



## پدید آورندگان آزمون ۲۳ دی سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	سعید علم پور، علی شهرابی، اکرم نیکو کلام، محمدسجاد نقیه، میثم حمزه لویی، حسین سعیدی، کاظم اجلالی، محمدرضا توجه، محمدابراهیم توننده جانی، حمید علیزاده، جواد زنگنه قاسم آبادی
هندسه (۲)	افشین خاصه خان، محمد پوراحمدی، محبوبه بهادری، فرزانه خاکپاش، حنا انصافی، شایان عباچی، امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	ندا صالح پور، امیرحسین ابومحبوب، فرزانه خاکپاش، محمدابراهیم توننده جانی، نیلوفر مهدوی
فیزیک (۲)	اسماعیل امارم، زهره آقامحمدی، عباس اصغری، سعید اردم، افشین مینو، عبدالله فقه زاده، سعید منبری، معصومه افضل، میلاد گنجی، مهدی سلطانی، بهنام رستمی، عبدالرضا امینی نسب، وحید مجدآبادی
شیمی (۲)	احمدرضا جعفری نژاد، میثم کیانی، میرحسن حسینی، پویا رستگاری، هادی مهدی زاده، علیرضا بیانی

### گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی فروشان	ایمان چینی فروشان	حمیدرضا رحیم خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیا زاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضل	معصومه افضل	حمید زرین کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	نگین کنعانی
شیمی (۲)	ایمان حسین نژاد	ایمان حسین نژاد	یاسر راش، سیدامیرحسین مرتضوی، مهلا تابش نیا، مسعود خانی	الهه شهبازی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری
	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگاری و صفحه آرایی	زینبده فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

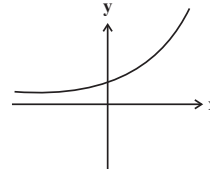
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)



## حسابان (۱)

## ۱- گزینه «۱»

(سعید علم‌پور)

نمودار تابع  $y = 2^x$  به صورت زیر است:

نمودار تابع  $f$ ، صرفاً از انتقال  $y = 2^x$  حاصل می‌شود. بنابراین با توجه به محل تلاقی نمودار تابع  $f$ ، با محورهای مختصات، نمودار گزینه «۱» صحیح است.

(مسلمان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

## ۲- گزینه «۲»

(علی شعراپی)

از نمودار تابع نمایی رسم شده، نتیجه می‌گیریم عدد  $1 - 2a$  بین  $0$  و  $1$  است:

$$0 < 1 - 2a < 1 \xrightarrow{-1} -1 < -2a < 0 \xrightarrow{\div (-2)} 0 < a < \frac{1}{2}$$

با توجه به گزینه‌ها، فقط  $a^2 > a^3$  درست است.

(مسلمان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

## ۳- گزینه «۳»

(اکرم نیکوکللام)

رابطه گزینه «۳» به صورت  $y = \frac{5}{x^2}$  است که به ازای هر  $x$  مخالف

صفر تنها یک مقدار برای  $y$  حاصل می‌شود. بنابراین تابع است. حال سایر گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: نادرست - زیرا اگر  $x = -1$  باشد، داریم:

$$\sqrt{+1} + 2 = y^2 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3}$$

گزینه «۲»: نادرست - زیرا اگر  $x = 5$  باشد، داریم:

$$y^3 - 4y + 5 = 5 \Rightarrow y^3 - 4y = 0$$

$$\Rightarrow y(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

گزینه «۴»: نادرست - زیرا اگر  $x = 0$  باشد، داریم:

$$y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow (y + 2)(y - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

## ۴- گزینه «۲»

(مهمربهار نقیه)

$$2^3|x| + \frac{32}{2^3|x|} = 12 \quad \text{معادله را به صورت مقابل می‌نویسیم:}$$

$$A + \frac{32}{A} = 12 \quad \text{حال با تغییر متغیر } 2^3|x| = A \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow A^2 - 12A + 32 = 0 \Rightarrow A = 4 \text{ یا } 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 2^3|x| = 4 = 2^2 \Rightarrow 3|x| = 2 \Rightarrow x = \pm \frac{2}{3} \\ A = 2^3|x| = 8 = 2^3 \Rightarrow 3|x| = 3 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$\left(+\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)(+1)(-1) = -\frac{4}{9}$$

(مسلمان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

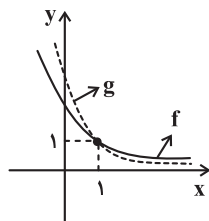
## ۵- گزینه «۴»

(میثم حمزه‌لویی)

نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

$$f(x) = 4^{1-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = \left(\frac{25}{100}\right)^{x-1}$$

$$g(x) = \left(\frac{0}{4}\right)^{2x-2} = \left(\frac{4}{100}\right)^{2x-2} = \left(\frac{4}{100}\right)^{2(x-1)} = \left(\frac{16}{100}\right)^{x-1}$$





## ۸- گزینه «۴»

(معمرضا تویه)

می‌دانیم اگر جرم یک ماده رادیواکتیو  $m_0$  و نیمه عمر آن  $T$  باشد، جرم ماده باقی مانده ( $m$ ) پس از طی شدن زمان  $t$  از

رابطه  $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  به دست می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow m(60) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{60}{T}} = \frac{m_0}{64}$$

جرم ماده باقی مانده  $\frac{1}{64}$  جرم ماده اولیه است، یعنی جرم ماده‌ای که

به انرژی تبدیل شده است،  $\frac{63}{64}$  جرم ماده اولیه است:

$$\Rightarrow m_0 - \frac{m_0}{64} = \frac{63}{64} m_0 = 0.98 m_0$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و گسسته - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

## ۹- گزینه «۲»

(معمربراهیم توزنده پانی)

$$\left. \begin{array}{l} 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1, 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (-\infty, 1) \cup (1, 3)$$

طول بازه کوچکتر برابر ۲ است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۶۶)

## ۱۰- گزینه «۲»

(معمربراهیم توزنده پانی)

ابتدا باید دامنه  $f$  و  $g$  با هم برابر باشند و چون  $D_g = \mathbb{R}$  است، پس مخرج  $f$  نباید ریشه داشته باشد، بنابراین:

$$x^2 + x - k \neq 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow 1 + 4k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{4}$$

حال تابع  $f$  را ساده می‌کنیم و برابر  $g$  قرار می‌دهیم:

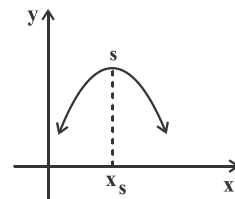
با توجه به شکل در بازه  $[0, +\infty)$  نمودار تابع  $f$  ابتدا پایین‌تر و سپس بالاتر از نمودار تابع  $g$  قرار دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و گسسته - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

## ۶- گزینه «۳»

(مسئله سبیری)

تابع  $f$  سهمی است و مطابق شکل در بازه  $(-\infty, x_s]$  یک‌به‌یک و وارون پذیر است. حال برای این که در بازه  $(-\infty, a]$  وارون پذیر باشد باید مقدار  $a$  از طول رأس سهمی کمتر یا با آن مساوی باشد.



$$x_s = \frac{2a - 12}{-4} \geq a \Rightarrow 2a - 12 \leq -4a \Rightarrow 6a \leq 12 \Rightarrow a \leq 2$$

بنابراین  $a$  می‌تواند ۲ عدد طبیعی ۱ و ۲ باشد.

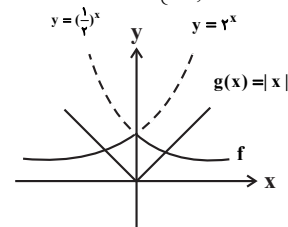
(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

## ۷- گزینه «۲»

(کاتلم ایلالی)

نمودار تابع‌های  $f(x) = 2^{-|x|}$  و  $g(x) = |x|$  را رسم می‌کنیم و تعداد نقاط برخورد آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$f(x) = 2^{-|x|} = \begin{cases} 2^{-x}; & x \geq 0 \\ 2^x; & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x; & x \geq 0 \\ 2^x; & x < 0 \end{cases}$$



نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند، بنابراین معادله  $f(x) = g(x)$  دو جواب دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و گسسته - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

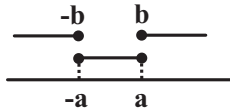


## ۱۳- گزینه «۲»

(همید علینازره)

$$\left. \begin{aligned} D_f: |x| - b \geq 0 &\Rightarrow |x| \geq b \xrightarrow{b > 0} x \geq b \vee x \leq -b \\ D_g: a^x - x^x \geq 0 &\Rightarrow x^x \leq a^x \xrightarrow{a > 0} -a \leq x \leq a \end{aligned} \right\}$$

$$\text{طبق فرض: } D_f \cap D_g = \{-2, 2\}$$



$$\Rightarrow a^x = 4, b = 2 > 0$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{4 - x^2} + c, f(x) = \sqrt{|x| - 2} + 6$$

$$f(\pm 2) + g(\pm 2) = 4 \Rightarrow c + 6 = 4 \Rightarrow c = -2$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{4 - x^2} - 2$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \{x | -2 \leq x \leq 2\} - \{x | \sqrt{4 - x^2} - 2 = 0\}$$

$$= [-2, 2] - \{0\} = [-2, 0) \cup (0, 2]$$

دامنه  $\frac{1}{g}$  شامل چهار عدد صحیح است.

