



## پدید آورندگان آزمون ۴ آذر

### سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	محمد حمیدی، حمید علیزاده، مجتبی نادری، احسان غنی‌زاده، کیان کریمی‌خراسانی، اکبر کلاه‌ملکی، محمدابراهیم توزنده‌جانی، سهند فرهنگی، یاسین سپهر، امیر هوشنگ خمسه، محمدرضا حسین‌زاده
هندسه (۲)	امیر حسین ابومحبوب، فرزانه خاکپاش، محبوبه بهادری، احمد رضا فلاح، مهرداد ملوندی
آمار و احتمال	محبوبه بهادری، فرزانه خاکپاش، امیر حسین ابومحبوب، سید وحید ذوالفقاری، محمدابراهیم توزنده‌جانی، سید محمدرضا حسینی‌فرد
فیزیک (۲)	معصومه افضل‌ی، مسعود قره‌خانی، سید علی میرنوری، محسن قندچلر، سینا عزیزی، میثم دشتیان، عبدالرضا امینی‌نسب، سعید شرق، شادمان ویسی، امید خالیدی، مرتضی شعبانی، سعید اردم، امیر حسین برادران
شیمی (۲)	عباس هنرجو، هادی مهدی‌زاده، محمد عظیمیان‌زواره، منصور سلیمانی‌ملکان، احمد رضا جعفری‌نژاد، پویا رستگاری، امیر حاتمیان

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضل‌ی	معصومه افضل‌ی	حمید زرین‌کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	محمدرضا اصفهانی
شیمی (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	یاسر راش، مهلا تابش‌نیا، مسعود خانی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم
	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زینده فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)



## حسابان (۱)

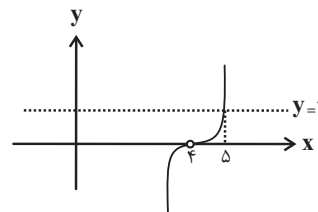
## ۱- گزینه «۱»

(مفهم عمیری)

معادله در  $x = 4$  تعریف نمی شود. طرفین وسطینمی کنیم:  $y = 1$  و  $y = |x - 4|(x - 4)$  حالا توابع

$$y = |x - 4|(x - 4) = \begin{cases} (x - 4)^2 & ; x > 4 \\ -(x - 4)^2 & ; x < 4 \end{cases}$$

را رسم می کنیم:

بنابراین معادله فقط یک ریشه دارد. ( $x = 5$ )

(حسابان ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

## ۲- گزینه «۴»

(مفهم علیزاده)

$$\begin{aligned} \left| \frac{x}{2} + 1 \right| < \frac{1}{3} &\Rightarrow -\frac{1}{3} < \frac{x}{2} + 1 < \frac{1}{3} \xrightarrow{-1} -\frac{4}{3} < \frac{x}{2} < -\frac{2}{3} \\ \xrightarrow{\times 2} -\frac{8}{3} < x < -\frac{4}{3} \xrightarrow{\times 3} -8 < 3x < -4 \xrightarrow{+1} -7 < 3x + 1 < -3 \\ \Rightarrow A = -7, B = -3 &\Rightarrow A + B = -10 \end{aligned}$$

(حسابان ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

## ۳- گزینه «۱»

(مفهم علیزاده)

$$\begin{aligned} |a| + |b| &\geq |a + b| \\ |2x - 4| + |2x + 6| &= |4 - 2x| + |2x + 6| \geq |(4 - 2x) + (2x + 6)| \\ \Rightarrow |4 - 2x| + |2x + 6| &\geq 10 \Rightarrow \min(A) = 10 \end{aligned}$$

(حسابان ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

## ۴- گزینه «۳»

(مفهم نادری)

نمودار تابع  $f(x)$  را با تعیین علامت عبارات داخل قدرمطلق رسم می کنیم:

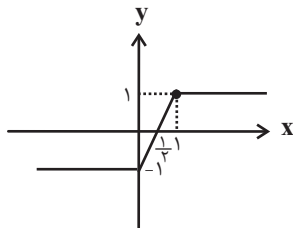
x	۰	۱
x	-	+
x-1	-	-

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = -x + x - 1 = -1$$

$$0 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(x) = x + x - 1 = 2x - 1$$

$$x > 1 \Rightarrow f(x) = x - (x - 1) = x - x + 1 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 2x - 1 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

همان طور که ملاحظه می شود برد تابع  $f(x)$ ، بازه  $[-1, 1]$  می باشد که شامل دو عدد صحیح نامنفی  $\{0, 1\}$  است.

(حسابان ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

## ۵- گزینه «۲»

(احسان غنی زاده)

برای حل معادله ابتدا باید با توجه به ریشه های داخل قدرمطلق تعیین محدوده کرده و سپس معادله را حل کنیم، پس داریم:

$$\begin{aligned} |2x - 1| + |x + 2| &= 3 \\ \begin{cases} x \leq -2 \Rightarrow -2x + 1 - x - 2 = 3 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} & \text{غ ق} \\ -2 < x \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow -2x + 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow x = 0 & \text{ق ق} \\ x > -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{2}{3} & \text{ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین معادله دارای دو ریشه  $x = 0$  و  $x = \frac{2}{3}$  بوده که مجموع آنها

$$x = 0, x = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{مجموع} = \frac{2}{3}$$

برابر است با:

(حسابان ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

## ۶- گزینه «۲»

(مفهم نادری)

برای رسم نمودار تابع  $f(x) = |x + |x + 1||$ ، ابتدا نمودار تابع  $y = x + |x + 1|$  را رسم می کنیم و سپس آن قسمت از نمودار تابع که زیر محور  $x$  ها قرار دارد را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم:



$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین دو تابع در چهار نقطه متقاطع هستند که طول دو نقطه A و B در سمت راست مبدأ مختصات  $x = 2$  و  $x = -1 + \sqrt{3}$  می باشد و مجموع طول این دو نقطه  $\sqrt{3} + 1$  است.

(مسئله ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

### ۹- گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

نامعادله اول را در دو حالت  $x \geq 0$  و  $x < 0$  بررسی می کنیم:

$$|2x| + x \leq 3 \xrightarrow{x \geq 0} 3x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

$$|2x| + x \leq 3 \xrightarrow{x < 0} -x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x < 0$$

از اجتماع دو جواب،  $-3 \leq x \leq 1$  مجموعه جواب نامعادله اول است.

$$-3 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Rightarrow |x+1| \leq 2 \Rightarrow a=1, b=2$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

### ۱۰- گزینه «۲»

(اکبر کلاه مکی)

ریشه داخل قدرمطلق  $x = 4$  است.

$$x > 4: \frac{3-x}{x-4} = k \Rightarrow 3-x = kx-4k$$

$$\Rightarrow (k+1)x = 4k+3 \Rightarrow x = \frac{4k+3}{k+1} \Rightarrow \frac{4k+3}{k+1} > 4$$

$$\Rightarrow \frac{4k+3}{k+1} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{-1}{k+1} > 0 \Rightarrow k < -1$$

$$x < 4: \frac{3-x}{4-x} = k \Rightarrow 3-x = 4k-kx$$

$$\Rightarrow (k-1)x = 4k-3 \Rightarrow x = \frac{4k-3}{k-1} \Rightarrow \frac{4k-3}{k-1} < 4$$

$$\Rightarrow \frac{4k-3}{k-1} - 4 < 0 \Rightarrow \frac{1}{k-1} < 0 \Rightarrow k < 1$$

پس برای  $k \geq 1$  معادله ریشه ندارد و برای  $-1 \leq k < 1$  معادله یک ریشه و برای  $k < -1$  معادله دارای ۲ ریشه است.

