = 3\Omega}{R_2 = 3 \times 4 = 12\Omega}$$

$$\frac{3}{(3+r)^2} = \frac{12}{(12+r)^2} \Rightarrow 6+2r = 12+r \Rightarrow r = 6\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۵۲- گزینه «۴»

(معصومه شریعت‌نابری)

از روی نمودار می‌توان گفت جریان در رأس سهمی برابر با $6A$ است، $\frac{3+9}{2}$ پس داریم:

$$I_{(max)} = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{2 \times 2} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

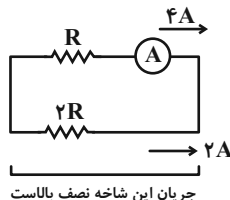
$$\frac{P_{max}}{P'} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^2}{4r} \right)}{\varepsilon I - r I^2} = \frac{\frac{24^2}{4 \times 2}}{24 \times 3 - 2 \times 9} = \frac{72}{54} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۵۳- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌نابری)

اگر هر دو کلید بسته باشند؛ مقاومت R در سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:



$$I_{کل} = 6A \Rightarrow 6 = \frac{V}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{6} \Omega$$

$$\frac{1}{6} = \frac{R \times 2R}{3R} \Rightarrow 12R = 3 \Rightarrow R = \frac{1}{4} \Omega$$

اگر کلید k_2 را باز کنیم، هیچ مقاومتی اتصال کوتاه نیست.



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم صفر خواهد شد. برای گزینه ۴ داریم:

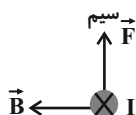
$$\vec{B} \rightarrow \vec{I} \rightarrow \theta = 0^\circ \Rightarrow F = 0$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

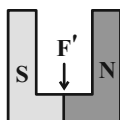
گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به شکل و قاعده دست راست، جریان سیم از B به A می‌باشد که آنرا درون سو رسم می‌کنیم و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به بالا خواهد بود. طبق قانون سوم نیوتون واکنش این نیروی (F') به ترازو رو به پایین وارد می‌شود.



اکنون اگر مقاومت رنوستا را کاهش دهیم، طبق قانون اهم جریان مدار افزایش و بنابراین نیروی F وارد بر سیم و نیروی F' وارد بر آهنربا هر دو افزایش می‌یابند و ترازو عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

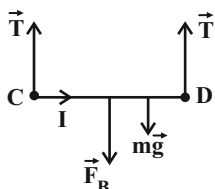


(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون جریان سیم از C به D می‌باشد، طبق قاعده دست راست، نیروی وارد بر سیم به سمت پایین است. نیروهای وارد بر سیم در شکل زیر رسم شده‌اند. چون سیم در حال تعادل است، جمع نیروهای روبه‌بالا با جمع نیروهای روبه‌پایین برابر است و داریم:



$$2T = mg + F_B \Rightarrow 2T = mg + I\ell B$$

$$\Rightarrow 2T = 80 \times 10^{-3} \times 10 + 1 \times 4 \times 10^{-3} \times 10^{-4} = 1/2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow T = 0/6 \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون دو میله A و B یکدیگر را دفع می‌کنند، قطعاً هر دو آهنربا هستند. از طرفی A و C یکدیگر را جذب می‌کنند، چون A آهنربا بوده، بنابراین C می‌تواند آهن باشد که به روش القاء جذب آهنربای A می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

گزینه «۲»

(معصومه افضلی)

مؤلفه‌های هم‌راستای \vec{B} و \vec{v} باعث ایجاد نیروی مغناطیسی نمی‌شوند. بنابراین داریم:

$$F = |q| v_y B_x \Rightarrow F = 20 \times 10^{-6} \times 1200 \times 0/02$$

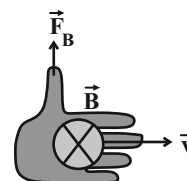
$$\Rightarrow F = 48 \times 10^{-5} \text{ N} = 4/8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌نصری)

شرط عدم انحراف ذره این است که نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. (دو نیروی خلاف جهت و هم‌اندازه) طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی رو به بالا به ذره وارد می‌شود.



پس نیروی حاصل از میدان الکتریکی باید رو به پایین باشد تا آنرا خنثی کند. از آنجایی که جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت هم‌جهت با خطوط میدان است، پس میدان باید رو به پایین باشد و لذا $V_C > V_D$ (رد گزینه‌های ۳ و ۴) از طرفی دو نیروی مغناطیسی و الکتریکی علاوه بر خلاف جهت بودن باید هم اندازه هم باشند، پس:

$$F_E = F_B$$

$$\Rightarrow E |q| = |q| v B \sin \theta$$

$$E = \frac{V}{d} \text{ ساده می‌شود. } |q|, \theta = 90^\circ \Rightarrow \frac{V}{d} = vB$$

$$\frac{V}{0/1} = 5 \times 10^{-4} \times 1000 \times 10^{-4} \Rightarrow V = 50 \text{ V}$$

$$\xrightarrow{V_C > V_D} V_C - V_D = 50 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

طبق رابطه $F_B = I\ell B \sin \theta$ ، اگر زاویه بین بردار \vec{B} و جریان I صفر یا 180° باشد، (به عبارت دیگر سیم در راستای خطوط میدان مغناطیسی قرار گیرد)، آنگاه



۶۱- گزینه «۲»

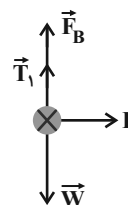
(معصومه شریعت نامری)

با توجه به جهت قرارگیری مولد، جهت جریان در میله رسانا از چپ به راست و اندازه جریان برابر است با:

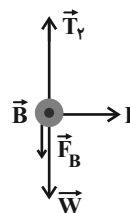
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{40}{3 + 1} \Rightarrow I = 10 \text{ A}$$

در حالت اول طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی به طرف بالا است و بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_B + T_1 = W \Rightarrow T_1 = W - F_B \quad (1)$$



$$F'_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T_2 = F'_B + W \quad (2)$$



با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) و در نظر گرفتن این نکته که چون فقط جهت میدان مغناطیسی برعکس شده است، بنابراین اندازه نیروی مغناطیسی تغییری نمی‌کند، داریم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(2), (1), F'_B = F_B} T_2 - T_1 &= (F_B + W) - (W - F_B) \\ \Rightarrow T_2 - T_1 &= 2F_B \Rightarrow T_2 - T_1 = 2ILB \sin \theta \\ \Rightarrow T_2 - T_1 &= 2 \times 10 \times 0.2 \times 0.2 \times 1 \Rightarrow T_2 - T_1 = 0.8 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۲- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر خواهد شد، بنابراین برای رسم خطوط میدان مغناطیسی، در نقاط دورتر طول بردار میدان مغناطیسی باید کوچکتر رسم شود، از طرفی طبق قاعده دست راست، گزینه ۳ صحیح است.

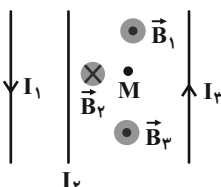
(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۳- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

طبق قاعده دست راست برای سیم حامل جریان، برآیند میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌های (۱) و (۳) را در نقطه M به دست می‌آوریم. هر دو میدان برون‌سو هستند و برآیند آن‌ها برابر است با:

$$B' = B_1 + B_3 = 0.02 + 0.07 = 0.09 \text{ T}$$



چون میدان برآیند در نقطه M صفر است، بنابراین داریم:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0 \Rightarrow B_2 = B_1 + B_3 = 0.09 \text{ T}$$

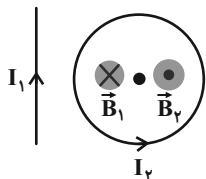
جهت جریان سیم (۲) باید به سمت بالا باشد تا میدان کل صفر گردد.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۴- گزینه «۲»

(معصومه افشلی)

با توجه به اینکه بزرگی میدان در مرکز حلقه صفر است بنابراین بردار میدان مغناطیسی حلقه هم‌اندازه و در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیم است.



$$\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 NI}{2R} \quad B_1 = B_2 = 0.3 \text{ mT} \rightarrow$$

$$3 \times 10^{-5} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times I}{2 \times 10^{-1}} \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

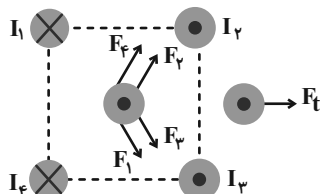
با توجه به اینکه جهت میدان حلقه در مرکز آن برون‌سو است پس جهت جریان به صورت پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۵- گزینه «۲»

(معصومه افشلی)

سیم‌های موازی با جریان‌های هم‌سو یکدیگر را جذب و سیم‌های موازی با جریان ناهم‌سو یکدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به برابری جریان‌های تمام سیم‌ها داریم:



(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)



۶۹- گزینه «۲»

(معمردشا اصفهانی)

چون توان خروجی در هر دو حالت یکسان است داریم:

$$r = \sqrt{R_{eq1} R_{eq2}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\Delta R}{4} \times \frac{R}{\Delta}} \Rightarrow r = \frac{R}{2}$$

همچنین می‌دانیم:

$$\left. \begin{aligned} I_{max} &= \frac{\varepsilon}{2r} \\ I_{max} &= \frac{I_1 + I_2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\Rightarrow \varepsilon - I_2 r = I_1 r \Rightarrow \varepsilon - I_2 r = 1/\Delta$$

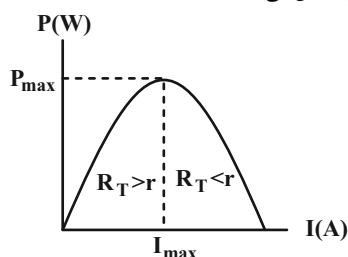
$$P = \frac{V^2}{R/4} \Rightarrow P = \frac{(\varepsilon - I_2 r)^2}{r/2} \Rightarrow P = \frac{2(1/\Delta)^2}{r} \Rightarrow P = \frac{9}{2r}$$

که منظور از حالت‌های ۱ و ۲ به ترتیب حالت‌های متوالی و موازی است.

