



پدید آورندگان آزمون ۲۲ مهر سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	محمد حمیدی، احسان غنی‌زاده، حمید علیزاده، محمد مصطفی ابراهیمی، جواد زنگنه قاسم آبادی، محمد ابراهیم توزنده جانی، مجتبی نادری، علی اکبر اسکندری، عادل حسینی، پدram نیکوکار، اکبر کلاه‌ملکی
هندسه (۲)	امیر حسین ابومحبوب، محمد ابراهیم توزنده جانی، فرزانه خاکپاش، محمد خندان
آمار و احتمال	محمد خندان، فرزانه خاکپاش، محمد ابراهیم توزنده جانی، نیما زارع، امیر حسین ابومحبوب
فیزیک (۲)	فرشید رسولی، سید محمد جواد موسوی مبارکه، بهنام دیبائی، حسین ناصحی، محمد فاضل میرحاج، سعید منبری، هوشنگ غلام‌عابدی، سعید اردم، علی پیراسته، خسرو ارغوانی فرد، علیرضا کرمی، مهرداد مردانی، معصومه افضلی، بیتا خورشید
شیمی (۲)	عباس هنرجو، منصور سلیمانی ملکان، یاسر علیشائی، سید رحیم هاشمی دهکردی، مرتضی حسن‌زاده، محمد عظیمیان زواره

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	محمد رضا اصفهانی
شیمی (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	سینا رحمانی‌تبار، یاسر راش، مسعود خانی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم
	مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زینبده فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)



حسابان (۱)

۱- گزینه «۱»

(مهمبر عمیری)

جملات دنباله هندسی داده شده به صورت زیر هستند:

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \dots$$

$$S_n > 15 \Rightarrow a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) > 15 \Rightarrow \frac{1}{12} \times \frac{3^n - 1}{3 - 1} > 15$$

$$\Rightarrow 3^n - 1 > 360 \Rightarrow 3^n > 361 \Rightarrow n_{\min} = 6$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۴ تا ۶)

۲- گزینه «۲»

(امسان غنی زاده)

$$\begin{cases} a_3 = a + 2 \times 3 = a + 6 \\ a_7 = a + 2 \times 7 = a + 14 \\ a_{10} = a + 2 \times 10 = a + 20 \end{cases}$$

→ جملات متوالی
دنباله هندسی

$$(a + 6)(a + 20) = (a + 14)^2 \Rightarrow a^2 + 26a + 120 = a^2 + 28a + 196$$

$$\Rightarrow -2a = 76 \Rightarrow a = -38 \Rightarrow a_n = 2n - 38$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \times 1 - 38 = -36 \\ d = 2 \end{cases}$$

طبق رابطه $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$ داریم:

$$S_5 = \frac{5}{2} [2a_1 + 4d] = \frac{5}{2} [2 \times (-36) + 4 \times 2] = \frac{5}{2} [-72 + 8] = -160$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۴ تا ۶)

۳- گزینه «۴»

(امسان غنی زاده)

طبق رابطه $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ داریم:

$$\begin{cases} S_6 = a_1 \times \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 20 \\ a_7 = a_1 + 10 \Rightarrow a_1 q^6 = a_1 + 10 \Rightarrow a_1 q^6 - a_1 = 10 \\ \Rightarrow a_1 (q^6 - 1) = 10 \end{cases}$$

$$\frac{a_1(q^6 - 1) = 10}{a_1(q^6 - 1) = 20} \Rightarrow \frac{10}{q - 1} = 20 \Rightarrow q - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} a_6 = a_1 q^5 \Rightarrow \frac{a_6}{a_7} = \frac{a_1 q^5}{a_1 q} = q^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} \\ a_7 = a_1 q \end{cases}$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۴ تا ۶)

۴- گزینه «۲»

(همبر علیزاده)

$$50, 48, 46, \dots \Rightarrow d = -2$$

$$S_n = 410$$

$$n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$410 = \frac{n}{2} (100 - 2(n-1)) \Rightarrow 410 = \frac{n}{2} (2(50 - n + 1))$$

$$410 = 51n - n^2 \Rightarrow n^2 - 51n + 410 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 10)(n - 41) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = 41 \end{cases} \text{ غق ق۱}$$

به ازای $n = 41$ طول پله ها منفی می شود که قابل قبول نیست.

(مسئله ۱ - صفحه های ۴ تا ۶)

۵- گزینه «۴»

(همبر علیزاده)

$$64 + 2\left(\frac{64}{2}\right) + 2\left(\frac{64}{4}\right) + \dots + 2\left(\frac{64}{2^{n-1}}\right) = 190$$

$$\xrightarrow{+64} 2(64) + 2\left(\frac{64}{2}\right) + 2\left(\frac{64}{4}\right) + \dots + 2\left(\frac{64}{2^{n-1}}\right) = 190 + 64$$

$$\longrightarrow 2(64) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) = 254$$

$$\Rightarrow (64) \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 127 \Rightarrow 128 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right) = 127$$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{127}{128} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{128} \Rightarrow n = 7$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۴ تا ۶)

۶- گزینه «۴»

(مهمبر مصطفی ابراهیمی)

یک دنباله هندسی با جمله اول x و قدرنسبت x^2 داریم. تعداد

جملات این دنباله برابر ۸ است. حالا مجموع این ۸

جمله را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \Rightarrow S_8 = \frac{a_1(1 - q^8)}{1 - q} \\ &= \frac{x(1 - (x^2)^8)}{1 - x^2} = \frac{x(1 - x^{16})}{1 - x^2} \xrightarrow{x = \sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}(1 - (\sqrt{2})^{16})}{1 - 2} \end{aligned}$$



بنابراین معادله جدید باید ریشه‌هایی با مقادیرهای $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ داشته باشد، پس داریم:

$$S = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2, P = \left(\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-5}{4} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{5}{4} = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 8x - 5 = 0 \text{ یا } 4x^2 - 8x = 5$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(پوار زنگنه قاسم آبادی)

۱۰- گزینه «۲»

$$P = \frac{117}{3} = 39 \quad \text{حاصلضرب جواب‌ها برابر است با:}$$

از طرفی چون جواب‌ها صحیح‌اند، باید ۳۹ را به صورت ضرب دو عدد صحیح بنویسیم:

$$39 = \begin{cases} 3 \times 13 \\ -3 \times (-13) \\ 1 \times 39 \\ -1 \times (-39) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3, 13 \Rightarrow \text{جمع جواب‌ها} = 16 = \frac{m-3}{3} \Rightarrow m = 51 \\ -3, (-13) \Rightarrow \text{جمع جواب‌ها} = -16 = \frac{m-3}{3} \Rightarrow m = -45 \\ 1, 39 \Rightarrow \text{جمع جواب‌ها} = 40 = \frac{m-3}{3} \Rightarrow m = 123 \\ -1, (-39) \Rightarrow \text{جمع جواب‌ها} = -40 = \frac{m-3}{3} \Rightarrow m = -117 \end{cases}$$

پس m چهار مقدار ۵۱، -۴۵، ۱۲۳ و -۱۱۷ دارد که دو تای آنها منفی است. $\{-117, -45\}$ توجه کنید به‌ازای m های به‌دست آمده باید دلتای معادله نامنفی باشد که این شرط برقرار است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(مهمربراهیم توزنده پانی)

۱۱- گزینه «۳»

اگر فرض کنیم $x^2 = t$ ، آن‌گاه $x = \pm\sqrt{t}$ ، $t \geq 0$ و همچنین معادله به شکل $t^2 - 2t + m^2 - 4 = 0$ در می‌آید. اگر این معادله دو جواب مثبت داشته باشد، معادله اصلی ۴ جواب متمایز خواهد داشت. بنابراین در معادله $t^2 - 2t + m^2 - 4 = 0$ باید شرط‌های زیر برقرار باشد:

$$= \frac{\sqrt{2}(1-2^8)}{-1} = \frac{\sqrt{2}(1-256)}{-1} = 255\sqrt{2}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

(ممد علیزاده)

۷- گزینه «۱»

$$t = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2t \xrightarrow{x^2 + 4x - 1 = 0} (2t)^2 + 4(2t) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4t^2 + 8t - 1 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} 4x^2 + 8x - 1 &= 0 \\ 4x^2 + 8x + m - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m - 1 = -1 \Rightarrow m = 0$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(امسان غنی زاده)

۸- گزینه «۴»

$$x(x+m) = m^2 + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + mx - m^2 - 4 = 0$$