(مسئله ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۳ تا ۶۶)

## ۱۴- گزینه «۲»

(پرواز زنگنه قاسم‌آبادی)

$$f(f(x)) = \frac{\frac{x}{x-1} - 1}{\frac{x}{x-1} - 1} = x$$

به همین ترتیب  $(fofof)(x) = f(\underbrace{fof(x)}_x) = f(x)$  پس می‌توان

$$\underbrace{(fofof \dots f)}_{31 \text{ مرتبه}}(x) = f(x) = \frac{x}{x-1} \xrightarrow{x=5} \frac{5}{5-1} = \frac{5}{4} \text{ گفت که:}$$

(مسئله ۱ - تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

$$\begin{cases} f(x) = \frac{3(x^2 + x - k)}{x^2 + x - k} = 3 & f(x) = g(x) \rightarrow k^3 - 2k + 3 = 3 \\ g(x) = k^3 - 2k + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k(k^3 - 2) = 0 \Rightarrow k = 0, \pm \sqrt[3]{2} \xrightarrow{k < -\frac{1}{4}} k = -\sqrt[3]{2}$$

پس فقط یک مقدار برای  $k$  وجود دارد.

(مسئله ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

## ۱۱- گزینه «۴»

(همید علینازره)

ابتدا با داشتن دو تابع  $fog(x)$  و  $f(x)$ ، ضابطه تابع  $g(x)$  را به دست می‌آوریم.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(g(x)) = 2g(x) + 3 = 2ax^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2g(x) = 2ax^2 - 2x - 2 \Rightarrow g(x) = ax^2 - x - 1$$

$y = x$ : نیمساز ربع اول و سوم

$$\Rightarrow ax^2 - x - 1 < x \Rightarrow ax^2 - 2x - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow 4 + 4a < 0 \Rightarrow a < -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a < -1$$

(مسئله ۱ - تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

## ۱۲- گزینه «۳»

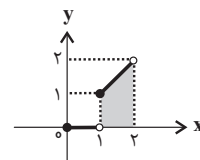
(همید علینازره)

$$f(x) = x[x], x \in [0, 2)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = y = x$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq x < 1 \\ x & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



$$S = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2} \times \text{ارتفاع} = \frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

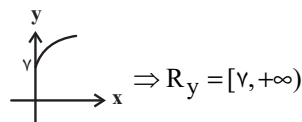
(مسئله ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)



## ۱۵- گزینه «۲»

(عمید علیزاده)

$$\begin{aligned} g(2) = 0 &\Rightarrow \sqrt{2+b} = 0 \Rightarrow 2+b = 0 \Rightarrow b = -2 \\ f(3) = g(3) &\Rightarrow \frac{a}{9} = \sqrt{3-2} \Rightarrow \frac{a}{9} = 1 \Rightarrow a = 9 \\ &\Rightarrow y = \sqrt{x} + 7 \end{aligned}$$



(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

## ۱۶- گزینه «۳»

(معمد ابراهیم توزنده‌یانی)

$$\begin{aligned} A = x^2 - |x| + 1 &= |x|^2 - |x| + 1 = \left(|x| - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\ &\Rightarrow \left(|x| - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(|x| - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow A \geq \frac{3}{4} \end{aligned}$$

چون  $A$  مقادیری مثبت دارد، پس:

$$0 < \frac{1}{A} \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 0 < \frac{3}{A} \leq 4 \Rightarrow 0 < f(x) \leq 4$$

پس برد تابع  $f(x)$  بازه  $(0, 4]$  می‌باشد، بنابراین  $\alpha = 0$  و  $\beta = 4$  و در نتیجه  $\alpha + \beta = 4$  است.

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

## ۱۷- گزینه «۱»

(عمید علیزاده)

$$\begin{aligned} [x^2 - 1] = -1 &\Rightarrow -1 \leq x^2 - 1 < 0 \xrightarrow{+1} 0 \leq x^2 < 1 \\ \xrightarrow{x^2 \geq 0} x^2 < 1 &\Rightarrow -1 < x < 1 \xrightarrow{\div 3} \frac{-1}{3} < \frac{x}{3} < \frac{1}{3} \\ &\Rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = -1, 0 \end{aligned}$$

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

## ۱۸- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

$$\begin{aligned} g^{-1}(3) = a &\Rightarrow g(a) = 3 \Rightarrow 3 = \frac{-1}{2}f^{-1}(-2a+6) + 4 \\ &\Rightarrow \frac{-1}{2}f^{-1}(-2a+6) = -1 \Rightarrow f^{-1}(-2a+6) = 2 \\ &\xrightarrow{f(x)=x-\frac{6}{x}} f(2) = -1 \Rightarrow f(2) = -2a+6 \\ &\Rightarrow f(2) = -2a+6 \xrightarrow{f(x)=x-\frac{6}{x}} -1 = -2a+6 \\ 2a = 7 &\Rightarrow a = 3.5 \Rightarrow g^{-1}(3) = 3.5 \end{aligned}$$

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

## ۱۹- گزینه «۴»

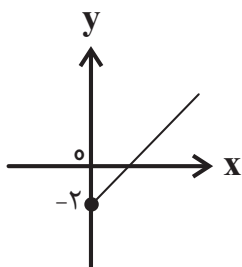
(عمید علیزاده)

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x+4} = y &\Rightarrow x+4 = y^2 \Rightarrow x = y^2 - 4 \\ &\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4 \end{aligned}$$

برد تابع  $f$ ، دامنه  $f^{-1}$  است، پس چون  $\sqrt{x+4} \geq 0$  است، پسدامنه  $f^{-1}(x)$  برابر  $x \geq 0$  می‌باشد.

$$f^{-1}(x) = x^2 - 4, \quad x \geq 0$$

$$y = \frac{f^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 4}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = x-2, \quad x \geq 0$$



$$\Rightarrow R_y = [-2, +\infty)$$

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۵۴ تا ۶۶)

## ۲۰- گزینه «۲»

(عمید علیزاده)

$$m = -\frac{2}{3}, h = 2 \Rightarrow g(x) = \frac{-2}{3}x + 2 \Rightarrow g(1) = f(1) = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 1$$

$$h(x) = \frac{g(f^{-1}(x))}{f(f(3x-5))} \xrightarrow{x=\frac{4}{3}} h\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{g(f^{-1}(\frac{4}{3}))}{f(f(3(\frac{4}{3})-5))} = \frac{g(1)}{f(f(-1))}$$

$$= \frac{g(1)}{f(f(-1))} = \frac{\frac{4}{3}}{f(0)} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{3}$$

(مسلمان ۱ - تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

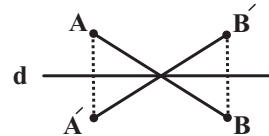


## هندسه (۲)

## ۲۱- گزینه «۳»

(افشین قاصدقاری)

در حالت های «الف» و «ب» شیب پاره خط AB الزاماً حفظ می شود. در حالت «پ» اگر نقاط A و B در طرفین خط d قرار داشته باشند، شیب پاره خط AB الزاماً حفظ نمی شود. به عنوان مثال در شکل، شیب پاره خط های AB و A'B' قرینه یکدیگر است.

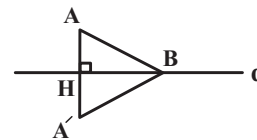


(هنر سه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

## ۲۲- گزینه «۳»

(مهم پورامیری)

با توجه به اینکه تصویر نقطه B تحت این بازتاب بر خودش منطبق است، پس نقطه B روی خط d قرار دارد. از طرفی مطابق شکل  $A'H = AH$  است و در نتیجه داریم:



$$AA' = 2AH \Rightarrow 3x + 1 = 2(x + 2) \Rightarrow 3x + 1 = 2x + 4 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow AA' = 10$$

از طرفی  $A'B = AB = 12$  است، پس داریم:

$$\Delta AA'B \text{ محیط} = AB + A'B + AA' = 12 + 12 + 10 = 34$$

(هنر سه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

## ۲۳- گزینه «۳»

(محبوبه بهادری)

چهار ضلعی ABCD محاطی است، بنابراین  $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ و  $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$  است و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} \hat{C} + \hat{A} = 180^\circ \\ \hat{C} - 2\hat{A} = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 56^\circ \\ \hat{C} = 124^\circ \end{cases}$$

$$2\hat{D} - \hat{C} = 120^\circ \Rightarrow 2\hat{D} - 124^\circ = 120^\circ \Rightarrow 2\hat{D} = 244^\circ$$

$$\hat{D} = 122^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$$

در نتیجه  $\hat{B} - \hat{A} = 122^\circ - 56^\circ = 66^\circ$ 

(هنر سه ۲ - دایره - صفحه ۲۷)

## ۲۴- گزینه «۱»

(غیرزانه فاکپاش)

اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع برابر a باشد، آن گاه داریم:

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2} - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a = \sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲ - دایره - صفحه های ۲۵ و ۲۶)

## ۲۵- گزینه «۴»

(هشانه اتفاقی)

در دایره ای به شعاع R، طول اضلاع n ضلعی منتظم محیط بر دایره و n

$$2R \tan \frac{180^\circ}{n}$$

$$\text{و } 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

ضلعی منتظم موردنظر را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{2R \tan \frac{180^\circ}{4}}{2R \sin \frac{180^\circ}{6}} = \frac{\tan 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

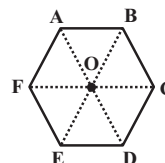
(هنر سه ۲ - دایره - صفحه های ۲۹ و ۳۰)



## ۲۶- گزینه «۱»

(شایان عباسی)

شش ضلعی منتظم ABCDEF مطابق شکل از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است.



