



## پدید آورندگان آزمون ۷ فروردین سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	مجتبی نادری - محمدابراهیم توزنده‌جانی - حمید قانع - محمد حمیدی - سهند فرهنگی - میلاد سجادی لاریجانی - میثم حمزه‌لویی - احسان غنی‌زاده - حمید علیزاده - سعید عزیزی - امیر وفائی
هندسه (۲)	فرشاد فرامرزی - مسعود درویشی - امیر وفائی - فرزانه خاکپاش - امیرحسین ابومحبوب - محمد خندان - رضا عباسی اصل
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - فرزانه خاکپاش - امیرحسین ابومحبوب - نیلوفر مهدوی - امیر هوشنگ خمسه - مرتضی فهیم‌علوی
فیزیک (۲)	بهنام رستمی - معصومه افضلی - بیتا خورشید - سعید اردم - سعید شرق
شیمی (۲)	پیمان خواجه‌وی مجد - میرحسن حسینی - علیرضا کیانی دوست - احمدرضا جعفری نژاد - محمد عظیمیان زواره - پویا رستگاری - رسول عابدینی زواره - عباس هنرجو - امیرحسین طیبی - امیر حاتمیان - محمد وزیری - حمید ذبحی

### گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیق‌آزarian تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیق‌آزarian تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، محمدرضا اصفهانی، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	احسان صادقی
شیمی (۲)	ایمان حسین نژاد	ایمان حسین نژاد	مهلا تابش‌نیا، مسعود خانی	امیرحسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروفنگاری و صفحه‌آرایی	فاطمه علی‌یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)



## حسابان (۱)

## ۱- گزینه «۲»

(مقتبی نادری)

اگر مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی به صورت  $S_n = an^2 + bn$  باشد، آنگاه قدرنسبت این دنباله برابر  $2a$  است. لذا داریم:

$$S_n = 2n^2 + 3n \Rightarrow \text{قدرنسبت} = d = 2 \times 2 = 4$$

همچنین می‌دانیم:

$$\begin{aligned} S_1 &= t_1 = 5 \\ t_4 + t_7 &= (t_1 + 3d) + (t_1 + 6d) = (5 + 3 \times 4) + (5 + 6 \times 4) \\ &= (5 + 12) + (5 + 24) = 17 + 29 = 46 \end{aligned}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۲ تا ۴)

## ۲- گزینه «۴»

(معمراهریم توزنره‌فانی)

عبارت داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^y \left( 1 - \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} + \dots - \frac{y^y}{x^y} \right)$$

حال جملات داخل پرانتز، یک دنباله هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت

$$-\frac{y}{x} \text{ تشکیل می‌دهند.}$$

$$\text{با استفاده از رابطه } S = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ داریم:}$$

$$x^y \times \frac{1 - \left(-\frac{y}{x}\right)^y}{1 - \left(-\frac{y}{x}\right)} = x^y \times \frac{1 - \frac{y^y}{x^y}}{1 + \frac{y}{x}} = \frac{x^y - y^y}{x + y}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۴ تا ۶)

## ۳- گزینه «۴»

(میر قانع)

$$S = -\frac{b}{a} = -2k$$

$$P = \frac{c}{a} = 3k + 1$$

$$S - P = 4 \Rightarrow -2k - 3k - 1 = 4 \Rightarrow k = -1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0, \quad S = 2, \quad P = -2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 4 + 4 = 8$$

(مسایان ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۸ و ۹)

## ۴- گزینه «۳»

(مقتبی نادری)

با استفاده از تغییر متغیر مناسب  $\sqrt{x-1} = t$  داریم:

$$\sqrt{x-1} = t \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-1 = t^2 \Rightarrow x = t^2 + 1$$

$$t + \sqrt{t^2 + 1 - 2t} = 1 \Rightarrow \sqrt{t^2 - 2t + 1} = 1 - t$$

$$\Rightarrow \sqrt{(t-1)^2} = 1 - t \Rightarrow |t-1| = -(t-1)$$

$$\Rightarrow t-1 \leq 0 \Rightarrow t \leq 1 \xrightarrow{t=\sqrt{x-1}} \sqrt{x-1} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x-1 \leq 1 \Rightarrow x \leq 2 \quad (I)$$

از طرفی دیگر باید زیر رادیکال نامنفی باشد، لذا داریم:

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (II)$$

$$x - 2\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow x \geq 2\sqrt{x-1} \xrightarrow{x \geq 0} x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II) \cap (III)} 1 \leq x \leq 2$$

بنابراین  $x=1$  و  $x=2$  جواب‌های صحیح معادله‌اند.

(مسایان ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

## ۵- گزینه «۴»

(معمراهریم)

با بررسی دامنه معادله داریم:

$$-x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4(-1)(-3) = 4 - 12 = -8$$

همچنین ضریب  $x^2$  برابر  $(-1)$  است، در نتیجه عبارت زیر رادیکال (با

فرجه ۲) همواره منفی است. لذا معادله داده شده جواب ندارد.

(مسایان ۱- پیر و معارله - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)



## ۶- گزینه «۴»

(معمّر همبیری)

$$\text{کیلوگرم} = \frac{4}{100} \times 200 = 8$$

دقت شود که  $x$  (مقدار نمک اضافه شده) هم به نمک و هم به جرم محلول اضافه می‌شود. با تبخیر شدن ۱۲ کیلوگرم از آب محلول، طبق فرض داریم:

$$x : \frac{8+x}{200-12+x} = \frac{20}{100}$$

$$80 + 10x = 400 - 24 + 2x \Rightarrow 8x = 296 \Rightarrow x = 37$$

(مسابان ۱- فیبر و معارله - صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

## ۷- گزینه «۲»

(مجتبی نادرری)

فرض می‌کنیم  $x^2 + 2x = t$  باشد، داریم:

$$\frac{t+7}{t+3} = t+4 \Rightarrow t+7 = (t+3)(t+4)$$

$$\Rightarrow t+7 = t^2 + 7t + 12 \Rightarrow t^2 + 6t + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (t+1)(t+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{اگر } t = -1 \Rightarrow x^2 + 2x = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \\ \Rightarrow x = -1 \\ \text{اگر } t = -5 \Rightarrow x^2 + 2x = -5 \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = 0 \\ \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین معادله تنها یک جواب حقیقی و متمایز دارد.

(مسابان ۱- فیبر و معارله - صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ و ۱۹)

## ۸- گزینه «۳»

(مجتبی نادرری)

$$|f(x)| = |g(x)| \Rightarrow f(x) = \pm g(x)$$

می‌دانیم:

بنابراین در معادله داده شده داریم:

$$|x^2 - 2x| = 1 \Rightarrow x^2 - 2x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 1 \\ x^2 - 2x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-1) = 8 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} > 0 \\ x = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} < 0 \end{cases} \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 > 0 \end{cases}$$

لذا معادله دو ریشه حقیقی متمایز مثبت دارد.

(مسابان ۱- فیبر و معارله - صفحه‌های ۲۳ و ۲۸)

## ۹- گزینه «۳»

(سهرن فرهنگی)

با توجه به شکل،  $M$  وسط دو نقطه  $C$  و  $B$  می‌باشد. پس:

$$M\left(\frac{4+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = (3, 1)$$

$$AM = \sqrt{(4-3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

پس:

برای پیدا کردن طول ارتفاع  $AH$  ابتدا معادله خط گذرا از  $B$  و  $C$  را نوشته سپس فاصله نقطه  $A$  از خط  $BC$  را محاسبه می‌کنیم.

$$m_{BC} = \frac{3-(-1)}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y+1 = 2(x-2) \Rightarrow y - 2x + 5 = 0$$

$$AH = \frac{|4-8+5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHM$ ، داریم:

$$(AM)^2 = (MH)^2 + (AH)^2 \Rightarrow 5 = (MH)^2 + 5$$

$$\Rightarrow (MH)^2 = 0 \Rightarrow MH = 0$$

(مسابان ۱- فیبر و معارله - صفحه‌های ۲۹ و ۳۶)

## ۱۰- گزینه «۴»

(میلاد سپاری لاریجانی)

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: در بازه  $[0, 1]$ ، مقدار تابع  $y = 0$  است که یک‌به‌یک نیست.گزینه «۲»: به ازای  $x = 1$  و  $x = -1$  مقدار تابع  $g(x) = x^2 |x|$  برابر



$$\begin{cases} r = \frac{1}{3}h \Rightarrow h = 3r \\ V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h \xrightarrow{h=3r} V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 3r \\ \Rightarrow V = \pi r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{V}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}} \end{cases}$$

توجه داشته باشید که حجم مخروط به شعاع قاعده  $r$  و ارتفاع  $h$  برابر

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ است.}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

(میثم حمزه لویی)

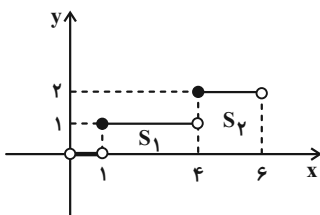
### ۱۲- گزینه «۲»

نمودار تابع را در بازه  $(0, 6)$  رسم می‌کنیم:

$$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < \sqrt{x} < 1 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 0$$

$$1 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x} < 2 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 1$$

$$4 \leq x < 6 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{x} < \sqrt{6} \Rightarrow [\sqrt{x}] = 2$$



$$\text{مساحت} = S_1 + S_2 = 3 \times 1 + 2 \times 2 = 7$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳ و ۶۶ تا ۷۰)

(افسان غنی‌زاده)

### ۱۳- گزینه «۲»

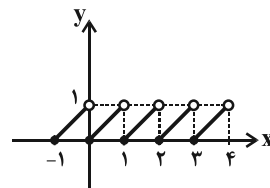
با توجه به تعریف دامنه تابع  $f \circ f$  داریم:

$$D_{f \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\}$$

با یک خواهد بود. بنابراین یک‌به‌یک و وارون پذیر نیست.

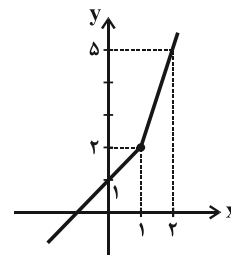
گزینه «۳»: یک‌به‌یک و وارون پذیر نیست.

$$y = x - [x] = \begin{cases} \vdots \\ x+1 & ; -1 \leq x < 0 \\ x & ; 0 \leq x < 1 \\ x-1 & ; 1 \leq x < 2 \\ \vdots \end{cases}$$



گزینه «۴»: یک‌به‌یک و وارون پذیر است.

$$y = 2x + |x-1| = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ x+1 & ; x < 1 \end{cases}$$



(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۷)

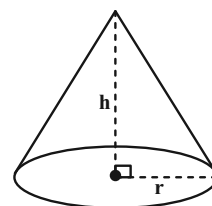
(مجتبی نادرری)

### ۱۱- گزینه «۴»

فرض می‌کنیم  $r$  شعاع قاعده و  $h$  ارتفاع مخروط موردنظر باشد. باید به

رابطه‌ای برسیم که شعاع برحسب حجم مخروط باشد، برای این منظور

داریم:



دامنه تابع  $f$  برابر است با:

$$f(x) = \sqrt{x} - x^2 \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{f \circ f} : \begin{cases} (1): x \in [0, +\infty) \\ (2): \sqrt{x} - x^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq x^2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{f \circ f} = [0, 1]$$

پس دامنه تابع  $f \circ f$  شامل ۲ عدد صحیح است.