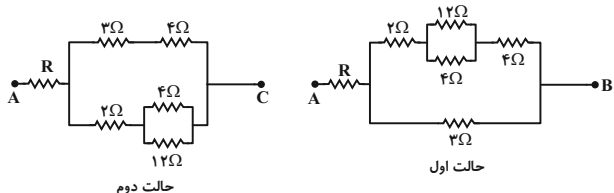
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۷۰- گزینه «۳»

(معمردشا اصفهانی)

با توجه به نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان، هر چه از I_{max} دورتر رویم، مقدار توان خروجی کاهش می‌یابد.

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow R_T = r$$

 $R_T > r$ مربوط به شاخه سمت چپ سهمی می‌باشد. در این شاخه هر چقدر R_T بزرگتر شود، توان خروجی باتری کاهش می‌یابد.حال R_T در هر حالت محاسبه می‌کنیم:

$$R_{T_2} = (2/916 + R)\Omega$$

$$R_{T_1} = (2/25 + R)\Omega$$

 $R_{T_2} > R_{T_1} > r$ هست، بنابراین حالت اول مقاومت معادل کمتر و جریانی

نزدیکتر به جریان بیشینه دارد، پس توان خروجی باتری در این حالت بیشتر است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۶۶- گزینه «۴»

(معصومه افضلی)

با توجه به اینکه جریان عبوری از قطعه سیم، عمود بر خطوط میدان جابه‌جایی خالص ندارد، بنابراین به این قطعه سیم نیروی خالصی وارد نمی‌شود.

$$F_t = 0$$

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۶۷- گزینه «۲»

(معمردشا اصفهانی)

عقربه مغناطیسی همواره در راستای مماس بر خطوط میدان مغناطیسی قرار گرفته و قطب N عقربه جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به عقربه مغناطیسی چون جهت میدان پادساعتگرد است، با بکارگیری قاعده دست راست، جهت جریان سیم باید برون‌سو باشد.

مطابق شکل صورت سوال، با انتقال عقربه مغناطیسی از نقطه A به نقطه B، عقربه ۹۰ درجه می‌چرخد.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۳، ۸۵ و ۹۳ تا ۹۸)

۶۸- گزینه «۱»

(معمردشا اصفهانی)

برای آنکه نیروی خالص وارد شده به ذره باردار صفر باشد باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با وزن آن خنثی شود. بنابراین باید نیروی مغناطیس وارد بر ذره رو به بالا و با توجه به قاعده دست راست میدان برابند حلقه‌ها در مرکز باید برون‌سو شود.

$$\vec{F}_B = -m\vec{g}$$

$$\Rightarrow |q| v B_t \sin \theta = mg$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-6} \times 20 \times B_t \times \sin 30^\circ = 5 \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow B_t = 25 \times 10^{-4} T$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 2}{2 \times 0.001} = 12 \times 10^{-4} T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R_2} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 8}{2 \times 0.002} = 24 \times 10^{-4} T$$

چون B_t از B_1 کوچکتر است، بنابراین جهت B_1 و B_2 تعیین‌کننده و برون‌سو

است. (جهت برون‌سو را مثبت فرض می‌کنیم.)

$$B_t = B_1 + B_2 - B_3$$

$$25 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-4} + B_2 - 24 \times 10^{-4} \Rightarrow B_2 = 37 \times 10^{-4} T$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{37 \times 10^{-4} \times 2 \times 0.004}{12 \times 10^{-7}} = \frac{74}{3} A$$

و چون B_2 درون‌سو است، بنابراین جهت جریان حلقه دوم ساعتگرد است.

(فیزیک ۲- مغناطیس- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۶)



شیمی (۲)

۷۱- گزینه «۲»

(پیمان فواهی مهر)

$$\Delta H_{\text{انتالپی پیوند}}(H-Cl) = \frac{b}{2} = \frac{862}{2} = 431 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = a - b \Rightarrow -184 = a - 862 \Rightarrow a = 678$$

$$a = (H-H) + (Cl-Cl) \Rightarrow 678 = 436 + (Cl-Cl)$$

$$\Rightarrow 678 = 436 + (Cl-Cl) \Rightarrow (Cl-Cl) = 242 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

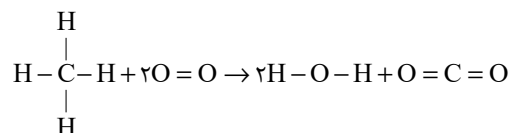
$$\Delta H_{\text{انتالپی پیوند}}(Cl-Cl) = 242 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۷۲- گزینه «۴»

(پویا رسنگاری)

واکنش انجام شده و نحوه شکستن پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها و تشکیل پیوندهای جدید در فرآورده‌ها به صورت زیر است:



در واکنش سوختن متان به ازای مصرف ۲ مول گاز اکسیژن، یک مول گاز کربن دی‌اکسید (معادل با ۴۴ گرم CO_2) و ۲ مول آب (معادل با ۳۶ گرم H_2O) تولید می‌شود. بنابراین به ازای مصرف ۲ مول گاز اکسیژن، تفاوت جرم فرآورده‌های تولید شده برابر با ۸ گرم می‌شود، پس داریم:

$$? \text{ g O}_2 = 6 \text{ g} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{8 \text{ g}} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 48 \text{ g O}_2$$

با توجه به واکنش انجام شده، ΔH واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده})$$

$$= [4\Delta H(C-H) + 2\Delta H(O=O)] - [4\Delta H(O-H) + 2\Delta H(C=O)]$$

$$= [4(16 \times 4) + 2(12 \times 13)] - [4(16 \times 4) + 2(12 \times 13)] = -802 \text{ kJ}$$

حال مقدار گرمای آزاد شده به ازای ۶ گرم تفاوت جرم فرآورده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{802 \text{ kJ}}{8 \text{ g}} \times 6 \text{ g} = 601.5 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۷۳- گزینه «۱»

(هسین نامری ثانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فرمول مولکولی ترکیب (I) $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}$ و فرمول مولکولی ترکیب (II) $\text{C}_{15}\text{H}_{10}\text{O}$ است. بنابراین:

$$\frac{108}{8} = 13.5 \text{ نسبت جرم کربن به هیدروژن در ترکیب (I)}$$

$$\frac{180}{20} = 9 \text{ نسبت جرم کربن به هیدروژن در ترکیب (II)}$$

گزینه «۲»: ترکیب (I) گروه عاملی آلدهیدی و ترکیب (II) گروه عاملی کتونی دارد.

گزینه «۳»: فرمول مولکولی ترکیب (II) به صورت $\text{C}_{15}\text{H}_{10}\text{O}$ است.

گزینه «۴»: هیچ‌یک از دو ترکیب نمی‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۴- گزینه «۴»

(هسین نامری ثانی)

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در مولکول این ترکیب یک گروه عاملی کتونی، یک گروه عاملی آلدهیدی، یک گروه عاملی الکی و یک گروه عاملی اتری وجود دارد.

عبارت دوم: فرمول مولکولی آن $\text{C}_{13}\text{H}_{12}\text{O}_4$ بوده و دارای چهار نوع گروه عاملی است.