(مسئله ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

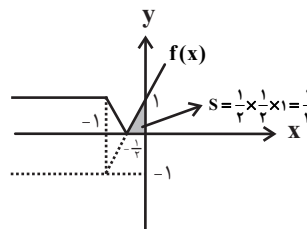
### ۱۱- گزینه «۲»

(مهمرب ابراهیم توزنده پانی)

از تلاقی دادن معادلات دو ضلع AB و AC می توانیم مختصات رأس A را به دست آوریم:

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ y=2x-1 \end{cases} \Rightarrow x=1, y=1 \Rightarrow A(1,1)$$

$$y = x + |x+1| = \begin{cases} x+x+1; x \geq -1 \\ x-x-1; x < -1 \end{cases} = \begin{cases} 2x+1; x \geq -1 \\ -1; x < -1 \end{cases}$$



(مسئله ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

### ۷- گزینه «۲»

(مجتبی نازری)

ابتدا با توجه به نمودار سهمی، علامت ضرایب  $a, b, c$  را مشخص می کنیم. چون دهانه سهمی رو به بالا است، لذا سهمی  $\min$  دارد و  $a > 0$  است و چون سهمی محور  $y$  ها را در قسمت منفی قطع می کند لذا عرض از مبدأ سهمی منفی است پس  $c < 0$ .

همچنین چون طول رأس سهمی منفی و  $a > 0$  است، بنابراین  $b > 0$  خواهد بود. بنابراین علامت ضرایب سهمی عبارتند از:

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

$$\frac{|ac+c|}{|c|} - \frac{a|b+a+1|}{|-a|} = \frac{|(a+1)c|}{|c|} - \frac{a|a+b+1|}{|a|}$$

$$= \frac{|c| \times |a+1|}{|c|} - \frac{a|a+b+1|}{|a|} \xrightarrow{a>0, b>0, c<0}$$

$$= \frac{-c(a+1)}{-c} - \frac{a(a+b+1)}{a} = a+1 - (a+b+1)$$

$$= a+1-a-b-1 = -b$$

(مسئله ۱ - صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

### ۸- گزینه «۱»

(عمیر علیزاده)

برای محاسبه محل برخورد دو تابع  $y = |2x-1|$  و  $y = |x^2-1|$  آن ها را مساوی هم قرار می دهیم.

$$|x^2-1| = |2x-1|$$

$$\begin{cases} x^2-1=2x-1 \Rightarrow x^2-2x=0 \Rightarrow x(x-2)=0 \\ x^2-1=-2x+1 \Rightarrow x^2+2x-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$



## ۱۴- گزینه «۱»

(مبتنی بر تارری)

ابتدا رأس قائم مثلث را پیدا می‌کنیم تا وتر آن مشخص شود، برای این منظور داریم:

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2-1}{-1-(-2)} = \frac{1}{1} = 1 \\ m_{BC} = \frac{1-(-1)}{-2-2} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \\ m_{AC} = \frac{2-(-1)}{-1-2} = \frac{3}{-3} = -1 \end{cases}$$

داریم  $m_{AB} \times m_{AC} = -1$  این یعنی مثلث در رأس  $A(-1, 2)$  قائمه است و وتر آن پاره خط  $BC$  است.

حال کافی است فاصله نقطه وسط پاره خط  $BC$  تا خط  $x + 2y - 4 = 0$  را به دست آوریم:

$$\begin{cases} B(-2, 1) \\ C(2, -1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{(-2) + (2)}{2} = 0 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  وسط وتر = وسط پاره خط  $BC$   $(0, 0)$

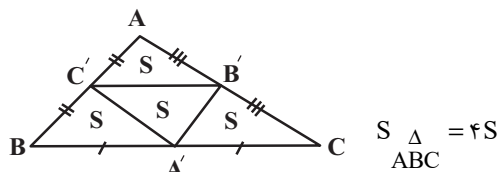
$$\Rightarrow d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 \times 0 + 2 \times 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

## ۱۵- گزینه «۲»

(معمّر عمیری)

اگر اوساط اضلاع مثلث  $ABC$  را به هم وصل کنیم، مثلث جدید با مثلث  $ABC$  متشابه است.



با داشتن مختصات نقاط  $A'(3, 2)$  و  $B'(7, 5)$  و  $C'(4, -5)$  مساحت مثلث  $A'B'C'$  قابل محاسبه است.

روش اول آن است که معادله خط عبوری از دو نقطه  $B'$  و  $C'$  را بنویسیم و سپس فاصله نقطه  $A'$  از این خط (ارتفاع مثلث) را به دست آوریم. سپس نصف حاصل ضرب قاعده (فاصله  $B'$  و  $C'$ ) در ارتفاع را به عنوان مساحت حساب کنیم. راه حل دوم استفاده از فرمول زیر است.

حال کافی است فاصله نقطه  $A$  را از ضلع  $BC$  به دست آوریم:

$$A(1, 1) \text{ و } x + y - 4 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|1 + 1 - 4|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)

## ۱۲- گزینه «۳»

(سهند فرهنگی)

با توجه به شکل،  $M$  وسط دو نقطه  $C$  و  $B$  می‌باشد. پس:

$$M\left(\frac{4+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = (3, 1)$$

$$AM = \sqrt{(4-3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}$$

پس:

برای پیدا کردن طول ارتفاع  $(AH)$  ابتدا معادله خط گذرا از  $BC$  را نوشته سپس فاصله نقطه  $A$  از خط  $BC$  را به دست آورده و  $AH$  را محاسبه می‌کنیم.

$$m_{BC} = \frac{3-(-1)}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y + 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y - 2x + 5 = 0$$

$$AH = \frac{|1 - 8 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHM$ ، داریم:

$$(AM)^2 = (MH)^2 + (AH)^2 \Rightarrow 5 = (MH)^2 + 5$$

$$\Rightarrow (MH)^2 = 0 \Rightarrow MH = 0$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

## ۱۳- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

فاصله مرکز دایره از خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره می‌باشد. از طرفی چون مساحت دایره به شعاع  $r$  برابر  $\pi r^2$  می‌باشد، پس:

$$\pi r^2 = \frac{9\pi}{25} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow r = \frac{3}{5}$$

$$\text{فاصله مرکز تا خط مماس بر دایره: } \frac{|4a + 3(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|4a + 1|}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow |4a + 1| = 3$$

$$\Rightarrow 4a + 1 = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, \quad 4a + 1 = -3 \Rightarrow a = -1$$