(مسئله ۱۱- تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

## ۱۴- گزینه «۱»

(معمید علیزاده)

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(g(x)) = 2g(x) + 3 = 4x^2 + 2x - 1 \Rightarrow g(x) = 2x^2 + x - 2$$

$$g(\sqrt{x} - 2) = 2(\sqrt{x} - 2)^2 + (\sqrt{x} - 2) - 2 = 1$$

$$\xrightarrow[\text{صفر است}]{\sqrt{x} - 2 = A} 2A^2 + A - 3 = 0$$

$$\begin{cases} A = 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \\ A = \frac{-3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} - 2 = \frac{-3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{حاصلضرب ریشه‌ها} = 9 \times \frac{1}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

(مسئله ۱۱- ترکیبی - صفحه‌های ۱۳ و ۶۳ تا ۶۶)

## ۱۵- گزینه «۳»

(امسان غنی‌زاده)

با توجه به صورت سؤال،  $f(1) = 2$  و  $f^{-1}(1) = 2$  است یعنی  $f(2) = 1$ 

می‌باشد، پس داریم:

$$f(x) = a\sqrt{2b-3x}$$

$$\Rightarrow f(1) = 2 \Rightarrow 2 = a\sqrt{2b-3(1)} \Rightarrow a\sqrt{2b-3} = 2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow 1 = a\sqrt{2b-3(2)} \Rightarrow a\sqrt{2b-6} = 1 \quad (2)$$

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) داریم:

$$\frac{a\sqrt{2b-3}}{a\sqrt{2b-6}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \sqrt{\frac{2b-3}{2b-6}} = 2 \xrightarrow[\text{توان ۲ می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به}} \frac{2b-3}{2b-6} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2b-3}{2b-6} = 4 \Rightarrow 2b-3 = 4(2b-6) \Rightarrow 2b-3 = 8b-24 \Rightarrow -6b = -21 \Rightarrow b = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} a\sqrt{2(7/2)-3} = 2 \Rightarrow a\sqrt{4} = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a+b = 1 + 3 \frac{1}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۵۴ تا ۶۲)

## ۱۶- گزینه «۳»

(مجتبی تادری)

می‌دانیم قرینه یک تابع یک به یک مانند  $f$  نسبت به خط  $y = x$  (نیمساز ربع اول و سوم) وارون تابع  $f$  است. لذا تابع  $g(x)$  وارون تابع  $f$  خواهد بود یعنی  $f^{-1}(x) = g(x)$ . از طرفی اگر نقطه‌ای مانند  $(a, b)$  روی تابع  $f$  باشد، آنگاه نقطه  $(b, a)$  روی  $f^{-1}$  قرار خواهد داشت، یعنی:

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} g(3) = x \Leftrightarrow f(x) = 3 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} = 3 \\ \Rightarrow x = 1 \Rightarrow g(3) = 1 \\ g(8) = x \Leftrightarrow f(x) = 8 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} = 8 \\ \Rightarrow x = 4 \Rightarrow g(8) = 4 \end{cases}$$

$$g(3) + g(8) = 1 + 4 = 5$$

(مسئله ۱۱- ترکیبی - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲ و ۵۷ تا ۶۲)

## ۱۷- گزینه «۱»

(سعید عزیزی)

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$$



لذا تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2^{x+1}$  خواهد بود.

$$f(4) = 2^{4+1} = 2^5 = 32$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

(امیر وفائی)

۲۰- گزینه «۲»

$$f(x) < g(x) \Rightarrow 4^{x-1} + 4 < 3 \times 2^x - 4$$

$$\Rightarrow (2^{x-1})^2 - 3 \times 2 \times 2^{x-1} + 8 < 0$$

$$\xrightarrow{2^{x-1}=t} t^2 - 6t + 8 < 0 \Rightarrow (t-4)(t-2) < 0$$

$$\Rightarrow 2 < t < 4 \Rightarrow 2^1 < 2^{x-1} < 2^2 \Rightarrow 1 < x-1 < 2 \Rightarrow 2 < x < 3$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{3x}{x-4} = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$D_{\frac{g}{f}} = \underbrace{D_f \cap D_g}_{R - \{-1, 4\}} - \{x \mid f(x) = 0\} = R - \{-1, 4\} - \{0\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = R - \{-1, 4, 0\}$$

پس دامنه تابع  $\frac{g}{f}$  فقط شامل یک عدد صحیح مثبت یعنی ۴ نمی‌شود.

(حسابان ۱- تابع - صفحه‌های ۴۳، ۴۵ و ۶۳ تا ۶۶)

(امسان غنی‌زاده)

۱۸- گزینه «۳»

با توجه به تعریف دامنه تابع  $\text{gof}$  داریم:

$$D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

$$\begin{cases} f(x) = 2^x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \sqrt{-4x^2 + 5x - 1} \Rightarrow -4x^2 + 5x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$-4(x-1)(x-\frac{1}{4}) \geq 0 \Rightarrow D_g = [\frac{1}{4}, 1]$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \underbrace{2^{-2}}_{\frac{1}{4}} \leq 2^x \leq \underbrace{2^0}_1\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$$

$$\Rightarrow D_{\text{gof}} = [-2, 0] \Rightarrow b-a = 0 - (-2) = 2$$

(حسابان ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۹)

(مجتبی نادری)

۱۹- گزینه «۳»

با توجه به نمودار تابع  $f$  داریم:

$$\begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 2^{a \times 0 - b} = 2 \Rightarrow 2^{-b} = 2 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1 \\ f(1) = 4 \Rightarrow 2^{a \times 1 - b} = 4 \xrightarrow{b=-1} 2^{a+1} = 2^2 \\ \Rightarrow a+1 = 2 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$



## هندسه (۲)

## ۲۱- گزینه «۳»

(فرشاد فرامرزی)

هر  $n$  ضلعی منتظم محاط در دایره، آن را به  $n$  کمان مساوی تقسیم می‌کند، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ, \widehat{CD} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

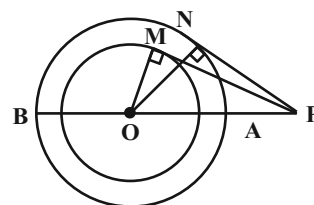
$$\widehat{M_1} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{36^\circ + 30^\circ}{2} = 33^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۲۸)

## ۲۲- گزینه «۴»

(مسعود درویشی)

از نقطه  $P$  به مرکز دو دایره وصل می‌کنیم تا دایره بزرگ‌تر را مطابق شکل در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند. داریم:



$$\Delta OPM : OP^2 = OM^2 + PM^2 = 9 + 27 = 36 \Rightarrow OP = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} PA = OP - OA = 6 - 4 = 2 \\ PB = OP + OB = 6 + 4 = 10 \end{cases}$$

طبق روابط طولی برای دایره بزرگ‌تر داریم:

$$PN^2 = PA \times PB = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow PN = 2\sqrt{5}$$

روش دوم:

$$\Delta OMP : OP^2 = OM^2 + PM^2 = 9 + 27 = 36$$

$$\Delta ONP : PN^2 = OP^2 - ON^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow PN = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

## ۲۳- گزینه «۳»

(امیر وفاتی)

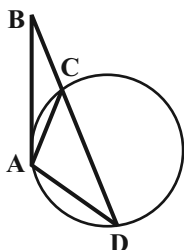
$$\Delta ABD : AB = AD \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} (*)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه ظلّی)} \\ \hat{D} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \hat{BAC} = \hat{D} \xrightarrow{(*)} \hat{BAC} = \hat{B} \xrightarrow{\Delta ABC} BC = AC$$

$$ACD \text{ محیط مثلث} = AC + CD + AD = BC + CD + AD$$

$$= BD + AD = 16 + 10 = 26$$



(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

## ۲۴- گزینه «۲»

(فرزانه هاکپاش)

فرض کنید شعاع دو دایره برابر  $R$  و  $R'$  ( $R > R'$ ) و طول خط‌المركزین دو دایره برابر  $d$  باشد. در این صورت داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 6 = \sqrt{40 - (R - R')^2} \Rightarrow 36 = 40 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow (R - R')^2 = 4 \Rightarrow R - R' = 2$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow 2 = \sqrt{40 - (R + R')^2} \Rightarrow 4 = 40 - (R + R')^2$$

$$\Rightarrow (R + R')^2 = 36 \Rightarrow R + R' = 6$$

$$\begin{cases} R - R' = 2 \\ R + R' = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{R'} = 2$$

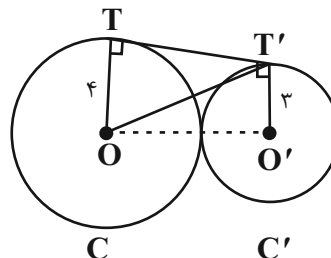
(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)



## ۲۵- گزینه «۱»

(غرشاد خرامریزی)

ابتدا اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره را بدست می آوریم.



$$TT' = 2\sqrt{r r_a} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

در مثلث قائم الزاویه OTT' داریم.

$$OT'^2 = OT^2 + TT'^2$$

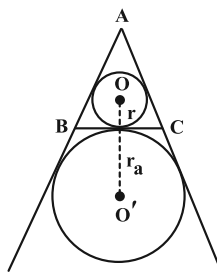
$$\Rightarrow OT'^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64$$

$$\Rightarrow OT' = 8$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

## ۲۶- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحموب)



مطابق شکل، فاصله مرکز دایره محاطی داخلی یک مثلث متساوی‌الاضلاع از

مرکز دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC، برابر  $OO' = r + r_a$  است که $r$  شعاع دایره محاطی داخلی و  $r_a$  شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع

BC است. اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث

متساوی‌الاضلاع ABC باشند، آن گاه داریم:

$$OO' = r + r_a = \frac{S}{P} + \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a-a}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 2$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

## ۲۷- گزینه «۲»

(مهمر فخران)

در هر چهارضلعی محیطی، مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.

بنابراین در چهارضلعی ABCD،  $AB + CD = AD + BC$  است و در نتیجه داریم:

$$ABCD \text{ محیط} = 2(AB + CD) = 2(3x + 7) = 38$$

$$\Rightarrow 3x + 7 = 19 \Rightarrow x = 4$$

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر آن دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} BQ = BM = 3 \\ CQ = CP = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow BC = BQ + CQ = 7$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۰ و ۲۷)

## ۲۸- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی‌های منتظم محیطی و محاطی دایره‌ای به شعاع r باشند، آن گاه داریم:

$$\frac{b}{a} = \frac{2r \sin \frac{180^\circ}{n}}{2r \tan \frac{180^\circ}{n}} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{6}{n}}{\frac{12}{n}} = \frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{180^\circ}{n}}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos \frac{180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \cos \frac{180^\circ}{n} \Rightarrow \frac{180^\circ}{n} = 60^\circ \Rightarrow n = 3$$

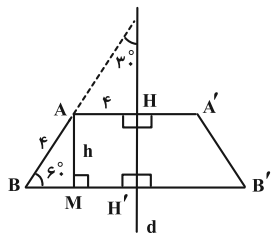




## ۳۰- گزینه «۲»

(فرشار غر امرزی)

از آنجا که  $AA'$  و  $BB'$  هر دو بر محور بازتاب عمودند، با هم موازی هستند. از طرفی بازتاب تبدیلی طولی است، پس  $AB = A'B'$  و در نتیجه چهارضلعی  $ABB'A'$  دوزنقه متساوی الساقین است. پس داریم:



$$h = AB \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$AA' = 2AH = 8$$

$$BM = AB \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow BH' = 6 \Rightarrow BB' = 2BH' = 12$$

$$S_{ABB'A'} = \frac{(AA' + BB')h}{2} = \frac{(8 + 12) \times 2\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

پس  $n$  ضلعی‌های مفروض، مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. برای مثلث

متساوی‌الاضلاع محیطی داریم:

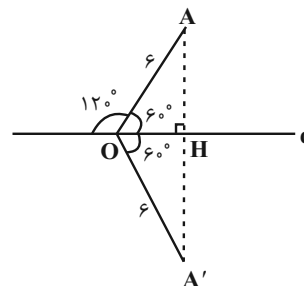
$$a = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3} \\ 2P = 3 \times 4 = 12 \Rightarrow P = 6 \end{cases}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$
 شعاع دایره محاطی داخلی

(هنر سه ۲- رابره- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

## ۲۹- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومصوب)

مطابق شکل  $\hat{AOH} = 60^\circ$  است.

از طرفی بازتاب تبدیلی طولی است و اندازه زاویه‌ها و طول پاره‌خط‌ها در

بازتاب ثابت باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$OA' = OA = 6$$

$$\hat{AOA'} = 2\hat{AOH} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{OAA'} = \frac{1}{2} OA \times OA' \times \sin(\hat{AOA'}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



## آمار و احتمال

## ۳۱- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

روش اول: با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$\sim(p \wedge (p \Rightarrow q))$	$\sim(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$
د	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	ن

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، ارزش گزاره مورد نظر (ستون آخر) با ارزش گزاره  $q$  یکسان است.

روش دوم: با استفاده از قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} \sim(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q &\equiv \sim(p \wedge (\sim p \vee q)) \Rightarrow q \\ &\equiv \sim \left[ \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F \vee (p \wedge q) \right] \Rightarrow q \equiv \sim(p \wedge q) \Rightarrow q \\ &\equiv \underbrace{(p \wedge q) \vee q}_\text{قانون جذب} \equiv q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

## ۳۲- گزینه «۱»

(فرزانه فاکپاش)

نقیض ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $p \wedge \sim q$  است. از طرفی نقیض گزاره  $(\forall x; P(x))$  به صورت  $(\exists x; \sim P(x))$  است، بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge \sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0) \\ \equiv (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0) \end{aligned}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۹ تا ۱۶)

## ۳۳- گزینه «۴»

(فرزانه فاکپاش)

گزینه «۱»: اگر  $A \subseteq B$  و تعداد اعضای  $A$  و  $B$  برابر باشد، آن‌گاه اعضای  $A$  و  $B$  یکسان هستند و در نتیجه  $A = B$  است.

$$\forall x; x \in A \Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \in B'$$

گزینه «۲»:

بنابراین  $A \subseteq B'$  است.

گزینه «۳»:

هر عضو مجموعه مرجع که به  $A$  تعلق ندارد، عضو  $A'$  و هر عضو مجموعه مرجع که به  $B$  تعلق ندارد، عضو  $B'$  است، بنابراین  $A' \subseteq B'$  داریم:

$$\forall x; x \in B \Rightarrow x \notin B' \xrightarrow{A' \subseteq B'} x \notin A' \Rightarrow x \in A$$

یعنی  $B \subseteq A$ .

گزینه «۴»: اگر  $A = B$  باشد، آن‌گاه  $A \subseteq B$  ولی هیچ عضوی در مجموعه مرجع پیدا نمی‌شود که عضو  $A$  نبوده ولی عضو  $B$  باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۳۴- گزینه «۳»

(امیرفرسین ابومحبوب)

افزای‌های موردنظر شامل سه دسته هستند:

(۱) دو زیرمجموعه سه‌عضوی که تعداد این دسته از افزای‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{3}}{2!} = \frac{20}{2} = 10$$

(۲) یک زیرمجموعه سه‌عضوی، یک زیرمجموعه دو‌عضوی و یک زیرمجموعه یک‌عضوی که تعداد این دسته از افزای‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} = 20 \times 3 = 60$$

(۳) یک زیرمجموعه سه‌عضوی و سه زیرمجموعه یک‌عضوی که تعداد این دسته از افزای‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{3} \binom{3}{1} \binom{2}{1}}{3!} = \frac{20 \times 3 \times 2}{6} = 20$$

بنابراین تعداد کل افزای‌ها برابر  $10 + 60 + 20 = 90$  است.