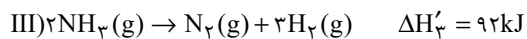
عبارت سوم:

$$100 \times \frac{\text{جرم اکسیژن در ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} = \text{درصد جرمی اکسیژن}$$

$$= \frac{(16 \times 4)}{(12 \times 13) + (1 \times 12) + (16 \times 4)} \times 100 = \frac{64}{232} \times 100 \approx 27.59\%$$

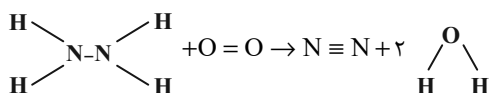


۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_f' + \Delta H_f' + \Delta H_f' = -183 - 486 + 92 = -577\text{kJ}$$

ساختار مولکول‌های موجود در معادله واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}} = [4\Delta H_{\text{N-H}} + \Delta H_{\text{N-N}} + \Delta H_{\text{O=O}}]$$

$$-[\Delta H_{\text{N} \equiv \text{N}} + 4\Delta H_{\text{O-H}}]$$

$$-577 = [4\Delta H_{\text{N-H}} + 162 + 495] - [944 + 4 \times 463]$$

$$\Delta H_{\text{N-H}} = 390 / 4\text{kJ.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۷۷- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

واکنشی که کمترین مقدار آنتالپی (۹۱ کیلوژول) را دارد، گرماگیر است و با انجام واکنش، انرژی از محیط به سامانه جریان می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در هیدرازین چهار پیوند N-H و یک پیوند N-N وجود دارد؛ در حالی که در آمونیاک تنها سه پیوند N-H داریم.

گزینه «۲»: براساس نمودار، تولید هیدرازین از گازهای هیدروژن و نیتروژن گرماگیر است.

گزینه «۳»:

$$\Delta H_f = \Delta H_1 + \Delta H = -92\text{kJ}$$

$$? \text{kJ} = 3 / 4 \text{g NH}_3 \times \frac{1 \text{mol NH}_3}{17 \text{g NH}_3} \times \frac{92 \text{kJ}}{2 \text{mol NH}_3} = 9 / 2 \text{kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۷۸- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

آنتالپی واکنش را می‌توان از تفریق مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها به دست آورد. بنابراین می‌توان نوشت:

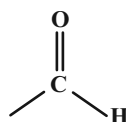
$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$-[\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [(-1410) + (-286)] - [-1560] = -136\text{kJ}$$

عبارت چهارم: این ترکیب به دلیل داشتن هیدروژن متصل به اکسیژن (گروه عاملی هیدروکسیل -OH) توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.

مطلب پنجم: در ساختار این ترکیب یک گروه عاملی آلدهیدی وجود دارد.

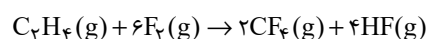


(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

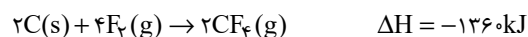
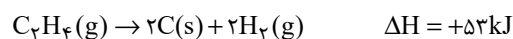
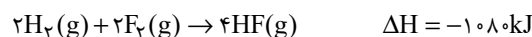
۷۵- گزینه «۲»

(مسین ناصری ثانی)

معادله موازنه شده واکنش:



واکنش (I) را معکوس و چهار برابر می‌کنیم، واکنش (II) را معکوس و واکنش (III) را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم:



در نتیجه ΔH واکنش $\text{C}_2\text{H}_4(\text{g}) + 6\text{F}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CF}_4(\text{g}) + 4\text{HF}(\text{g})$ براساس قانون هس برابر خواهد بود با:

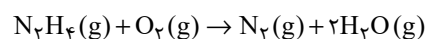
$$\Delta H = (-1080) + (+53) + (-1360) = -2387\text{kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۷۶- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

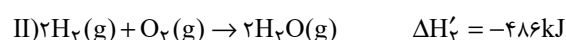
ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:



(۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم:



(۲) معادله واکنش (II) بدون تغییر





حال به ازای مصرف $7/5L$ گاز اتن، گرمای تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

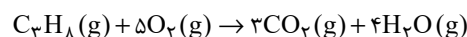
$$?kJ = 7/5L C_7H_8 \times \frac{1mol C_7H_8}{25L C_7H_8} \times \frac{136kJ}{1mol C_7H_8} = 40/8kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۷۹- گزینه «۴»

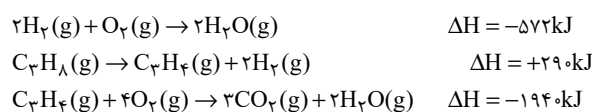
(هسین نامری ثانی)

واکنش موازنه شده سوختن کامل پروپان:



محاسبه ΔH واکنش موازنه شده سوختن کامل پروپان با کمک قانون هس و با توجه به واکنش‌های داده شده:

برای این منظور واکنش (I) را دو برابر، واکنش (II) را معکوس کرده و واکنش (III) را تغییر نمی‌دهیم. بنابراین:



مطابق قانون هس:

$$\Delta H = (-572) + (+290) + (-1940) = -2222kJ$$

بنابراین آنتالپی سوختن پروپان برابر $-2222kJ \cdot mol^{-1}$ است. از آن‌جا که ارزش سوختی بدون علامت منفی گزارش می‌شود، در نتیجه ارزش سوختی پروپان برابر خواهد بود با:

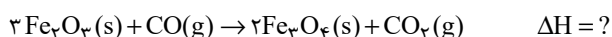
$$? \frac{kJ}{g} = \frac{2222kJ}{1mol C_3H_8} \times \frac{1mol C_3H_8}{44g C_3H_8} = 50/5 \frac{kJ}{g}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۸۰- گزینه «۱»

(رها مایی فر)

معادله موازنه شده:



واکنش (I) را در (۳) ضرب می‌کنیم.

واکنش (II) را در (۶-) ضرب می‌کنیم.

واکنش (III) را در (۲-) ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H = (3 \times (-23)) + ((-6) \times (-11)) + ((-2) \times (18)) = -39kJ$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۸۱- گزینه «۱»

(هسین نامری ثانی)

عبارت‌های (آ) و (پ) در مورد عامل یکسان بر سرعت واکنش است.

«آ»: در ارلن پر از اکسیژن غلظت گاز اکسیژن از غلظت آن در هوا بیشتر

است. (تأثیر غلظت واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «ب»: با پاشیدن گرد آهن روی شعله، سطح تماس ذرات آهن با اکسیژن هوا بیشتر می‌شود. (تأثیر سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «پ»: غلظت گاز اکسیژن در کپسول بیشتر از غلظت اکسیژن هوا

است. (تأثیر غلظت واکنش‌دهنده‌ها بر سرعت واکنش)

عبارت «ت»: در خاک باغچه کاتالیزگر مناسب برای واکنش سوختن قند وجود دارد. (تأثیر کاتالیزگر بر سرعت واکنش)

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

۸۲- گزینه «۱»

(هسین نامری ثانی)

محاسبه جرم پتاسیم نیترات مصرف شده در واکنش طی تولید $30/0$ مول گاز اکسیژن:

$$?gKNO_3 = 30/0mol O_2 \times \frac{4mol KNO_3}{5mol O_2} \times \frac{101g KNO_3}{1mol KNO_3}$$

$$= 24/24gKNO_3 \text{ (مصرف شده)}$$

محاسبه جرم اولیه پتاسیم نیترات:

مقدار باقی‌مانده + مقدار مصرف شده = مقدار اولیه KNO_3

$$= 24/24 + 15/76 = 40g$$

محاسبه سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن:

$$?mol N_2 = 30/0mol O_2 \times \frac{2mol N_2}{5mol O_2}$$

$$= 0/12mol N_2 \text{ (گاز نیتروژن تولید شده در مدت ۱۲۰ ثانیه)}$$



۸۵- گزینه «۴»

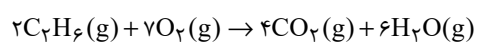
(رحیم هاشمی دهنری)

Fe_3O_4 ترکیبی جامد است و برای ماده جامد همواره غلظت ثابت است، بنابراین برای اندازه‌گیری سرعت مصرف یا تولید یک ماده جامد از یکای غلظت استفاده نمی‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۶- گزینه «۲»

(عمیر زبئی)



$$? \text{mol C}_7\text{H}_6 = 312 \text{kJ انرژی} \times \frac{1 \text{g C}_7\text{H}_6}{52 \text{kJ انرژی}} \times \frac{1 \text{mol C}_7\text{H}_6}{96 \text{g C}_7\text{H}_6}$$

$$= 0.6 \text{mol C}_7\text{H}_6$$

$$\bar{R}_{\text{C}_7\text{H}_6} = \frac{\Delta n_{\text{C}_7\text{H}_6}}{\Delta t} = \frac{0.6 \text{mol}}{3 \text{s}} \times \frac{60 \text{s}}{1 \text{min}} = 12 \text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{C}_7\text{H}_6}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۷- گزینه «۴»

(ایمان حسین‌نژاد)

مقدار هیدروژن پراکسید مصرفی پس از 75° ثانیه برابر است با:

$$0.1 = \frac{x \text{mol H}_2\text{O}_2 \text{ مصرفی}}{75 \text{s}} \Rightarrow x = 7.5 \text{mol H}_2\text{O}_2 \text{ مصرفی}$$

اکنون با توجه به اینکه هیدروژن پراکسید با چگالی $1.5 \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ مصرف و