فرض کنید این شش ضلعی را در راستای قطر CF به دو چهار ضلعی تقسیم کنیم و چهارضلعی ABCF را در نظر بگیریم. در این چهارضلعی داریم:

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{F} = 120^\circ &\Rightarrow \text{محاطی است} \\ AB + CF \neq AF + BC &\Rightarrow \text{محیطی نیست} \end{aligned}$$

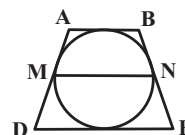
(هندسه ۲ - دایره - مساحت‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۲۷- گزینه «۲»

(فرزانه ناکباش)

فرض کنیم طول قاعده‌های دوزنقه برابر a و b (a < b) باشد. می‌دانیم طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین طول دو ساق دوزنقه است، پس داریم:

$$MN = \frac{a+b}{2} = 10 \Rightarrow a+b=20$$



از طرفی قطر دایره محاطی یک دوزنقه متساوی الساقین، واسطه هندسی بین دو قاعده است، پس داریم:

$$(2R)^2 = a \times b \xrightarrow{R=4} ab = 64$$

با حل معادله درجه دوم زیر مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

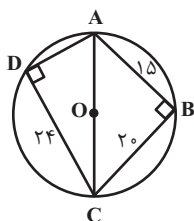
$$x^2 - 20x + 64 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-16) = 0 \xrightarrow{a < b} \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \end{cases}$$

$$b - a = 16 - 4 = 12$$

(هندسه ۲ - دایره - مساحت‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۲۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)



با توجه به اینکه عمود منصف‌های اضلاع چهارضلعی ABCD هم‌رس هستند، پس این چهارضلعی محاطی است و چون مرکز دایره محیطی چهارضلعی (نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها) روی قطر AC قرار دارد، پس قطر دایره محیطی نیز هست و در نتیجه زوایای B و D قائمه هستند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta ABC: AC^2 &= AB^2 + BC^2 = 400 + 225 = 625 \\ \Rightarrow AC &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ADC: AC^2 &= AD^2 + CD^2 \Rightarrow 625 = AD^2 + 576 \\ \Rightarrow AD^2 &= 49 \Rightarrow AD = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{15 \times 20}{2} + \frac{7 \times 24}{2} \\ &= 150 + 84 = 234 \end{aligned}$$

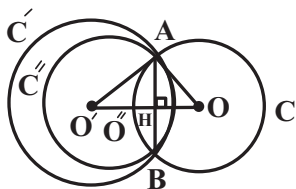
(هندسه ۲ - دایره - مساحت ۲۷)

## ۲۹- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق شکل در مثلث OAO'، OA = 3، OO' = 5، O'A = 4 است. با توجه به اینکه طول اضلاع این مثلث در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$OA^2 = OH \times OO' \Rightarrow 9 = OH \times 5 \Rightarrow OH = \frac{9}{5}$$



اگر O'' مرکز دایره C'' باشد، با توجه به طولیایی بازتاب داریم:

$$O''H = OH = \frac{9}{5} \Rightarrow O'O'' = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$$



اگر  $P$  را نصف محیط مثلث در نظر بگیریم، آن گاه برای محیط مثلث نتیجه زیر را می توان گفت:

$$2P = AB + BC + AC = 30$$

$$\xrightarrow{(*)} 2P = 2(x + y + z) = 30 \Rightarrow P = x + y + z = 15$$

برای به دست آوردن مقادیر  $x$  و  $y$  به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} x = P - (y + z) = P - BC = 15 - 13 = 2 \\ y = P - (x + z) = P - AC = 15 - 9 = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۲۵ و ۲۶)

(کتاب آبی)

### ۳۲- گزینه «۴»

مماس های مرسوم از یک نقطه بر دایره با هم برابرند یعنی:  $AE = AF$  و  $BE = BD$  و  $CF = CD$

$$ABC \text{ محیط مثلث} = AB + AC + BC$$

$$\Rightarrow ABC \text{ محیط مثلث} = AB + AC + (BD + DC)$$

$$\Rightarrow ABC \text{ محیط مثلث} = AB + AC + BE + CF$$

$$\Rightarrow ABC \text{ محیط مثلث} = AE + AF = 2AE = 2AF$$

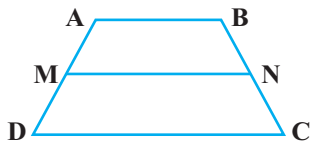
یعنی محیط مثلث بستگی به مکان نقطه  $D$  روی ضلع  $BC$  ندارد و همواره مقدار ثابتی است ولی مساحت مثلث  $ABC$  تغییر می کند،

زیرا با توجه به رابطه  $r_a = \frac{S}{p-a}$  و ثابت بودن  $r_a$  و  $P$  در این رابطه، با تغییر  $a$  مقدار  $S$  نیز تغییر می کند.

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۲۵ و ۲۶)

(کتاب آبی)

### ۳۳- گزینه «۴»



اگر دوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$ ، یک چهارضلعی محیطی باشد، آنگاه داریم:

$$AD + BC = AB + CD \xrightarrow{AD=BC} 2AD = AB + CD$$

$$\Rightarrow AD = \frac{AB + CD}{2} \quad (1)$$

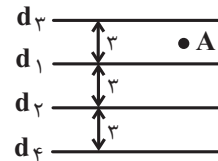
شعاع دایره  $C''$  برابر شعاع دایره  $C$  است، پس طول مماس مشترک خارجی دایره های  $C'$  و  $C''$  برابر است با:

$$\sqrt{O'O''^2 - (R' - R'')^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 - (4 - 3)^2} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

### ۳۰- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)



می دانیم اگر  $T$  یک تبدیل باشد، آن گاه هر نقطه در صفحه لزوماً تصویر یک نقطه از صفحه تحت تابع  $T$  است و برعکس. حال اگر مطابق شکل نقطه  $A$  را در نظر بگیریم، این نقطه تصویر هیچ کدام از نقاط صفحه تحت تابع  $T$  نیست، زیرا اگر نقطه بین خطوط  $d_1$  و  $d_2$  یا روی این دو خط باشد، تصویرش بر خودش منطبق است، در صورتی که نقطه بالای خط  $d_1$  باشد، تصویرش پایین  $d_1$  قرار می گیرد و در صورتی که نقطه پایین  $d_2$  باشد، تصویرش بالای  $d_2$  خواهد بود. بنابراین  $T$  یک تبدیل نیست.

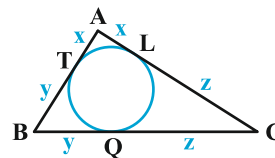
(هنرسه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۴ تا ۴۰)

### هندسه (۲) - سوالات آشنا

(کتاب آبی)

### ۳۱- گزینه «۱»

در مثلث زیر، اندازه اضلاع را به صورت زیر در نظر می گیریم:

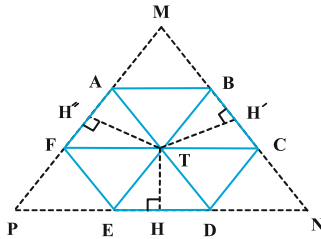


$$AB = 8 \text{ و } AC = 9 \text{ و } BC = 13$$

می دانیم که از هر نقطه خارج یک دایره، می توان دو مماس با طول برابر بر آن دایره رسم کرد. پس با توجه به شکل داریم:

$$AT = AL = x \text{ و } BT = BQ = y \text{ و } CL = CQ = z \quad (*)$$





از طرفی می‌دانیم در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل نقطه‌ای دلخواه درون آن تا اضلاع مثلث برابر با ارتفاع مثلث می‌باشد. بنابراین:

$$TH + TH' + TH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (6) = 3\sqrt{3} \quad (*)$$

حال به محاسبه مجموع مساحت مثلث‌های مطلوب می‌پردازیم:

$$S_{\triangle TBC} + S_{\triangle TAF} + S_{\triangle TDE} = \frac{1}{2} \times 2 \times (TH + TH' + TH'')$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{\triangle TBC} + S_{\triangle TAF} + S_{\triangle TDE} = 3\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - دایره - مشابه تمرین ۸ صفحه ۳۰)