تذکر: در حالت‌های ۱ و ۳، چون جابه‌جایی اعضای زیرمجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یکسان است، افزای جدیدی پدید نمی‌آورد، پس حاصل را بر جایگشت آن زیرمجموعه‌ها تقسیم می‌کنیم.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه ۲۱)

## ۳۵- گزینه «۲»

(نیلوفر مودروی)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [B - (A \cap B)] \cap [B' - (A' \cap B')] \\ &= [B \cap (A \cap B)'] \cap [B' \cap (A' \cap B')'] \\ &= [B \cap (A' \cup B')] \cap [B' \cap (A \cup B)] \\ &= \underbrace{[(B \cap A') \cup (B \cap B')]}_{\emptyset} \cap \underbrace{[(B' \cap A) \cup (B' \cap B)]}_{\emptyset} \\ &= (B - A) \cap (A - B) = \emptyset \end{aligned}$$

تذکر: دو مجموعه  $A - B$  و  $B - A$  همواره جدا از هم هستند، پس اشتراک آن‌ها تهی است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)



## ۳۶- گزینه «۴»

(نیلو فر مهری)

$$\begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \\ B - A = \emptyset \end{cases}$$

اگر  $B \subseteq A$  باشد، آنگاه داریم:

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $(A \cup B)' - B = A' - B = A' \cap B' = (A \cup B)' = A'$

گزینه «۲»:  $(B' - A) \cup (A \cup B)' = (B' \cap A') \cup A'$

$$= (A \cup B)' \cup A' = A' \cup A' = A'$$

گزینه «۳»:  $(A \cap B)' \cap A' = B' \cap A' = (A \cup B)' = A'$

گزینه «۴»:  $(A' \cup B') \cup (\underbrace{B - A}_{\emptyset}) = (A \cap B)' = B'$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

## ۳۷- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومحبوب)

$$A \times B \subseteq (A - C) \times (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq A - C & (1) \\ B \subseteq B \cap C & (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} A - C \subseteq A &\xrightarrow{(1)} A - C = A \Rightarrow A \cap C = \emptyset \\ B \cap C \subseteq B &\xrightarrow{(2)} B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2 = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۳۸- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ قمسه)

اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  را به ترتیب بخش پذیر بودن عدد انتخاب شده بر ۳ و ۷در نظر بگیریم، آنگاه هدف مسئله یافتن احتمال پیشامد  $(A - B) \cup (B - A)$ است. از طرفی پیشامدهای  $(A - B)$  و  $(B - A)$  ناسازگار هستند، بنابراین

داریم:

$$n(S) = 109 - 19 = 90$$

$$n(A) = \left[ \frac{109}{3} \right] - \left[ \frac{19}{3} \right] = 36 - 6 = 30$$

$$n(B) = \left[ \frac{109}{7} \right] - \left[ \frac{19}{7} \right] = 15 - 2 = 13$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{109}{21} \right] - \left[ \frac{19}{21} \right] = 5 - 0 = 5$$

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A)$$

$$= (P(A) - P(A \cap B)) + (P(B) - P(A \cap B))$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{30}{90} + \frac{13}{90} - \frac{10}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۳۹- گزینه «۳»

(امیر هوشنگ قمسه)

احتمال برنده نشدن فرد  $B$  را برابر  $x$  در نظر می‌گیریم. در این صورت احتمال برندهشدن افراد  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب  $x^2$ ،  $1 - x$  و  $\frac{x^2}{2}$  است و در نتیجه داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow x^2 + (1 - x) + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2}{2} - x = 0 \Rightarrow x \left( \frac{3x}{2} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غلق} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$P(A') - P(A) = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

## ۴۰- گزینه «۱»

(مرتضی فویم علوی)

$$P(A \cup B) = P(\{a_1, a_2, a_3\}) = 1 - P(\{a_4, a_5\}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(a_2)$$

$$\Rightarrow P(a_2) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{10 + 12 - 15}{30} = \frac{7}{30}$$

$$P(a_1) = P(\{a_1, a_2\}) - P(a_2) = \frac{1}{3} - \frac{7}{30} = \frac{10 - 7}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)



### فیزیک (۲)

#### ۴۱- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

در سری الکتریسیته مالشی هر چه به انتهای منفی سری نزدیکتر شویم، تمایل به گرفتن الکترون بیشتر می‌شود. در اثر مالش میله پلاستیکی به پارچه پشمی، چون پلاستیک به انتهای منفی سری نزدیکتر است، میله پلاستیکی الکترون گرفته و دارای بار منفی می‌شود. همچنین در اثر مالش میله چوبی به موی انسان، چون چوب به انتهای منفی سری نزدیکتر است، میله چوبی الکترون گرفته و دارای بار منفی می‌شود.

زمانی که میله باردار به الکتروسکوپ باردار نزدیک می‌شود، اگر تیغه‌ها در همان ابتدا از هم دور شوند یعنی بار میله و بار اولیه الکتروسکوپ هم‌نام بوده ولی اگر تیغه‌های الکتروسکوپ ابتدا به هم نزدیک شده و سپس دور شوند، یعنی بار اولیه میله و بار الکتروسکوپ نام‌نام است.

در این سوال وقتی میله پلاستیکی دارای بار منفی را به الکتروسکوپ A نزدیک می‌کنیم، تیغه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند یعنی بار الکتروسکوپ A هم‌نام با میله پلاستیکی (منفی) است و وقتی میله چوبی دارای بار منفی را به الکتروسکوپ B نزدیک می‌کنیم، تیغه‌های الکتروسکوپ ابتدا به هم نزدیک شده و سپس دور می‌شوند. یعنی بار الکتروسکوپ B نام‌نام با میله چوبی (مثبت) است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۱ تا ۵)

#### ۴۲- گزینه «۲»

(معصومه افشلی)

رابطه قانون کولن را به صورت مقایسه‌ای می‌نویسیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad \begin{matrix} q'_1 = 10^{-6} \mu C, q_1 = 1 \mu C \\ q'_2 = (q_2 + 4) \mu C, r' = 3r \end{matrix}$$

$$\frac{4}{30} = \frac{6}{10} \times \frac{q_2 + 4}{q_2} \times \left(\frac{r}{3r}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{q_2 + 4}{q_2} \times \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 9q_2 = 3q_2 + 12 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

#### ۴۳- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(بیتا فورشید)

گزینه «۱»: اگر بار  $q_1$  را مثبت و بار  $q_2$  را منفی در نظر بگیریم و اندازه  $q_1$  و  $q_2$  برابر باشد، صحیح است.

گزینه «۲»: اگر بار  $q_1$  و  $q_2$  را مثبت در نظر بگیریم در این حالت باید اندازه بار  $q_1$  از  $q_2$  بزرگتر باشد تا  $\vec{E}$  به سمت  $q_2$  باشد، که در این صورت  $\vec{E}'$  مشابه گزینه «۲» خواهد شد.

گزینه «۳»: اگر بار  $q_1$  و  $q_2$  هر دو منفی باشند، در صورتی میدان  $\vec{E}$  به سمت بار  $q_2$  خواهد بود که اندازه بار  $q_2$  از اندازه بار  $q_1$  بزرگتر باشد. در این صورت میدان  $\vec{E}'$  مشابه گزینه «۳» خواهد شد.

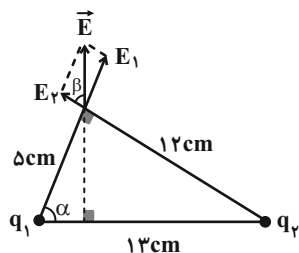
گزینه «۴»: اگر بارهای  $q_1$  منفی و  $q_2$  مثبت باشند، در این صورت  $\vec{E}$  به طرف  $q_1$  خواهد شد. که با فرض سؤال در تناقض است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

#### ۴۴- گزینه «۲»

(معصومه افشلی)

از رابطه تانژانت در مثلث، ارتباط بین میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  را مشخص می‌کنیم:



$$\tan \alpha = \frac{12}{5}, \tan \beta = \frac{E_1}{E_2}$$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{5^2}, E_2 = \frac{k|q_2|}{12^2}$$

$$\tan \beta = \tan \alpha \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{\frac{k|q_1|}{5^2}}{\frac{k|q_2|}{12^2}} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{q_1 > 0}{q_2 > 0} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{5}{12}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)



## ۴۵- گزینه «۴»

(به نام رستمی)

فقط جابه‌جایی در راستای خط‌های میدان الکتریکی باعث تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار می‌شود. با توجه به شکل، جابه‌جایی افقی (جابه‌جایی در راستای خطوط میدان) ذره در هر سه مسیر برابر بوده در نتیجه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در هر سه مسیر یکسان است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

## ۴۶- گزینه «۳»

(معصومه افشلی)

بار قطره‌کروی نهایی ۲۷ برابر بار هر قطره کوچک جیوه می‌باشد. چون بار روی سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود، پس باید سطح کره جدید را محاسبه کنیم.

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi r'^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow 27 = \left(\frac{r'}{r}\right)^3 \Rightarrow r' = 3r$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{Q'}{Q} \times \frac{A}{A'} \xrightarrow{A=4\pi r^2} \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{Q'}{Q} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{27Q}{Q} \times \left(\frac{r}{3r}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = 3$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

## ۴۷- گزینه «۳»

(سعید اردر)

رابطه انرژی خازن با ظرفیت خازن و اختلاف پتانسیل صفحات آن به صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (20)^2 \Rightarrow U = 6J$$

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow 3000 = \frac{6}{t} \Rightarrow t = \frac{6}{3000} = 2 \times 10^{-3} s = 2ms$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

## ۴۸- گزینه «۱»

(بیبا فورشید)

اگر بار منفی از صفحه منفی به صفحه مثبت منتقل شود، بار خازن کاهش خواهد یافت.

$$Q_1 = Q, \quad Q_2 = \frac{80}{100} Q = 0.8Q$$

انرژی خازن از روی بار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (Q_2^2 - Q_1^2) = \frac{1}{2C} ((0.8Q)^2 - Q^2)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (0.64Q^2 - Q^2) = -0.18 \frac{Q^2}{C} = -0.18 U_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = -0.18 \times 100 = -18\%$$

لذا انرژی خازن ۱۸ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

## ۴۹- گزینه «۳»

(به نام رستمی)

به کمک رابطه مقاومت الکتریکی رساناها، مقاومت الکتریکی رساناهای A و B را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\rho_A = 3\rho_B, L_A = L_B} \frac{R_A}{R_B} = 3 \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 3 \times 1 \times \frac{r_B^2}{r_A^2 - r_A'^2} \xrightarrow{r_A = r_B = R, r_A' = \frac{R}{2}} \frac{R_A}{R_B} = 3 \times 1 \times \frac{R^2}{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = 3 \times \frac{R^2}{\frac{3}{4}R^2} = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)



$$\Rightarrow \frac{160}{250} = \left(\frac{r}{r+10}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{r}{r+10}$$

$$\Rightarrow 4r + 40 = 5r \Rightarrow r = 40 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

### ۵۳- گزینه «۱»

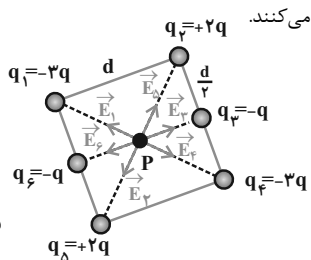
(کتاب آبی)

با مربع کوچکتر شروع می‌کنیم.

$$\begin{cases} E = k \frac{|q|}{r^2} \\ |q_1| = |q_4| \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_4$$

$$r_1 = r_4 = d = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین چون  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_4$  هم‌راستا و در خلاف جهت هم‌اند اثر هم را خنثی می‌کنند.



بنابراین چون  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  هم‌راستا و در خلاف جهت هم‌اند اثر هم را از بین می‌برند.

$$\begin{cases} E = k \frac{|q|}{r^2} \\ |q_3| = |q_2| = q \end{cases} \Rightarrow E_3 = E_2$$

$$r_3 = r_2 = \frac{d}{2}$$

بنابراین چون  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  هم‌راستا ولی در خلاف جهت هم‌اند اثر هم را از بین می‌برند. در نتیجه میدان برایند کلی ناشی از مربع کوچک در نقطه P صفر است.

حال مربع بزرگتر را در نظر می‌گیریم:

با همان استدلال بالا میدان‌های  $\vec{E}_7$  و  $\vec{E}_{11}$ ،  $\vec{E}_9$  و  $\vec{E}_{13}$ ،  $\vec{E}_8$  و  $\vec{E}_{12}$

به ترتیب اثر یکدیگر را در نقطه P خنثی می‌کنند و فقط میدان‌های  $\vec{E}_1$  و

$\vec{E}_{14}$  باقی می‌مانند، بنابراین داریم:

### ۵۰- گزینه «۱»

(سجید شرق)

می‌دانیم ولتاژ دو سر باتری محرکه از رابطه  $V = \mathcal{E} - rI$  به دست می‌آید اگر ولت‌سنج صفر ولت را نشان دهد، پس داریم:

$$0 = \mathcal{E}_r - r_r I \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_r}{r_r} = \frac{2\mathcal{E}}{2} = \mathcal{E}$$

این جریان از کل عبور می‌کند.