آب با چگالی $1 \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ تولید می‌شود؛ فضای خالی ظرف واکنش پس از

75° ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$? \text{mL H}_2\text{O}_2 = 7.5 \text{mol H}_2\text{O}_2 \times \frac{34 \text{g H}_2\text{O}_2}{1 \text{mol H}_2\text{O}_2} \times \frac{1 \text{mL H}_2\text{O}_2}{1.5 \text{g H}_2\text{O}_2}$$

$$= 170 \text{mL H}_2\text{O}_2 \text{ مصرفی}$$

$$? \text{mL H}_2\text{O} = 7.5 \text{mol H}_2\text{O}_2 \times \frac{2 \text{mol H}_2\text{O}}{2 \text{mol H}_2\text{O}_2} \times \frac{18 \text{g H}_2\text{O}}{1 \text{mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{mL H}_2\text{O}}{1 \text{g H}_2\text{O}} = 135 \text{mL H}_2\text{O} \text{ تولیدی}$$

$$\Delta t = 12 \text{s} \times \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}} = 2 \text{min} \Rightarrow \bar{R}_{\text{N}_2} = \frac{\Delta n(\text{N}_2)}{\Delta t} = \frac{0.12 \text{mol}}{2 \text{min}} = 0.06 \text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۸۳- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

تنها عبارت (پ) نادرست است.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت (پ)؛ منحنی D نشان‌دهنده تولید مقدار بیشتری فرآورده است و چون در سوال گفته شده مقدار HCl کافی بوده، افزودن مقدار بیشتر تأثیری نخواهد داشت.

عبارت (ت):



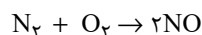
چون ضریب هر ۳ فرآورده یکسان است، پس می‌توانیم منحنی A را به هر یک از آن‌ها نسبت دهیم.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۴- گزینه «۱»

(ایمان حسین‌نژاد)

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow C_{\text{N}_2} = \frac{2}{10} = 0.2 \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}, C_{\text{O}_2} = \frac{2}{10} = 0.2 \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



غلظت اولیه: $0.2 \quad 0.2 \quad 0$

تغییرات غلظت: $-x \quad -x \quad +2x$

$2x \quad 0.2-x \quad 0.2-x$ غلظت‌ها پس از 20° ثانیه

$$0.2-x + 0.2-x = 2x \Rightarrow x = 0.1$$

$$C_{\text{NO}} = 2x = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{NO}} = \frac{0.2}{20} = 0.01 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{s}} \times 1 \text{L} \times \frac{60 \text{s}}{1 \text{min}} = 6 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{NO}}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)



۸۹- گزینه «۴»

(مرتبی حسن زاده)

$$t(0 \rightarrow 7): \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{\Delta[C_6H_{12}O_6]}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{0.03 - 0}{7 - 0} \\ = \frac{0.03}{7} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$t(7 \rightarrow 14): \bar{R}_{\text{گلوکز}} = \frac{0.04 - 0.03}{14 - 7} = \frac{0.01}{7} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{گلوکز}}}{2} \\ = \frac{0.01}{14} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{0.03}{0.01} = \frac{3}{1} = 3$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۹۰- گزینه «۱»

(مرتبی حسن زاده)

(۱) به ازای هر ۷ نفر در جهان، یک نفر گرسنه است. $\frac{1}{7} \times 100 \approx 14\%$
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) سطح اقتصادی و سطح رفاه مانند تقاضا برای غذا و به افزایش است.

(۳) سهم تولید CO_2 در رد پای غذا به مراتب بیش از سوختن سوخت‌ها در خودروها و کارخانه‌ها است.

(۴) رد پای غذا همانند رد پای آب و رد پای کربن دی‌اکسید، دارای دو چهره آشکار و پنهان است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

$$\text{حجم } H_2O_2 \text{ مصرفی} = \frac{130}{100} + \frac{(1305 - 1340)}{100} = \frac{130}{100} + \frac{35}{100} = 1.35 \text{ L}$$

$$- \frac{135}{100} = 1.000 \text{ mL}$$

اکنون مقدار گاز اکسیژن تولیدی پس از ۷۵ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } O_2 = 7 / 5 \text{ mol } H_2O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } H_2O_2} = 3 / 5 \text{ mol } O_2$$

در نهایت غلظت گاز اکسیژن برابر خواهد بود با:

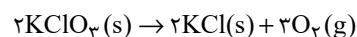
$$O_2 \text{ غلظت} = \frac{3 / 5}{1 \text{ L}} = 3 / 5 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸۸- گزینه «۳»

(مرتبی حسن زاده)

محاسبه سرعت متوسط تولید پتاسیم کلرید:



$$? \text{ mol } O_2 = 67 / 2 \text{ LO}_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22 / 4 \text{ LO}_2} = 3 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{3}{5} \text{ mol.min}^{-1} = 0.6 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}_{KCl}}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{3} \Rightarrow \bar{R}_{KCl} = \frac{2}{3} \bar{R}_{O_2} = \frac{2}{3} \times 0.6 = 0.4 \text{ mol.min}^{-1}$$

منظور از توده جامد بر جای مانده مقدار $KClO_3$ باقی‌مانده و KCl تولید شده است.

$$? \text{ g } KCl = 3 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } KCl}{2 \text{ mol } O_2} \times \frac{74.5 \text{ g } KCl}{1 \text{ mol } KCl} = 149 \text{ g } KCl$$

جرم KCl تولید شده + جرم $KClO_3$ باقی‌مانده = $271 / 5$

$$\Rightarrow \text{جرم } KClO_3 \text{ باقی‌مانده} = 271 / 5 - 149 = 122 / 5$$

$$? \text{ mol } KClO_3 = 122 / 5 \text{ g } KClO_3$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122 / 5 \text{ g } KClO_3} = 1 \text{ mol } KClO_3$$

$$\bar{R}_{KClO_3} = \bar{R}_{KCl} = 0.4 \text{ mol.min}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{KClO_3} = \frac{-\Delta n}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 0.4 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ min}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)



پدید آورندگان آزمون ۱۸ فروردین

سال یازدهم ریاضی

(مقطع دهم: اختیاری)

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱)	علی شهبابی - عادل حسینی - میلاد سجادی لاریجانی - فرنود فارسی جانی - محمد هجری - محمد بحیرایی - نیما سلطانی - میثم بهرامی جویا - مهرداد خاجی
هندسه (۱)	حسین حاجیلو - محمد خندان - امیر حسین ابومحبوب - علی فتح آبادی - محمد طاهر شعاعی - افشین خاصه خان - احمد رضا فلاح
فیزیک (۱)	محمد علی راست پیمان - خسرو ارغوانی فرد - سعید شرق - محسن قندچلر - مسعود قره خانی - زهره آقامحمدی - امیر محمودی انزابی - بیتا خورشید - حسین مخدومی
شیمی (۱)	امیر حسین طیبی - مجید توکلی - محمد رضا پور جاوید - حمید ذبحی - محمد عظیمیان زواره - آروین شجاعی

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱)	ایمان چینی فروشان	ایمان چینی فروشان	عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۱)	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	سرژ یقیازاریان تبریزی
فیزیک (۱)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	بابک اسلامی	احسان صادقی
شیمی (۱)	ایمان حسین نژاد	ایمان حسین نژاد	—	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروفنگاری و صفحه آرایی	فاطمه علی یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

ریاضی (۱)

۹۱- گزینه «۲»

(علی شعرابی)

با توجه به داده‌های مساله نتیجه می‌گیریم نقطه پایانی بازه A با نقطه

ابتدایی بازه B برابر است. $b = c$ ، $a = 1$ و $d = 6$ است.

$$2a + b - c - d = 2(1) + \underbrace{b - c}_0 - 6 = -4 \quad \text{پس:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۹۲- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

تعداد مربع‌های هاشورخورده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...
تعداد مربع‌های هاشورخورده	۱	۲	$1+3=4$	$2+4=6$	$1+3+5=9$	

در نتیجه تعداد مربع‌های هاشورخورده در شکل nام از رابطه زیر به دست

می‌آید:

$$a_n = \begin{cases} \frac{(n+1)^2}{4} & \text{ن فرد } n \\ \frac{n(n+2)}{4} & \text{ن زوج } n \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{19} = \frac{(19+1)^2}{4} = \frac{20^2}{4} = \frac{400}{4} = 100$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۹۳- گزینه «۲»

(میلاد سپادی لاریجانی)

شیب خط $y = 2x$ در واقع همان $\tan \alpha$ می‌باشد: $\tan \alpha = 2$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (\tan \alpha + 1)}{\cos \alpha (1 - \tan \alpha)} = \frac{2+1}{1-2} = \frac{3}{-1} = -3$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۹۴- گزینه «۳»

(میلاد سپادی لاریجانی)

می‌دانیم که $y = \sqrt[n]{a}$ با شرط $0 < a < 1$ ، به ازای افزایش n، افزایش

می‌یابد. در نتیجه:

$$a_5 \leftarrow \text{ریشه چهارم (+)}$$

$$a_1 \leftarrow \text{ریشه چهارم (-)}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۹۵- گزینه «۲»

(فرنود فارسی جانی)

$$\sqrt[3]{4\sqrt{8}\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{4\sqrt{2^3} \times 2^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[3]{4\sqrt{2^{\frac{11}{3}}}}$$

$$= \sqrt[3]{4 \times 2^{\frac{11}{6}}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{11}{6}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{23}{6}}}$$

$$= \frac{2^{\frac{23}{6}}}{2^{\frac{18}{6}}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)



۹۶- گزینه «۳»

(مفهم هفتم)

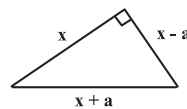
طول، عرض و قطر یک مستطیل زمانی تشکیل دنباله حسابی می‌دهند که

به صورت $3a$ ، $4a$ و $5a$ باشند.