### ۳۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

اگر  $a$  و  $a'$  به ترتیب طول اضلاع شش ضلعی‌های منتظم محاط در یک دایره و محیط بر آن دایره و شعاع دایره باشد، طبق تمرین (۷)

صفحه ۳۰ کتاب هندسه (۲)،  $a$  برابر  $2R \sin \frac{180^\circ}{6}$  و  $a'$  برابر

$2R \tan \frac{180^\circ}{6}$  می‌باشد. حال با توجه به آنکه هر دو شش ضلعی

منتظم با هم متشابه‌اند، نسبت مساحت‌های این دو شش ضلعی منتظم

برابر است با مجذور نسبت طول اضلاع، یعنی:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{2R \sin \frac{180^\circ}{6}}{2R \tan \frac{180^\circ}{6}}\right)^2 = \left(\frac{\sin 30^\circ}{\tan 30^\circ}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{S'} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow S' = 8\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

از طرفی طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند، برابر میانگین حسابی دو قاعده است، یعنی داریم:

$$MN = \frac{AB + CD}{2} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow AD = MN$$

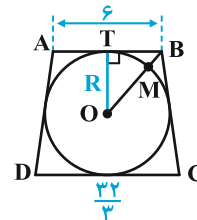
یعنی شرط محیطی بودن دوزنقه متساوی‌الساقین آن است که طول پاره‌خط وصل وسط‌های دو ساق، برابر اندازه یکی از ساق‌ها باشد.

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

### ۳۴- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

مطابق شکل برای دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، داریم:



$$4R^2 = AB \times DC$$

$$\Rightarrow 4R^2 = 6 \times \frac{10}{3} \Rightarrow R^2 = 5 \Rightarrow R = \sqrt{5}$$

از طرفی چون ABCD دوزنقه متساوی‌الساقین است در نتیجه

$$AT = TB = \frac{AB}{2} = 3$$

به محاسبه BM که کوتاه‌ترین فاصله رأس دوزنقه تا نقاط دایره است، می‌پردازیم:

$$\triangle OTB : OB^2 = OT^2 + TB^2 \Rightarrow (OM + MB)^2 = R^2 + TB^2$$

$$\Rightarrow (4 + MB)^2 = 5 + 3^2 = 14 \Rightarrow 4 + MB = \sqrt{14} \Rightarrow MB = \sqrt{14} - 4$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

### ۳۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی، مطابق شکل مثلث متساوی‌الاضلاع MNP

به طول ضلع ۶ حاصل می‌شود. از نقطه T، عمودهای TH، TH' و TH'' را به ترتیب بر اضلاع DE، BC و AF رسم می‌کنیم.

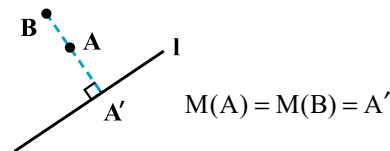


## ۳۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

M یک تبدیل نیست، زیرا همان طور که در شکل می بینید تصویر دو نقطه متمایز A و B از دامنه، بر هم منطبق می باشند.

یعنی:



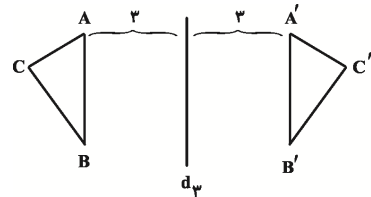
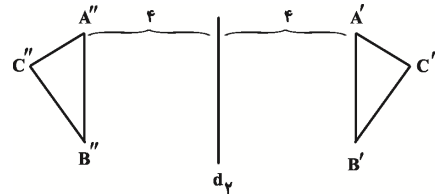
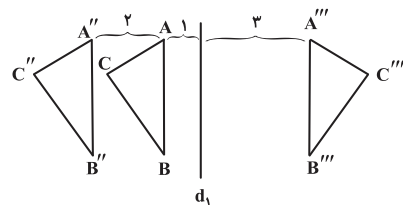
به بیانی دیگر شرط یک به یک بودن را ندارد.

(هنر سه ۲ - تبدیل های هنر سی و کاربردها - صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

## ۳۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

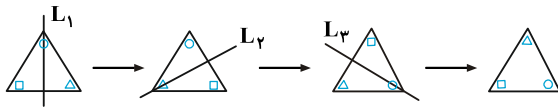
بنا بر تعریف بازتاب داریم:

(بازتاب نسبت به  $d_3$ )(بازتاب نسبت به  $d_2$ )(بازتاب نسبت به  $d_1$ )در نتیجه مطابق شکل بالا، فاصله  $AA'''$  برابر با ۴ است.

(هنر سه ۲ - تبدیل های هنر سی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

## ۳۹- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

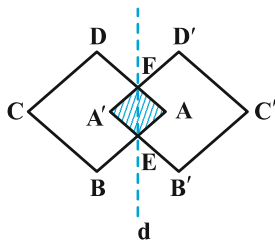


(هنر سه ۲ - تبدیل های هنر سی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

## ۴۰- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$\left. \begin{array}{l} AE = AF = 1 \\ T(AE) = A'E \\ T(AF) = A'F \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{طول یابی بازتاب}} A'E = A'F = 1$$

بنابراین  $AEA'F$  لوزی است. هم چنین زاویه های این لوزی بازاویه های  $ABCD$  برابر است، پس این دو لوزی متشابه اند. اگر نسبتتشابه را  $k$  فرض کنیم،

داریم:

$$k = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{S_{AEA'F}}{S_{ABCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{AEA'F}}{32} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_{AEA'F} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۲ - تبدیل های هنر سی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)



## آمار و احتمال

## ۴۱- گزینه «۴»

(نرا صالح پور)

مجموعه A شامل اعداد صحیح -۱، ۰، ۱ و ۲ و مجموعه B شامل

اعداد صحیح ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ هستند، بنابراین مجموعه  $A \times B$ شامل  $4 \times 5 = 20$  نقطه با مختصات صحیح است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۴۲- گزینه «۴»

(نرا صالح پور)

در پرتاب سه سکه، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

هر زیرمجموعه از فضای نمونه، یک پیشامد نامیده می‌شود، بنابراین

تعداد پیشامدها در این آزمایش تصادفی برابر است با:  $2^8 = 256$ 

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۴)

## ۴۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$P(A' \cup B') = P[(A \cap B)'] = 0.75$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 1 - 0.75 = 0.25$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0.35 = P(A) - 0.25 \Rightarrow P(A) = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## ۴۴- گزینه «۱»

(فرزانه قلیباش)

مجموعه‌های A و B غیر تهی هستند، بنابراین داریم:

$$(A - B) \times (B - A) = A \times B \Rightarrow \begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = [n(A \cap B)]^2 = 0$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۴۵- گزینه «۳»

(مهمرابراهیم توزنده‌فانی)

$$P(1) = x, P(2) = 4x, \dots, P(6) = 36x$$

$$x + 4x + 9x + \dots + 36x = 1$$

$$\Rightarrow 91x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{91} \Rightarrow x = \frac{1}{91}$$

$$P(\{2, 3\}) = 4x + 9x = 13x = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)



## ۴۶- گزینه «۲»

(معمداً ابراهیم توزنده یانی)

از دو رابطه  $P(b) = \frac{1}{12}$  و  $P(\{b, d\}) = m + \frac{1}{4}$  مقدار  $P(d)$  را

به دست می آوریم:

$$P(\{b, d\}) = P(b) + P(d) = m + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} + P(d) = m + \frac{1}{4} \Rightarrow P(d) = m + \frac{1}{6}$$

اجتماع دو پیشامد ناسازگار  $\{d\}$  و  $\{a, b, c\}$  فضای نمونه  $S$  را

تشکیل می دهند، بنابراین داریم:

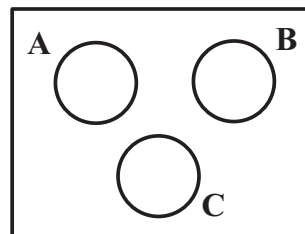
$$P(\{a, b, c\}) + P(d) = P(S) = 1$$

$$\Rightarrow m + \frac{1}{3} + m + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow 2m = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۳۸ تا ۵۱)

## ۴۷- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومصوب)



مطابق شکل پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  جدا از هم هستند،

پس  $(B \cup C) \subseteq A'$  و در نتیجه داریم:

$$P(A' \cup B \cup C) = P[A' \cup (B \cup C)]$$

$$= P(A') = 1 - 0/3 = 0/3$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۳۵ و ۴۶)

## ۴۸- گزینه «۴»

(معمداً ابراهیم توزنده یانی)

اگر  $x$  جمله اول و  $q$  قدرنسبت یک دنباله هندسی باشد، آن گاه

جملات دنباله به صورت مقابل می باشد:  $x, xq, xq^2, \dots$

با فرض  $P(a) = x$  و  $q = \frac{1}{3}$ ، داریم:

$$P(b) = xq = \frac{1}{3}x, P(c) = xq^2 = \frac{1}{9}x$$

مجموع این احتمال ها برابر است با:

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x = 1 \Rightarrow \frac{4x + 2x + x}{9} = 1 \Rightarrow \frac{7x}{9} = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{7} \Rightarrow P(c) = \frac{1}{9}x = \frac{1}{9} \times \frac{9}{7} = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۳۸ تا ۵۱)



## ۴۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{A, B \neq \emptyset} A = B$$

حالت‌های ممکن برای تساوی دو مجموعه  $A$  و  $B$  عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} x-1=-2 \Rightarrow x=-1 \\ y+2=4 \Rightarrow y=2 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x-1=4 \Rightarrow x=5 \\ y+2=-2 \Rightarrow y=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z-2=3 \Rightarrow z=5 \\ t+1=-1 \Rightarrow t=-2 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} z-2=-1 \Rightarrow z=1 \\ t+1=3 \Rightarrow t=2 \end{cases}$$

بیشترین مقدار حاصل ضرب  $xyzt$  به ازای  $\begin{cases} x=5 \\ y=-4 \\ z=5 \\ t=-2 \end{cases}$  و

کمترین مقدار آن به ازای  $\begin{cases} x=5 \\ y=-4 \\ z=1 \\ t=2 \end{cases}$  حاصل می‌شود.

$$\max(x y z t) - \min(x y z t)$$

$$= 5 \times (-4) \times 5 \times (-2) - 5 \times (-4) \times 1 \times 2 = 200 - (-40) = 240$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

## ۵۰- گزینه «۱»

(نیلوفر مهدوی)

در فضای نمونه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 700\}$ ، پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  را

به ترتیب بخش‌پذیری بر ۷، ۲ و ۵ در نظر می‌گیریم. هدف یافتن تعداد

اعضای مجموعه  $A - (B \cup C)$  است. در نتیجه داریم:

$$P[A - (B \cup C)] = P(A) - P[A \cap (B \cup C)]$$

$$= P(A) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$$

$$= P(A) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C))$$

$$= \frac{\left[\frac{700}{7}\right]}{700} - \left(\frac{\left[\frac{700}{14}\right]}{700} + \frac{\left[\frac{700}{35}\right]}{700} - \frac{\left[\frac{700}{70}\right]}{700}\right)$$

$$= \frac{100}{700} - \left(\frac{50}{700} + \frac{20}{700} - \frac{10}{700}\right) = \frac{40}{700} = \frac{2}{35}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)



## فیزیک (۲)

## ۵۱- گزینه «۴»

(اسماعیل امامی)

با توجه به رابطه  $E = \frac{V}{d}$  و ثابت بودن  $V$ ، با افزایش  $d$ ، بزرگی میدان

الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن کاهش می‌یابد. از طرفی، بنابه

رابطه ظرفیت خازن تخت  $(C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d})$ ، با افزایش  $d$ ، ظرفیت خازن

کاهش می‌یابد و در نتیجه طبق رابطه  $Q = CV$ ، بار الکتریکی ذخیره

شده روی صفحات خازن نیز کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ و ۴۰)

## ۵۲- گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

چون ظرفیت خازن ثابت است با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازن،

بار ذخیره شده در خازن به همان نسبت کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$Q_2 = (1 - 0.25)Q_1 = \frac{3}{4}Q_1 \xrightarrow[\text{ثابت } C]{Q=CV} V_2 = \frac{3}{4}V_1 \quad (*)$$

$$V_2 - V_1 = -1/5 V \xrightarrow{(*)} \frac{1}{4}V_1 = 1/5 V \Rightarrow V_1 = 6V$$

اکنون بار اولیه خازن را محاسبه می‌کنیم.

$$Q_1 = CV_1 = 3/5 \times 6 = 21 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ و ۴۰)

## ۵۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

ابتدا بار اولیه خازن را محاسبه می‌کنیم.

$$Q_1 = CV = 25 \times 160 = 4000 \mu C = 4 mC$$

چون با انتقال بار از صفحه منفی به صفحه مثبت، انرژی خازن افزایش

یافته است، پس می‌توان نتیجه گرفت که با این انتقال بار، بار خازن

افزایش یافته است. اگر بار منتقل شده را با  $q$  نشان دهیم، داریم:

$$Q_2 = Q_1 + q = (4 + q)mC$$

$$U = \frac{1}{2C}Q^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2C}(Q_2^2 - Q_1^2)$$

$$\frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = \Delta U = 180 mJ, C = 25 \mu F = 25 \times 10^{-6} F \rightarrow$$

$$180 = \frac{1}{2 \times 25 \times 10^{-6}} ((4 + q)^2 - 4^2) \Rightarrow 9 = 8q + q^2$$

$$\Rightarrow q^2 + 8q - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 1 mC \\ q = -9 mC \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن - صفحه‌های ۳۲ و ۴۰)

## ۵۴- گزینه «۳»

(عباس اصغری)

ابتدا انرژی اولیه خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U_1 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times 10^4 = 10^{-1} J = 100 mJ$$

با خارج کردن دی‌الکتریک، بار خازن ثابت مانده ولی ظرفیت آن طبق

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{رابطه } C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{بر اساس رابطه } \frac{1}{4} \text{ برابر می‌شود.}$$

انرژی ذخیره شده در خازن ۴ برابر می‌شود.

$$U_2 = 4U_1 = 400 mJ$$



$$V' = Ad \Rightarrow A = \frac{V'}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{V'}{d} V'^2 = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 V' \left( \frac{V'}{d} \right)^2$$

بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه نیز برابر است با:

$$E = \frac{V}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 V' E^2 \Rightarrow \frac{U}{V'} = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 E^2 \quad \text{پس داریم:}$$

کمیت  $\frac{U}{V'}$  همان انرژی ذخیره شده در واحد حجم است، در نتیجه:

$$3/6 = \frac{1}{2} \times 20 \times 9 \times 10^{-12} \times E^2 \Rightarrow E = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(عبدالله فقه زاده)

#### ۵۷- گزینه «۴»

ظرفیت خازن با فاصله بین صفحات رابطه عکس دارد.

$$\begin{cases} d_1 = 3 \text{ cm} \\ d_2 = 2 \text{ cm} \end{cases} \quad \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow C_2 = 9 \mu F$$

خازن جریان از خودش عبور نمی‌دهد، جریان عبوری از سیم متصل

بین خازن و باتری برابر است با:

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{\Delta t} \quad Q = CV \rightarrow \\ \bar{I} &= \frac{V(C_2 - C_1)}{\Delta t} = \frac{30 \times (9 - 6) \times 10^{-6}}{20} \\ \bar{I} &= \frac{3}{2} \times 3 \times 10^{-6} = 4.5 \mu A \end{aligned}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰ - جریان الکتریکی - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

این تغییرات انرژی، ناشی از کار انجام شده است. بنابراین حداقل

باید  $300 \text{ mJ}$  کار انجام شود.

$$W = U_2 - U_1 = 400 - 100 = 300 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(سعید اردر)

#### ۵۵- گزینه «۲»

در هنگام باردار شدن خازن می‌توان اختلاف پتانسیل متوسطی را

به صورت  $\bar{V} = \frac{0 + 10}{2} = 5 \text{ V}$  برای دو صفحه خازن در نظر گرفت و

طبق رابطه  $W = Q\bar{V} = 50 \times 5 = 250 \mu J$ ، کار انجام شده برای

باردار شدن خازن را محاسبه کرد. طبق رابطه  $\bar{P} = \frac{W}{t}$  داریم:

$$\bar{P} = \frac{250}{10} = 25 \mu W$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(افشین مینو)

#### ۵۶- گزینه «۲»

با توجه به رابطه‌های ظرفیت خازن و انرژی ذخیره شده در خازن،

داریم:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} CV^2 \\ C &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} V^2 \end{aligned}$$

حجم فضای بین دو صفحه خازن برابر است با:



## ۵۸- گزینه «۳»

(سعی منبری)

طبق متن کتاب درسی گزینه «۳» نادرست است. با وصل شدن رسانا به اختلاف پتانسیل، حرکت کاتوره‌های الکترون‌های آزاد متوقف نمی‌شود، تنها الکترون‌های آزاد کمی حرکت خود را منظم کرده و به سمت پتانسیل‌های بیشتر سوق می‌یابند.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

## ۵۹- گزینه «۲»

(معمومه اخفلی)

ابتدا بار عبوری از رسانا را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta q = It \Rightarrow \Delta q = 0.08 \times 10 = 0.8 \text{ C}$$

$$\Delta q = ne \Rightarrow n = \frac{0.8}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{18} \text{ الکترون}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

## ۶۰- گزینه «۱»

(زهره آقاممیری)

اگر  $\frac{1}{9}$  از سیم را کنار بگذاریم، مقاومت قسمت باقی‌مانده سیمبرابر  $R_1 = \frac{8}{9} R$  خواهد شد.