این جریان از کل مدار عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E} + 2\mathcal{E}}{0/5 + 2 + R} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{3\mathcal{E}}{2/5 + R}$$

$$\Rightarrow R = 0/5 \Omega$$

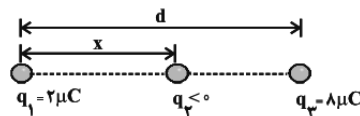
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

### فیزیک (۲) - سوالات آشنا

### ۵۱- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با توجه به این‌که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_3$  صفر است، مطابق شکل حتماً باید بار  $q_2$  منفی باشد.



$$k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_3| |q_2|}{r_{32}^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(d-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow 2x = d-x \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

$$q_1 : q_3 : k \frac{|q_2| |q_1|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{32}^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{8}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = \frac{8}{d^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9} \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -\frac{8}{9} \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

### ۵۲- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت } q} \frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$



$$\Rightarrow \Delta U_E = -8 \times 10^{-17} \text{ J}$$

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی  $\Delta K = -\Delta U_E = -(-8 \times 10^{-17})$

$$\Rightarrow \Delta K = +8 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$\Delta K = K_f - K_i \xrightarrow{v_i=0} \Delta K = K_f = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-27} v^2 \Rightarrow v^2 = 8 \times 10^{-10}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{8 \times 10^{-10}} = 2\sqrt{2} \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

### ۵۶- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

با استفاده از رابطه جریان الکتریکی متوسط، داریم:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = \bar{I} (\Delta t)$$

$$\xrightarrow{\Delta t = 40 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \Delta q = (500 \times 10^{-6}) \times 40 \cdot 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \Delta q = 0 / 2 \text{ Ah}$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل یکا}} \Delta q = 0 / 2 \text{ Ah} \times \frac{10^{-3} \text{ mA}}{1 \text{ A}} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- پیرایان الکتریکی و مدارهای پیرایان مستقیم - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

### ۵۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

رنگ نورگسیل شده از LED ها در محدودهٔ فرورسرخ تا فرابنفش قرار داشته و به نوع نیم‌رسانای به کار رفته در آن‌ها بستگی دارد.

(فیزیک ۲- پیرایان الکتریکی و مدارهای پیرایان مستقیم - صفحه ۶۰)

### ۵۸- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

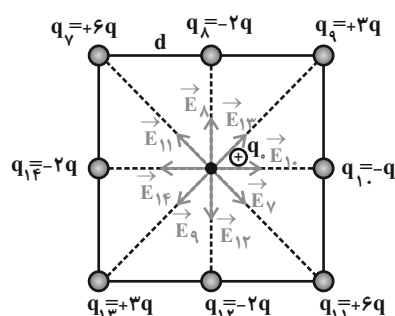
طبق رابطه  $V = \mathcal{E} - rI$ ، مقاومت درونی مولد ( $r$ ) برابر اندازهٔ شیب نمودار  $V-I$  می‌باشد. پس نسبت مقاومت درونی دو مولد برابر نسبت اندازهٔ شیب نمودارهای A و B می‌باشد.

$$E_{10} = k \frac{|q_{10}|}{r^2} = k \frac{q}{d^2} \Rightarrow \vec{E}_{10} = \frac{kq}{d^2} \vec{i}$$

$$E_{14} = k \frac{|q_{14}|}{r^2} = k \frac{2q}{d^2} \Rightarrow E_{14} = \frac{-2kq}{d^2} \vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_P = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{14} = \frac{kq}{d^2} \vec{i} - \frac{2kq}{d^2} \vec{i} = -\frac{kq}{d^2} \vec{i}$$

$$\Rightarrow E_P = k \frac{q}{d^2}$$



(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

### ۵۹- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

۱) با توجه به این‌که جهت حرکت در حالت دوم (از B تا C) با جهت حرکت در حالت اول (از A تا B) یکسان است، در نتیجه در حالت دوم نیز مانند حالت اول، انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد (رد گزینه‌های ۱ و ۳). به عبارت دیگر چون بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است، انرژی پتانسیل الکتریکی آن باید افزایش یابد.

۲) با توجه به این‌که میدان الکتریکی یکنواخت است، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی از B تا A و C تا B یکسان است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

### ۵۵- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

چون پروتون از صفحهٔ مثبت به سمت صفحهٔ منفی حرکت می‌کند، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U_E = -E |q| d \cos \theta = -10 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-2} \times 1 / 6 \times 10^{-19}$$



## ۶۰- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

اگر  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$  باشد، جهت جریان الکتریکی در جهت نیروی محرکه  $\mathcal{E}_2$  یعنی ساعتگرد می‌شود. در این حالت می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2}$$

$$\frac{I=1A, R_1+R_2=2+2/5=4/5\Omega}{\mathcal{E}_1=7/5V, r_1+r_2=1+0/5=1/5\Omega} \rightarrow 1 = \frac{\mathcal{E}_2 - 7/5}{4/5 + 1/5}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_2 = 13/5V$$

اگر  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$  باشد، جهت جریان الکتریکی در جهت نیروی محرکه  $\mathcal{E}_1$  یعنی پادساعتگرد می‌شود. در این حالت می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2}$$

$$\frac{I=1A}{\mathcal{E}_1=7/5V} \rightarrow 1 = \frac{7/5 - \mathcal{E}_2}{4/5 + 1/5} \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 1/5V$$

چون  $\mathcal{E}_2 = 13/5V$  در گزینه‌ها وجود ندارد،  $\mathcal{E}_2 = 1/5V$  قابل قبول می‌باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)



$$V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow 0 = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow r = \frac{\mathcal{E}}{I}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» : } \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{2I}}{\frac{\mathcal{E}}{3I}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{گزینه «۲» : } \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{3\mathcal{E}}{2I}}{\frac{\mathcal{E}}{2I}} = 3$$

$$\text{گزینه «۳» : } \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{3\mathcal{E}}{2I}}{\frac{2\mathcal{E}}{2I}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{2\mathcal{E}}{2I}}{\frac{3\mathcal{E}}{2I}} = \frac{4}{3}$$

بنابراین گزینه «۴» صحیح نیست.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

## ۵۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

در حالتی که کلید باز است، از مدار جریانی عبور نمی‌کند. طبق رابطه  $V = \mathcal{E} - Ir$ ، ولت‌سنج نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد.

$$(V = \mathcal{E} = 12V)$$

وقتی کلید بسته می‌شود، جریان در مدار برقرار شده و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو

سر مولد را نشان می‌دهد. ( $V = \mathcal{E} - Ir$ )

$$\begin{cases} V = IR_{eq} \\ I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\mathcal{E}R_{eq}}{R_{eq} + r}$$

$$\frac{V=10V}{R_{eq}=8+12=20\Omega} \rightarrow 10 = \frac{12 \times 20}{20 + r} \Rightarrow r = 4\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)





## شیمی (۲)

## ۶۱- گزینه «۳»

(پیمان فواپوی مهر)

عنصر A کربن و عنصر B هلیوم است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) در بین هم‌گروه‌های عنصر کربن، عنصر نافلزی به چشم نمی‌خورد.

گزینه ۲) اختلاف عدد اتمی کربن و هلیوم برابر ۴ است.

گزینه ۳) عنصر بعد از کربن در جدول تناوبی، نیتروژن است که در ساختار آمونیاک وجود دارد.

گزینه ۴) عنصر قبل از هلیوم در جدول تناوبی هیدروژن است که حتی در دمای  $0^{\circ}\text{C}$  با فلزات واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

## ۶۲- گزینه «۱»

(میرفسن حسینی)

تنها عبارت چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

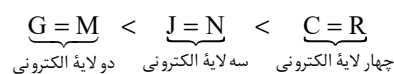
عبارت اول: H، فلزی از گروه ۱۳ با ظرفیت (۳+) و L نافلزی از گروه ۱۵ با ظرفیت (۳-) است. فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از H و L به صورت HL خواهد بود.

عبارت دوم: در جدول تناوبی به‌طور کلی، شعاع اتمی از چپ به راست کاهش و از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

عبارت سوم: واکنش‌پذیری در نافلزها به معنای تمایل به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون است که از پایین به بالا افزایش می‌یابد.

عبارت چهارم: E، D و F کاتیون دو ظرفیتی و H کاتیون سه ظرفیتی تشکیل می‌دهد.

عبارت پنجم:

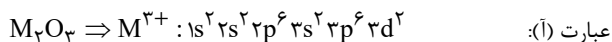


(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

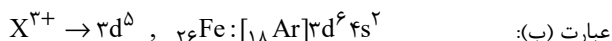
## ۶۳- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

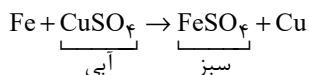
بررسی عبارت‌ها:



وانادیم سومین عنصر واسطه دوره چهارم است.



عبارت (ت): فلز مورد نظر مس است.



(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

## ۶۴- گزینه «۲»

(امیررضا پعفری نژاد)

عنصر اول: پتاسیم

عنصر دوم: کروم

عنصر سوم: مس

عنصر چهارم: گالیم

عبارت سوم و چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: آهن جای مس در کات نبود که محلولش آبی رنگ است را

می‌گیرد و رنگ آبی کاسته می‌شود.

عبارت دوم: گالیم در گروه سیزدهم قرار دارد که اغلب عناصر این گروه می‌توانند یون  $3+$  تشکیل دهند.

عبارت سوم: در پتاسیم، کروم و مس زیرلایه‌ها پُر یا نیم‌پُر هستند.

عبارت چهارم: شمار الکترون‌های ظرفیت در پتاسیم، کروم، مس و گالیم به ترتیب ۱، ۶، ۱۱ و ۳ است.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۲۰)



## ۶۵- گزینه «۴»

(معمّر عقیمیان زواره)

$$? \text{ mol CO}_2 = x \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = x \text{ mol CO}_2$$

$$? \text{ g NaHCO}_3 = x \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 168x \text{ g NaHCO}_3$$

از  $3x$  مول گاز کربن دی‌اکسید که در مخلوط گازی نهایی وجود دارد،  $x$  مول بر اثر تجزیه جوش شیرین به دست آمده و  $2x$  مول نیز بر اثر تجزیه گلوکز ایجاد شده است. گلوکز براساس معادله زیر تجزیه می‌شود:



$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 2x \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{2 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 180x \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

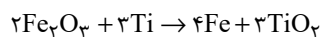
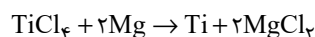
$$\text{جرم جرمی گلوکز} = \frac{\text{جرم C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow \frac{180x}{180x + 168x} \times 100$$

$$= 52\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

## ۶۷- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)



$$? \text{ mol Ti} = 57 \text{ g TiCl}_4 \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol TiCl}_4}{190 \text{ g TiCl}_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ti}}{1 \text{ mol TiCl}_4} = 0.225 \text{ mol Ti} \quad (\text{تیتانیوم تولید شده در واکنش اول})$$

$$? \text{ g Fe} = 0.225 \text{ mol Ti} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{3 \text{ mol Ti}} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}}$$

$$= 16.8 \text{ g Fe} \quad \text{مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{16.8} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 13.44 \text{ g Fe} \quad (\text{مقدار آهن تولید شده در واکنش دوم})$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

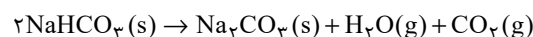
## ۶۶- گزینه «۱»

(پویا رستگاری)

در شرایط یکسان از نظر دما و فشار، در یک مخلوط گازی شمار مول‌های هر ماده متناسب با درصد حجمی آن ماده در مخلوط است.

در صورت سؤال، درصد حجمی گاز کربن دی‌اکسید در این مخلوط برابر با ۷۵ درصد است، پس درصد حجمی بخار آب برابر با ۲۵ درصد است. در چنین شرایطی می‌توان گفت در دو مخلوط موردنظر،  $3x$  مول گاز کربن دی‌اکسید وجود دارد، مقدار بخار آب موجود در آن نیز برابر با  $x$  مول است.

واکنش تجزیه جوش شیرین (سدیم هیدروژن کربنات) به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی مقدار گاز دی‌اکسید کربن که بر اثر تجزیه جوش شیرین به دست آمده و جرمی از جوش شیرین که در طول این

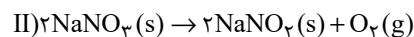
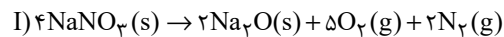
واکنش مصرف شده است را محاسبه می‌کنیم:



## ۶۸- گزینه «۲»

(پویا، رسنگاری)

ابتدا معادله موازنه شده هر دو واکنش را می‌نویسیم:



درصد خلوص سدیم نیترات در واکنش اول را برابر با  $a_1$  و در واکنش دوم برابر با  $a_2$  در نظر می‌گیریم. می‌دانیم درصد حجمی یک گاز در یک مخلوط گازی معادل با درصد مولی آن گاز در مخلوط گازی است. درصد مولی نیتروژن در این مخلوط برابر با ۲۵ درصد است، یعنی به‌طور فرضی از مجموع  $4x$  مول مخلوط گازی،  $x$  مول گاز نیتروژن داریم؛ بنابراین  $3x$  مول مجموع تعداد مول‌های گاز اکسیژن است. ابتدا باید ببینیم در واکنش اول چند مول گاز اکسیژن تولید شده است.

$$? \text{ mol O}_2 = x \text{ mol N}_2 \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol N}_2} = 2.5x \text{ mol O}_2$$

پس از مجموع  $3x$  مول گاز اکسیژن،  $2.5x$  مول آن در واکنش اول و  $0.5x$  مول آن در واکنش دوم تولید شده است.