فرض می‌کنیم α و β ریشه‌های معادله درجه ۲ هستند: ($\alpha > \beta$)

$$\alpha = \beta + 6$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -m \Rightarrow \beta + 6 + \beta = -m \Rightarrow -2\beta - 6 = m \\ \Rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-m^2 - 4}{1} = -m^2 - 4 \\ \Rightarrow (\beta + 6)\beta = -(-2\beta - 6)^2 - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 6\beta = -(4\beta^2 + 24\beta + 36) - 4$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 6\beta = -4\beta^2 - 24\beta - 40 \Rightarrow 5\beta^2 + 30\beta + 40 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 5} \beta^2 + 6\beta + 8 = 0 \Rightarrow (\beta + 2)(\beta + 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta + 2 = 0 \Rightarrow \beta = -2 \Rightarrow m = -2(-2) - 6 = 4 - 6 = -2 \\ \beta + 4 = 0 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow m = -2(-4) - 6 = 8 - 6 = 2 \end{cases}$$

بنابراین مقدار مثبت m ، ۲ است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(امسان غنی زاده)

۹- گزینه «۲»

ابتدا معادله فرض را تجزیه می‌کنیم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$5x^4 - 42x^2 - 27 = 0 \Rightarrow (5x^2 + 3)(x^2 - 9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ 5x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

ریشه حقیقی ندارد. $-\frac{3}{5}$



(مبتدی نازری)

۱۴- گزینه ۲»

ابتدا با توجه به نمودار تابع f ، علامت ضرایب a ، b و c را تعیین می‌کنیم.
چون تابع f ، \max دارد، لذا $c < 0$ است و چون نمودار f محور y ها را در قسمت منفی قطع کرده است، بنابراین عرض از مبدأ آن منفی است و لذا $b < 0$ است.
همچنین با توجه به نمودار تابع f ، طول رأس سهمی (x_S)، مثبت است، پس داریم:

$$x_S > 0 \Rightarrow x_S = \frac{-a}{2c} > 0 \xrightarrow{c < 0} -a < 0 \Rightarrow a > 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

پس علامت a ، b و c عبارتند از:

حال در تابع درجه دوم $g(x) = ax^2 + bx + c$ چون $a > 0$ است لذا سهمی \min دارد. (رد گزینه ۱)

$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{b^2 > 0, ac < 0} \Delta > 0$$

بنابراین تابع g دو ریشه حقیقی متمایز دارد. (رد گزینه ۳)

$$x'_S = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{\frac{-b}{2a} > 0, a > 0} x'_S > 0$$

همچنین داریم: (طول رأس سهمی تابع g)
و لذا طول رأس سهمی تابع g مثبت است. (رد گزینه ۴)

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ و ۱۲)

(معمیر علیزاده)

۱۵- گزینه ۲»

ضابطه تابع درجه دوم f را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{f(0) = -2} c = -2$$

با توجه به شکل $f(x)$ ، رأس سهمی وسط -2 و $x = 0$ است. پس:

$$\left. \begin{aligned} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2+0}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a \\ f(x) = ax^2 + bx - 2 \xrightarrow{V(-1, -4)} -4 = a - b - 2 \Rightarrow a - b = -2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 2 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = -2 \\ P = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = (-2)^2 - 2(-1) = 6$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ و ۱۲)

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(m^2 - 4) > 0 \Rightarrow m^2 < 5 \Rightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \quad (I)$$

$$\frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow 2 > 0, \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow m^2 - 4 > 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 2 \quad (II)$$

حاصل ضرب ریشه‌ها حاصل جمع ریشه‌ها

$$\xrightarrow{(II) \cap (I)} m \in (-\sqrt{5}, \sqrt{5}) - [-2, 2]$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ و ۱۳)

(معمیر علیزاده)

۱۲- گزینه ۱»

$$2x^2 + (c+2)x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b'}{a'} = \frac{-(c+2)}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{c'}{a'} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \sqrt{\alpha\beta} \\ t_2 = 2\sqrt{\alpha\beta} \end{cases}$$

معادله جدید

$$S' = S_{\text{جدید}} = t_1 + t_2 = \sqrt{\alpha\beta} + 2\sqrt{\alpha\beta} = 3\sqrt{\alpha\beta} = 3\sqrt{P} = 3\sqrt{4} = 6$$

$$P' = P_{\text{جدید}} = t_1 t_2 = \sqrt{\alpha\beta} 2\sqrt{\alpha\beta} = 2\alpha\beta = 2P = 2(4) = 8$$

$$\Rightarrow x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 0 \\ x^2 + bx + c = 0 \end{cases} \Rightarrow c = 8$$

$$2x^2 + (c+2)x + 8 = 0 \xrightarrow{c=8} 2x^2 + 10x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b'}{a'} = \frac{-10}{2} = -5$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ و ۹)

(معمیر علیزاده)

۱۳- گزینه ۱»

برای آن که معادله دو ریشه حقیقی منفی داشته باشد:

$$\Delta = 1 - 4\left(\frac{1}{m}\right) > 0 \quad (\Delta > 0)$$

اولاً باید Δ مثبت داشته باشیم:

$$S = -\frac{b}{a} = -1 < 0$$

ثانیاً جمع ریشه‌ها منفی باشد:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{m^2} > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} - \{0\}$$

ثالثاً ضرب ریشه‌ها مثبت باشد:

$$1 > \frac{4}{m^2} \Rightarrow m^2 > 4 \Rightarrow |m| > 2$$

بنابراین:

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ و ۹)



۱۶- گزینه «۲»

(امسان غنی زاده)

در توابع درجه دوم می‌دانیم اگر جهت تقعر رو به بالا باشد آن‌گاه $(a > 0)$ و اگر پایین باشد $(a < 0)$. در رابطه با عرض از مبدأ تابع درجه دوم (c) ، اگر محل برخورد سهمی با محور y ها بالای مبدأ باشد $(c > 0)$ و اگر بر روی مبدأ باشد $(c = 0)$ و اگر زیر مبدأ باشد $(c < 0)$ است. در رابطه با (b) به نکته زیر توجه کنید:

برای تعیین علامت (b) کافی است در محل برخورد تابع درجه دوم با محور y ، خط مماس رسم کنیم اگر شیب خط مماس مثبت بود $(b > 0)$ ، اگر شیب خط مماس منفی بود $(b < 0)$ و اگر شیب خط مماس صفر بود، آن‌گاه $(b = 0)$ است.

با توجه به توضیحات بالا در دو نمودار (الف) و (ب) حاصل abc مثبت است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۷۵ تا ۷۶)

۱۷- گزینه «۲»

(علی اکبر اسکندری)

با تغییر متغیر $x^3 + \frac{3}{x} = t$ ضابطه تابع به

صورت $f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ درمی‌آید. داریم:

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow (2t - 1)(t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \Rightarrow x^3 + \frac{3}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^3 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{x} \\ t = 1 \Rightarrow x^3 + \frac{3}{x} = 1 \Rightarrow x^3 = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{\sqrt[3]{5}}{x} \end{cases}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۷۵ تا ۷۶)

۱۸- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

اگر $x = -2$ را در معادله قرار دهیم، به رابطه $4a - 2b + c = 0$ می‌رسیم که همان رابطه صورت سؤال است؛ بنابراین یکی از ریشه‌ها $x_1 = -2$ است. ریشه دیگر را x_2 می‌نامیم:

$$\begin{cases} -\frac{b}{a} = x_1 + x_2 = -2 + x_2 \Rightarrow x_2 = 2 - \frac{b}{a} \\ \frac{c}{a} = x_1 x_2 = -2x_2 \Rightarrow x_2 = -\frac{c}{2a} \end{cases}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۹- گزینه «۱»

(پدرام نیکوکار)

راه حل اول: در معادله درجه دوم $2x^2 - x - 4 = 0$ داریم:

$$S_1 = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad P_1 = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را می‌یابیم:

$$S_2 = 2\alpha^3 + 2\beta^3 = 2(\alpha^3 + \beta^3) = 2(S_1^3 - 3S_1P_1)$$

$$= 2\left(\frac{1}{8} + 2\right) = \frac{25}{4}$$

$$P_2 = (2\alpha^3)(2\beta^3) = 4P_1^3 = 4(-8) = -32$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مورد نظر}} x^2 - S_2x + P_2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{25}{4}x - 32 = 0$$