اثبات:

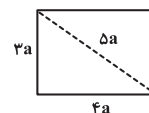
$$x^2 + x^2 - 2ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$x^2 - 4ax = 0 \Rightarrow x = 4a \Rightarrow \text{اضلاع: } 5a, 4a, 3a$$



پس مستطیل به صورت زیر است:

$$x = \text{طول} = 4a$$



$$S = \text{مساحت} = 4a \times 3a = 12a^2$$

واضح است که:

$$12a^2 = (4a)^2 \times \frac{3}{4} \xrightarrow{x=4a} f(x) = \frac{3}{4}x^2$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ و ۱۰۹)

۹۷- گزینه «۳»

(مفهم هفتم)

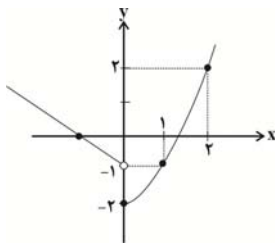
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, x \geq 0 \\ -x - 1, x < 0 \end{cases}$$

x	0	1	2
y	-2	-1	2

x	0	-1
y	-1	0

دقت کنید که در ضابطه دوم نقطه $(0, -1)$ توخالی رسم می‌شود.

با توجه به نمودار تابع، برد تابع بازه $[-2, +\infty)$ است.



(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۳)

۹۸- گزینه «۱»

(نیما سلطانی)

بین زن و شوهر باید سه نفر قرار گیرند که یک نفر آنها فرزندشان است (باید

حتماً باشد) لذا زن و شوهر را قرار داده و از بین ۵ نفر باقیمانده سه نفر را

انتخاب می‌کنیم به گونه‌ای که حتماً یکی از آن‌ها فرزندشان باشد. پس در

واقع فرزند را کنار می‌گذاریم و از بین ۴ نفر ۲ نفر انتخاب می‌کنیم که به


(مهرداد فابی)

شوهر و نفرات بین آن‌ها را یک دسته کرده و به همراه دو نفری که بیرون

قرار می گیرند جایگشت می دهیم (باید دقت کرد در داخل بسته زن و شوهر

به ۲! و ۳ نفر بین آن‌ها به ۳! حالت جایگشت دارند). جایگشت نفرات

بیرونی با بسته هم می شود! ۳ .


 \Rightarrow تعداد حالات = $\binom{4}{2} \times 2! \times 3! \times 3!$

(ریاضی ۱، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۶۹)

Handwriting practice lines with a dashed midline and a solid baseline. A small icon of a hand holding a pen is located in the top right corner.

(میشم بھرامی جويا)

تنها حالت ممکن به صورت زیر است.

— يا و — يا و —

$$\begin{array}{ccc} 2! & \times & 3! = 12 \\ \downarrow & & \searrow \end{array}$$

(ریاضی) ۱- شمارش، بدون شماردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۱



$$OC^2 = OH^2 + CH^2 \Rightarrow (4-x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8} = 0.875$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

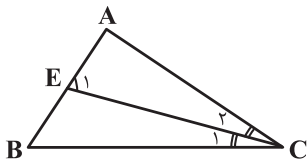
(امیرحسین ابومصوب)

۱۰۳- گزینه «۳»

نقطه E از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویه

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_r \text{ قرار دارد، پس در شکل مقابل } \hat{C}_1 = \hat{C}_r.$$

با توجه به شکل داریم:



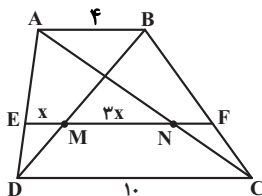
$$\left. \begin{array}{l} \triangle BEC : \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_r \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_r \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_r \Rightarrow \hat{E}_1 > \hat{C}_r$$

در مثلث AEC، زاویه E_1 بزرگتر از زاویه C_r است، پس: $AE < AC$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه ۲۲)

(علی فتح‌آباری)

۱۰۴- گزینه «۱»



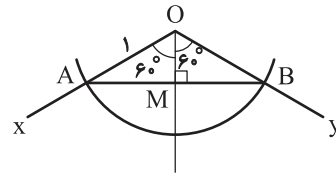
هندسه (۱)

(مسین فابیو)

۱۰۱- گزینه «۱»

با توجه به روش رسم نیمساز و شکل زیر باید $R > \frac{AB}{2}$ ، پس حداقل مقدار a

$$\text{برابر } AM = \frac{AB}{2} \text{ است، داریم:}$$

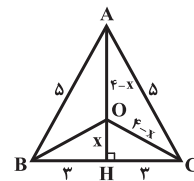


$$\triangle OAM : \sin 60^\circ = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{2} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(مهم فندان)

۱۰۲- گزینه «۳»



نقطه O، نقطه هم‌رسمی عمود منصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است،

بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیه فیثاغورس در

مثلث ABH، طول AH را به دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

با فرض $OH = x$ ، $OA = 4 - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به

یک فاصله است، پس $OB = OC = 4 - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیه

فیثاغورس در مثلث OCH، داریم:



$$\Rightarrow HM^2 = \frac{BC^2}{4} - \frac{BC^2}{16} = \frac{3BC^2}{16} \Rightarrow HM = \frac{\sqrt{3}}{4} BC \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow LG = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} BC = \frac{\sqrt{3}}{6} BC$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰، ۶۳ و ۶۷)

(امیرحسین ابومصوب)

۱۰۶- گزینه «۲»

اگر b و i به ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه‌ای اولیه و S و

S' به ترتیب مساحت‌های چندضلعی شبکه‌ای اولیه و ثانویه باشند، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$\frac{S'}{S} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{4b}{2} + 3i - 1}{\frac{b}{2} + i - 1} = 4 \Rightarrow \frac{4b}{2} + 3i - 1 = \frac{4b}{2} + 4i - 4$$

$$\Rightarrow i = 3$$

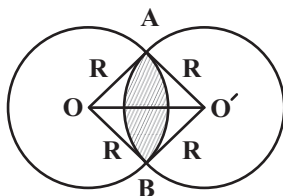
حداقل تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow S_{\min} = \frac{3}{2} + 3 - 1 = 3 \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(محمدرضا شجاعی)

۱۰۷- گزینه «۱»



$$\begin{cases} \triangle ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{x}{4} = \frac{ED}{AD} \\ \triangle ADC : EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{4x}{10} = \frac{AE}{AD} \end{cases}$$

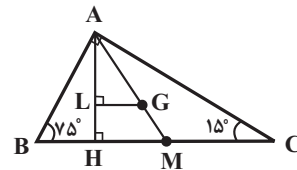
از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{4x}{10}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{10}{16} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{16}{10} = 1 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(حسین شایلو)

۱۰۵- گزینه «۴»



می‌دانیم نقطه هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. در

نتیجه داریم:

$$\triangle AHM : LG \parallel HM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{LG}{HM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow LG = \frac{2}{3} HM \quad (1)$$

از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 15° ، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول

وتر است. همچنین در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر

است، بنابراین داریم:

$$\triangle AHM : HM^2 = AM^2 - AH^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \left(\frac{BC}{4}\right)^2$$



۱۰۹- گزینه «۱»

(اعمرضا فلاح)

از نقطه A دو خط d_1 و d_2 را به موازات D و D' رسم می‌کنیم. هر صفحه شامل d_1 موازی D و هر صفحه شامل خط d_2 موازی D' است. می‌دانیم از دو خط متقاطع فقط یک صفحه می‌گذرد. پس فقط یک صفحه شامل خطوط d_1 و d_2 وجود دارد که با هر دو خط موازی می‌باشد.