حال کافی است با توجه به واکنش انجام شده و درصد خلوص‌های گفته شده، جرم سدیم نیترات تجزیه شده در هر واکنش را به‌دست آوریم:

$$\text{I) } ? \text{ g NaNO}_3 = x \text{ mol N}_2 \times \frac{4 \text{ mol NaNO}_3}{2 \text{ mol N}_2} \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3}$$

$$\times \frac{100}{a_1} = \frac{17000x}{a_1} \text{ g NaNO}_3$$

$$\text{II) } ? \text{ g NaNO}_3 = 0.5x \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol NaNO}_3}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3}$$

$$\times \frac{100}{a_2} = \frac{8500x}{a_2} \text{ g NaNO}_3$$

با توجه به اینکه در صورت سوال ذکر شده جرم دو نمونه اولیه سدیم نیترات با هم برابر بوده، پس داریم:

$$\frac{17000x}{a_1} = \frac{8500x}{a_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{17000}{8500} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$$

(شیمی ۲- قدر هدايای زمينی را برانيم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۶۹- گزینه «۲»

(پیمان فوايوی مهر)

عبارت‌های (پ) و (ت) صحیح است.

## بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): نام صحیح ترکیب A «۳، ۶- دی‌متیل دکان» است.

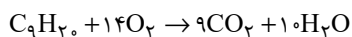
عبارت (ب): هر دو ترکیب دارای فرمول  $\text{C}_9\text{H}_{20}$  بوده و ترکیب B گرانیوی کمتری نسبت به ترکیب A دارند.

عبارت (پ): در ترکیب A نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به اتم‌های کربن

برابر  $\frac{26}{12}$  و در ترکیب B این نسبت  $\frac{20}{9}$  است که این نسبت در B بزرگ‌تر

است.

عبارت (ت): معادله سوختن کامل ترکیب B به‌صورت زیر است:



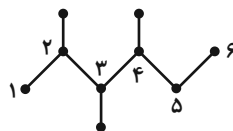
$$0.5 \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \times \frac{14 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{20}} = 7 \text{ mol O}_2$$

(شیمی ۲- قدر هدايای زمينی را برانيم- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

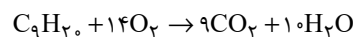


## ۷۰- گزینه «۴»

(عباس هنریو)



۴،۳،۲-تری متیل هگزان



$$1 \text{ mol } C_9H_{20} \times \frac{10 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_9H_{20}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{75}{100} = 135 \text{ g } H_2O$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۲ تا ۳۹)

## ۷۱- گزینه «۳»

(رسول عابرینی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) ساده‌ترین آلکن ( $C_2H_4$ ) و ساده‌ترین آلکین ( $C_2H_2$ ) است.(تفاوت جرم مولی  $2 \text{ g.mol}^{-1}$  معادل یک مول گاز هیدروژن)گزینه ۲) ۲- متیل بوتان ( $C_5H_{12}$ ) و ۲- پنتن ( $C_5H_{10}$ ) است. (تفاوتجرم مولی  $2 \text{ g.mol}^{-1}$  معادل یک مول گاز هیدروژن)گزینه ۳) سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک ( $C_6H_6$ ) و عضو پنجمآلکین‌ها ( $C_6H_{10}$ ) است (تفاوت جرم مولی  $4 \text{ g.mol}^{-1}$  معادل دو مولگاز  $H_2$ )گزینه ۴) سیکلوبوتان ( $C_4H_8$ )، عضو سوم آلکن‌ها ( $C_4H_8$ ) (جرم مولی

برابر)

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

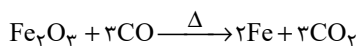
## ۷۲- گزینه «۱»

(امیر حسین طیبی)

$$? \text{ g } CO_2 = 200 \text{ g } \text{بنزین} \times \frac{48 \text{ kJ}}{1 \text{ g } \text{بنزین}} \times \frac{0.65 \text{ g } CO_2}{1 \text{ kJ}} = 624 \text{ g } CO_2$$

$$? \text{ g } CO_2 = 300 \text{ g } \text{سنگ} \times \frac{30 \text{ kJ}}{1 \text{ g } \text{سنگ}} \times \frac{0.104 \text{ g } CO_2}{1 \text{ kJ}} = 936 \text{ g } CO_2$$

$$\Rightarrow 624 + 936 = 1560 \text{ g } CO_2$$



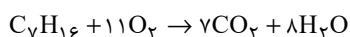
$$? \text{ kg } Fe = 1560 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } Fe}{3 \text{ mol } CO_2} \times \frac{56 \text{ g } Fe}{1 \text{ mol } Fe} \\ \times \frac{1 \text{ kg } Fe}{1000 \text{ g } Fe} = 1 / 323 \text{ kg } Fe$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۴۵)

## ۷۳- گزینه «۱»

(پویا رستگاری)

واکنش سوختن هپتان به صورت مقابل است:



مقدار مول گاز کربن‌دی‌اکسید و جرم آب تولید شده در این واکنش را

محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 50 \text{ g } C_7H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{16}}{100 \text{ g } C_7H_{16}} \times \frac{7 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_7H_{16}} \\ = 3.5 \text{ mol } CO_2$$

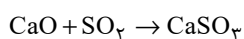
$$? \text{ g } H_2O = 50 \text{ g } C_7H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{16}}{100 \text{ g } C_7H_{16}} \times \frac{8 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_{16}} \\ \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 72 \text{ g } H_2O$$

طبق واکنش:  $CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(g)$  هر یک مول کربن

دی‌اکسید با یک مول کلسیم اکسید واکنش می‌دهد. پس با ۳/۵ مول

 $CaO$  واکنش می‌دهد. در نهایت باید محاسبه کنیم ۳/۵ مول کلسیماکسید با چند گرم گاز  $SO_2$  (گاز مضر گوگردار خروجی از نیروگاه‌ها)

واکنش می‌دهد:





## ۷۵- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های «آ» و «ب» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) پس از افطار احساس گرمی می‌کنیم، زیرا انرژی مواد غذایی در حال آزاد شدن است.

ب) یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی موادی مانند الکل و بنزین، سوزاندن آن‌ها است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

## ۷۶- گزینه «۲»

(مهمرب وزیر)

چون دمای هر دو ظرف برابر است. میانگین تندی یا انرژی جنبشی مولکول‌های هر دو ظرف برابر است و چون جرم ظرف B بیشتر از A است، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

توجه شود، انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده گفته می‌شود. اما دما به میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذره‌های سازنده یک ماده گفته می‌شود. دو ماده می‌توانند میانگین انرژی جنبشی یکسانی داشته باشند اما مجموع انرژی جنبشی آن‌ها با هم متفاوت باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

$$? \text{g SO}_2 = 3 / 5 \text{mol CaO} \times \frac{1 \text{mol SO}_2}{1 \text{mol CaO}} \times \frac{64 \text{g SO}_2}{1 \text{mol SO}_2} = 224 \text{g SO}_2$$

در انتها جرم محلولی از پتاسیم نیترات ۲۰ درصد جرمی را که می‌توانیم با ۷۲ گرم آب تولید شده در واکنش سوختن هپتان تهیه کنیم، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{محلول } 90 \text{g} = \frac{10 \text{g}}{80 \text{g}} \times 72 \text{g} = 90 \text{g}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ و ۴۵)

## ۷۷- گزینه «۴»

(میرفسن حسینی)

عبارت‌های اول و پنجم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است.  
عبارت دوم: پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت‌خام را پالایش می‌کنند.

عبارت سوم: پلیمری شدن دسته‌ای از واکنش‌های آلکن‌ها (و نه آلکان‌ها) است که با استفاده از آن می‌توان انواع لاستیک‌ها، پلاستیک‌ها، الیاف و پلیمرهای سودمند را تهیه کرد.

عبارت چهارم: اتن در بیشتر گیاهان وجود دارد. موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتن آزاد می‌کنند. اتن آزاد شده از یک موز یا گوجه‌فرنگی رسیده به نوبه خود موجب رسیدن سریع‌تر میوه‌های نارس می‌شود.

عبارت پنجم: غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس، نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد. امروزه شرکت‌هایی از برخی کشورها طرح‌های استخراج این مواد را از بستر اقیانوس‌ها در دست دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰ تا ۳۶)



## ۷۷- گزینه «۱»

(پویا، رستگاری)

یک نمونه ۲۲/۴ لیتری از این مخلوط که مجموعاً شامل یک مول از گازهای نئون و کریپتون می‌شود را در نظر می‌گیریم. اگر شمار مول‌های کریپتون موجود در این مخلوط برابر با  $x$  مول باشد، شمار مول‌های نئون موجود در آن برابر با  $1-x$  مول می‌شود؛ پس داریم:

جرم نئون + جرم کریپتون = جرم مخلوط گازی

$$\Rightarrow \frac{1}{4L} \times \frac{22}{4L} \times \frac{1}{25} = x \text{ mol Kr}$$

$$\times \frac{84 \text{ g Kr}}{1 \text{ mol Kr}} + (1-x) \text{ mol Ne} \times \frac{20 \text{ g Ne}}{1 \text{ mol Ne}} \Rightarrow x = 0.125 \text{ mol}$$

براین اساس در مخلوط گازی موردنظر ۰/۱۲۵ مول گاز کریپتون (معادل با ۱۰/۵ گرم کریپتون) و ۰/۸۷۵ مول گاز نئون (معادل با ۱۷/۵ گرم نئون) وجود دارد؛ پس می‌توان گفت در یک نمونه ۱۱۲ گرمی از این مخلوط گازی، ۴۲ گرم گاز کریپتون و ۷۰ گرم گاز نئون وجود دارد. بر این اساس داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \begin{cases} \text{گرمای جذب شده کریپتون} = 42 \times 0.125 \times 50 = 262.5 \text{ J} \\ \text{گرمای جذب شده نئون} = 70 \times 0.875 \times 50 = 306.25 \text{ J} \end{cases}$$

با توجه به محاسبات انجام شده برای افزایش دمای این مخلوط گازی به ۳/۶۷۵ کیلوژول انرژی نیاز داریم.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

## ۷۸- گزینه «۳»

(ممید، ذبی)

ابتدا ظرفیت گرمایی ویژه فلز  $A$  را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 24 - 6 = 18 \text{ kJ}, \Delta\theta = 60 - 20 = 40^\circ \text{C}$$

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta} = \frac{18 \times 10^3 \text{ (J)}}{500 \times 40} = 0.9 \text{ J.g}^{-1} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$$

حال می‌دانیم که گرمای داده شده توسط جسم  $B$  با گرمای گرفته شده توسط جسم  $A$  برابر است:

$$|Q_A| = |Q_B|$$

$$|m_A \times C_A \times (\theta - \theta_A)| = |m_B \times C_B \times (\theta - \theta_B)|$$

$$|500 \times 0.9 \times (\theta - 20)| = |1000 \times 0.45 \times (\theta - 100)|$$

$$\theta - 20 = -\theta + 100 \Rightarrow 2\theta = 120 \Rightarrow \theta = 60^\circ \text{C}$$

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = 60 + 273 = 333 \text{ K}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

## ۷۹- گزینه «۲»

(امیر، فاطمیان)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ، هنگام فرایند گوارش و سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

گزینه ۳) مقدار گرمای آزاد شده در واکنش‌ها در دمای ثابت، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست؛ زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد.

گزینه ۴) هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد اما یک ویژگی بنیادی در همه آن‌ها دادوستد گرما با محیط پیرامون است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

## ۸۰- گزینه «۴»

(علیرضا، کیانی، دوست)

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ب»: علت تفاوت در گرمای دو واکنش، تفاوت در ماهیت شیمیایی واکنش‌دهنده‌هاست.

عبارت «ت»: دمای سامانه می‌تواند ثابت بماند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)



# پدید آورندگان آزمون ۷ فروردین

## سال یازدهم ریاضی

### (مقطع دهم: اختیاری)

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱)	جهانبخش نیکنام - علی ونکی فراهانی - مصطفی بهنام مقدم - محمد بحیرایی - مهدی ملارمضانی - حسن اسماعیلی - راضیه سادات ساطع - عباس گنجی
هندسه (۱)	هادی فولادی - امیرحسین ابومحبوب - علی احمدی قزل دشت - محبوبه بهادری - محمد حمیدی - امیر مالمیر - رضا سیدنجمی - افشین خاصه خان - رضا عباسی اصل
فیزیک (۱)	مصطفی کیانی - عبدالرضا امینی نسب - خسرو ارغوانی فرد - غلامرضا محبی - مسعود قره خانی - شادمان ویسی
شیمی (۱)	امیرحسین طیبی - حامد رمضانیان - روزبه رضوانی - یاسر راش - حمید ذبحی

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱)	ایمان چینی فروشان	ایمان چینی فروشان	عادل حسینی - مهدی ملارمضانی - علی سرآبادانی	سمیه اسکندری
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملونندی - عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی
فیزیک (۱)	بابک اسلامی	بابک اسلامی	حمید زرین کفش - زهره آقامحمدی - سیدعلی نوری	احسان صادقی
شیمی (۱)	ایمان حسین نژاد	امیرحسین مسلمی	یاسر راش - محبوبه بیک محمدی - محمدحسن محمدزاده مقدم	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروفنگاری و صفحه آرای	فاطمه علی یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

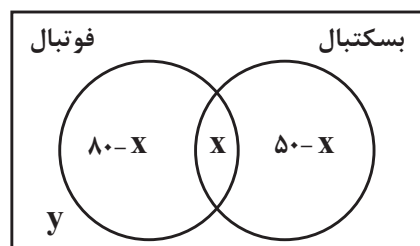


## ریاضی (۱)

## ۸۱- گزینه «۲»

(پهانیفش نیکنام)

از نمودار ون زیر استفاده می‌کنیم که در آن  $X$  تعداد افرادی است که هم فوتبال و هم بسکتبال بازی می‌کنند.  $Y$  هم تعداد افرادی است که هیچ کدام را بازی نمی‌کنند.