راه حل دوم: با جایگذاری ریشه‌های α و β در

$$\text{معادله } 2x^2 - x - 4 = 0 \text{ داریم:}$$

$$\begin{cases} 2\alpha^2 = \alpha + 4 \xrightarrow{\times \alpha} 2\alpha^3 = \alpha^2 + 4\alpha = \left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) + 4\alpha = \frac{9}{2}\alpha + 2 \\ 2\beta^2 = \beta + 4 \xrightarrow{\times \beta} 2\beta^3 = \beta^2 + 4\beta = \left(\frac{\beta}{2} + 2\right) + 4\beta = \frac{9}{2}\beta + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \frac{9}{2}(\alpha + \beta) + 4 = \frac{9}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{25}{4} \\ P' = \frac{81}{4}(\alpha\beta) + 9 \times (\alpha + \beta) + 4 = -\frac{81}{2} + \frac{9}{2} + 4 = -32 \end{cases}$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - \frac{25}{4}x - 32 = 0$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۷۵ تا ۷۶)

۲۰- گزینه «۱»

(اکبر کلاه‌مکی)

ابتدا مشخص می‌کنیم که تا جمله آخر دسته چهاردهم چند عدد مضرب ۴ دسته‌بندی شده است:

$$\frac{n(n+1)}{2} \quad n=14 \rightarrow \frac{14(15)}{2} = 105$$

پس اولین عضو دسته پانزدهم برابر ۱۰۶امین عدد مضرب طبیعی ۴ است، یعنی:

$$106 \times 4 = 424$$

و دسته پانزدهم دارای پانزده جمله است. پس:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S = \frac{15}{2}(848 + (14)(4))$$

$$= 15(424 + 28) = 6780$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲ و ۳)

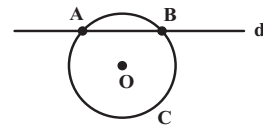


هندسه (۲)

۲۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

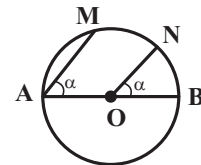
در حالتی که خط و دایره دو نقطه اشتراک داشته باشند، خط و دایره را متقاطع می‌نامند. مطابق شکل فاصله هر نقطه واقع بین A و B روی خط d از مرکز دایره، کوچکتر از شعاع دایره است، پس بی‌شمار نقطه با این مشخصات وجود دارد.



(هنر سه ۲ - صفحه ۱۱)

۲۲- گزینه «۲»

(مهمربراهیم توزنده‌بانی)

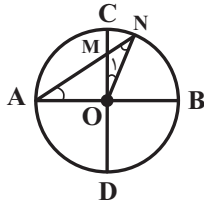
با فرض $\hat{A} = \alpha$ داریم:(۱) $AM \parallel ON \Rightarrow \hat{A} = \hat{NOB} = \alpha \xrightarrow{\text{مرکزی } \hat{O}_1} \widehat{NB} = \alpha$ (۲) $\hat{A} = \alpha \xrightarrow{\text{محاطی } \hat{A}} \widehat{MNB} = 2\alpha$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{\widehat{MNB}}{\widehat{NB}} = \frac{2\alpha}{\alpha} = 2$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۲۳- گزینه «۱»

(مهمربراهیم توزنده‌بانی)

فرض کنیم $\hat{A} = \alpha$ باشد. با رسم شعاع ON داریم:

$$\triangle OAN : ON = OA \Rightarrow \hat{N} = \hat{A} = \alpha$$

$$\triangle MON : MO = MN \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{N} = \alpha$$

$$\triangle OAN : \hat{AON} + \hat{A} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow (90^\circ + \alpha) + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

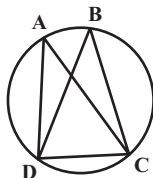
(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۴- گزینه «۳»

(فرزانه فاکباش)

نقاط C و D را به یک‌دیگر وصل می‌کنیم. مثلث BCD

متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم:



$$BC = BD \Rightarrow \hat{BDC} = \hat{BCD} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

AC قطر دایره و \hat{ADC} زاویه محاطی روبه‌رو قطر است،بنابراین $\hat{ADC} = 90^\circ$ و داریم:

$$\hat{ADB} = \hat{ADC} - \hat{BDC} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

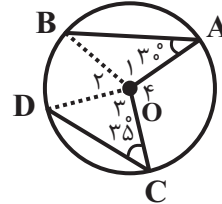
(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



۲۵- گزینه «۴»

(معمداً ابراهیم توزنده یانی)

با رسم شعاع‌های OB و OD داریم:



$$\triangle OAB : OB = OA \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\triangle OCD : OD = OC \Rightarrow \hat{D} = \hat{C} = 35^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_3 = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_2 + \hat{O}_4 = 360^\circ - (120^\circ + 110^\circ) = 130^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = 130^\circ$$

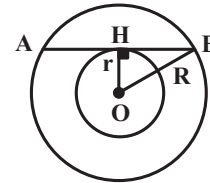
(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۶- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومحبوب)

اگر شعاع دایره بزرگتر را با R و شعاع دایره کوچکتر را با r نمایش

دهیم، آنگاه داریم:



$$\text{مساحت ناحیه محصور} = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow 16\pi = \pi(R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow R^2 - r^2 = 16$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OHB داریم:

$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = R^2 - r^2 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$AB = 2BH = 2 \times 4 = 8$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۱۳)

۲۷- گزینه «۱»

(غریزه قالیباش)

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث، مساحت مثلثی به اضلاع a و b

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha \text{ که زاویه بین این دو ضلع برابر } \alpha \text{ باشد، از رابطه}$$

محاسبه می‌شود. همچنین مساحت قطاع متناظر با زاویه α در دایره‌ای

$$\text{به شعاع } R, \text{ از رابطه } S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} \text{ به دست می‌آید. اگر مساحت}$$

قطاع OAB را با S_1 و مساحت مثلث OAB را با S_2 نمایش دهیم،

$$S_1 = \frac{\pi \times 4^2 \times 45^\circ}{360^\circ} = 2\pi \quad \text{داریم:}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

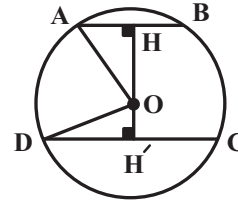
$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 2(S_1 - S_2) = 2(2\pi - 4\sqrt{2}) = 4(\pi - 2\sqrt{2})$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۱۲)



۲۸- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)



می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین:

$$AH = \frac{AB}{2} = ۱۵ \text{ و } DH' = \frac{DC}{2} = ۲۴ \text{ است.}$$

طبق قضیه فیثاغورس در دو مثلث OAH و ODH' داریم:

$$\Delta OAH : OH^2 = OA^2 - AH^2 = ۶۲۵ - ۲۲۵ = ۴۰۰ \Rightarrow OH = ۲۰$$

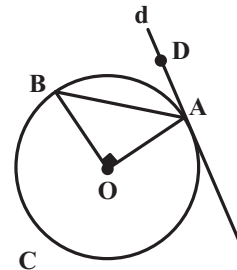
$$\Delta ODH' : OH'^2 = OD^2 - DH'^2 = ۶۲۵ - ۵۷۶ = ۴۹ \Rightarrow OH' = ۷$$

$$\text{فاصله دو وتر} = HH' = OH + OH' = ۲۷$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۱۳)

۲۹- گزینه «۱»

(غفرانه خاکپاش)



می‌دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است،

بنابراین $\widehat{OAD} = ۹۰^\circ$ است و در نتیجه داریم:

$$\widehat{OAB} = \widehat{OAD} - \widehat{BAD} = ۹۰^\circ - ۴۵^\circ = ۴۵^\circ$$

$$\Delta OAB : OA = OB \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB} = ۴۵^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = ۹۰^\circ$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث AOB داریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = ۹ + ۹ = ۱۸ \Rightarrow AB = ۳\sqrt{2}$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۳۰- گزینه «۴»

(معمّر فنران)

$$\widehat{CD} + \widehat{EF} = ۸۰^\circ + ۷۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EAC} + \widehat{FBD} = ۳۶۰^\circ - ۱۵۰^\circ = ۲۱۰^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} &= \frac{\widehat{FBD}}{2} \\ \widehat{B} &= \frac{\widehat{EAC}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} = \frac{\widehat{FBD} + \widehat{EAC}}{2} = \frac{۲۱۰^\circ}{2} = ۱۰۵^\circ$$

می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی ۳۶۰° است، بنابراین در

چهارضلعی AMBN داریم:

$$x + y = ۳۶۰^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = ۳۶۰^\circ - ۱۰۵^\circ = ۲۵۵^\circ$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۳»

(ممبر فنان)

گزینه «۱»: هر دو گزاره نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها نادرست است.

گزینه «۲»: گزاره $(4 \times 3 = 10)$ نادرست است، پس ترکیب عطفی آن با هر گزاره دیگر نادرست است.