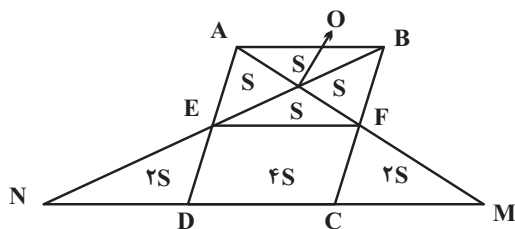
(هنر سه ۱- تبسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۱۰- گزینه «۲»

(اعمرضا فلاح)

در متوازی‌الاضلاع قطرها متوازی‌الاضلاع را به ۴ مثلث هم مساحت تقسیم می‌کنند، پس مساحت متوازی‌الاضلاع EFCD نیز برابر ۴S است. از طرفی مثلث‌های ABE و END به حالت دو زاویه و ضلع بین هم‌نهشت هستند. پس $S_{\triangle FMC} = S_{\triangle ABF} = 2S$ به همین دلیل $S_{\triangle END} = S_{\triangle ABE} = 2S$ بنابراین $S_{\triangle OMN} = 2S + 4S + 2S + S = 9S$ می‌باشد. طبق فرض

$S_{\triangle OAB} = S = 1$ پس مساحت مثلث OMN برابر ۹ واحد است.



(هنر سه ۱- پندرسلی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

مطابق شکل سطح مقطع حاصل از برخورد این دو کره، دایره‌ای به قطر AB است. طول اضلاع چهارضلعی OAO'B برابر و طول قطر OO' در این چهارضلعی $\sqrt{2}$ برابر طول هر ضلع (شعاع هر کره) است، پس طبق عکس قضیه فیثاغورس در مثلث‌های OAO' و OBO'، هر یک از زوایای A و B قائمه هستند و نتیجه این چهارضلعی مربع است. در این صورت $AB = OO' = R\sqrt{2}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{مساحت کره}} = \frac{\pi \left(\frac{R\sqrt{2}}{2} \right)^2}{4\pi R^2} = \frac{\pi R^2}{4\pi R^2} = \frac{1}{4}$$

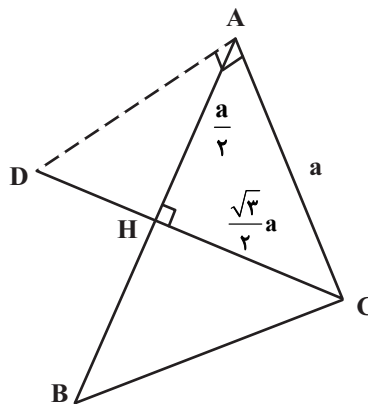
(هنر سه ۱- تبسم فضایی- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۱۰۸- گزینه «۲»

(افشین قاصدخان)

$$\triangle ADC \sim \triangle AHC$$

طبق معلومات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم.



$$a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a \times DC \Rightarrow DC = \frac{a^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} a} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{2a}{\sqrt{3}} \right)}{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{\frac{\sqrt{3} a^2}{6}}{\frac{\sqrt{3} a^2}{4}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(هنر سه ۱- قشیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)



فیزیک (۱)

۱۱۱- گزینه «۱»

(معمردلی راست پیمان)

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$1000 \text{ g} \times 100 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 1000 \text{ g} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times 100 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$$

$$= 1 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرد)

طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چون جرم آنها برابر است، پس نسبت چگالی آنها به

نسبت عکس حجم آنها می‌باشد.

$$\text{حجم ماده مکعب: } V_1 = a^3 - \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{3}\right)^3 = \frac{23}{27} a^3$$

$$\text{حجم ماده مخروط: } V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a = \frac{a^3}{4}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{a^3}{4}}{\frac{23}{27} a^3} = \frac{27}{92}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۳- گزینه «۴»

(سعید شرق)

درپوشی که پایین‌تر قرار گرفته، فشار و نیروی بیشتری را تحمل می‌کند.

فرض می‌کنیم به درپوش پایینی بیشترین نیروی قابل تحمل وارد می‌شود:

$$P = \frac{F_{\max}}{A} \Rightarrow P = \frac{28}{80 \times 10^{-4}} = 3500 \text{ Pa}$$

$$P = \rho gh \Rightarrow 3500 = 2500 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.14 \text{ m}$$

به عبارتی زمانی که فاصله درپوش پایینی از سطح آزاد مایع ۱۴ cm

می‌شود، به این درپوش حداکثر نیروی قابل تحمل وارد می‌شود.

در موقعیت شکل داده شده فاصله درپوش پایینی از سطح آزاد مایع،

۱۰ cm = ۱۲ - ۲۲ است، پس می‌تواند ۴ cm = ۱۰ - ۱۴ دیگر ارتفاع زیاد

شود، یعنی می‌توانیم $320 \text{ cm}^3 = 4 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}^2$ مایع اضافه کنیم.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۱۴- گزینه «۲»

(مسن قنبر)

چون آب از مقطع (۱) با سطح مقطع کوچکتر به مقطع (۲) با سطح مقطع

بزرگتر می‌رود، بنابراین طبق معادله پیوستگی، تندی آن کاهش می‌یابد.



۱۱۶- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)

با استفاده از رابطه بازده، داریم:

$$\eta = \frac{mgh}{P_{\text{ورودی}} t} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_B}{\eta_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{t_A}{t_B} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{t_A}{t_B}$$

$$\frac{\eta_B = 1/2 \eta_A}{\Rightarrow \eta_B = 1/2 \eta_A} \rightarrow 1/2 = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{3}{4} \Rightarrow V_B = 6/4 m^3$$

$$\Rightarrow V_B = 6400 L$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۱۷- گزینه «۳»

(امیر محمودی انزابی)

با توجه به رابطه تغییرات چگالی بر حسب دما، داریم:

$$\Delta \rho = -\rho_1 (\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -\alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{-0.6}{100} = -\alpha \times 10 \Rightarrow \alpha = 2/5 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

برای افزایش طول داریم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta L = 2/5 \times 10^{-5} \times 200 \times 40 \Rightarrow \Delta L = 0.2 cm$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

$$D_2 = (D_1 + 12) cm$$

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$v_2 = v_1 - 0.4 v_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 0.6$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi \frac{D_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{D_2^2}{4} v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{0.6}{100} = \left(\frac{D_1}{D_1 + 12}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{D_1}{D_1 + 12} \Rightarrow D_1 = 8 cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۱۵- گزینه «۱»

(مسعود قره‌فانی)

برای محاسبه کار نیروی اصطکاک، داریم:

$$\Delta h = h_B - h_A = 3 - 5 = -2 m$$

$$W_f = \Delta K + \Delta U$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + mg \Delta h$$

$$\Rightarrow -40 = \frac{1}{2} \times 2 (v_B^2 - 5^2) + 2 \times 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow -40 = v_B^2 - 5^2 - 40 \Rightarrow v_B^2 = 25 \Rightarrow v_B = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)



$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow T_{\max} - T_{\min} = T_c - T_a = \frac{P_c V_c}{nR} - \frac{P_a V_a}{nR}$$

$$\Rightarrow T_{\max} - T_{\min} = \frac{(8 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3}) - (3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3})}{8.314}$$

$$\Rightarrow T_{\max} - T_{\min} = 85^\circ \text{K} = 85^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

(فسین مفرومی)

۱۲۰- گزینه «۱»

ابتدا کار تولیدی ماشین گرمایی آرمانی طی یک چرخه را به دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow |W| = \eta Q_H = \frac{4}{10} \times 270 = 108 \text{ kJ}$$

$$W_T = (4 \times 108) \text{ kJ} \quad \text{کار کل طی چهار چرخه برابر است با:}$$

برای بالا بردن یک جسم تا ارتفاع معین با تندی ثابت، کار انجام شده توسط

ماشین صرف غلبه بر کار نیروی وزن می‌شود و به صورت انرژی پتانسیل

گراشی در جسم ذخیره می‌شود. بنابراین:

$$W_T = mgh \Rightarrow 4 \times 108 \times 10^3 = m \times 10 \times 10 / 8$$

$$\Rightarrow m = 4 \times 10^3 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

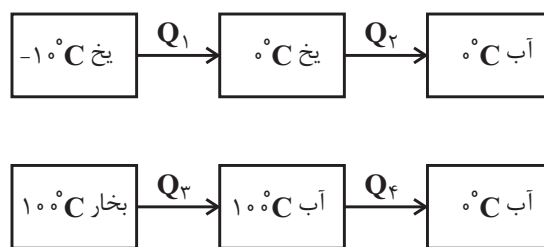
۱۱۸- گزینه «۴»

(بیثا فورشید)

چون حداقل مقدار بخار آب خواسته شده است، پس دمای تعادل صفر درجه

سلسیوس خواهد بود و طی این فرایند بخار آب 100°C به آب صفر درجه

سلسیوس تبدیل خواهد شد. داریم:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta \theta_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}} L_F - m_{\text{بخار}} L_V + m_{\text{بخار}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow 640 \times \frac{1}{2} \times c_{\text{آب}} \times (0 + 10) + 640 \times 80 \times c_{\text{آب}} - m \times 540 \times c_{\text{آب}}$$

$$+ m \times c_{\text{آب}} \times (0 - 100) = 0$$

$$\Rightarrow 3200 + 51200 = 540m + 100m \Rightarrow m = 85 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما - صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۱۱۹- گزینه «۳»