حال داریم:

$$۸۰ - x + x + ۵۰ - x + y = ۲۶۰ \Rightarrow y - x = ۱۳۰ \quad (۱)$$

$$y = ۲(۸۰ - x) \Rightarrow y + ۲x = ۱۶۰ \quad (۲)$$

هم‌چنین:

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:  $x = ۱۰$  و  $y = ۱۴۰$ . پس تعداد دانش‌آموزانی که فقط بسکتبال بازی می‌کنند، برابر ۴۰ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

## ۸۲- گزینه «۱»

(علی وکی‌فراهانی)

جملات دنباله حسابی را به شکل  $a_n$  و جملات دنباله هندسی را به شکل  $t_n$  نشان می‌دهیم.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{t_4}{t_2} = \frac{a_4}{a_2} = q^2 \\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{a_2}{a_1} = q \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_4}{a_2} = \frac{a_2^2}{a_1^2} \Rightarrow a_1^2 a_4 = a_2^3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_1^2(a_1 + 7d) = (a_1 + d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 7a_1^2d = a_1^2 + 2a_1d + 3a_1d^2 + d^2$$

$$\xrightarrow{d \neq 0} 7a_1^2 = 2a_1d + 3a_1d^2 + d^2 \Rightarrow 3a_1^2 - 2a_1d - d^2 = 0$$

$$\Rightarrow (3a_1 + d)(a_1 - d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{1}{3}d \Rightarrow d = -3a_1 \\ a_1 = d \text{ غ ق} \end{cases}$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ و ۷۷ تا ۷۹)

## ۸۳- گزینه «۱»

(مصطفی بهنام‌مقدم)

$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \frac{5}{13}a$$

$$a + c = ۱۸ \Rightarrow a + \frac{5}{13}a = ۱۸ \Rightarrow a = ۱۳, c = ۵$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow ۱۳^2 = b^2 + ۵^2$$

$$\Rightarrow b^2 = ۱۴۴ \Rightarrow b = ۱۲$$

$$\tan \hat{C} = \frac{c}{b} = \frac{5}{12}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)





## ۸۴- گزینه «۲»

(معمد بهیرایی)

$$g(x) = k \Rightarrow \frac{mx^2 - nx}{4x^2 + 1} = k \quad (k \text{ عددی حقیقی است.})$$

$$\Rightarrow mx^2 - nx = 4kx^2 + k$$

$$\Rightarrow m = 4k, \quad -n = 0, \quad k = 0 \xrightarrow{m=4k} m = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m}{a} = 0$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

## ۸۷- گزینه «۳»

(میانپیش نیکنام)

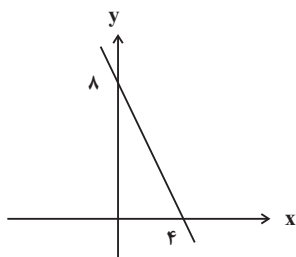
تابع خطی است، پس ضریب  $x^2$  باید صفر باشد:

$$\Rightarrow k^2 - 9 = 0 \Rightarrow k = \pm 3$$

اما  $k = 3$  غیرقابل قبول است، زیرا مخرج ضریب  $x$  را صفر می‌کند.

$$\Rightarrow f(x) = -2x + 8$$

نمودار این خط به صورت زیر است:

برای اینکه  $f$  با دامنه  $\mathbb{R} - [a, b]$  فقط از دو ربع دستگاه مختصات عبور

کند، باید قسمتی را که نمودار بالا در ربع اول قرار دارد، حذف کنیم، یعنی

باید  $a \leq 0$  و  $b \geq 4$  باشد. پس کمترین مقدار  $b - a$  زمانی رخ می‌دهدکه  $a = 0$  و  $b = 4$  باشد:

$$\Rightarrow (b - a)_{\min} = 4$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه ۱۰۳)

## ۸۵- گزینه «۱»

(موری ملارمسانی)

برای آنکه عبارت درجه دوم  $A$  همواره منفی باشد، باید ضریب  $x^2$  منفی ومقدار  $\Delta$  نیز منفی باشد. ضریب  $x^2$  برابر  $-3$  است، پس تنها کافی استشرط  $\Delta < 0$  را بررسی کنیم:

$$\Delta = 5^2 - 4 \times (-3) \times (-2k) < 0$$

$$\Rightarrow 25 - 24k < 0 \Rightarrow k > \frac{25}{24}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

## ۸۶- گزینه «۱»

(حسن اسماعیلی)

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{ax^3 - 4x^2 + cx}{x^2 - 4x + 3} = x$$

$$\Rightarrow ax^3 - 4x^2 + cx = x^3 - 4x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow a = 1, \quad c = 3$$

۸۸ - گزینہ ۳»

[illegible]

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۴۲ تا ۱۵۱)



## هندسه (۱)

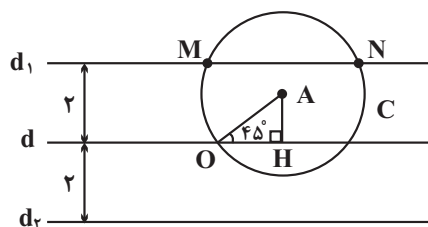
## ۹۱- گزینه «۳»

(هاری فولاری)

مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲ واحد باشند، روی

دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ واحد قرار دارند و مجموعه نقاطی از صفحه

که از خط d به فاصله ۲ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین

آن و به فاصله ۲ واحد از d واقع‌اند (خطوط  $d_1$  و  $d_2$ ).

$$\triangle OAH : \sin 45^\circ = \frac{AH}{OA} \Rightarrow AH = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

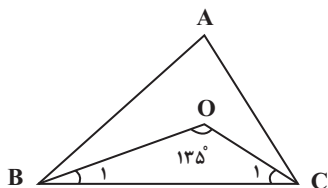
مطابق شکل دایره C، خط  $d_1$  را در دو نقطه M و N قطع می‌کند و این

دو نقطه تنها جواب‌های مسئله هستند.

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هنر سی و استرلال- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

## ۹۲- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)



مطابق شکل در مثلث BOC داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

زاویه قائمه A بزرگ‌ترین زاویه مثلث ABC است، پس ضلع روبه‌رو به آن

یعنی BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC خواهد بود.

$$\triangle BOC : BO > CO \Rightarrow \hat{C}_1 > \hat{B}_1 \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} > \frac{\hat{B}}{2} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

بنابراین طبق قضیه زاویه برتر در مثلث ABC،  $AB > AC$  است و در

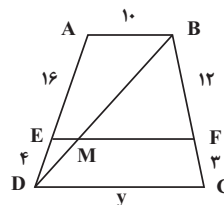
نتیجه نامساوی گزینه «۱» درست است.

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هنر سی و استرلال- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)



## ۹۳- گزینه «۱»

(علی احمدی قزل دشت)



طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 16$$

$$\triangle ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{10} = \frac{4}{20} \Rightarrow EM = 2$$

$$MF = EF - EM = 18 - 2 = 16$$

$$\triangle BDC : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{y} = \frac{12}{15} \Rightarrow y = 20$$

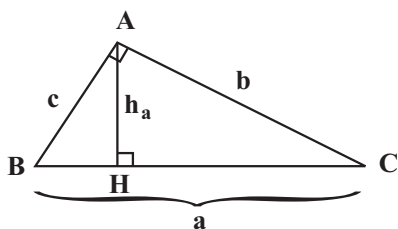
بنابراین داریم:

$$x + y = 16 + 20 = 36$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

## ۹۴- گزینه «۲»

(محبوبه بهادری)

فرض کنید طول اضلاع مثلث برابر  $a$ ,  $b$ ,  $c$  و طول وتر مثلث برابر  $a$  باشد.در این صورت  $a + b + c = 60$  و  $h_a = 12$  است.

طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow 12a = bc \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$b + c = 60 - a \xrightarrow{\text{بالتوان ۲}} (b + c)^2 = (60 - a)^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 3600 - 120a + a^2$$

$$\xrightarrow{(1)} 24a = 3600 - 120a$$

$$\Rightarrow 144a = 3600 \Rightarrow a = 25$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)



$$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BCE} = x$$

$$BE \parallel CD, \text{ مورب } CE \Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{BEC} = x$$

$$\widehat{B} = \widehat{D} \Rightarrow \alpha = 60^\circ + \widehat{CDE}$$

$$\Rightarrow \widehat{CDE} = \alpha - 60^\circ$$

بنابراین در دو مثلث BEC و DEC داریم:

$$\begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2(\alpha - 60^\circ) + x = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2\alpha + x = 300^\circ \end{cases}$$

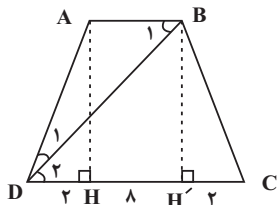
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 140^\circ \\ x = 20^\circ \end{cases}$$

بنابراین  $\widehat{B} = \alpha = 140^\circ$  است.

(هنر سه ۱- پند ضلعی‌ها - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(رضا سیر نفی)

#### ۹۷- گزینه «۴»



$$AB \parallel DC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{D_2} \xrightarrow{\widehat{D_1} = \widehat{D_2}} \rightarrow$$

$$\widehat{B_1} = \widehat{D_1} \Rightarrow AD = AB = 1$$

$$\triangle ADH: AH^\vee = AD^\vee - DH^\vee = 1^\vee - 2^\vee = 60^\circ$$

$$\Rightarrow BH^\vee = AH^\vee = 60^\circ$$

$$\triangle BDH': BD^\vee = BH^\vee + DH^\vee = 60^\circ + 10^\circ$$

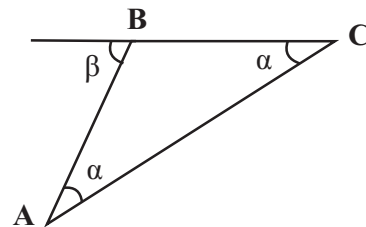
$$\Rightarrow BD^\vee = 160^\circ \Rightarrow BD = 4\sqrt{10}$$

(هنر سه ۱- پند ضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

(مهمر عمیری)

#### ۹۵- گزینه «۲»

طبق رابطه تعداد قطرهای در یک n ضلعی محدب داریم:



$$\frac{n(n-3)}{2} = 135 \Rightarrow n(n-3) = 270 = 18 \times 15 \Rightarrow n = 18$$

فرض کنید مطابق شکل، A، B و C سه رأس متوالی این n ضلعی منتظم باشند.

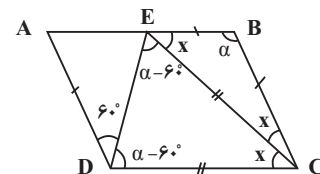
در این صورت  $AB = BC$  و  $\beta$  (زاویه خارجی نظیر رأس B) برابر است با:

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \frac{360^\circ}{n} = 2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=18} \alpha = 10^\circ$$

(هنر سه ۱- پند ضلعی‌ها - صفحه ۵۵)

(امیر مالمیر)

#### ۹۶- گزینه «۳»

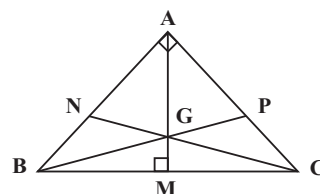


$$BE = AD \xrightarrow{AD=BC} BE = BC$$

$\triangle BEC$  متساوی الساقین است  $\Rightarrow$

## ۹۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)



می‌دانیم از وصل کردن نقطه هم‌رسی میانه‌های یک مثلث به سه رأس آن

مثلث، سه مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{ABC} = 3S_{GAB} = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = 18$$

$$\xrightarrow{AB=AC} \frac{1}{2} AB^2 = 18 \Rightarrow AB^2 = 36$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC : BC^2 &= AB^2 + AC^2 = 2AB^2 = 2 \times 36 = 72 \\ \Rightarrow BC &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس

$$AM = \frac{1}{2} BC = 3\sqrt{2} \quad \text{داریم:}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های ۶۰ و ۶۷)

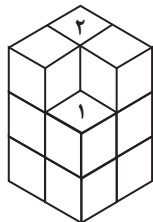
## ۹۹- گزینه «۳»

(افشین فامه‌فان)

در صورتی که این سازه را به طور کامل وارد یک مخزن رنگ کنیم، چهار

مکعب ردیف پایین و دو مکعبی که با شماره‌های ۱ و ۲ در شکل مشخص

شده‌اند، سه وجه رنگی خواهند داشت.