گزینه «۳»: گزاره «۲ عددی فرد است» نادرست است، پس ترکیب شرطی به انتهای مقدم درست است.

گزینه «۴»: گزاره $(3 > 2)$ درست و گزاره $(-3 > -2)$ نادرست است، پس ترکیب دو شرطی آن‌ها نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۱»

(ممبر فنان)

عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \Rightarrow \sim q$ است که با خود ترکیب شرطی هم‌ارز منطقی است. عکس نقیض ترکیب شرطی

فوق به صورت «اگر $x^2 \leq 4$ باشد، آن‌گاه $x \leq 2$ است» می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۳۳- گزینه «۳»

(غیرزانه قاکپاش)

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

گزینه «۱»:

مجموعه جواب برابر $\{1\}$ و غیرتهی است.

گزینه «۲»: به ازای $n = 3$ ، $3^3 < 3^2$ ، پس مجموعه جواب غیرتهی است.

گزینه «۳»: $x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 3 = -3 < 0$.

دلتای معادله منفی و ضریب x^2 مثبت است، پس

عبارت $x^2 - 3x + 3$ همواره مثبت بوده و مجموعه جواب تهی است.

گزینه «۴»: به ازای $n = 2$ ، $2! > 2^2$ ، پس مجموعه جواب غیر تهی است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)

۳۴- گزینه «۲»

(غیرزانه قاکپاش)

جدول ارزش را برای سه گزاره r, q, p رسم می‌کنیم:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در سه حالت ارزش گزاره

 $(p \vee q) \Rightarrow r$ نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳۵- گزینه «۴»

(ممبر ابراهیم توزنده‌پانی)

چون گزاره $p \wedge \sim q$ درست است، پس هر دو گزاره p و $\sim q$ درستهستند و در نتیجه q نادرست است. بنابراین $a + b < 0$ و $ab > 0$ است، یعنی هر دو عدد a و b منفی هستند.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)



۳۶- گزینه «۲»

(نیمه زارع)

نقیض گزاره $q \Rightarrow p$ به صورت $p \wedge \sim q$ است، بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال به صورت «عددی که به فرم $2k+1$ نوشته می‌شود فرد است و ۶ عددی زوج است.» خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۳۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \vee q) \Rightarrow \sim(p \vee \sim q) \equiv \sim(p \vee q) \vee \sim(p \vee \sim q) \\ \equiv \sim[(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] \equiv \sim[p \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F] \equiv \sim p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۳۸- گزینه «۳»

(معمداً ابراهیم توزنده‌یانی)

می‌دانیم اگر $p \equiv q \equiv T$ آن‌گاه $p \Leftrightarrow q \equiv T$ ، اما ارزش گزینه «۴» اگر $p \equiv q \equiv T$ باشد، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv (F \wedge T) \vee (T \wedge F) \equiv F \vee F \equiv F$$

بنابراین گزینه «۴» هم‌ارز با $p \Leftrightarrow q$ نیست.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۳۹- گزینه «۳»

(غریزانه قالیباش)

گزاره $p \vee \sim q$ نادرست است، پس p و $\sim q$ نادرست هستند و در نتیجه q درست است.

گزاره $p \vee r$ درست و گزاره p نادرست است، پس گزاره r قطعاً درست است. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$(\sim p \vee \sim q) \wedge r \equiv (T \vee F) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$(\sim p \wedge \sim r) \vee q \equiv (T \wedge F) \vee T \equiv F \vee T \equiv T \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$(p \wedge q) \vee (\sim r) \equiv (F \wedge T) \vee F \equiv F \vee F \equiv F \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$(\sim q \vee r) \wedge (\sim p) \equiv (F \vee T) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T \quad \text{گزینه «۴»}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴۰- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر گزاره $q \Leftrightarrow \sim p$ آن‌گاه ارزش‌های p, q یکسان است.بنابراین: p درست و q نادرست و یا p نادرست و q درست است.

گزینه «۱»: اگر p درست و q نادرست باشد، آن‌گاه $p \Rightarrow q$ نادرست است.

گزینه «۲»: ارزش دو گزاره p و q مخالف یکدیگر است، پس گزاره $p \wedge q$ نادرست بوده و ترکیب شرطی $p \Rightarrow (p \wedge q)$ به انتفای مقدم درست است.

گزینه «۳»: اگر q درست و p نادرست باشد، آن‌گاه $p \vee q$ درست و ترکیب شرطی $(p \vee q) \Rightarrow p$ نادرست است.

گزینه «۴»: اگر q درست و p نادرست باشد، ترکیب شرطی $\sim p \Rightarrow \sim q$ نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

آمار و احتمال - سوالات آشنا

۴۱- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

در پرتاب یک تاس، فضای نمونه برابر مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. پیشامد آن که عددی بزرگ‌تر از ۴ رو شود، به صورت $A = \{5, 6\}$ می‌باشد که احتمال آن برابر است

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{با:}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ و ۶)



$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$
ن	د	ن
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	د	ن

روش دوم: طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim p \vee q \equiv (p \wedge \sim q)$$

بنابراین عبارت گزینه «۳» را چنین می‌توان نوشت:

$$(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim q) \wedge \sim (p \wedge \sim q) \equiv F$$

ترکیب عطفی یک گزاره و نقیض آن، یک گزاره همیشه نادرست (F) است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

(کتاب آبی)

۴۴- گزینه «۱»

روش اول: اگر گزاره مورد نظر در صورت سؤال را S بنامیم، آن‌گاه

طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$
د	د	د	ن	ن
د	د	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	د

(کتاب آبی)

۴۲- گزینه «۱»

عدد ۱۰۰۱، عددی اول است، بنابراین ارزش گزاره p درست است. عدد

۱۰۰۱ را می‌توان به صورت $7 \times 11 \times 13$ نوشت، پس ۱۰۰۱ بر ۱۱

بخش‌پذیر است و در نتیجه ارزش گزاره q درست است. عدد ۲۶ فاقد

عامل ۳ است، پس بر ۶ بخش‌پذیر نیست و ارزش گزاره r نادرست

است. مطابق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
د	د	ن	د	د

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن	ن

$\sim p \wedge \sim q$	$\sim r$	$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$
ن	د	د

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

(کتاب آبی)

۴۳- گزینه «۳»

روش اول: مطابق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د



(کتاب آبی)

۴۶- گزینه «۲»

اگر r نادرست باشد، آن گاه $\sim r$ و در نتیجه $q \vee \sim r$ درست هستند. در صورتی که تالی (حکم) یک گزاره شرطی درست باشد، ارزش آن گزاره شرطی درست است، پس در این صورت گزاره $p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ نیز درست خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(کتاب آبی)

۴۷- گزینه «۲»

عکس نقیض یک ترکیب شرطی، معادل همان ترکیب شرطی است، پس کافی است ترکیب شرطی را ساده کنیم. داریم:

$$\begin{aligned}(p \wedge q) \Rightarrow \sim p &\equiv (p \wedge q) \vee \sim p \equiv (\sim p \vee q) \vee \sim p \\ &\equiv (\sim q \vee \sim p) \vee \sim p \equiv \sim q \vee (\sim p \vee \sim p) \\ &\equiv \sim q \vee \sim p \equiv \sim (p \wedge q)\end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(کتاب آبی)

۴۸- گزینه «۳»

با استفاده از قوانین گزاره‌ها و استفاده از عکس نقیض ترکیب شرطی داریم:

$$\begin{aligned}q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] &\equiv q \Rightarrow \sim \underbrace{[(\sim p \vee q) \wedge \sim p]}_{\text{قانون جذب}} \\ &\equiv q \Rightarrow \sim (\sim p) \equiv q \Rightarrow p \equiv p \Rightarrow \sim q\end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

$p \wedge r$	$q \wedge r$	$\sim q \wedge r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$	s
د	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌گردد، ارزش گزاره موردنظر دقیقاً معادل ارزش گزاره r است.