حال اگر سیم را از دستگاهی عبور دهیم که جرم و حجم آن ثابت بماند، خواهیم داشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} d_1^2 L_1 = d_2^2 L_2 \xrightarrow{d_1 = 2d_2} L_2 = 4L_1 \quad (*)$$

در نتیجه طبق رابطه مقاومت سیم برحسب مشخصات ساختمانی آن داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{ثابت } \rho} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \xrightarrow{(*)} \frac{R_2}{R_1} = 4 \times 4 = 16 \xrightarrow{R_1 = \frac{8}{9} R} R_2 = \frac{8}{9} R \times 16 = \frac{128}{9} R$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

## ۶۱- گزینه «۳»

(میلاد گنهی)

بعد از اتصال دو کره رسانای یکسان به یکدیگر، بار هر دو کره یکسان و برابر با میانگین بار آن‌ها قبل از تماس می‌شود:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{+18 - 12}{2} = 3 \mu\text{C}$$

اندازه تغییر بار هر یک از کره‌ها برابر است با:

$$|\Delta q_B| = |\Delta q_A| = |q'_A - q_A| = |3 - 18| = 15 \mu\text{C}$$

در نتیجه جریان عبوری از سیم برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{|\Delta q_A|}{\Delta t} = \frac{15 \times 10^{-6}}{0.3 \times 10^{-3}} = 50 \times 10^{-3} \text{ A} = 50 \text{ mA}$$

توجه داشته باشد که جهت جریان در خلاف جهت حرکت الکترون‌ها است و بنابراین از کره A به سمت کره B خواهد بود.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)



$$\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha \Delta\theta) = \rho_1(1 + 3 \times 10^{-3} \times 40) = 1.12\rho_1$$

$$\frac{R_r}{R_l} = \frac{\rho_r}{\rho_l} \times \frac{L_r}{L_l} \times \frac{A_l}{A_r}$$

$$V = AL = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} = 2$$

$$\frac{R_r}{R_l} = 1/12 \times 2 \times 2 = 4/48$$

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4/48} = \frac{100}{448} = \frac{25}{112}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

### ۶۵-گزینہ «۳»

(بہنام، ستمی)

مقاومت یک رسانای اهمی به اختلاف پتانسیل و جریان عبوری از رسانا

بستگی ندارد. گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» درست بوده بنابراین از

طریق رد گزینه می‌توان به پاسخ سؤال رسید.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۶۰)

۶۶- گزینہ «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب جریان عبوری از مولد

به صورت  $V = \varepsilon - Ir$  می باشد. با جایگذاری اطلاعات نمودار داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{1} \Delta = \mathcal{E} - \mathbb{1} \circ \mathbf{r} \\ \mathbb{1} \circ = \mathcal{E} - \mathbf{r} \circ \mathbf{r} \end{array} \right. \xrightarrow{\times(-1)} \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{1} \Delta = \mathcal{E} - \mathbb{1} \circ \mathbf{r} \\ \underline{-\mathbb{1} \circ = -\mathcal{E} + \mathbf{r} \circ \mathbf{r}} \end{array} \right.$$

$$\Delta = \mathbb{1} \circ \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{r} = \circ / \Delta \Omega$$

با جایگذاری در یکی از روابط فوق می‌توان نیروی محرکه مولد را

بہ دست آورد:

۶۲- گزینہ «۴»

(مہدی سلطانی)

ابتدا با استفاده از داده‌های نمودار و رابطه مقایسه‌ای قانون اهم می‌توان

نوشت:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{V}{3V} \times \frac{I}{2I} = \frac{1}{6} \quad (*)$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad \frac{A_A = r_A^2 A_B}{L_B = r_L L_A} \rightarrow$$

$$\frac{1}{6} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۶۳- گزینہ «۴»

(زہرہ آقامممدی)

در نیم‌رساناها با افزایش دما، تعداد و حامل‌های بار افزایش می‌یابد.

گرچه با افزایش دما تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه

اتمی افزایش می‌یابد، اما تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر از

افزایش این برخوردهای کاتوره‌ای است. به این ترتیب مقاومت ویژه

نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

(غیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۶۴- گزینہ «۱»

(مہدی سلطانی)

طبق رابطه مقاومت ویژه رسانا با دما می‌توان نوشت:



## ۶۹- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

چون آمپرسنج و ولتسنج آرمانی اند، از ولتسنج جریانی عبور نمی کند.

همچنین دو سر مقاومت  $R = 10\Omega$  به دلیل اتصال اشتباه آمپرسنج

آرمانی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می شود. در نتیجه ولتسنج

عدد صفر را نشان می دهد.

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{5}{2/5} = 2A$$

عدد آمپرسنج نیز برابر است با:

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

## ۷۰- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر هر دو باتری را نشان می دهد. چون

اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) از نیروی محرکه آن بیشتر است،

پس این باتری ضدمحرکه است و داریم:

$$V = \varepsilon_2 + Ir_2 \quad \frac{V=9V}{\varepsilon_2=8V} \quad \frac{r_2=0.5\Omega}{r_2=0.5\Omega} \rightarrow 9 = 8 + 0.5I \Rightarrow I = 2A$$

اکنون برای باتری (۱) داریم:

$$V = \varepsilon_1 - Ir_1 \quad \frac{V=9V}{r_1=1\Omega} \quad \frac{I=2A}{I=2A} \rightarrow 9 = \varepsilon_1 - 2 \Rightarrow \varepsilon_1 = 11V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

$$r = 0.5\Omega, 15 = \varepsilon - 10 \times (0.5) \Rightarrow \varepsilon = 20V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

## ۶۷- گزینه «۱»

(ومید مهرآبادی)

نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان مولد، خطی با شیب  $-r$  و

$$V = \varepsilon - rI$$

عرض از مبدأ  $\varepsilon$  است:

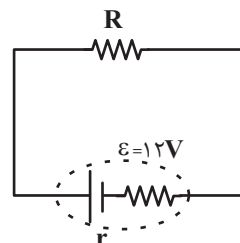
$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_A < \varepsilon_B & \varepsilon_C < \varepsilon_D & \varepsilon_E = \varepsilon_F \\ r_A = r_B & r_C < r_D & r_E > r_F \end{cases}$$

بنابراین فقط دو مورد درست است.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

## ۶۸- گزینه «۱»

(عبدالله فقه زاده)



$$Ir = \text{افت پتانسیل در مولد}$$

$$IR = \text{اختلاف پتانسیل دو سر لامپ}$$

$$\Rightarrow Ir = \frac{1}{11} IR \Rightarrow r = \frac{1}{11} R \Rightarrow R = 11r$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{11r+r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{12r} \Rightarrow \varepsilon = 24r$$

$$\frac{\varepsilon=12V}{24} \rightarrow 12 = 24r \Rightarrow r = \frac{12}{24} = 0.5\Omega$$

$$R = 11r \Rightarrow R = 5.5\Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم - صفحه های ۶۱ تا ۶۶)



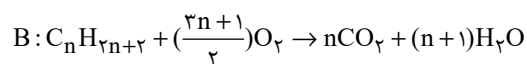
## شیمی (۲)

## ۷۱- گزینه ۱»

(امدرفضا یعفری نژاد)

فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت  $C_nH_{(2n+2)}$  است، پس فرمول عمومی جرم مولی آن‌ها به صورت  $14n + 2$  گرم بر مول است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$A: \frac{2m+2}{14m+2} = \frac{15/5}{100} \Rightarrow m = 10$$



$$\Rightarrow m_{H_2O} = 1/44 m_{C_nH_{2n+2}}$$

$$\Rightarrow 18(n+1) = 1/44(14n+2) \Rightarrow n = 7$$

بنابراین شمار اتم‌های کربن در آلکان A بیشتر از آلکان B است. در آلکان‌ها هر چه شمار اتم‌های کربن بیشتر باشد، اندازه مولکول، نیروی بین مولکولی، نقطه ذوب و جوش و گرانروی برخلاف فراریت افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - قدر هدرایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

## ۷۲- گزینه ۴»

(مینم کیانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ا) در دمای  $30^\circ C$  آلکان‌هایی با بیش از ۱۶ کربن، در حالت مایع هستند.

(ب) با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌های راست زنجیر، اختلاف نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - قدر هدرایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

## ۷۳- گزینه ۱»

(میرحسن حسینی)

تنها عبارت سوم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول:  $H_2SO_4$ ، نقش کاتالیزگر را داشته و در واکنش شرکت نمی‌کند. عبارت دوم: در واکنش b، رنگ قرمز محلول برم مایع از بین می‌رود و فراورده بی‌رنگ خواهد بود از همین روش، برای شناسایی آلکن‌ها از ترکیب‌های سیر شده استفاده می‌شود.

عبارت سوم: اتانول ( $CH_3CH_2OH$ ) فراورده اکسیژن‌دار واکنش a است که در تهیه مواد دارویی و بهداشتی کاربرد دارد.