(هندسه ۱- تبسم فضایی- صفحه ۹۰)

## ۱۰۰- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یک از دو خط موازی را قطع کند،

دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه «۲»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود

رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این

گزاره همواره درست است.

گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با

دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

گزینه «۴»: از هر نقطه بیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط

می‌گذرد.

(هندسه ۱- تبسم فضایی- صفحه‌های ۷۸ و ۸۲)



$$20 \times 5 / 36 = 107 / 2 \text{ cm}$$

قد اولیه دختر ۵۰ cm بوده است، بنابراین پس از ۲۰ سال قدش به

$$107 / 2 + 50 = 157 / 2 \text{ cm می‌رسد.}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

### ۱۰۳- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا مساحت سطح مقطع پایین ظرف را می‌یابیم و حجم آن را حساب

می‌کنیم:

$$A_1 = \pi r^2 \xrightarrow{r = \frac{D}{2}} A_1 = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$\xrightarrow{D = 4 \text{ cm}} A_1 = 3 \times \frac{1600}{4} = 1200 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = A_1 h_1 \xrightarrow{h_1 = 1 \text{ cm}} V_1 = 1200 \times 1 = 1200 \text{ cm}^3$$

اکنون مشخص می‌کنیم از ۱۵ لیتر مایع، چند لیتر آن در قسمت باریک

ظرف جای می‌گیرد و سپس ارتفاع مایع قسمت باریک را حساب می‌کنیم.

دقت کنید برای سادگی محاسبه، لیتر را به  $\text{cm}^3$  تبدیل می‌کنیم. چون هر

لیتر برابر  $1000 \text{ cm}^3$  است، بنابراین حجم کل مایع  $15000 \text{ cm}^3$  است که

$$V_1 = 1200 \text{ cm}^3 \text{ آن در قسمت بزرگ‌تر ظرف و}$$

$$V_2 = 15000 - 12000 = 3000 \text{ cm}^3 \text{ در قسمت باریک ظرف جای}$$

می‌گیرد. با توجه به این که مساحت سطح مقطع باریک ظرف  $10 \text{ cm}^2$

است، ارتفاع آن برابر است با:

### فیزیک (۱)

#### ۱۰۱- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

الف) درست

ب) نادرست: طول از کمیت‌های اصلی و حجم و فشار از کمیت‌های فرعی

SI هستند.

پ) نادرست: یکای انرژی بر حسب یکای کمیت‌های اصلی در SI به صورت

$$\text{kg.m}^2 / \text{s}^2 \text{ است که یکای SI آن ژول (J) نامیده می‌شود.}$$

ت) نادرست: طول کمیت نرده‌ای و سرعت کمیت برداری است.

با این توضیحات فقط یک عبارت درست وجود دارد.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۶ و ۷)

#### ۱۰۲- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

آهنگ رشد قد دختر بچه  $1/7 \frac{\text{nm}}{\text{s}}$  می‌باشد که باید این آهنگ رشد را

بر حسب سانتی‌متر بر سال به دست آوریم. داریم:

$$1/7 \frac{\text{nm}}{\text{s}} = ? \frac{\text{cm}}{\text{year}}$$

$$1/7 \frac{\text{nm}}{\text{s}} \times \frac{10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ day}} \times \frac{365 \text{ day}}{1 \text{ year}}$$

$$= 5/36112 \frac{\text{cm}}{\text{year}} \approx 5/36 \frac{\text{cm}}{\text{year}}$$

به عبارت دیگر دختر بچه در هر سال به طور متوسط تقریباً  $5/36 \text{ cm}$  رشد

می‌کند، بنابراین در ۲۰ سال داریم:



به عبارت دیگر ارتفاع مایع اضافه شده به سمت چپ برابر ۱۵cm می باشد.

در نتیجه جرم مایع اضافه شده برابر است با:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 h_1 = 0.6 \times 20 \times 15 = 180 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی های فیزیکی مواد - صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

### ۱۰۵- گزینه ۲»

(فسرو ارغوانی فرد)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برابند نیروها برابر است با

تغییرات انرژی جنبشی. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow 20 + W_{F_2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 \Rightarrow W_{F_2} = 8 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان - صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

### ۱۰۶- گزینه ۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

اندازه نیروی اصطکاک را f، طول سطح شیبدار را برابر با d و ارتفاع سطح

شیبدار را h در نظر می گیریم. کار نیروی اصطکاک از A تا B برابر است با:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow -fd = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow -fd = (mgh + 0) - (0 + K_1) \Rightarrow -fd = mgh - K_1 \quad (*)$$

کارنیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$K_3 - K_1 = -2fd \quad (**)$$

از حل دو رابطه خواهیم داشت:

$$K_3 - K_1 = 2mgh - 2K_1 \Rightarrow h = \frac{K_1 + K_3}{2mg}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\frac{1}{2} m (v_1^2 + v_3^2)}{2mg} = \frac{v_1^2 + v_3^2}{4g} = \frac{10^2 + 20^2}{4 \times 10} = 12.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان - صفحه های ۵۴ تا ۷۳)

$$V_2 = A_2 h_2 \frac{A_2 = 100 \text{ cm}^2}{V_2 = 3000 \text{ cm}^3} \rightarrow 3000 = 100 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 30 \text{ cm}$$

در پایان به صورت زیر چگالی مایع را پیدا می کنیم. ارتفاع مایعی که بر کف

ظرف فشار وارد می کند، برابر  $h = h_1 + h_2 = 10 + 30 = 40 \text{ cm}$  است.

در این حالت داریم:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho gh A_1 \frac{h = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, F = 2400 \text{ N}}{A_1 = 1200 \text{ cm}^2 = 120 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow$$

$$2400 = \rho \times 10 \times 0.4 \times 120 \times 10^{-4} \Rightarrow \rho = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی های فیزیکی مواد - صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

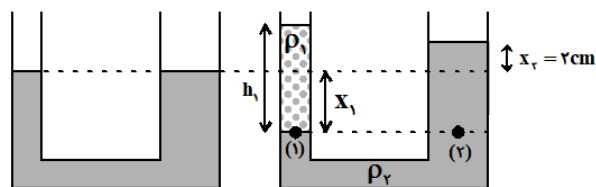
### ۱۰۴- گزینه ۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه مایعی به شاخه سمت چپ اضافه شود، سطح مایع اولیه در این شاخه

به اندازه  $x_1$  پایین می رود و در شاخه سمت راست، سطح مایع به اندازه

$x_2$  بالا می رود. بنابراین طبق صورت سؤال  $x_2 = 2 \text{ cm}$  می باشد.



حجم مایع جابه جا شده در دو طرف لوله یکسان می باشد، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 x_1 = A_2 x_2$$

$$\Rightarrow 20 \times x_1 = 40 \times 2 \Rightarrow x_1 = 4 \text{ cm}$$

در نهایت طبق اصل هم فشاری در نقاط (۱) و (۲) داریم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 (x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow 0.6 h_1 = 1/5 (4 + 2) \Rightarrow h_1 = 15 \text{ cm}$$





## ۱۰۷- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دما برحسب درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50^\circ F} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \theta = 10^\circ C \Rightarrow T = 10^\circ C$$

اکنون با استفاده از رابطه  $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ ، تغییر طول میله در حالت دومرا به دست می‌آوریم. با توجه به شکل زیر، در بازه دمایی  $T_1 = 0^\circ C$  تا $T_2 = 100^\circ C$ ، تغییر طول میله برابر باتا  $T_1 = 0^\circ C$  است.  $\Delta L = 100/2 - 100 = 0/2 \text{ cm}$ تا  $T_2 = 50^\circ F = 10^\circ C$ ، چون ضریب انبساط طولی ثابت است، می‌توان

نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \xrightarrow{L_1, \alpha \text{ ثابت اند}} \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{\Delta T'}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L'}{0/2} = \frac{10}{100} \Rightarrow \Delta L' = 0/2 \text{ cm}$$

بنابراین طول میله در دمای  $50^\circ F = 10^\circ C$  برابر است با:

$$L'_2 = L_1 + \Delta L' = 100 + 0/2 \Rightarrow L'_2 = 100/2 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۴ تا ۹۰)

## ۱۰۸- گزینه «۱»

(غلامرضا مصبی)

چون در نهایت مقداری از یخ باقی می‌ماند، یعنی مخلوط آب و یخ در حال

تعادل داریم و دمای تعادل صفر درجه سلسیوس خواهد بود، اگر  $m'$  جرم

یخ ذوب شده باشد، داریم:

$$m' = m - 37/5 \text{ (g)}$$

مقدار گرمایی که جرم  $m'$  یخ می‌گیرد تا ذوب شود ( $|Q_1|$ ) برابر بامقدار گرمایی است که آب از دست می‌دهد ( $|Q_2|$ ) تا به دمای تعادل

صفر درجه سلسیوس برسد:

$$|Q_1| = |Q_2| \xrightarrow{m' = m - 37/5 \text{ (g)}} (m - 37/5) L_F = m_W c |\Delta \theta|$$

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, |\Delta \theta| = 20^\circ C$$

$$(m - 37/5) \times (336) = 750 \times 4 / 2 \times 20$$

$$\Rightarrow m = 225 \text{ g} = 0/225 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

## ۱۰۹- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

می‌دانیم که برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی با مقدار PV

رابطه مستقیم دارد. بنابراین می‌توان گفت:

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{U_C}{U_A} \Rightarrow \frac{P_1 \times 2 V_1}{\frac{5}{2} P_1 \times V_1} = \frac{U_C}{8000}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{8000} = \frac{4}{5} \Rightarrow U_C = 6400 \text{ J}$$

حال می‌توانیم مقدار تغییرات انرژی درونی بین دو نقطه A و C را محاسبه

کنیم:

$$\Delta U_{CA} = U_A - U_C = 8000 - 6400 = 1600 \text{ J}$$

همچنین در فرایند بی‌دررو  $Q = 0$  است، پس طبق قانون اول

ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = 1600 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

## ۱۱۰- گزینه «۲»

(شادمان ویسی)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی می‌توان ثابت کرد:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$|Q_L| = 0/4 Q_H$$

طبق صورت سؤال:

$$\eta = 1 - 0/4 = 0/6 \text{ یا } 60\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک- صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)



$$\times \frac{6 \times 10^{23} \text{ atom C}}{1 \text{ mol C}} = 24 \times 10^{23} \text{ atom C}$$

$$\Delta / \text{AgC}_3\text{H}_6\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}}{\Delta \text{AgC}_3\text{H}_6\text{O}} \times \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}} = 0 / 3 \text{ mol C}$$

$$\Rightarrow \frac{24 \times 10^{23}}{0 / 3} = 80 \times 10^{23} = 8 \times 10^{24}$$

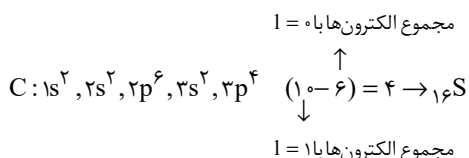
(شیمی ۱- کیوان زارگله الفبای هستی- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(روزبه رضوانی)

### ۱۱۳- گزینه «۲»

ابتدا با توجه به توضیحات بیان شده، عناصر مدنظر را پیدا می‌کنیم.

عنصر B همان C است  $\rightarrow \text{B: } 1s^2, 2s^2, 2p^2$

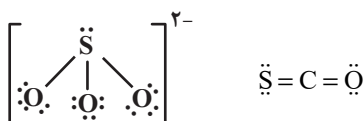


ترکیب:  $\text{CS}_2$  / نوع پیوند: کووالانسی  $\ddot{\text{S}} = \text{C} = \ddot{\text{S}}$

(شیمی ۱- کیوان زارگله الفبای هستی- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

(روزبه رضوانی)

### ۱۱۴- گزینه «۳»



### شیمی (۱)

(امیر حسین طیبی)

### ۱۱۱- گزینه «۳»

$${}_{10}^{26}\text{Y}^{q-} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ذرات درون هسته} \\ \text{ذرات با جرم نسبی صفر} \end{array} = \frac{n+p}{e} = \frac{26}{6} = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow e = 12 \Rightarrow {}_{10}^{26}\text{Y}^{2-}$$

فراوان ترین عنصر موجود در سیاره زمین Fe ۲۶ است.

$$\text{ClO}_x^- : e = 17 + 17x + 1 = 18 + 17x = 26 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{ClO}^-$$

$$\text{NO}_y^+ : \begin{cases} e = 7 + 17y - 1 \\ n = 7 + 17y \end{cases} \Rightarrow n + e = 14 + 17y - 1 = \left(\frac{1}{3} \times 99\right) + 12$$

رادیو ایزوتوپ تکنسیم  ${}_{43}^{99}\text{Tc}$  است.

$$\Rightarrow 17y = 32 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \text{NO}_2^+$$

$$\Rightarrow \frac{y+x}{q} = \frac{2+1}{2} = 1/5$$

(شیمی ۱- کیوان زارگله الفبای هستی- صفحه‌های ۵ و ۷)

(حامد رمضانپان)

### ۱۱۲- گزینه «۳»

چون در صورت سؤال به تقریب گفته شده است، عدد آوگادرو را می‌توانیم

$$6 \times 10^{23} \text{ در نظر بگیریم:}$$

$$124 \text{g C}_3\text{H}_6\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}_2}{62 \text{g C}_3\text{H}_6\text{O}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6\text{O}_2}$$



مخلوط مایع جدا شده و به حالت گاز درآمده است که جرم آن برابر ۴۸ گرم

معادل با ۱/۵ مول است.