روش دوم: طبق قوانین توزیع‌پذیری، شرکت‌پذیری، جابه‌جایی و دموگران داریم:

$$\begin{aligned}&[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \\ &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [(q \wedge r) \vee (p \wedge r)] \\ &\equiv [\sim (p \vee q) \wedge r] \vee [(q \vee p) \wedge r] \\ &\equiv \underbrace{[\sim (p \vee q) \vee (p \vee q)]}_T \wedge r \equiv r\end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

(کتاب آبی)

۴۵- گزینه «۴»

با تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی دو گزاره داریم:

$$\sim (p \Rightarrow \sim p) \equiv \sim (\sim p \vee \sim p) \equiv \sim (\sim p) \equiv p$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)



۴۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

روش اول: اگر گزاره p نادرست باشد، آن گاه هر دو گزاره

$p \Rightarrow (q \wedge r)$ و $p \Rightarrow r$ درست هستند و در نتیجه ترکیب شرطی

آن ها نیز درست است. در حالتی که گزاره p درست باشد، آن گاه در

صورتی که r نادرست باشد، هر دو گزاره $p \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow (q \wedge r)$ ،

نادرست هستند و در نتیجه ترکیب شرطی آن ها درست است و در

صورتی که r درست باشد، گزاره $p \Rightarrow r$ درست است و به دلیل

درستی ارزش تالی (حکم)، ارزش گزاره شرطی نیز درست است.

روش دوم: مطابق جدول ارزش گزاره ها، اگر گزاره صورت سؤال را s

بنامیم، داریم:

p	q	r	$q \wedge r$
د	د	د	د
د	د	ن	ن
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن
ن	ن	ن	ن

۵۰- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

در گزینه های «۱» و «۲» هر دو گزاره سازنده ترکیب دو شرطی

نادرست هستند و در گزینه «۳»، هر دو گزاره سازنده ترکیب دو

شرطی، درست می باشند، بنابراین ارزش ترکیب دو شرطی در این

گزینه ها، درست است ولی در گزینه «۴»، فرد بودن عدد یک، گزاره ای

درست و عدد اول بودن آن، گزاره ای نادرست است، پس ارزش ترکیب

دو شرطی نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه ۱۲)

همان طور که مشاهده می شود، ارزش گزاره موردنظر، همواره درست

است.

(آمار و احتمال - صفحه های ۶ تا ۱۱)



فیزیک (۲)

۵۱- گزینه «۴»

(فرشید رسولی)

بار الکتریکی کمیت کوانتومی و ناپیوسته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۲)

۵۲- گزینه «۱»

(سیدمحمدرضا موسوی مبارکه)

می‌دانیم بار الکتریکی جسم همواره مضرب درستی از بار الکترون است.
(اصل کوانتیده بودن بار) پس ابتدا این شرط را چک می‌کنیم:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{4 \times 10^{-10} \times 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5$$

چون n اعشاری به‌دست آمد، پس این اتفاق ممکن نیست.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۲)

۵۳- گزینه «۴»

(بهنام ربیانی)

برحسب این‌که بار میله بیشتر و یا کمتر از بار الکتروسکوپ است و یا پس از تماس، سبب خنثی شدن الکتروسکوپ شود، زاویه بین ورقه‌ها تعیین می‌شود. در نتیجه زاویه نهایی به مقدار بار میله بستگی دارد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۲)

۵۴- گزینه «۱»

(هسین تاضلی)

ابتدا بار الکتریکی 6×10^{13} الکترون را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta q = -ne \Rightarrow \Delta q = -6 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} = -9.6 \times 10^{-6} \text{ C}$$

اگر علامت بار جسم تغییر نکند:

$$q_2 - q_1 = \Delta q \xrightarrow{q_2 = 2q_1}$$

$$2q_1 - q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = -9.6 \mu\text{C}$$

اگر علامت بار جسم تغییر کند:

$$q_2 - q_1 = \Delta q \xrightarrow{q_2 = -2q_1} -2q_1 - q_1 = -9.6$$

$$\Rightarrow -3q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = 3.2 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۲)

۵۵- گزینه «۳»

(فرشید رسولی)

وقتی روکش پلاستیکی را روی ظرف غذا می‌کشیم، بر اثر تماس نزدیک دو جسم، بار الکتریکی در فرایندی بین دو سطح منتقل می‌شود که از نوع ناهم‌نام بوده و همدیگر را جذب می‌کنند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۲)

۵۶- گزینه «۳»

(مهمرباخانی میرهاج)

چون دو بار هم‌اندازه و غیرهم‌نام هستند، اگر 50° درصد از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، اندازه هر دو بار نصف خواهد شد.

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{r}{\frac{r}{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{درصد تغییرات نیرو} = \left(\frac{F'}{F} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{1}{4} - 1\right) \times 100 = -75\%$$

بنابراین اندازه نیروی جاذبه بین دو بار 75% کاهش یافته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۷- گزینه «۱»

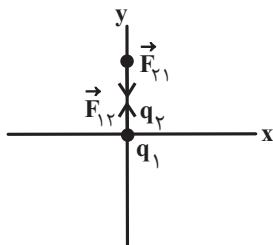
(سعید منبری)

دو بار ناهم‌نام q_1 و q_2 یکدیگر را جذب می‌کنند و اندازه نیروی وارد بر q_2 برابر 20 N است. پس می‌توانیم فاصله بار q_2 را به‌دست آوریم:

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow 20 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{r_{12}^2}$$

$$\Rightarrow r_{12} = 3 \text{ cm}$$

حال چون نیروی \vec{F}_{12} در امتداد محور قائم است، بار q_2 باید روی محور y قرار بگیرد. مطابق شکل اگر بار q_2 در نقطه $y = 3 \text{ cm}$ قرار بگیرد بردار نیروی وارد بر آن (\vec{F}_{12}) در خلاف جهت محور y و به صورت $\vec{F}_{12} = -2\hat{j}$ خواهد شد.



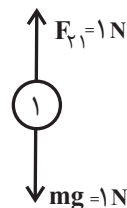
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)



۵۸- گزینه «۲»

(هوشنگ غلام‌عابری)

بر کره (۱) دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است و کره‌ها در حال تعادل قرار دارند، بنابراین جهت نیروی الکتریکی وارد بر کره (۱) از طرف کره (۲) به سمت بالا خواهد بود و اندازه آن برابر با اندازه وزن کره (۱) داریم:



$$|\vec{F}_{12}| = m_1 g \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = 0.1 \times 10 = 1 \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۹- گزینه «۲»

(سعید اردر)

بار دو کره پس از تماس $q' = \frac{-2q_1 + q_2}{2} = \frac{-q_1}{2}$ و دو کره دارای بار هم‌نام می‌شوند و نیروی بین آن‌ها از نوع دافعه خواهد شد.

طبق رابطه قانون کولن ($F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$)، اندازه نیرو با حاصل ضرب اندازه دو بار و با عکس مجذور فاصله دو بار متناسب است

$$\frac{F'_{12}}{F_{12}} = \left(\frac{\frac{|q_1|}{2} \times |q_2|}{|2q_1| \times |q_2|} \right) \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \xrightarrow{r=r'} \frac{F'_{12}}{F_{12}} = \frac{1}{8}$$

چون نیروی جاذبه به دافعه تبدیل شده جهت نیرو قرینه می‌شود.

$$\Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\frac{\vec{F}_{12}}{8}$$

$$\Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\frac{1}{8} \times (-96\vec{i} + 160\vec{j}) = +12\vec{i} - 20\vec{j} \text{ (N)}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۰- گزینه «۱»

(بهنام دیبانی)

مقدار بارهای q_1 و q_2 ثابت است. طبق رابطه قانون

$$\text{کولن } F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \text{ داریم:}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{0.5}{8} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

از طرفی داریم:

$$r_1 + 40 = r_2 \Rightarrow r_1 + 40 = 4r_1 \Rightarrow 3r_1 = 40 \Rightarrow r_1 = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

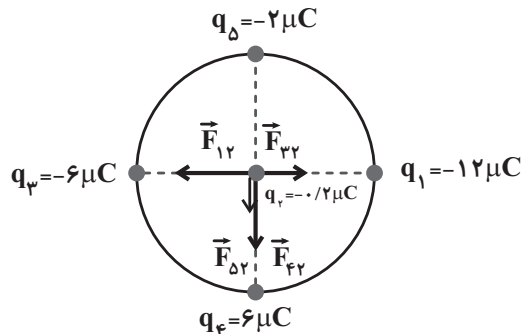
۶۱- گزینه «۳»

(علی پیراسته)

برای به‌دست آوردن شعاع دایره کافیت قطر را بر دو تقسیم کنیم، پس:

$$r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

در حالت اول نیروهای وارد بر بار q_2 مطابق شکل زیر خواهد بود:



حال برای اینکه برابری نیروهای وارد بر بار q_2 بعد از حذف q_1 تغییر نکند می‌بایست نیرویی که از طرف بار q_3 در حالت جدید به q_2 وارد می‌شود برابر تفاضل \vec{F}_{12} و \vec{F}_{32} باشد. دقت کنید که اندازه بار q_1 دو برابر بار q_3 است پس اندازه نیروی آن نیز دو برابر بار q_1 است و اختلاف آن‌ها نیز برابر اندازه نیروی همان q_3 می‌شود و برای اینکه جهت آن ثابت بماند کافی است بار q_3 فقط مثبت شود پس $q'_3 = 6 \mu\text{C}$ است.