عبارت چهارم: همه آلکن‌ها در واکنش b شرکت می‌کنند و این واکنش یکی از روش‌های شناسایی آن‌ها از هیدروکربن‌های سیر شده است.

(شیمی ۲ - قدر هدرایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

## ۷۴- گزینه ۴»

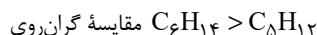
(مینم کیانی)

بررسی همه عبارت‌ها:

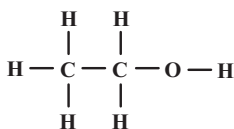
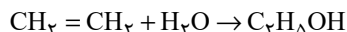
عبارت اول: فرمول مولکولی  $C_2H_4$ ، دی متیل پنتان و  $C_3H_8$ ، اتیل هپتان به ترتیب به صورت  $C_7H_{16}$  و  $C_9H_{20}$  می‌باشد که در آن‌ها تفاوت تعداد اتم‌های کربن  $(9-7)=2$ ، نصف تفاوت تعداد اتم‌های هیدروژن  $(4-2)=2$  در آن‌ها می‌باشد.

عبارت دوم: آلکانی با جرم مولی ۷۲ گرم بر مول، پنتان می‌باشد.

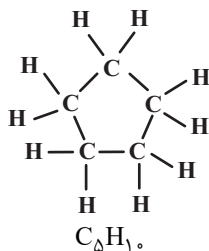
$$12n + 2n + 2 = 72 \Rightarrow n = 5$$

آلکانی با ۱۴ اتم هیدروژن، هگزان  $C_6H_{14}$  است.

عبارت سوم: اتانول دارای ۸ پیوند کووالانسی می‌باشد.



$$\frac{C-C}{C-H} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ عبارت چهارم: با توجه به ساختار سیکلوپنتان}$$



(شیمی ۲ - قدر هدرایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲)

## ۷۵- گزینه ۳»

(امدرفضا یعفری نژاد)

عبارت‌های «دوم» و «سوم» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: جداسازی نمک، اسید و آب از نفت، قبل از مرحله پالایش است، نه حین آن.

عبارت دوم: میانگین نیروی بین مولکولی هم ارز با مفهوم گرانروی است. گرانروی نفت برنت از نفت سبک کشورهای عربی کمتر است.

عبارت سوم: نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ کربن است. این آلکان‌ها ۳۱ تا ۴۶ پیوند کووالانسی دارند.

عبارت چهارم: در نفت سنگین کشورهای عربی همانند نفت سبک کشورهای عربی، مقدار گازوئیل با مقدار خوراک پتروشیمی یکسان است.

(شیمی ۲ - قدر هدرایای زمینی را برانیم - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)



## ۷۶- گزینه ۲»

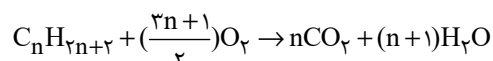
(پویا / سنگاری)

می‌دانیم انرژی گرمایی حاصل از سوختن ۱ گرم زغال سنگ معادل با ۳۰ کیلوژول انرژی است و مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده به ازای هر کیلوژول انرژی معادل ۰/۱۰۴ گرم می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{30 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times \frac{104 \text{ g}}{1 \text{ kJ}} = 3120 \text{ g CO}_2$$

$$= 9 \times 10 / 4 \text{ g CO}_2 = 93 / 6 \text{ g CO}_2$$

معادله سوختن کامل آلکان‌ها به شکل زیر است:



با توجه به معادله بالا آلکان مورد نظر را پیدا می‌کنیم؛ البته باید بدانیم که به ازای مصرف ۱/۳ مول از آلکان مورد نظر، ۹۳/۶ گرم آب نیز تولید شده است.

$$\frac{(n+1)\text{mol H}_2\text{O}}{1\text{mol C}_n\text{H}_{2n+2}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} = (n+1) \times 18 \text{ g H}_2\text{O}$$

حال جرم آب تولید شده را برابر با ۹۳/۶ گرم قرار می‌دهیم تا n به دست آید:

$$(n+1) \times 18 = 93.6 \Rightarrow n = 3$$

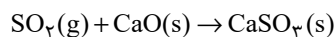
آلکان مورد نظر همان پروپان ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) می‌باشد. تعداد پیوندهای اشتراکی در هر آلکان از رابطه  $3n+1$  به دست می‌آید، بنابراین در پروپان ۱۰ پیوند اشتراکی داریم.

(شیمی ۲ - قدر هدرایی زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ و ۳۵)

## ۷۷- گزینه ۲»

(پویا / سنگاری)

با توجه به این که جرم مولی گاز گوگرد دی‌اکسید ( $64 \text{ g.mol}^{-1}$ ) نصف جرم مولی نفتالن ( $128 \text{ g.mol}^{-1}$ ) است، می‌توانیم بگوییم به ازای جرم‌های برابر از این دو ماده تعداد مول‌های گوگرد دی‌اکسید دو برابر مول‌های نفتالن است. اگر تعداد مول نفتالن را x مول در نظر بگیریم، مول‌های گوگرد دی‌اکسید برابر با ۲x مول می‌شود. واکنش بین گوگرد دی‌اکسید و کلسیم اکسید به صورت زیر است:

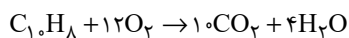


$$\frac{120 \text{ g CaSO}_3}{1 \text{ mol CaSO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CaSO}_3}{2x \text{ mol SO}_2} = 240x \text{ g CaSO}_3$$

جرم فراورده تولید شده برابر با ۶۰۰ گرم است:

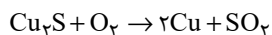
$$240x = 600 \Rightarrow x = 2.5 \text{ mol}$$

با توجه به مقدار x که ۲/۵ مول شده است، واکنش سوختن کامل نفتالن را نوشته و تعداد مول گاز اکسیژن مصرف شده را به دست می‌آوریم:



$$? \text{ mol O}_2 = 2 / 5 \text{ mol C}_{10}\text{H}_8 \times \frac{12 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_8} = 30 \text{ mol O}_2$$

برای تهیه مس خام در معدن مس سرچشمه از سنگ معدن آن، واکنش زیر رخ می‌دهد:



حال محاسبه می‌کنیم با استفاده از ۳۰ مول گاز اکسیژن چند کیلوگرم مس (I) اکسید مصرف می‌شود:

$$? \text{ g Cu}_2\text{S} = 30 \text{ mol O}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{160 \text{ g Cu}_2\text{S}}{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}}$$

$$= 4800 \text{ g} = 4.8 \text{ kg Cu}_2\text{S}$$

(شیمی ۲ - قدر هدرایی زمینی را بدانیم - صفحه‌های ۴۲، ۴۵ و ۴۸)

## ۷۸- گزینه ۱»

(هاری معوی زاده)

مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده هم‌ارز با انرژی گرمایی آن ماده است. انرژی گرمایی یک ماده علاوه بر دما به تعداد ذره‌های سازنده (جرم) ماده نیز وابسته است و هر چه تعداد ذرات سازنده آن بیشتر باشد، انرژی گرمایی آن بیشتر است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## ۷۹- گزینه ۳»

(هاری معوی زاده)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): دما مستقل از جرم ماده است و برخلاف گرما از ویژگی‌های یک ماده محسوب می‌شود.

عبارت (ب): دما را می‌توان برخلاف انرژی گرمایی اندازه‌گیری کرد. انرژی گرمایی به جرم ماده و دمای آن وابسته است.

عبارت (پ): گرما را با نماد «Q» نشان می‌دهند و یکای اندازه‌گیری آن در «SI» ژول (J) است.

عبارت (ت): هر چه تعداد ذره‌های سازنده یک ماده بیشتر و دمای آن بالاتر باشد، انرژی گرمایی بیشتری دارد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)



## ۸۰- گزینه «۳»

(میثم کیانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: میانگین تندی ذرات یا همان دما در هر دو ظرف برابر است.

گزینه «۲»: به دلیل تعداد ذرات بیشتر، انرژی گرمایی آب در ظرف B نسبت به ظرف A بیشتر است.

گزینه «۴»: ظرفیت گرمایی ویژه مایع درون هر دو ظرف با هم برابر است، چرا که ظرفیت گرمایی ویژه مستقل از مقدار ماده است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

## ۸۱- گزینه «۲»

(هادی مهری زاده)

نان و سیب‌زمینی هر دو تقریباً از نشاسته تشکیل شده و سرعت هم دما شدن آن‌ها با محیط به میزان آب موجود در آن‌ها بستگی دارد و از آنجایی که مقدار آب در نان کمتر از سیب‌زمینی است، تکه نان زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

## ۸۲- گزینه «۲»

(هادی مهری زاده)

عبارت‌های (آ) و (ب) افزایش دمای این اجسام را به درستی نمایش می‌دهند.

به ازای دادن مقدار یکسانی گرما به مواد مختلف با جرم‌های یکسان، هر ماده‌ای که ظرفیت گرمایی ویژه کمتری داشته باشد، افزایش دمای بیشتری خواهد داشت.