(مهم علی راست پیمان)

طبق معادله حالت گازهای کامل، دمای مطلق مقدار معینی گاز با

حاصل ضرب فشار در حجم آن متناسب است. بنابراین داریم:



شیمی (۱)

۱۲۱- گزینه «۲»

(امیر حسین طیبی)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ذرات زیراتمی باردار یعنی الکترون‌ها و پروتون‌ها:

$$\text{CN}^- \begin{cases} e = 6 + 7 + 1 = 14 \\ p = 6 + 7 = 13 \end{cases} \Rightarrow 13 + 14 = 27$$

گزینه «۲»: مجموع الکترون‌ها و نوترون‌ها:

$$\text{NO}_2^+ \begin{cases} e = 7 + 2(8) - 1 = 22 \\ n = 7 + 2(8) = 23 \end{cases} \Rightarrow 22 + 23 = 45$$

گزینه «۳»: ذرات زیراتمی درون هسته یعنی پروتون و نوترون در یون

 ClO_2^- برابر است با:

$$\text{ClO}_2^- \begin{cases} p = 17 + 2(8) = 33 \\ n = 18 + 2(8) = 34 \end{cases} \Rightarrow 33 + 34 = 67$$

گزینه «۴»: در یون PH_4^+ می‌توان نوشت:

$$\text{PH}_4^+ \begin{cases} e = 15 + 4(1) - 1 = 18 \\ p = 15 + 4(1) = 19 \\ n = 16 + 4(0) = 16 \end{cases} \Rightarrow 18 + 19 + 16 = 53$$

(شیمی-۱-کیهان، زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۲۲- گزینه «۲»

(میدر توکلی)

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{2}{1} \text{ Na}_2\text{S} \text{ (سدیم سولفید)}$$

$$3 = 2 \times 5 / 1 = \text{تفاوت ذره‌های بنیادی این دو ایزوتوپ}$$

$$28 \text{ amu} = 25 + 3 = \text{جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر}$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \text{درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر} \\ F_2 &= \text{درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر} \end{aligned} \right\} F_1 + F_2 = 4F_1 = 100$$

$$F_1 = 3F_2 = \text{درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = 25\% \\ F_2 = 75\% \end{cases}$$

$$\overline{M} = \frac{(25 \times 28) + (75 \times 25)}{100} = 25.75 \text{ amu}$$

(شیمی-۱-کیهان، زادگاه الفبای هستی- صفحه ۱۵)

۱۲۳- گزینه «۴»

(محمدرضا پورجاوید)

نام درست ترکیب‌هایی که به اشتباه در صورت سؤال نوشته شده‌اند، عبارتند

از:

NiO : نیکل (II) اکسید

 P_2O_6 : تترافسفر هگزا اکسید

ZnS : روی سولفید



CrO_2 : کروم (IV) اکسید

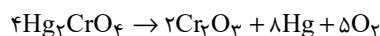
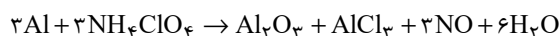
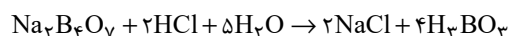
N_2O : دی‌نیتروژن مونوکسید

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۲۴- گزینه «۱»

(معمدرضا پورباوید)

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:



نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها در آن‌ها به ترتیب $\frac{8}{6}$ ،

$$\frac{18}{17} \text{ و } \frac{4}{15} \text{، } \frac{6}{11} \text{ است.}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۵- گزینه «۴»

(ممید زبمی)

اکسیژن دارای دو دگرشکل O_2 و O_3 است.

گزینه «۱»: دگرشکل سبک‌تر (O_2)، نقطه جوش پایین‌تری نسبت به

O_3 دارد و دیرتر مایع می‌شود.

گزینه «۲»: در دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر (شرایط

STP)، حجم مولی گازها برابر 22.4 لیتر بر مول است نه هر دما و فشاری!

گزینه «۳»: چون جرم مولی O_2 از O_3 کمتر است، پس در جرم‌های

برابر، مول O_2 بیشتر خواهد بود و حجم بیشتری اشغال خواهد کرد.

گزینه «۴»: چون جرم مولی O_3 (دگرشکل واکنش پذیرتر) بیشتر است و

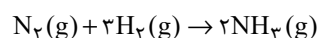
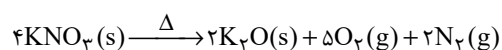
حجم مولی آن دو یکی است، پس چگالی آن بیشتر خواهد بود.

$$d_{\text{گاز}} = \frac{M_{\text{مولی}}}{V_{\text{مولی}}} \Rightarrow d_{\text{O}_3} = \frac{48}{V_{\text{مولی}}}, d_{\text{O}_2} = \frac{32}{V_{\text{مولی}}}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۴، ۷۸ و ۷۹)

۱۲۶- گزینه «۳»

(معمد عقیمیان زواره)



کاهش جرم ایجاد شده مربوط به جرم O_2 و N_2 تولید شده است. به

ازای مصرف ۴ مول KNO_3 ، ۲۱۶ گرم کاهش جرم رخ می‌دهد (مجموع

جرم ۵ مول O_2 و ۲ مول N_2)

$$?LO_2 = 43 / 2g \times \frac{5\text{mol O}_2}{216g \text{ کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22 / 4LO_2}{1\text{mol O}_2} = 22 / 4LO_2$$



۱۲۸- گزینه «۱»

(آروین شاعی)

$$S_{40}^{\circ}C = (3/6 \times 40) + 26 = 17^{\circ}C$$

$$S_{10}^{\circ}C = (3/6 \times 10) + 26 = 62^{\circ}C$$

$$\text{جرم رسوب} = \frac{(S_{40} - S_{10}) \times \text{جرم محلول}}{S_{40} - 100} = \frac{(17 - 62) \times 540}{270} = 216g$$

با توجه به انحلال پذیری، جرم محلول در دمای $10^{\circ}C$ برابر $162g$ است:

$$\text{محلول } L = 162g \times \frac{1mL}{1/2g} \times \frac{1L}{1000mL} = 0/135L$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{62}{0/135L} = 457mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۱۲۹- گزینه «۳»

(کتاب جامع آبی)

غلظت مولی محلول‌ها را با M نمایش می‌دهیم.

بررسی گزینه‌ها:

$$M_3 = \frac{4 \times 0/005(mol)}{50 \times 10^{-3}(L)} = 0/4 mol.L^{-1} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$M_4 = \frac{4 \times 0/005(mol)}{50 \times 10^{-3}(L)} = 0/4 mol.L^{-1}$$

$$M_5 = \frac{2 \times 0/005(mol)}{25 \times 10^{-3}(L)} = 0/4 mol.L^{-1}$$

$$?mol N_2 = \frac{2mol N_2}{\text{کاهش جرم } 216g} \times \text{کاهش جرم } 43/2g = 0/4mol N_2$$

$$?gNH_3 = 0/4mol N_2 \times \frac{2mol NH_3}{1mol N_2} \times \frac{17g NH_3}{1mol NH_3} = 13/6g NH_3$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۲۷- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

فقط مورد (ب) نادرست است. موارد «آ»، «پ» و «ت» مطابق متن کتاب

درسی درست‌اند.

بررسی مورد (ب) اتانول به دلیل قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی بین

مولکول‌های خود، نقطه جوش بیشتری نسبت به استون دارد.