(فیزیک ۲، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)



۶۲- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

$$F_{21} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(8 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{(3)^2}$$

$$= 3 / 2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

با توجه به دستگاه مختصات داده شده \vec{F}_{21} در جهت مثبتمحور x هاست. بنابراین $\vec{F}_{21} = 3 / 2 \times 10^{-2} \hat{i} \text{ (N)}$ می شود. به همین

ترتیب نیروی دیگری را محاسبه می کنیم.

$$F_{31} = k \frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(6 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{(3)^2}$$

$$= 2 / 4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

 \vec{F}_{31} در جهت مثبت محور y هاست. پس:

$$\vec{F}_{31} = 2 / 4 \times 10^{-2} \hat{j} \text{ (N)}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\vec{F} = 3 / 2 \times 10^{-2} \hat{i} + 2 / 4 \times 10^{-2} \hat{j} \text{ (N)}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۵ و ۱۰)

۶۳- گزینه «۲»

(هوشنگ غلامعبادی)

مطابق شکل نیرویی که دو بار q_1 و q_3 بر هم وارد می کنند برابر است

$$|\vec{F}_{13}| = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 40 \text{ N}$$

با توجه به این که دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} بر هم عمودند پس:

$$F_{T,3} = \sqrt{|\vec{F}_{13}|^2 + |\vec{F}_{23}|^2} \Rightarrow 50 = \sqrt{40^2 + |\vec{F}_{23}|^2}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{23}| = 30 \text{ N}$$

حال می توانیم اندازه بار q_2 را بیابیم:

$$\left\{ \begin{aligned} |\vec{F}_{23}| &= k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow 30 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2| \times 4 \times 10^{-6}}{(4 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{4}{3} \mu\text{C} \\ \tan 37^\circ &= \frac{r_{13}}{r_{23}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{r_{13}}{r_{23}} \Rightarrow r_{23} = 4 \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

برای محاسبه $|\vec{F}_{12}|$ داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} |\vec{F}_{12}| &= k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{\frac{4}{3} \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(\Delta \times 10^{-2})^2} = 4 / 8 \text{ N} \\ \sin 37^\circ &= \frac{r_{13}}{r_{12}} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{r_{12}} \Rightarrow r_{12} = \Delta \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۵ و ۱۰)

۶۴- گزینه «۲»

(فسرو ارغوانی فرد)

نیرویی که q_2 به q_3 وارد کرده \vec{F} است. عکس العمل این نیرو، $-\vec{F}$ می باشد که q_3 به q_2 وارد می کند. با توجه به این که نیروی خالص واردبر بار q_2 از F کمتر است. بنابراین نیروهای F_{12} و F_{32} خلاف جهت

یکدیگر هستند.

حالت اول:

$$F_{12} - F_{32} = \frac{1}{3} F_{23} \xrightarrow{F_{23}=F_{23}} F_{12} = \frac{4}{3} F_{32}$$

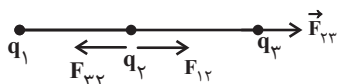
$$F_{12} = \frac{4}{3} F_{32} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{4}{3} \frac{k|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow |q_1| = \frac{4}{3} |q_3|$$

و چون $\frac{4}{3}$ در گزینه ها نیست حالت دوم را بررسی می کنیم.

$$F_{32} - F_{12} = \frac{1}{3} F_{23} \xrightarrow{F_{23}=F_{23}} F_{12} = \frac{2}{3} F_{32}$$

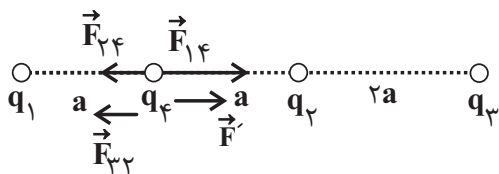
$$F_{12} = \frac{2}{3} F_{32} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{2}{3} \frac{k|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow |q_1| = \frac{2}{3} |q_3|$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{2}{3}$$





فرض مثبت بودن بار q_4 :



$$F_{14} - F_{24} = F_{34} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_4|}{a^2} - \frac{k|q_2||q_4|}{a^2} = \frac{k|q_3||q_4|}{(3a)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2} - \frac{4}{a^2} = \frac{|q_3|}{9a^2} \Rightarrow |q_3| = 36 \mu C$$

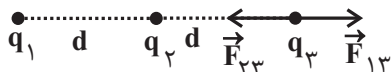
با توجه به این که بار q_3 بار q_4 را دفع کرد، پس q_3 مثبت است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

(مهردار مردانی)

۶۷- گزینه «۴»

با توجه به این که برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است، داریم:



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(2d)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow |q_1| = 4|q_2|$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

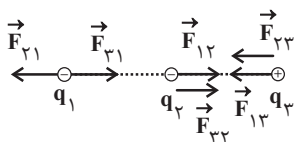
دقت کنید برای آن که هر سه بار در حال تعادل باشند باید بار q_2 ناهم‌نام با بار q_1 و q_3 باشد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

(معصومه اخفشی)

۶۸- گزینه «۳»

ابتدا نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار را رسم می‌کنیم.



با توجه به جهت نیروها مشخص است که برای بار q_1 نیروهای وارد بر آن خلاف جهت هم بوده و می‌توان گفت کمترین نیروی خالص مربوط به بار q_1 است.

اما برای بارهای q_2 و q_3 نیروها هم‌جهت هستند با توجه به این که فاصله بار q_2 تا q_1 کمتر از فاصله بار q_3 تا q_1 است.

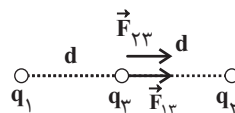
چون نیروهای وارد بر بار q_1 و q_3 از طرف بار q_2 در خلاف جهت یکدیگرند لذا q_1 و q_3 هم‌نام‌اند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

(علیرضا کریمی)

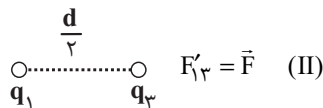
۶۵- گزینه «۲»

در حالت اول:



$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{F} \quad (I)$$

حالت دوم:



$$\frac{F'_{13}}{F_{13}} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 = \left(\frac{d}{d/2}\right)^2 \Rightarrow F'_{13} = 4F_{13} \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(I),(II),(III)} \begin{cases} \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \vec{F} \\ \vec{F}_{13} = \frac{\vec{F}}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{4} + \vec{F}_{23} = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_{23} = \frac{3}{4}\vec{F}$$

پس با نوشتن رابطه قانون کولن به صورت مقایسه‌ای:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}F}{\frac{1}{4}F} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 3$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروهای \vec{F}_{13} ، \vec{F}_{23} می‌توان گفت بارهای q_1

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -3$$

و q_2 ناهم‌نام‌اند:

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

(فسرو ارغوانی‌فرد)

۶۶- گزینه «۳»

نیروی برآیند وارد بر بار q_4 از طرف بارهای q_1 و q_2 با نیروی وارد بر بار q_4 از طرف بار q_3 خنثی شود. پس ابتدا $\vec{F}' = \vec{F}_{24} + \vec{F}_{14}$ را محاسبه کرده و سپس $F' = F_{34}$



$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F}{\frac{5}{6}F} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{d}{\frac{1}{2}d}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{2}{3}$$

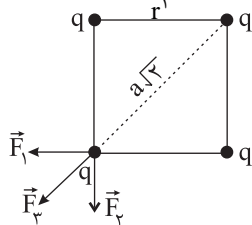
$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

(بیتا فورشید)

۷۰- گزینه «۴»

می‌دانیم طبق قانون کولن دو بار مشابه همدیگر را دفع می‌کنند و

اندازه نیروی دافعه از رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ به دست می‌آید. در

حالت اول داریم:

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \frac{kq^2}{a^2} \times \sqrt{2}, F_r = \frac{kq^2}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$(\vec{F}_T)_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_r = \frac{kq^2}{a^2} \sqrt{2} + \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$\Rightarrow (\vec{F}_T)_1 = \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{2}\right) \frac{kq^2}{a^2} = \frac{1}{9} \frac{kq^2}{a^2} \quad (I)$$