پس مقدار صحیح  $a$  برابر  $-1$  می‌باشد.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)



با توجه به گزینه‌ها مختصات نقطه  $(12, -10)$  در معادله خط  $x + y + 2 = 0$  صدق می‌کند.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

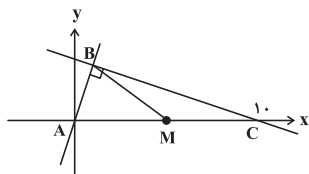
۱۸- گزینه «۴» (مفید علینزاده)

$$\begin{aligned} A(x, 2x+1) \Rightarrow d &= \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \sqrt{10} = \sqrt{x^2 + (2x+1)^2} \\ \Rightarrow 10 &= x^2 + (2x+1)^2 \Rightarrow 10 = x^2 + 4x^2 + 4x + 1 \\ \Rightarrow 5x^2 + 4x - 9 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=-\frac{9}{5} \Rightarrow y=-\frac{13}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۹- گزینه «۳» (امیر هوشنگ فمسه)

ابتدا مثلث را رسم می‌کنیم؛ دقت کنید  $AB \perp BC$  است. میانه  $BM$  پاره‌خطی است که از وسط ضلع  $AC$  یعنی  $M(5, 0)$  می‌گذرد.



برای محاسبه مختصات  $B$  دو خط  $AB$  و  $BC$  را تلاقی می‌دهیم:

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ 3y + x = 10 \end{cases} \Rightarrow y = 3, x = 1 \Rightarrow B(1, 3)$$

$$\text{BM معادله: } y - 0 = \frac{3-0}{1-5}(x-5)$$

$$y = -\frac{3}{4}(x-5)$$

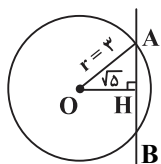
(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۲۰- گزینه «۴» (مهمربنا حسین زاده)

ابتدا باید فاصله نقطه  $(2, 3)$  را از خط  $y - 2x + 6 = 0$  به دست

$$OH = \frac{|3 - 2(2) + 6|}{\sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad \text{آوریم:}$$

با توجه به شکل، عمود  $OH$ ، وتر  $AB$  را نصف می‌کند. اندازه  $AH$  را با استفاده از فیثاغورس به دست می‌آوریم:



$$\begin{aligned} AH^2 &= OA^2 - OH^2 \\ AH^2 &= r^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 \Rightarrow AH = 2 \end{aligned}$$

پس طول وتر مورد نظر برابر  $AB = 2AH = 4$  است.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

$$\begin{aligned} S_{\Delta A'B'C'} &= \frac{1}{2} |x_{A'}(y_{B'} - y_{C'}) + x_{B'}(y_{C'} - y_{A'}) \\ &+ x_{C'}(y_{A'} - y_{B'})| = \frac{1}{2} |2(5 - (-5)) + 7(-5 - 2) + 4(2 - 5)| \\ &= \frac{1}{2} |30 - 49 - 12| = \frac{31}{2} \end{aligned}$$

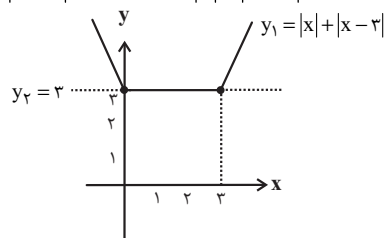
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta A'B'C'} = 4\left(\frac{31}{2}\right) = 62$$

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۶- گزینه «۳» (مهمربنا علینزاده)

نقطه  $A(x, 2\sqrt{2}x)$  را واقع بر خط  $y = 2\sqrt{2}x$  فرض می‌کنیم. در این صورت،  $OA + AG$  = مجموع فواصل  $A$  از مبدأ و نقطه  $G$ .

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + (2\sqrt{2}x)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2})^2} &= 9 \\ \Rightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{9(x-3)^2} &= 9 \\ \Rightarrow 3|x| + 3|x-3| &= 9 \xrightarrow{\div 3} |x| + |x-3| = 3 \end{aligned}$$



با توجه به نمودار، معادله بی‌شمار جواب دارد.

(مسایان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)

۱۷- گزینه «۴» (مجتبی تارری)

چون نقاط  $A$  و  $B$  دو سر قطر دایره هستند، بنابراین وسط پاره‌خط  $AB$  مرکز دایره است.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} A(-a, 2a+1) \\ B(2, 3) \end{array} \right. \Rightarrow \text{مرکز دایره } O\left(\frac{-a+2}{2}, \frac{2a+1+3}{2}\right) \\ = \left(\frac{-a+2}{2}, \frac{2a+4}{2}\right) \end{aligned}$$

نقطه  $O$  روی نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارد، یعنی روی خط  $y = -x$  واقع است. لذا داریم:

$$\begin{aligned} y = -x \Rightarrow \frac{2a+4}{2} &= -\left(\frac{-a+2}{2}\right) \Rightarrow \frac{2a+4}{2} = \frac{a-2}{2} \\ \Rightarrow 2a+4 &= a-2 \Rightarrow a = -6 \end{aligned}$$

لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از:

$$O\left(\frac{-(-6)+2}{2}, \frac{2(-6)+4}{2}\right) = (4, -4)$$

قرینه نقطه  $(-2, 4)$  نسبت به نقطه  $O(4, -4)$  عبارت است از:  $(10, -12)$



## هندسه (۲)

## ۲۱- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومصوب)

یک چندضلعی محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند. این نقطه مرکز دایره محاطی چندضلعی است.

(هنر سه ۲ - صفحه ۲۵)

## ۲۲- گزینه «۱»

(فرزانه فاکپاش)

فرض کنید  $R$  و  $R'$  شعاع‌های دو دایره ( $R > R'$ ) و  $TT'$  مماس مشترک خارجی دو دایره باشد. چون دو دایره سه مماس مشترک دارند، پس قطعاً مماس خارج هستند و در نتیجه داریم:

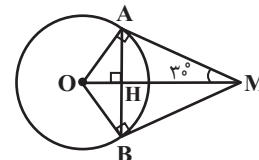
$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{R \times \frac{1}{4}R} = \sqrt{R^2} \Rightarrow TT' = R$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

## ۲۳- گزینه «۱»

(فرزانه فاکپاش)

پاره خط  $OM$  نیمساز زاویه بین دو مماس است، پس  $\angle OMA = 30^\circ$ . می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه  $30^\circ$ ، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$\Delta OAM : OA = \frac{1}{2} OM = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $OAM$  داریم:

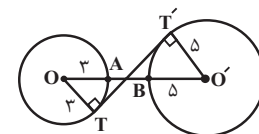
$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow 3^2 = OH \times 6 \Rightarrow OH = \frac{9}{6} = 1.5$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## ۲۴- گزینه «۲»

(مصوبه بهادری)

طبق رابطه طول مماس مشترک داخلی دو دایره داریم:



$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 6 = \sqrt{OO'^2 - (5 + 3)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 36 = OO'^2 - 64 \Rightarrow OO'^2 = 100$$

$$\Rightarrow OO' = 10$$

$$\text{کم‌ترین فاصله دو دایره} = AB = OO' - (R + R')$$

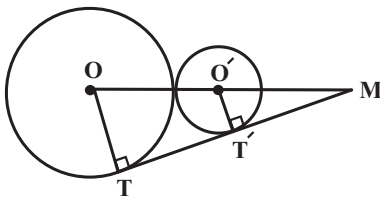
$$= 10 - (5 + 3) = 2$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

## ۲۵- گزینه «۲»

(مصوبه بهادری)

طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس خارج برابر است با:



$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

مطابق شکل دو پاره خط  $OT$  و  $O'T'$  موازی یکدیگرند، پس طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $MOT$  داریم:

$$O'T' \parallel OT \Rightarrow \frac{MT'}{MT} = \frac{O'T'}{OT} \Rightarrow \frac{MT - 12}{MT} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow 9MT - 108 = 4MT \Rightarrow 5MT = 108$$

$$\Rightarrow MT = \frac{108}{5} = 21.6$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

## ۲۶- گزینه «۱»

(مصوبه بهادری)

مطابق شکل فرض کنید  $DM = 7CM$  باشد، در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow 2CM \times BM = CM \times 7CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{7}{2}CM = \frac{7}{2} \times \frac{1}{2}AM = \frac{7}{4}AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{7}{4}AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4}AM = 11 \Rightarrow AM = 4 \Rightarrow BM = \frac{7}{4} \times 4 = 7$$

$$BM - AM = 7 - 4 = 3$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۱۸)



## ۲۷- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومقیوب)



می‌دانیم قطرهای لوزی همان نیمساز زوایای داخلی آن هستند، پس نیمسازهای زوایای لوزی هم‌رساند و لوزی یک چندضلعی محیطی است، مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه  $AOB$ ،  $\angle OAB = 15^\circ$  و  $OH \perp AB$  (ارتفاع وارد بر وتر) همان شعاع دایره محاطی لوزی است. در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه حاده  $15^\circ$ ، طول ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  طول وتر است، پس داریم:

$$OH = \frac{1}{4} AB \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{4} AB \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OH \times AB = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 6$$

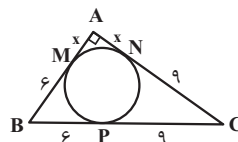
$$S_{ABCD} = 4S_{AOB} = 4 \times 6 = 24$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

## ۲۸- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند. اگر فرض کنیم  $AM = x$  باشد، آن‌گاه  $AN = AM = x$  و  $BM = BP = 6$  و  $CN = CP = 9$  است و در نتیجه:



$$ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow (x+6)^2 + (x+9)^2 = 15^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 36 + x^2 + 18x + 81 = 225$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 30x - 108 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 15x - 54 = 0$$

$$\Rightarrow (x+18)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -18 \text{ غق} \\ x = 3 \end{cases}$$

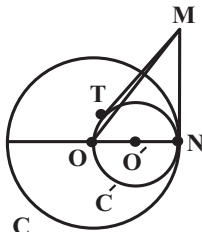
$$AB = AM + BM = 3 + 6 = 9$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

## ۲۹- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومقیوب)

با توجه به شکل داریم:



$$2R' = R \Rightarrow R' = \frac{R}{2}$$

$$\text{مساحت ناحیه بین دو دایره} = \pi R^2 - \pi R'^2 = \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{3\pi R^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3\pi R^2}{4} = 18\pi \Rightarrow R^2 = 24$$

مطابق شکل اگر  $N$  نقطه تماس دو دایره باشد، آن‌گاه  $ON \perp MN$  و در مثلث قائم‌الزاویه  $OMN$  داریم:

$$MN^2 = OM^2 - ON^2 = 49 - 24 = 25 \Rightarrow MN = 5$$

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطه خارج آن برابر

یکدیگر است، پس برای دایره  $C'$  داریم:

$$MT = MN = 5$$

(مهردار ملونری)

## ۳۰- گزینه «۳»

نقطه  $M$  وسط مماس مشترک  $TT'$  قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\left. \begin{aligned} MT^2 &= MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \\ MT'^2 &= MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow MT = MT' = \sqrt{14}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر  $TT' = 2\sqrt{14}$  است و داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{14} = \sqrt{9^2 - (R - R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 56 = 81 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow (R - R')^2 = 81 - 56 = 25 \Rightarrow |R - R'| = 5$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)



$$OE = OB = x + 4$$

حال بنا به رابطه طولی در دایره داریم:

$$DA \cdot DC = DB \cdot DE \Rightarrow 8 \times 5 = 4(2x + 4) \Rightarrow x = 3$$

و در نتیجه:

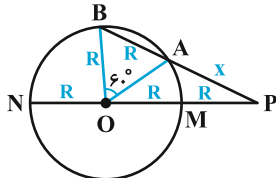
$$R = OE = x + 4 = 3 + 4 = 7$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(کتاب آبی)

### ۳۴- گزینه «۲»

اگر شعاع این دایره را با  $R$  نشان دهیم، طبق فرض  $\angle AOB = 60^\circ$ ، هم‌چنین  $OA = OB = R$  یعنی مثلث  $OAB$  متساوی‌الاضلاع است. اگر  $P$  را به مرکز دایره وصل کنیم و امتداد دهیم، دورترین نقطه دایره نسبت به  $P$  به دست می‌آید که طبق فرض سؤال خواهیم داشت:



$$PN = 3R, MN = 2R \Rightarrow PM = R$$

برای نقطه  $P$  رابطه طولی را نسبت به دایره مفروض می‌نویسیم:

$$PM \cdot PN = PA \cdot PB \xrightarrow{PA=x} R \times 3R = x(x + R)$$

$$\Rightarrow x^2 + Rx - 3R^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 12R^2}}{2}$$

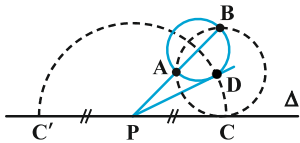
$$\xrightarrow{x > 0} x = \frac{-R + R\sqrt{13}}{2} = \frac{1}{2}R(\sqrt{13} - 1)$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(کتاب آبی)

### ۳۵- گزینه «۱»

با توجه به شکل و فرض سؤال، داریم:



$$PD^2 = PA \cdot PB \quad (1)$$

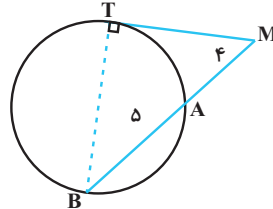
دایره مورد نظر سؤال از نقاط  $A$  و  $B$  می‌گذرد که با توجه به شکل، نقطه  $P$  قطعاً خارج دایره قرار دارد. فرض کنیم که این دایره در نقطه  $M$  بر خط  $\Delta$  مماس است که در نتیجه:

### هندسه (۲) - سوالات آشنا

#### ۳۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

قطر  $BT$  در نقطه تماس بر خط مماس  $MT$  عمود است. طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$MT^2 = 4 \times 9 \Rightarrow MT = 6$$

طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$BT^2 + MT^2 = MB^2 \Rightarrow BT = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$$

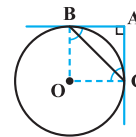
$$S_{BTM} = \frac{1}{2} BT \times MT = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6 = 9\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(کتاب آبی)

#### ۳۲- گزینه «۳»

از مرکز  $O$  به نقاط  $B$  و  $C$  وصل می‌کنیم. چهارضلعی  $OBAC$  مربع است،



زیرا:  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$  و  $OB = OC$

داریم:  $\Delta ABC$  قائم‌الزاویه  $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

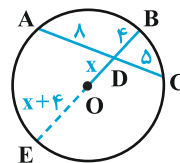
$$= (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 36 \Rightarrow BC = 6$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(کتاب آبی)

#### ۳۳- گزینه «۱»

فرض کنیم امتداد  $BO$ ، دایره را در نقطه  $E$  قطع می‌کند، با فرض  $OD = x$  داریم:







$$EF = 2\sqrt{RR'}$$

$$AB = AE + EF + BF = 2 + 2\sqrt{2 \times 8} + 8$$

$$\Rightarrow AB = 2 + 8 + 8 = 18$$

$$BC = 8 + 8 = 16$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(18 + 16) = 2 \times 34 = 68$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

(کتاب آبی)

### ۳۹- گزینه «۳»

با توجه به شکل، مساحت ناحیه مورد نظر برابر است با تفاضل مساحت سه قطاع با زاویه مرکزی  $60^\circ$  از مساحت یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $10$ . بنابراین داریم:

$$\Delta ABC \text{ مساحت مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت یک قطاع} = \frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{25\pi}{6}$$

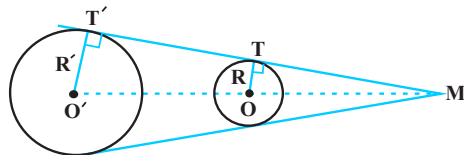
$$\text{مساحت ناحیه محدود به سه دایره} = 25\sqrt{3} - 3 \times \frac{25\pi}{6}$$

$$= 25\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۲۰)

(کتاب آبی)

### ۴۰- گزینه «۴»



طبق روابط مماس مشترک داخلی و خارجی داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{100 - (R + R')^2} = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{100 - (R - R')^2} = 8$$

$$\rightarrow \begin{cases} R' + R = 8 \\ R' - R = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R' = 7 \\ R = 1 \end{cases}$$

OT و O'T' موازی هستند، پس طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{OT}{O'T'} = \frac{OM}{OM + OO'} \Rightarrow \frac{1}{7} = \frac{OM}{OM + 10} \Rightarrow OM = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

$$PM^2 = PA \cdot PB \quad (2)$$

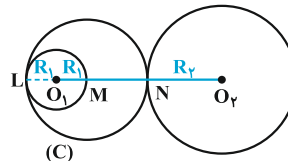
از مقایسه روابط (۱) و (۲) این نتیجه گرفته می‌شود که PM برابر شعاع نیم‌دایره است و لذا M یکی از نقاط C و C' روی خط Δ است.

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(کتاب آبی)

### ۳۶- گزینه «۴»

از آنجا که  $O_1O_2 = d = 10 > R_1 + R_2 = 8$  دو دایره متخارج‌اند. مطابق شکل، دایره C دایره‌ای است که با C<sub>۱</sub> مماس داخل و با C<sub>۲</sub> مماس خارج است، اگر شعاع این دایره را با R نشان دهیم:



$$2R_1 + MN = 2R$$

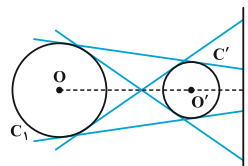
$$\Rightarrow 2R_1 + (d - R_1 - R_2) = 2R$$

$$\Rightarrow 2 \times 2 + (10 - 2 - 6) = 2R \Rightarrow R = 3$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۲۰)

(کتاب آبی)

### ۳۷- گزینه «۳»



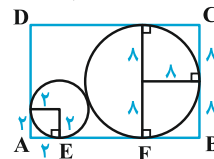
چون دو دایره متخارج‌اند پس دو مماس مشترک خارجی و دو مماس مشترک داخلی دارند. چون  $OO' = d$  بر عمود است، در نتیجه هر چهار مماس مشترک خط d را قطع می‌کنند، زیرا حالت موازی بودن، امکان ندارد. لذا چهار نقطه بر خط d وجود دارد که می‌توان از آن‌ها مماس‌هایی بر هر دو دایره رسم کرد. البته توجه کنید که اگر نقطه تقاطع d با  $OO'$  یا امتداد  $OO'$ ، بر محل تقاطع مماس‌های مشترک داخلی یا خارجی دو دایره منطبق شوند، تعداد نقاط مورد نظر سؤال سه تا می‌شود، بنابراین پاسخ دقیق این است که بگوییم تعداد نقاط مورد نظر سؤال حداکثر چهار تا است.

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

(کتاب آبی)

### ۳۸- گزینه «۱»

اگر  $R = 2$  و  $R' = 8$  شعاع‌های دو دایره باشند، آن‌گاه چون EF مماس مشترک خارجی دو دایره است، داریم:





## آمار و احتمال

## ۴۱- گزینه «۲»

(محبوبه بهارری)

گزاره «الف» نادرست است، چون  $\{\emptyset\} \in C$  ولی  $\{\emptyset\} \notin A$ .

گزاره «ب» نادرست است، چون  $\emptyset \in D$  ولی  $\emptyset \notin C$ .

گزاره «پ» درست است، چون  $A - B = \{\{2\}, 3\}$  و  $\{\{2\}, 3\} \in B$ .

(آمار و احتمال - صفحه ۱۹)

## ۴۲- گزینه «۱»

(محبوبه بهارری)

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \quad (۱)$$

$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B \quad (۲)$$

$$(A \cup B) - C \xrightarrow{(۱)} B - C = B \cap C' \xrightarrow{(۲)} B$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

## ۴۳- گزینه «۴»

(غریزانه قاکپاش)

مجموعه A را به روش‌های زیر می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد:

الف) یک زیرمجموعه ۳ عضوی و یک زیرمجموعه تک عضوی:

$$\{\{1\}, \{2, 3, 4\}\}, \{\{2, 3, 4\}, \{1\}\}, \{\{1, 3, 4\}, \{2\}\}, \{\{1, 2, 4\}, \{3\}\}, \{\{1, 2, 3\}, \{4\}\}$$

ب) دو زیرمجموعه ۲ عضوی:

$$\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}, \{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}, \{\{1, 4\}, \{2, 3\}\}$$

بنابراین به ۷ حالت می‌توان مجموعه A را به دو زیرمجموعه افراز کرد.