بررسی مورد (ث) در فرایند اسمز معکوس چون آب از محیط غلیظ به رقیق

جابه‌جا می‌شود، در نتیجه یک طرف غشا مدام غلیظ‌تر و یک طرف غشا

مدام رقیق‌تر می‌شود. در نتیجه اختلاف غلظت محلول‌های دو سوی غشا

افزایش می‌یابد. (درست)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۹)



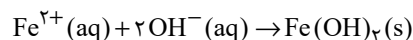
گزینه «۲»: غلظت مولی محلول حاصل از اختلاط محلول‌های (۱)، (۲) و

(۳) را با $M_{1,2,3}$ نمایش می‌دهیم.

$$M_{1,2,3} = \frac{24 \times 0.005 \text{ (mol)}}{150 \times 10^{-3} \text{ (L)}} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M_6 = \frac{4 \times 0.005 \text{ (mol)}}{25 \times 10^{-3} \text{ (L)}} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

گزینه «۳»:



در گزینه‌های بالا غلظت محلول‌های (۳) و (۶) را محاسبه کردیم. از آنجا که

غلظت محلول (۶) دو برابر محلول (۳) است، پس یون‌ها به‌طور کامل با

یکدیگر واکنش می‌دهند. از این رو برای محاسبه جرم محصول می‌توان از

حجم و غلظت یکی از محلول‌ها استفاده نمود. ما برای محاسبات از محلول

(۳) استفاده می‌کنیم.

$$? \text{g Fe}(\text{OH})_2 = 50 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.8 \text{ mol Fe}^{2+}}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2}{1 \text{ mol Fe}^{2+}} \times \frac{90 \text{ g Fe}(\text{OH})_2}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2} = 3.6 \text{ g Fe}(\text{OH})_2$$

گزینه «۴»:

$$\left. \begin{aligned} M_\Delta &= \frac{2 \times 0.005 \text{ (mol)}}{25 \times 10^{-3} \text{ (L)}} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1} \\ M'_\Delta &= \frac{(2 \times 0.005) \times 3}{(25 + 95) \times 10^{-3}} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \frac{M'_\Delta}{M_\Delta} &= \frac{0.25}{0.4} = \frac{5}{8} \end{aligned} \right\}$$

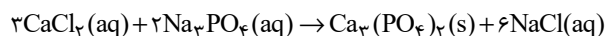
(شیمی - آ، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۲۰)

۱۳۰ - گزینه «۴»

(امیرحسین طیبی)

می‌دانیم که از واکنش محلول کلسیم کلرید و سدیم فسفات مطابق واکنش زیر

رسوب سفید رنگ کلسیم فسفات تشکیل می‌شود.



$$? \text{g Ca}_3(\text{PO}_4)_2 = 0.2 \text{ L محلول} \times \frac{0.6 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{3 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{310 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}$$

$$= 12.4 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2$$

محلول CaCl_2 اولیه ۰/۶ مولار بوده در نتیجه غلظت یون Cl^{-} در آن ۱/۲

مولار است.

$$M_1 \times V_1 = M_2 \times V_2 \Rightarrow 1/2 \times 0.2 = M_2 \times (0.2 + 0.1)$$

$$\Rightarrow M_2 = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی - آ، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۰)

پاسخ تشریحی آزمون دانش شناختی ۱۸ فروردین ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمونهای قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد را برای مدیریت منابع توجهی مفید می‌دانید؟

۱. تغییر تکلیف
۲. استفاده از زمانسنج برای تمرکز در بازه‌های زمانی
۳. انتخاب محیط مناسب برای مطالعه
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. مطالعه و انجام صرفاً یک تکلیف منجر به یکنواختی و خستگی می‌شود، بنابراین برای مدیریت منابع توجهی بهتر است که در طول روز فقط بر روی یک تکلیف متمرکز نشوید. همچنین استفاده از زمان سنج برای تعیین بازه‌های زمانی استراحت، به افزایش بازدهی و مدیریت مناسب منابع توجهی کمک می‌کند. بدیهی است که محیط مناسب مطالعه که به دور از سر و صدا و عوامل پرت کننده‌ی حواس باشد نیز برای مدیریت توجه مان مفید است.

۲۶۲. برای تمرکز بیشتر روی یک موضوع درسی کدام گزینه را مفید می‌دانید؟

۱. تعیین بازه زمانی مشخص برای مطالعه
۲. تعیین محتوای مشخص برای مطالعه
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. بودجه بندی کردن مطالب قبل از شروع مطالعه و تعیین بازه زمانی برای مطالعه‌ی هر مبحث مشخص برای نظم ذهنی و در نتیجه مدیریت توجه و تمرکز برای مطالعه‌ی موضوع‌های درسی مفید است.

۲۶۳. کدام گزینه مانع تمرکز برای مطالعه می‌شود؟

۱. تمرکز روی یک فعالیت در لحظه
۲. فواصل استراحت با تنفس عمیق
۳. در دسترس بودن وسایل ارتباطی
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. وسایل ارتباطی (مثل گوشی، تبلت و...) جزو عوامل پرت کننده‌ی حواس هستند و در دسترس بودن آنها حین مطالعه مانع تمرکز می‌شود. زمانی که در حین مطالعه از این وسایل استفاده می‌کنید و برای مثال شبکه‌های اجتماعی را چک می‌کنید، به علت جذابیتهای این شبکه‌ها دارند، منابع توجهی شما درگیر آنها می‌شوند، در نتیجه هم متوجه گذر زمان نمی‌شوید و ممکن است مدت زمان زیادی را صرف گشتن در این شبکه‌ها کنید و هم کندن توجهتان از آنها و دوباره درگیر شدن با مطالب درسی و متمرکز شدن روی آنها برایتان دشوار خواهد شد.

۲۶۴. کدام مورد را برای به خاطر سپاری یک لیست مفیدتر است؟

۱. یادگیری مبتنی بر معنی
۲. یادگیری مبتنی بر وزن/قافیه
۳. یادگیری مبتنی بر شکل ظاهری کلمات
۴. فرقی ندارد.

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. درک معنی و ایجاد ارتباط بین مطالب مختلف از راهبردهای مهم برای به خاطر سپاری مطالب است. سطح پردازش اطلاعات بر اساس معنی عمیق‌تر است که موجب ماندگاری بیشتر آن می‌شود.

۲۶۵. کدام مورد در خصوص اثر خواب بر یادگیری صحیح است؟

۱. خواب مناسب، قبل از یادگیری، برای یادگیری ضروری است.
۲. خواب موجب تثبیت اطلاعاتی که قبلاً یادگرفته‌ایم می‌شود.
۳. خواب اثری بر یادگیری ندارد.
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. خواب مناسب هم قبل از یادگیری برای تمرکز و توجه ضروری است، چون در صورت خستگی بازدهی برای یادگیری کاهش می‌یابد و هم از طرف دیگر خواب بخاطر وقفه و استراحتی که ایجاد می‌کند منجر به پردازش و تثبیت اطلاعاتی می‌شود که یادگرفته‌ایم.

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از نشانه‌های محیطی برای یادگیری درست است؟

۱. مفید است و باید مطالب را وابسته به این نشانه‌ها حفظ کرد.
۲. مفید است اما باید وابستگی به این نشانه‌ها را به تدریج کم کرد.
۳. نشانه‌های محیطی اثری بر یادگیری ندارد.
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. به طور کلی استفاده از نشانه‌های مختلف برای یادگیری مفید است اما باید توجه داشت که بعد از اینکه مطلبی یادگرفته شد، وابستگی به این نشانه‌ها کم شود تا یادآوری منوط به وجود این نشانه‌ها نباشد و یادگیری به سایر موقعیت‌ها بدون حضور نشانه‌ها نیز انتقال یابد.

۲۶۷. راه حل‌های متفاوت در چه زمانی بیشتر به ذهن می‌رسند؟

۱. در زمان هیجان مثبت به مساله
۲. در زمان هیجان منفی به مساله
۳. هیجان اثری بر خلاقیت ندارد.
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. زمانی که با یک مسئله و یا چالش مواجه می‌شوید، در صورتی که به مسئله با دید و هیجان مثبتی نگاه کنید و یا به عبارت دیگر نسبت به تجربیات جدید پذیرا باشید، این تجربه‌ی هیجان مثبت کمک می‌کند تا راه‌حل‌های خلاقانه‌تر و متفاوت‌تری پیدا کنید نسبت به زمانی که با هیجان منفی مثل غم و اضطراب به موضوع نگاه می‌کنید و دیدتان این است که هیچ راه حلی نمی‌توان پیدا کرد.

۲۶۸. کدام مورد در مورد یادگیری مشارکتی صحیح است؟

۱. به دلیل احتمال اشتباه دیگران می‌تواند ما را به اشتباه بیاندازد.
۲. به دلیل بازسازی مطالب توسط دیگران موجب فراگیری بهتر مطالب می‌شود.
۳. اثری بر می‌زان یادگیری ندارد.
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۲ صحیح است. یادگیری مشارکتی باعث می‌شود تا مبحث مورد نظر را از دیدگاه‌های مختلف ببینید و با استفاده از بارش فکری گروهی، راه‌حل را پیدا کنید که این نوع یادگیری اکتشافی و بازسازی و بیان مطالب از زبان دیگران، منجر به خلاقیت و تثبیت بهتر اطلاعات می‌شود.

۲۶۹. کدام گزینه خلاقیت را در یادگیری بیشتر می‌کند؟

۱. پرسیدن از دیگران
۲. تلاش برای داشتن نگاه غیر واقعی
۳. گرفتن بازخورد دیگران
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. همه موارد در افزایش خلاقیت موثر هستند. زمانی که شما با دیگران بحث و گفت‌وگو می‌کنید و یا بازخورد می‌گیرید، باعث می‌شود تا ایده‌های جدیدی به ذهنتان برسد که به افزایش خلاقیت کمک می‌کند. همچنین نگاه کردن به موضوع با دیدی متفاوت نسبت به دیدگاه‌های روتین نیز در افزایش خلاقیت موثر است.