در حالت دوم:

$$|\vec{F}'_1| = |\vec{F}'_2| = |\vec{F}'_r| = \frac{kq^2}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2kq^2}{a^2} \quad (II)$$

نیروهای \vec{F}'_1 و \vec{F}'_2 همدیگر را خنثی می‌کنند.

$$(\vec{F}_T)_2 = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_r = \frac{2kq^2}{a^2} \quad (II)$$

$$\frac{(\vec{F}_T)_2}{(\vec{F}_T)_1} = \frac{\frac{2kq^2}{a^2}}{\frac{1}{9} \frac{kq^2}{a^2}} = \frac{2}{1/9} = \frac{2}{19}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

پس $|F_{12}| > |F_{13}|$ در نتیجه نیروی خالص وارد بر بار q_2 نیروی بیشتری است.ابتدا نیروی خالص وارد بر بار q_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{r1} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{r1} = \frac{kq^2}{d^2}$$

$$F_{r1} = \frac{k|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow F_{r2} = \frac{kq^2}{4d^2}$$

$$F_{T,1} = \frac{kq^2}{d^2} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow F_{T,1} = \frac{3}{4} \frac{kq^2}{d^2}$$

حال نیروی خالص وارد بر بار q_2 را می‌یابیم:

$$\begin{cases} F_{r2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{r2} = \frac{kq^2}{d^2} \\ F_{r2} = \frac{k|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow F_{r2} = \frac{kq^2}{d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T,2} = \frac{kq^2}{d^2} (1+1) = \frac{2kq^2}{d^2}$$

$$\frac{F_{T,2}}{F_{T,1}} = \frac{\frac{2kq^2}{d^2}}{\frac{3}{4} \frac{kq^2}{d^2}} = \frac{8}{3}$$

در نهایت:

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ و ۱۰)

۶۹- گزینه «۴»

(معمومه اخفلی)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (I)$$

در حالت اول:

$$F_1 = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}, F_2 = \frac{k|q_2||q_1|}{4d^2}$$

در حالت دوم: چون جای بارها عوض شده جهت نیروها نیز برعکس می‌شود و اندازه نیروها مطابق شکل زیر است.

$$\begin{cases} F'_1 = \frac{k|q_1||q_2|}{4d^2} = \frac{1}{4} F_1 \\ F'_2 = \frac{k|q_2||q_1|}{d^2} = 4 F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}'_1 = -\frac{1}{4} \vec{F}_1 \\ \vec{F}'_2 = -4 \vec{F}_2 \end{cases} \quad (II), (III)$$

$$\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 = \vec{F} \xrightarrow{(II), (III)} -\frac{1}{4} \vec{F}_1 - 4 \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (IV)$$

$$\xrightarrow{(I), (IV)} \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \\ -\frac{1}{4} \vec{F}_1 - 4 \vec{F}_2 = \vec{F} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \\ -\vec{F}_1 - 16 \vec{F}_2 = 4 \vec{F} \end{cases}$$

$$-15 \vec{F}_2 = 3 \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{\vec{F}}{5}, \vec{F}_1 = +\frac{6\vec{F}}{5}$$

چون جهت نیروهایی که از طرف q_1 و q_2 به بار q_0 وارد می‌شود درحالت اول، مخالف هم هستند، پس بارهای q_1 و q_2 هم‌نام‌اند.



شیمی (۲)

۷۱- گزینه ۲»

(عباس هنریو)

با توجه به نمودار صفحه ۴ کتاب درسی، ترتیب میزان تولید یا مصرف نسبی برخی مواد به صورت «مواد معدنی < سوخت‌های فسیلی < فلزها» است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۲- گزینه ۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: پیشرفت صنایع الکترونیک مبتنی بر اجزایی است که از مواد نیمه رسانا ساخته می‌شوند.

گزینه ۳: مهم‌ترین گام در علم شیمی یافتن روندها و الگوهای رفتار فیزیکی و شیمیایی عناصر است.

گزینه ۴: مطابق قانون دوره‌ای عناصرها، خواص فیزیکی و شیمیایی عناصر به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۶ و ۹)

۷۳- گزینه ۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

با در نظر گرفتن دگر شکل گرافیت برای کربن، همگی (کم یا زیاد) رسانای جریان برق می‌باشند. کربن، سیلیسیم و ژرمانیم برای تشکیل پیوند الکترون به اشتراک می‌گذارند؛ در حالی که قلع و سرب الکترون از دست می‌دهند. کربن، سیلیسیم و ژرمانیم شکننده هستند؛ در حالی که قلع و سرب چکش‌خوارند. در بین عناصر گروه ۱۴ فقط کربن سطحی کدر دارد سایر عناصر جلای فلزی دارند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۴- گزینه ۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

واکنش‌پذیری نافلزات در یک دوره از چپ به راست افزایش می‌یابد. (گازهای نجیب را در نظر نمی‌گیریم.) پس عنصر C واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

(شیمی ۲ - صفحه ۸)

۷۵- گزینه ۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

- سومین عنصر دوره سوم: با آرایش لایه ظرفیت $3s^2 3p^1$ می‌باشد که فلز آلومینیم است و رسانای جریان برق بوده و در تشکیل پیوند می‌تواند سه الکترون از دست بدهد و کاتیون تولید کند یا آن‌ها را به اشتراک بگذارد.

- چهاردهمین عنصر دوره چهارم: آرایش لایه ظرفیت $4s^2 4p^2$ دارد این آرایش به ژرمانیم که یک شبه‌فلز است تعلق دارد. این عنصر نیمه رسانا است؛ بنابراین می‌توان گفت رسانای جریان برق است و چون شبه‌فلز است، برای تشکیل پیوند فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

- ششمین عنصر دوره دوم: دارای آرایش لایه ظرفیت $2s^2 2p^4$ می‌باشد؛ این عنصر یک نافلز است که رسانای جریان برق نیست و می‌تواند برای رسیدن به پایداری الکترون گرفته و آنیون تولید نماید.

- پنجمین عنصر گروه ۱۴: دارای آرایش الکترونی لایه ظرفیت $6s^2 6p^2$ می‌باشد، یک فلز است و خواص فلزات را دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۷۶- گزینه ۴»

(منصور سلیمانی ملکان)

با توجه به نمودار A نافلز است چون هفتمین عنصر دوره سوم نافلز کلر می‌باشد و این عنصر در دمای محیط به شکل مولکول‌های دو اتمی در حالت گاز وجود دارد و در تشکیل پیوند می‌تواند هم الکترون بگیرد و هم از دست بدهد، پس عبارات (ب) و (پ) درست هستند. همچنین با داده‌های نمودار می‌توان دریافت عنصر B می‌تواند فلز و عنصر C می‌تواند شبه‌فلز و عنصر D می‌تواند نافلز کربن باشد. بنابراین عبارات (آ) و (ت) نیز می‌توانند درست باشند زیرا در گروه چهارده با آرایش لایه ظرفیت $ns^2 np^2$ هم فلز، هم نافلز و هم شبه‌فلز داریم.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۹)



۷۷- گزینه ۲»

(یاسر علیشانی)

عبارت‌های (آ) و (پ) جمله داده شده را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) در دوره سوم کلر به صورت مولکول‌های دو اتمی (Cl_2) یافت می‌شود.

(ب) در دوره سوم به جز دو عنصر ^{11}Na و ^{12}Mg که به دسته s تعلق دارند، بقیه عناصر دوره همانند گروه چهاردهم به دسته p متعلق‌اند.

(پ) در دوره سوم و گروه چهاردهم؛ به عنوان مثال شبه‌فلز ^{14}Si فقط توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون دارد.

(ت) به طور کلی در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۸- گزینه ۱»

(یاسر علیشانی)

با توجه به یون و آرایش آخرین زیرلایه داده شده:

A: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ (فلز) K: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ C: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ (فلز) Sc: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ B: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ (شبه‌فلز) Ge: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ D: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ (نافلز) Br: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

ردیف ۱: A و C چکش‌خوارند ولی B و D چکش‌خوار نیستند.

ردیف ۳: حالت فیزیکی B جامد است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۹- گزینه ۱»

(سیدریم هاشمی‌دهکردی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: X با آرایش $[\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^3$ دارای عدد اتمی ۳۳

و عنصر نافلزی مایع دوره چهارم جدول تناوبی، برم (Br) در دوره

چهارم و گروه ۱۷ با آرایش $[\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^5$ و عدد اتمی ۳۵

است، پس اختلاف عدد اتمی آن دو عنصر برابر ۲ است.

گزینه ۳: مجموع اعداد کوانتومی n و l تمامی الکترون‌های $4p^3$ برابر ۱۵ ($4 \times 3 + 3 \times 1 = 15$) است.