باقی‌مانده مخلوط در واقع همان اوزون ( $O_3$ ) است. برای بدست آوردن

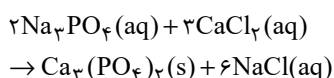
تعداد مولکول‌های باقی مانده در آن داریم:

$$32g O_3 \times \frac{1mol O_3}{48g O_3} \times \frac{6.02 \times 10^{23} molecule O_3}{1mol O_3} \\ = 4 \times 10^{23} molecule O_3$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۳ تا ۸۰)

### ۱۱۷- گزینه «۳»

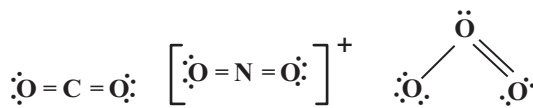
(ممید زبیدی)



جرم حل شونده  $CaCl_2$  را می‌توان از روی غلظت  $NaCl(aq)$  تولید

شده محاسبه کرد:

$$?gCaCl_2 = 2L \text{ محلول } \times \frac{5mol NaCl}{1L \text{ محلول}} \\ \times \frac{3mol CaCl_2}{6mol NaCl} \times \frac{111g CaCl_2}{1mol CaCl_2} = 55.5g CaCl_2 \\ d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/11 = \frac{m}{2000} \Rightarrow m \text{ محلول} = 2220g$$

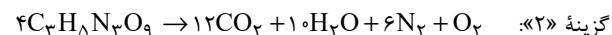


(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

### ۱۱۵- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

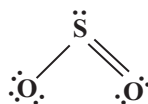
گزینه «۱»:  $C \equiv O :$  ,  $N \equiv N :$



گزینه «۳»: در سوختن هر دو ماده نور و گرما آزاد می‌شود.

گزینه «۴»: نسبت شمار کاتیون به آنیون در  $Fe_2O_3$  برابر با  $\frac{2}{3}$  و نسبت

شمار جفت الکترون اشتراکی به ناپیوندی در  $SO_2$  برابر  $\frac{3}{6}$  است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ و ۶۱ تا ۶۴)

### ۱۱۶- گزینه «۲»

(یاسر راشی)

نقطه جوش آلوتروپ‌های اکسیژن یعنی  $O_2$  و  $O_3$  به ترتیب برابر ۱۸۳-

و ۱۱۲- درجه سلسیوس است. پس در دمای  $-20^\circ C$ ، هر دوی آن‌ها

به حالت مایع هستند و با بالا بردن دما تا  $-136/5^\circ C$ ، اکسیژن از



بررسی دیگر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $\text{CO}_2$  و  $\text{I}_2$  مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی  $\text{H}_2\text{O}$  و

$\text{H}_2\text{S}$  به ترتیب  $1/85\text{D}$  و  $0/97\text{D}$  می‌باشد.

گزینه «۲»: در فشار ثابت انحلال پذیری  $\text{NO}_2$  از  $\text{N}_2$  بیشتر است.

گزینه «۴»: مطابق متن کتاب درسی درست است.

$\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$  : نقطه جوش

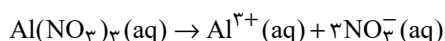
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۳ تا ۱۰۹، ۱۱۲ و ۱۱۳)

#### ۱۲۰- گزینه «۲»

(ممید زبیدی)

عبارت اول نادرست است. از انحلال هر مول آلومینیم نیترات در آب، ۴ مول

یون تولید می‌شود.



عبارت دوم درست است.

عبارت سوم درست است. آب چشمه حل‌شونده کمتری دارد.

عبارت چهارم درست است.

عبارت پنجم درست است. وجود یون  $\text{K}^+$  برای عملکرد مناسب دستگاه

عصبی ضروری است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۹ و ۱۲۱)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{55/5}{2220} \times 10^6 = 25000$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

#### ۱۱۸- گزینه «۲»

(ممید زبیدی)

ابتدا درصد جرمی محلول سیرشده را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\text{NaNO}_3} = 0/7 \times 40 + 72 = 100$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{S}{100 + S} \times 100 = \frac{100}{100 + 100} \times 100 = 50\%$$

(a: درصد جرمی، d: چگالی محلول)

$$M_{\text{مولی}} = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 50 \times 1/7}{85} = 10 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۲)

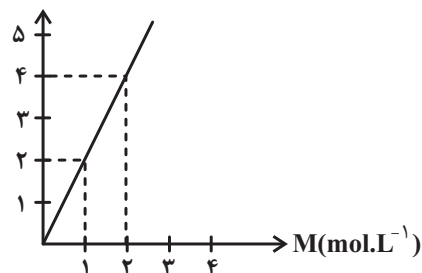
#### ۱۱۹- گزینه «۳»

(امیر حسین طبیبی)

به ازای هر مول  $\text{MgSO}_4$  حل شده در آب، ۲ مول یون تولید می‌شود؛ در

نتیجه نمودار باید به شکل زیر باشد:

مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول M مولار منیزیم سولفات



## آزمون دانش شناختی ۷ فروردین ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام گزینه درست است؟

۱. توانایی شناختی ما ذاتی است و نمی‌تواند با تمرین تغییر کند.
  ۲. توانایی شناختی ما تقویت‌پذیر است و می‌تواند با تمرین بهتر شود.
  ۳. هیچ کدام
  ۴. نمی‌دانم
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. توانایی شناختی ما یک امر ذاتی و ثابت نیست و تقویت‌پذیر است. با کمک تمرینات هدفمند شناختی می‌توان آنها را ارتقا داد. این تقویت با دو رویکرد توسعه توانایی‌های شناختی با برنامه‌های هدفمند تقویتی و یا یادگیری مدیریت منابع شناختی موجود صورت می‌گیرد. آزمون-های دانش شناختی رویکرد دوم را دنبال می‌کنند. دسترسی به برنامه‌های هدفمند تقویتی در پروفایل کانون شما قرار داده شده است.

۲۶۲. کدام سوال را برای یادگیری مفید می‌دانید؟

۱. "چه چیزی می‌دانم؟" قبل از مطالعه
  ۲. "چه چیزی می‌خواهم بدانم؟" قبل از مطالعه
  ۳. "چه چیزی یادگرفتم؟" پس از مطالعه
  ۴. همه موارد
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. برای یادگیری یک مطلب، صرفاً خواندن آن کفایت نمی‌کند بلکه قبل از شروع مطالعه باید تعیین کنید که در رابطه با موضوع موردنظر چه اطلاعاتی از قبل دارید، چه چیزی را نمی‌دانید و هدفتان یادگیری چه مبحثی است و در نهایت پس از مطالعه خودتان را پایش کنید که آیا چیزی که می‌خواستیم را یادگرفتم یا خیر. این سوالات یادگیری شما را هدفمند کرده و فرایند یادگیری را تسهیل می‌کند.

۲۶۳. کدام یک از موارد زیر در مورد آزمون صحیح است؟

۱. موجب آگاهی ما از وضعیت یادگیری خودمان می‌شود.
  ۲. مروری بر مطالب درسی است.
  ۳. باعث افزایش انگیزه برای یادگیری می‌شود.
  ۴. همه موارد
- پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. آزمون اهداف گوناگونی دارد و فقط یکی از اهداف آن ارزیابی است. به جز ارزیابی، آزمون‌ها باعث خودآگاهی ما از وضعیت یادگیری‌مان می‌شود که با توجه به آن می‌توانیم برنامه‌ریزی کنیم که چه مطالبی را باید مجدداً مطالعه کنیم و همچنین بر چه مباحثی تسلط داریم. از طرفی یکی از راه‌های مرور مطالب درسی امتحان گرفتن از خود است و با توجه به نتایجی که می‌گیریم به افزایش انگیزه-مان برای یادگیری هم کمک می‌کند. یکی از انگیزاننده‌های درونی احساس تسلط و پیشرفت در مسیر یادگیری است که آزمون‌های مستمر به خوبی می‌تواند این امکان را در اختیار ما قرار دهد. علاوه بر این مقایسه عملکرد خود با دیگران موجب تقویت انگیزه یادگیری و تلاش می‌شود.

۲۶۴.

کدام مورد به عنوان انگیزاننده مطالعه مفید است؟

۱. خیالپردازی در مورد هدف آینده
۲. پایش مستمر پیشرفت خود بر اثر تلاش
۳. هر دو مورد
۴. هیچ کدام

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۳ صحیح است. یکی از راه‌های ایجاد انگیزه در خودمان در نظر گرفتن هدفی است که می‌خواهیم به آن دست یابیم و خیالپردازی کردن در مورد آن و تصورش که به آن رسیده‌ایم باعث ایجاد انگیزه در ما و در نتیجه تلاش کردن برای رسیدن به آن می‌شود. دقت کنید که خیال پردازی تا زمانی مفید است که شما را وادار به تلاش می‌کند، وگرنه صرفاً خیال‌پردازی در مورد هدف مفید نیست. همچنین پایش میزان پیشرفت‌مان بعد از هر گامی که در راستای رسیدن به هدفمان برداشته‌ایم نیز به ما انگیزه‌ی ادامه راه را می‌دهد.

۲۶۵.

کدام یک از مراحل زیر برای حل یک مساله / مشکل کمک کننده است؟

۱. نوشتن ابعاد مختلف مساله
۲. نوشتن کلیه راه حل‌های ممکن
۳. ارزش‌گذاری راه حل‌ها
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. حل مسئله گام‌هایی دارد و درست‌ترین راه برای مدیریت یک مشکل نوشتن ابعاد مختلف مسئله، تعیین تمام راه‌حل‌های ممکن و ارزش‌گذاری آن‌ها و در نهایت انتخاب بهترین راه‌حل است. بدون این مراحل، دم‌دست‌ترین راه بدون در نظر گرفتن ارزش آن انتخاب خواهد شد.

۲۶۶.

کدام راه حل را برای مدیریت موانع قابل پیش‌بینی در برنامه‌ریزی مناسب می‌دانید؟

۱. برنامه‌ریزی مجدد
۲. تعیین پاسخ‌های احتمالی قبل از شروع برنامه
۳. انکار مانع
۴. تسلیم شدن در برابر مانع

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. بهترین نوع برنامه‌ریزی آن است که قبل از سازماندهی آن، موانع قابل پیش‌بینی را در نظر بگیریم و با توجه به آن‌ها برنامه‌ای انعطاف‌پذیر و منطقی برای خود داشته باشیم تا در صورت برخورد با این موانع، طبق برنامه‌ریزی قبلی قادر به برطرف کردن آن‌ها و برای مثال جبران ساعات مطالعه‌مان باشیم. در نظر داشته باشید که در موقع برخورد با موانع هیجان مانع یک تصمیم منطقی و درست می‌شود ولی اگر از قبل برای این مانع راه حلی در نظر گرفته باشیم می‌توانید آن را به خوبی مدیریت کنید.

۲۶۷.

کدام مورد موجب سازگاری با شرایط جدید می‌شود؟

۱. استقبال از یادگیری جدید
۲. تلاش برای حفظ منطقه امن اطراف خود
۳. مقاومت به تغییر
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۱ صحیح است. یکی از راه‌های افزایش سازگاری، پذیرفتن چالش‌های جدید و به دنبال تجربیات جدید بودن است. برای تقویت این مهارت می‌توانید از تغییر عادات زندگی روزمره شروع کنید. برای مثال اگر عادت دارید هر روز یک مسیر را به سمت مدرسه خود طی کنید، یک مسیر جدید را نیز امتحان کنید.

۲۶۸. در شرایط غیر قابل پیش بینی کدام مورد را مفید می‌دانید؟

۱. یادگیری از دیگران
۲. پیدا کردن نکات مثبت شرایط جدید
۳. ارزشمند دانستن خطاها
۴. همه موارد

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۴ صحیح است. زمانی که شرایط غیرقابل پیش‌بینی به‌وجود می‌آید، باید فرصت یادگیری از تجربه دیگران را غنیمت شمرد، همچنین درس گرفتن از خطاها برای تدبیر اندیشیدن برای شرایط احتمالی مشابه آینده و همچنین توجه به نکات مثبتی که شرایط جدید به وجود آورده است، مفید است.

۲۶۹. کدام گزینه در مورد خواندن چند موضوع درسی در یک روز درست است؟

۱. مناسب نیست چون تمرکز ما را به هم می‌ریزد.
۲. مناسب است چون موجب انعطاف ما در یادگیری می‌شود.
۳. فرقی ندارد
۴. نمی‌دانم

**پاسخ تشریحی:** پاسخ ۲ صحیح است. یکی از راه‌های افزایش سازگاری و یا انعطاف‌پذیری ذهنی ما، خواندن چند موضوع درسی در یک روز است، تا توانایی انتقال از یک موضوع به موضوع دیگر در ما تقویت شود و بتوانیم با تغییر مبحث، تمرکز کافی را بر مطلب جدید داشته باشیم بدون اینکه ذهنمان درگیر موضوع قبلی باشد. فقط توجه داشته باشید مطالب را نیمه‌کاره رها نکنید و مبحث قبل را تکمیل کرده و سپس سراغ موضوع درسی جدید بروید.