(آمار و احتمال - صفحه ۲۱)

## ۴۴- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (A \cap C) &= (A \cap B') \cup (A \cap C) \\ &= A \cap (B' \cup C) \\ &= A \cap (B \cap C')' \\ &= A \cap (B - C)' \\ &= A - (B - C) \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

## ۴۵- گزینه «۳»

(سیدوید زوالفقاری)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] &= (A' \cap B) \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B]}_{(B \cap A) \subseteq B} \\ &= (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) \\ &= B \cap U = B \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

## ۴۶- گزینه «۳»

(ممدابراهیم توزنده‌فانی)

برای این که حاصل ضرب اعضای هر زیرمجموعه انتخابی بر ۷ بخش پذیر

باشد، لازم است حداقل یکی از دو عضو زیرمجموعه حتماً مضرب ۷

باشد.

حالت اول: هر دو عضو متعلق به مجموعه  $\{7, 14, 21, 28\}$  باشد. در

این صورت تعداد زیرمجموعه‌ها برابر با  $\binom{4}{2} = 6$  است.



(امیرحسین ابومفیدوب)

## ۴۸- گزینه «۱»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [(B-A)-(C-A)]' &= [(B \cap A') \cap (C \cap A')]' \\ &= (B \cap A')' \cup (C \cap A')' = (B' \cup A) \cup (C \cap A') \\ &= B' \cup [A \cup (C \cap A')] = B' \cup [(A \cup C) \cap \underbrace{(A \cup A')}_U] \\ &= B' \cup (A \cup C) = A \cup B' \cup C \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(سیرمشرقا حسینی فرد)

## ۴۹- گزینه «۳»

هر کدام از اعضای  $a$  و  $b$  را در یک مجموعه قرار می‌دهیم  $\{a\}$  و  $\{b\}$ .  
برای هر کدام از ۴ عضو دیگر ۲ انتخاب وجود دارد. هر کدام از آن‌ها می‌تواند در مجموعه  $\{a\}$  یا  $\{b\}$  باشد، پس تعداد حالت‌های افراز برابر با  $2^4 = 16$  است.

(آمار و احتمال - صفحه ۲۱)

(امیرحسین ابومفیدوب)

## ۵۰- گزینه «۴»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} ((A' - B') \cap C)' &= B \Rightarrow ((A' \cap B) \cap C)' = B \\ \Rightarrow (A' \cap B)' \cup C' &= B \Rightarrow (A \cup B') \cup C' = B \\ \Rightarrow B' \cup (A \cup C') &= B \end{aligned}$$

با توجه به این که  $B$  و  $B'$  دو مجموعه جدا از هم هستند، رابطه فوق تنها در صورتی درست است که  $B' = \emptyset$  باشد. در این صورت  $B = U$  است و داریم:

$$\begin{aligned} \emptyset \cup (A \cup C') &= U \Rightarrow A \cup C' = U \\ \Rightarrow (A \cup C')' &= U' \Rightarrow A' \cap C = \emptyset \Rightarrow C - A = \emptyset \\ \Rightarrow C &\subseteq A \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

حالت دوم: یک عضو متعلق به مجموعه  $\{7, 14, 21, 28\}$  و عضو دیگراز ۲۶ عضو باقی‌مانده مجموعه  $A$  باشد. در این صورت تعداد

$$\text{زیرمجموعه‌ها برابر با } 104 = \binom{26}{1} \binom{4}{1} \text{ است.}$$

تعداد کل زیرمجموعه‌ها با شرایط موردنظر برابر است با:  $6 + 104 = 110$ 

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(فرزانه قاکپاش)

## ۴۷- گزینه «۲»

طبق تعریف مجموعه  $A_n$  داریم:

$$\begin{aligned} A_2 &= \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -2, 2^m \leq 2 \times 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ A_3 &= \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 2 \times 2\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \end{aligned}$$

برای محاسبه تعداد زیرمجموعه‌هایی مانند  $B$  که زیرمجموعه  $A_3$ بوده ولی زیرمجموعه  $A_2$  نباشند، با توجه به این که  $A_2 \subseteq A_3$ ,

کافی است تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه را به دست

آوریم:

$$A_3 = 2^6 = 64 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A_3$$

$$A_2 = 2^5 = 32 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A_2$$

$$B = 64 - 32 = 32 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } B$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)



## فیزیک (۲)

## ۵۱- گزینه «۴»

(معمومه اخفلی)

با توجه به متن کتاب درسی، در الکتریسیته ساکن خطوط میدان الکتریکی همواره بر سطح رسانا عمود هستند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

## ۵۲- گزینه «۳»

(معمومه اخفلی)

با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار ناهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار  $q_2$  خارج و به بار  $q_1$  وارد می‌شوند، یعنی بار  $q_2$  مثبت و بار  $q_1$  منفی است.

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار  $q_1$  بیشتر است، بنابراین اندازه بار  $q_1$  بزرگتر از اندازه بار  $q_2$  است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

## ۵۳- گزینه «۴»

(مسعود قره‌قانی)

با توجه به شکل مشخص است که صفحه بالایی بار مثبت دارد. برای آن که قطره روغن به سمت بالا جذب شود حتماً باید بار آن منفی باشد. پس گزینه‌های «۱» و «۳» حذف می‌شوند. حال نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم.

$$\vec{F}_E = \vec{E}q$$

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{5 - (-5)}{5 \times 10^{-2}} = \frac{10}{5 \times 10^{-2}} = 200 \frac{V}{m}$$

برای حفظ تعادل  $mg = E|q|$ 

$$\Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{4 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 10}{200} = 0.2 \times 10^{-9} C$$

$$\Rightarrow q = -0.2 nC$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

## ۵۴- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

اگر یک ذره باردار در یک میدان الکتریکی رها شده و خودبه‌خود شروع به حرکت کند، الزاماً انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

## ۵۵- گزینه «۳»

(ممسن قنرپلر)

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) اگر بار  $q < 0$  را در میدان الکتریکی رها کنیم، به سمت صفحه با بار مثبت حرکت خواهد کرد که این جابه‌جایی هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار  $q$  خواهد بود و در نتیجه کار نیروی میدان الکتریکی مثبت خواهد بود.

ب) در قسمت (ب) اشاره نشده که پرتاب در جهت خط‌های میدان یا در خلاف جهت خط‌های میدان باشد. اگر بار منفی  $q$  را در جهت خط‌های میدان پرتاب کنیم، جابه‌جایی برخلاف نیروی الکتریکی وارد شده بر بار خواهد بود و در این حالت کار میدان الکتریکی منفی است.

پ) همانند قسمت (الف) می‌شود و کار نیروی میدان در این جابه‌جایی مثبت خواهد بود.