گزینه ۴: X در سمت راست عنصر با عدد اتمی ۳۲ و دارای خصلت نافلزی بیشتری است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۸۰- گزینه ۲»

(سیدریم هاشمی‌دهکردی)

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: X: ^{14}X ، عنصر سیلیسیم و شبه‌فلز است. در حالی که ^{24}M فلز واسطه است و خواص شیمیایی مشابهی ندارند.

عبارت چهارم: هر دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم شبه‌فلز هستند و در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۱- گزینه ۱»

(منصور سلیمانی‌ملکان)

- رسانایی الکتریکی: فیزیکی

- تعداد پیوندهای شیمیایی که هر عنصر تشکیل می‌دهد: شیمیایی

- شکل پذیری: فیزیکی

- رسانایی گرمایی: فیزیکی

- واکنش پذیری: شیمیایی

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۸۲- گزینه ۱»

(منصور سلیمانی‌ملکان)

فلزات قلیایی به شدت با گاز کلر واکنش داده و نور و گرمای شدیدی تولید می‌کنند. اتم‌های سدیم در این گرمای زیاد نور زرد از خود نشر



گزینه «۳»: عناصر هم‌دوره عنصر A که عدد اتمی بزرگ‌تری دارند به جز گاز بی‌اثر و عنصر کلر با عدد اتمی ۱۷، جامد هستند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۴- گزینه «۲»

(عباس هنریو)

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

مورد (ب): ${}^2\text{p}$ مربوط به ${}^{14}\text{Si}$ می‌باشد که یک شبه‌فلز است و نیمه رساناست. ولی ${}^{32}\text{S}$ و ${}^1\text{p}$ به ترتیب Mg و Al بوده که هر دو فلزند و رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

مورد (پ): در یک گروه از بالا به پایین واکنش‌پذیری فلزات افزایش می‌یابد.

${}^1\text{S} > {}^1\text{S}$: واکنش‌پذیری

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۵- گزینه «۴»

(مرتضی حسن‌زاده)

عناصر A، D و E همگی فلز بوده و رسانای خوب گرما هستند. فلزها چکش‌خوار بوده و قابلیت مفتول شدن دارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: لیتیم (${}^3\text{Li}$) از گروه یک جدول تناوبی با از دست دادن یک الکترون به آرایش الکترونی هلیم می‌رسد که فاقد آرایش هشت‌تایی است. گزینه «۲»: بیشترین اختلاف شعاع اتمی در یک دوره، در بین عناصر گروه ۱ و ۱۸ دیده می‌شود.

گزینه «۳»: X در بین عناصر مشخص شده، بیشترین نافلزی را دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۶- گزینه «۴»

(مهمرب عظیمیان‌زواره)

اتم ${}^{17}\text{M}$ (${}^{17}\text{Cl}$) بیشترین شمار الکترون‌های با $l=1$ در بین این عناصر را دارد و شعاع اتمی آن از شعاع اتمی سایر این عناصر کمتر است.

می‌کنند، در حالی که اتم‌های لیتیم نور قرمز نشر می‌کنند. سدیم در دوره سوم و لیتیم در دوره دوم قرار دارد، پس شعاع سدیم بزرگ‌تر است. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. چون گفته پیوند اشتراکی بدهد؛ پس نافلزی را باید انتخاب کنیم که در گوشه سمت راست جدول قرار دارد؛ بنابراین فلونور پاسخ این پرسش است. این عنصر باید یک گاز بی‌اثر باشد. کوچک‌ترین گاز بی‌اثر، هلیم با عدد اتمی ۲ می‌باشد. که عنصر بعد از آن در دوره بعد قرار داشته و شعاع آن بسیار بیشتر از هلیم است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۸۳- گزینه «۴»

(منصور سلیمانی‌ملکان)

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده عدد اتمی این دو عنصر را تعیین می‌کنیم. عنصر A رسانایی الکتریکی کمی دارد، پس شبه‌فلز است و مربوط به دسته p است، چون در بیرونی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارد و هم‌دوره با یازدهمین عنصر دسته p است و یازدهمین عنصر دسته p آرایش ${}^5\text{p}$ دارد. پس بیرونی‌ترین زیرلایه عنصر A آرایش ${}^2\text{p}$ دارد. بنابراین عدد اتمی این عنصر ۱۴ می‌شود. عنصر B نیز یک عنصر از دسته p و گروه ۱۶ از دوره چهارم جدول تناوبی است؛ بنابراین اختلاف عدد اتمی دو عنصر A و B برابر با $20(=14-34)$ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: فلز قلیایی خاکی مربوط به گروه دوم جدول تناوبی است، بنابراین اختلاف عدد اتمی عنصر B با فلز قلیایی خاکی دوره بعد، ۴ می‌باشد.

گزینه «۲»: عنصر هم‌گروه A که در دوره بعد قرار دارد (${}^{32}\text{Ge}$) است. برای تشکیل پیوند، الکترون به اشتراک می‌گذارد زیرا این عنصر نیز شبه‌فلز است.



بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: علاوه بر اتم ^{11}Na اتم ^{13}Al نیز در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم خود یک الکترون دارد.

گزینه «۲»: تفاوت شعاع اتمی ^{11}A و ^{17}M از تفاوت شعاع اتمی سایر این عناصر بیشتر است.

گزینه «۳»: علاوه بر اتم عنصر ^{14}Si اتم عنصر ^{12}Mg نیز در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم خود ۲ الکترون دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۷- گزینه «۲»

(عباس هنرمند)

موارد (ب) و (پ) به درستی عبارت را کامل می‌کند.

بررسی موارد نادرست:

(آ) در یک دوره از جدول دوره‌ای از چپ به راست خصلت نافلزی افزایش می‌یابد ولی واکنش‌پذیری به‌طور کلی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
(ت) در یک دوره از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۸- گزینه «۳»

(یاسر علیشانی)

بررسی نمودارها:

(آ) در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد.
(ب) در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.
(پ) در گروه فلزهای قلیایی، از بالا به پایین فعالیت شیمیایی زیاد می‌شود.

(ت): در یک دوره از چپ به راست واکنش‌پذیری فلزها کاهش و نافلزها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۸۹- گزینه «۲»

(مهمد عظیمیان‌زواره)

در عناصر دسته‌های s، d و f عنصر شبه‌فلزی وجود ندارد. عناصر این دسته‌ها (به جز H و He) همگی فلزند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینه «۱»: میزان تولید یا مصرف نسبی مواد معدنی از سوخت‌های فسیلی (نفت، گاز، زغال‌سنگ) بیشتر است.

گزینه «۳»: هر چه شدت نور یا آهنگ خروج گاز آزاد شده بیشتر باشد، واکنش شیمیایی سریع‌تر و شدیدتر بوده و واکنش‌دهنده فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.

گزینه «۴»: در هر گروه از جدول دوره‌ای، از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

$\text{F}_\text{p} > \text{Cl}_\text{p} > \text{Br}_\text{p} > \text{I}_\text{p}$: واکنش‌پذیری و خصلت نافلزی

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۴، ۶، ۱۲ تا ۱۴)

۹۰- گزینه «۳»

(یاسر علیشانی)

عنصر X همان ^{19}K با آرایش الکترونی $[\text{Ar}]\text{4s}^1$ است که با تشکیل $^{19}\text{K}^+$ به آرایش گاز نجیب Ar می‌رسد.

بررسی همه عبارت‌ها:

(آ) در گروه فلزات قلیایی، از بالا به پایین واکنش‌پذیری (فعالیت شیمیایی) افزایش می‌یابد؛ بنابراین ^{19}K در مقایسه با عناصر پایین‌تر هم‌گروه خود، فعالیت شیمیایی کمتری دارد.

(ب) بیرونی‌ترین الکترون مربوط به زیرلایه 4s است که $n+l=4$ دارد و با توجه به آرایش الکترونی $1\text{s}^2 / 2\text{s}^2 2\text{p}^6 / 3\text{s}^2 3\text{p}^2$ در ^{14}Si ، این عنصر دارای ۴ زیرلایه پر شده از الکترون است.

(پ) به طور کلی در یک دوره با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی و خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

(ت) عنصر X، ۷ الکترون با $l=0$ دارد که با شمار عناصری که در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند برابر است.

۷ مولکول دو اتمی جدول در دما و فشار اتاق

$\text{H}_2, \text{N}_2, \text{O}_2, \text{F}_2, \text{Cl}_2, \text{Br}_2, \text{I}_2$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)