بنابراین مقایسه افزایش دمای این اجسام به صورت  $A > C > D > B > E$  است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

## ۸۳- گزینه «۳»

(علیرضا بیانی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: دما هم‌ارز با میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده می‌باشد.

عبارت دوم: گرما برای توصیف یک فرایند می‌باشد نه یک ماده.

عبارت سوم: گرمای ویژه طلا کمتر از اتانول می‌باشد و اگر به جرم یکسانی از طلا و اتانول گرمای یکسانی داده شود، تغییر دمای طلا بیشتر خواهد بود.

عبارت چهارم: انرژی گرمایی همواره از جسمی با دمای بالاتر به جسمی با دمای پایین‌تر انتقال می‌یابد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

## ۸۴- گزینه «۳»

(پویا رستگاری)

گرمای داده شده در هر دو نمونه از رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  به دست می‌آید اگر آب را مولفه اول و اتانول را مولفه دوم در نظر بگیریم داریم:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_2 c_2 \Delta\theta_2$$

جرم در نمونه اول برابر با تعداد مول آب ضرب در جرم مولی آن می‌باشد. اگر تعداد مول اتانول را برابر با X مول در نظر بگیریم، تعداد

مول آب برابر با  $\frac{23}{9}X$  می‌شود در این صورت داریم:

$$18 \times \frac{23}{9} X \times 4 / 2 \times \Delta\theta_1 = 46 \times X \times 2 / 4 \times \Delta\theta_2$$

$$\Rightarrow 4 / 2 \Delta\theta_1 = 2 / 4 \Delta\theta_2 \Rightarrow \Delta\theta_1 = \Delta\theta_2$$

دمای نهایی هر نمونه برابر می‌شود با مجموع دمای اولیه و تغییرات دمای آن نمونه پس داریم:

$$(10 + \Delta\theta_1) + (10 + \Delta\theta_2) = 53 \Rightarrow \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 33$$

با توجه به دو معادله به دست آمده تغییرات دمای هر نمونه را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} \Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 33 \end{cases} \Rightarrow \Delta\theta_1 = 16.5^\circ\text{C}, \Delta\theta_2 = 16.5^\circ\text{C}$$

بنابراین دمای نهایی آب  $26.5^\circ\text{C}$  و دمای نهایی اتانول  $31^\circ\text{C}$  و اختلاف دمای نهایی این دو نیز برابر با:  $31 - 22 = 9^\circ\text{C}$  است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

## ۸۵- گزینه «۲»

(پویا رستگاری)

گازهای تولید شده نیتروژن و اکسیژن می‌باشند، هر دو گاز ناقطبی‌اند و گازی که جرم مولی بیشتری دارد انحلال‌پذیری بیشتری نیز دارد بنابراین جرم گاز اکسیژن تولید شده را به دست می‌آوریم:



$$? \text{g O}_2 = 40.4 \text{g KNO}_3 \times \frac{1 \text{mol KNO}_3}{101 \text{g KNO}_3} \times \frac{5 \text{mol O}_2}{4 \text{mol KNO}_3}$$

$$\times \frac{25}{100} \times \frac{32 \text{g O}_2}{1 \text{mol O}_2} = 40 \text{g O}_2$$

در نهایت انرژی لازم برای  $25^\circ\text{C}$  افزایش دمای گاز اکسیژن را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 40 \times 0.9 \times 25 = 900 \text{J} = 0.9 \text{kJ}$$

برای به دست آوردن اختلاف ظرفیت گرمایی گاز اکسیژن و نیتروژن تولید شده در این واکنش، باید جرم نیتروژن را هم به دست آوریم:



(میرحسن حسینی)

## ۸۹- گزینه ۲»

بررسی موارد:

نادرستی مورد اول: یخچال صحرایی بدون نیاز به انرژی الکتریکی، غذا و محتویات داخل خودش را خنک نگه می‌دارد.

درستی مورد دوم: این کار سبب تهویه آسان می‌شود.

نادرستی مورد سوم: فضای بین دو ظرف سفالی، پر از شن خیس است.

درستی مورد چهارم: آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و با جذب گرما به آرامی تبخیر می‌شود.

نادرستی مورد پنجم: انجام واکنش  $H_2O(l) + 44 / 1 kJ \rightarrow H_2O(g)$  (از طریق نفوذ آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی و تبخیر شدن آن) و جذب گرمای  $44 / 1 kJ$  به ازای یک مول آب، سبب افت دما و خنک شدن و نگهداری محتویات یخچال به مدت طولانی می‌شود.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(پویا رستگاری)

## ۹۰- گزینه ۴»

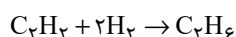
با در نظر گرفتن دو واکنش به ازای  $91 kJ$  (۹۲ - ۱۸۳) تفاوت انرژی آزاد شده در این دو واکنش یک مول گاز نیتروژن و یک مول هیدرازین مصرف می‌شود حال به ازای  $182$  کیلوژول تفاوت انرژی آزاد شده، جرم مصرف شده از هر کدام را به‌دست می‌آوریم:

$$? g N_2 = 182 kJ \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{91 kJ \text{ تفاوت انرژی}} \times \frac{28 g N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 56 g N_2$$

$$? g N_2 H_4 = 182 kJ \times \frac{1 \text{ mol } N_2 H_4}{91 kJ \text{ تفاوت انرژی}} \times \frac{32 g N_2 H_4}{1 \text{ mol } N_2 H_4} = 64 g N_2 H_4$$

$$\frac{\text{جرم گاز نیتروژن مصرف شده}}{\text{جرم گاز هیدرازین مصرف شده}} = \frac{56}{64} = 0.875$$

به ازای  $91$  کیلوژول تفاوت انرژی تولید شده، در واکنش اول،  $3$  مول گاز هیدروژن و در واکنش دوم یک مول گاز هیدروژن، مجموعاً  $4$  مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. واکنش گاز هیدروژن با گاز اتین به شکل زیر است:



$$? g C_2H_2 = 182 kJ \times \frac{4 \text{ mol } H_2}{91 kJ \text{ تفاوت انرژی}} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{2 \text{ mol } H_2} \times \frac{26 g C_2H_2}{1 \text{ mol } C_2H_2} = 104 g C_2H_2$$

(شیمی ۲ - ترکیبی - صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۶۲)

$$? g N_2 = 404 g KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 g KNO_3} \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{4 \text{ mol } KNO_3}$$

$$\times \frac{28}{100} \times \frac{28 g N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 14 g N_2$$

اگر ظرفیت گرمایی اکسیژن برابر با  $C_1$  و ظرفیت گرمایی گاز نیتروژن را برابر با  $C_2$  در نظر بگیریم:

$$C_1 - C_2 = m_1 c_1 - m_2 c_2 = (40 \times 0.9) - (14 \times 1.05) = 21 / 3 J \cdot ^\circ C^{-1}$$

(شیمی ۲ - ترکیبی - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۵۶ تا ۵۸)

(امیررضا جعفری نژاد)

## ۸۶- گزینه ۱»

$$mc\Delta\theta = Q$$

$$\frac{8 / 43 \times 10^{23}}{6 / 02 \times 10^{23}} \times M \times 1 / 7 \times (45 - 25) = 5 \times 60 \times 7$$

$$\Rightarrow M \approx 44 / 1 g \cdot mol^{-1} \Rightarrow 14n + 2 = 44 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow C_3H_8$$

فرمول مولکولی نفتالن (ضد بید)  $C_{10}H_8$  است.

(شیمی ۲ - ترکیبی - صفحه‌های ۳۵، ۳۹، ۴۲ و ۵۶ تا ۵۸)

(مینگ کیانی)

## ۸۷- گزینه ۱»

فقط عبارت سوم نادرست می‌باشد.

در فرایندهای گرماده  $Q < 0$  می‌باشد. در فرایندهای گرماده، دمای ذرات سازنده محیط افزایش یافته و میزان ربایش بین مولکولی ذرات کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

(میرحسن حسینی)

## ۸۸- گزینه ۱»

درستی مورد اول و دوم: هیدرازین ( $N_2H_4$ ) ناپایدارتر از نیتروژن ( $N \equiv N$ ) بوده و سطح انرژی بالاتری دارد.

درستی مورد سوم: گرافیت و الماس هر دو آلوتروپ‌های اتم کربن هستند و جرم مولی برابر دارند. چون الماس ناپایدارتر از گرافیت است پس گرمای حاصل از سوختن آن بیشتر از گرافیت است.

نادرستی مورد چهارم: الماس سطح انرژی بیشتری نسبت به گرافیت دارد. درستی مورد پنجم: واکنش‌های سوختن، گرماده هستند پس گرمای واکنش منفی دارند. از طرفی در واکنش  $H_2O, f$  در فاز مایع قرار دارد پس در حین تبدیل  $H_2O(g) \rightarrow H_2O(l)$  باز هم گرما از دست می‌دهد بنابراین  $q_d$  مقدار منفی‌تر و گرمای آزاد شده بیشتری نسبت به  $q_d$  خواهد داشت.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)