ت) هنگامی که جابه‌جایی عمود بر راستای خط‌های میدان باشد، کار نیروی میدان الکتریکی صفر است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

## ۵۶- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به این که نیروی وارد بر بار الکتریکی منفی در یک میدان الکتریکی، در خلاف جهت خط‌های میدان است، کار نیروی میدان الکتریکی بر روی ذره در پرتاب ذره و جابه‌جایی از A تا B، منفی است و انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد، (طبق قضیه کار - انرژی جنبشی). بنابراین داریم:



## ۵۹- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه بار الکتریکی از نقطه B به نقطه A برود، اختلاف پتانسیل برابر

$$V_A - V_B = -200 \text{ V} \quad \text{است با:}$$

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow (U_A - U_B) = q(V_A - V_B) \quad \text{آنگاه داریم:}$$

$$\Rightarrow U_A - U_B = 20 \times 10^{-9} \times (-200) = -4 \times 10^{-6} \text{ J} = -4 \mu\text{J}$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش انرژی پتانسیل است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۷)

## ۶۰- گزینه «۲»

(سعید شرق)

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته رفته به صفحه منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان نیز انرژی جنبشی اولیه خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحه دیگر برخورد نکند باید در آستانه برخورد به آن متوقف شود.  $K_2 = 0$ )

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_2 - K_1) \Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times (-20) = 0 - K_1$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times 20 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6 \times 10^{-19} \times 20 \times 2}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{8}{3} \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)

## ۶۱- گزینه «۳»

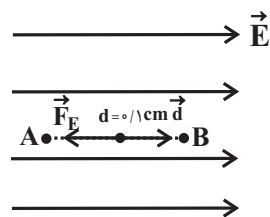
(سعید شرق)

با توجه به شکل زیر، نیروی میدان الکتریکی برآیند در کل مسیر حرکت عمود بر محور y ها (عمود بر مسیر حرکت) خواهد بود. با توجه

به رابطه  $W_{FE} = Fd \cos 90^\circ$ ، کار نیروی میدان صفر خواهد بود.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W_{FE}}{q} = 0$$

پس:



$$W_E = \Delta K \Rightarrow E|q|d \cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow 10^3 \times 2 \times 10^{-6} \times 10^{-1} \times (-1) = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times (v_B^2 - 36)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 36 - 20 \Rightarrow v_B = 16 \Rightarrow v_B = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

## ۵۷- گزینه «۱»

(سینا عزیزی)

اگر در جهت عمود بر خطوط میدان الکتریکی یکنواخت حرکت کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی نقاط میدان تغییری نمی‌کند. بنابراین فقط جابه‌جایی افقی را در نظر می‌گیریم و چون جابه‌جایی افقی در راستای خطوط میدان است، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. داریم:

$$\Delta V = V_B - V_A = -Ed$$

$$\Rightarrow \Delta V = -10^3 \times 40 \times 10^{-2} = -0.4 \times 10^3 \text{ V} = -0.4 \text{ kV}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

## ۵۸- گزینه «۲»

(میثم دشتیان)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_F + W_E = \Delta K \Rightarrow 35 + W_E = 20 \Rightarrow W_E = -15 \text{ mJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U = -W_E = +15 \text{ mJ}$$

اکنون طبق رابطه  $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، می‌توان گفت چون علامت  $\Delta U$

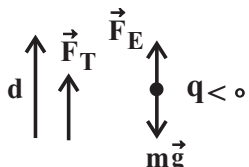
مثبت و علامت q منفی است، پس علامت  $\Delta V$  منفی می‌شود:

$$V_B - V_A < 0 \Rightarrow V_B < V_A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۷)



طبق رابطه  $F_E = |q|E$  به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می شود.



$$F_E = |q|E = 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 = 1 \text{ N}$$

$$F_T = F_E - mg = |q|E - mg = 1 - 10^{-3} \text{ m}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_T = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \times 0.4 = 0.2 \text{ m} \quad (1)$$

$$W_T = F_T d \cos \theta = (1 - 10^{-3} \text{ m}) \times 2 \times 10^5 = 0.2 - 0.2 \text{ m} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 0.2 \text{ m} = 0.2 - 0.2 \text{ m}$$

$$0.22 \text{ m} = 0.2$$

$$m = \frac{1}{11} \text{ kg} = 91 \text{ g}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۷)

### ۶۴- گزینه «۳»

(سینا عزیزی)

می دانیم ولتاژ زمین صفر است و ولتاژ دو صفحه رسانا که با یک سیم به هم وصل شده اند، با هم برابر است. از سمت زمین شروع می کنیم و صفحه به صفحه پتانسیل را تعیین می کنیم.

$$\Delta V_1 = 12 \text{ V} \Rightarrow V_{1+} - V_{1-} = 12 \text{ V} \xrightarrow{V_{1-}=0}$$

$$V_{1+} - 0 = 12 \Rightarrow V_{1+} = 12 \text{ V}$$

$$\Delta V_2 = 4 \text{ V} \Rightarrow V_{2+} - V_{2-} = 4 \xrightarrow{V_{1+}=V_{2+}=12 \text{ V}}$$

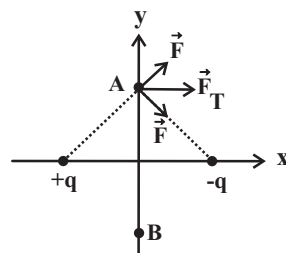
$$12 - V_{2-} = 4 \Rightarrow V_{2-} = 8 \text{ V}$$

$$\Delta V_3 = 2 \text{ V} \Rightarrow V_{3+} - V_{3-} = 2 \text{ V} \xrightarrow{V_{2-}=V_{3-}=8 \text{ V}}$$

$$V_{3+} - 8 = 2 \Rightarrow V_{3+} = 10 \text{ V}$$

$$\frac{V_{2-}}{V_{3+}} = \frac{8}{10} = 0.8$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۳ و ۲۷)



(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۱ و ۲۷)

### ۶۲- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون ذره ای باردار درون میدان الکتریکی یکنواختی معلق و نیروی وزن ذره به سمت پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا خواهد بود و داریم:

$$\begin{array}{c} \vec{F}_E \\ \downarrow \\ \vec{mg} \end{array} \quad F_E = W \Rightarrow |q|E = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{8 \times 10^{-3} \times 10}{8 \times 10^{-4}} = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

چون بار ذره مثبت است و نیروی الکتریکی به سمت بالاست، در نتیجه جهت میدان الکتریکی طبق رابطه  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  به سمت بالاست و بنابراین صفحه پایینی مثبت و صفحه بالایی منفی می باشد، یعنی پایانه A قطب منفی باتری است.

برای محاسبه اختلاف پتانسیل باتری داریم:

$$\Delta V = E \times d = 1000 \times \frac{2}{100} = 20 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۱ و ۲۷)

### ۶۳- گزینه «۲»

(شارهان ویسی)

با بستن کلید میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه ها ایجاد می شود و بار q را به سمت بالا سوق می دهد.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{4 \times 10^3}{2 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



## ۶۵- گزینه «۳»

(امیر قلدری)

ظرف رسانایی با درپوش فلزی را در نظر بگیرید که روی پایه نارسنایی قرار دارد و روی درپوش آن دسته‌ای عایق نصب شده است. ابتدا ظرف بدون بار و یک گوی فلزی را که از نخ عایقی آویزان است، باردار و سپس وارد ظرف می‌کنیم (شکل ج)). اکنون گوی را با کف ظرف تماس می‌دهیم و سپس درپوش فلزی را می‌بندیم (شکل ب)). آن‌گاه درپوش فلزی را با دسته عایقش برمی‌داریم (شکل د)) و گوی فلزی را از ظرف خارج نموده و آن را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود عقربه الکتروسکوپ تکان نمی‌خورد (شکل الف)). این نشان می‌دهد گوی فلزی بار ندارد و تمام بار آن به طرف رسانا منتقل شده است، در این حالت اگر ظرف را به الکتروسکوپ نزدیک کنیم، مشاهده می‌شود ورق‌های الکتروسکوپ تکان می‌خورند. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که بار اضافی داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

## ۶۶- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

می‌دانیم بار داده شده به یک جسم رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌گردد و در داخل سطح بسته هیچ باری قرار نمی‌گیرد و اتاق ماشین یک سطح بسته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ و ۳۱)

## ۶۷- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

با توجه به توزیع بار در اجسام می‌دانیم:

بار داده شده به جسم نارسنا در محل داده شده به جسم باقی می‌ماند.

و بار داده شده به جسم رسانا روی سطح خارجی جسم توزیع می‌شود.

پس بار در نوک B بیشتر از نوک A است و چون فاصله هر دو از O یکسان است؛ قطعاً میدان B از A همواره بیشتر است  $E_B > E_A$  و میدان برابند با جهت میدان B برابر است.

بار داده شده به مخروطها مثبت باشد، جهت میدان الکتریکی از بار مثبت رو به سمت خارج است پس  $E_t$  رو به سمت چپ است. (گزینه «۲»)

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ و ۳۱)

## ۶۸- گزینه «۲»

(مرتضی شعبانی)

پس از بهم پیوستن ۶۴ قطره بهم داریم:

$$q_2 = 64q_1 \text{ قطره بزرگ}$$

$$V_{\text{قطره کوچک}} = 64V$$

$$\frac{4}{3}\pi r_2^3 = 64 \frac{4}{3}\pi r_1^3 \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ و ۳۱)



طبق رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{q}{A} \\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} &= \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2} \\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} &= 64 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} &= 64 \times \frac{1}{16} = 4\end{aligned}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

#### ۶۹- گزینه «۴»

(سعید اردر)

می دانیم چگالی سطحی بار الکتریکی نسبت بار به مساحت جسم است  $\frac{q}{A}$ .

با توجه به رابطه حجمی بین دو کره داریم:

$$\frac{4}{3}\pi r_A^3 = 343 \times \frac{4}{3}\pi r_B^3 \Rightarrow r_A = 7r_B$$

با توجه به رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A=4\pi r^2}$$

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \quad \text{مساحت کره: } A = 4\pi r^2 \text{ داریم:}$$

$$2 = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{1}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 98$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

#### ۷۰- گزینه «۲»

(امیر حسین برادران)

با توجه به این که دو صفحه به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل هستند،

پس از جابه جایی دو صفحه اختلاف پتانسیل صفحات تغییر نمی کند. با

توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت

$$|V_{BA}| = E_1 d_{BA} \quad \text{داریم:}$$

$$\frac{E_1 = \frac{V}{d_1}, d_1 = 12 \text{ mm}}{d_{BA} = 8 \text{ mm}, V = 360 \text{ V}} \rightarrow |V_{BA}| = \frac{360}{12} \times 8 = 240 \text{ V}$$

چون جهت میدان الکتریکی از نقطه A به سمت نقطه B است.

$$V_B < V_A \quad \text{بنابراین:}$$

$$V_{BA} = -240 \text{ V} \quad (1)$$

اکنون اختلاف پتانسیل نقاط A و B را در حالت جدید محاسبه

$$|V'_{BA}| = E_2 d_{BA} \quad \text{می کنیم:}$$

$$\frac{E_2 = \frac{V}{d_2}, d_2 = 12 + 3 = 15 \text{ mm}}{V = 360 \text{ V}, d_{BA} = 8 \text{ mm}} \rightarrow |V'_{BA}| = \frac{360}{15} \times 8 = 192 \text{ V}$$

با افزایش فاصله صفحات جهت میدان الکتریکی تغییری نمی کند.

$$V'_{BA} = -192 \text{ V} \quad (2) \quad \text{بنابراین:}$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow V'_{BA} - V_{AB} = -192 - (-240) = 48 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲۲ تا ۲۴)





## شیمی (۲)

## ۷۱- گزینه «۲»

(عباس هنریو)

ابتدا با توجه به مقدار آهن تولید شده و بازده درصدی واکنش، مقدار نظری آهن به دست می آید.

$$\frac{۸۴}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۸۰ \Rightarrow \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری Fe} = ۱۰۵ \text{ kg}$$

حال باید ببینیم به ازای تولید ۱۰۵ کیلوگرم آهن، چند کیلوگرم  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  خالص مصرف می شود.

$$? \text{ kg Fe}_2\text{O}_3 = ۱۰۵ \text{ kg Fe} \times \frac{۱۰۰ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱ \text{ mol Fe}}{۵۶ \text{ g Fe}} \times \frac{۲ \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{۴ \text{ mol Fe}}$$

$$\times \frac{۱۶۰ \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{۱ \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰۰۰ \text{ g}} = ۱۵۰ \text{ kg Fe}_2\text{O}_3$$

$$\text{جرم سنگ معدن} = \frac{\text{Fe}_2\text{O}_3}{\text{درصد خلوص}} \times ۱۰۰$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{۱۵۰}{۲۰۰} \times ۱۰۰ = ۷۵\%$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

## ۷۲- گزینه «۴»

(هاری معری زاره)

ابتدا مقدار نظری CO را محاسبه می کنیم:

روش اول:

$$\begin{aligned} ? \text{ LCO} &= ۱/۲ \text{ kg SiO}_2 \times \frac{۱۰۰۰ \text{ g SiO}_2}{۱ \text{ kg SiO}_2} \times \frac{۱ \text{ mol SiO}_2}{۶۰ \text{ g SiO}_2} \\ &\times \frac{۲ \text{ mol CO}}{۱ \text{ mol SiO}_2} \times \frac{۲۸ \text{ g CO}}{۱ \text{ mol CO}} \times \frac{۱ \text{ LCO}}{۱/۶ \text{ gCO}} = ۷۰۰ \text{ LCO} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = ۸۰ \Rightarrow \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار عملی CO} = ۵۶۰ \text{ L}$$

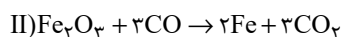
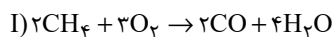
$$\Rightarrow \frac{\text{چگالی} \times \text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \text{روش دوم (تناسب):}$$

$$\frac{۱۲۰۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۶۰ \times ۱} = \frac{x \times ۱/۶}{۲۸ \times ۲} \Rightarrow x = ۵۶۰ \text{ LCO}$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

## ۷۳- گزینه «۱»

(مهمر عظیمیان زواره)



$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = ۸۰ \Rightarrow \frac{۱۷/۹۲}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری Fe} = ۲۲/۴ \text{ g Fe}$$

$$? \text{ mol CO} = ۲۲/۴ \text{ g Fe} \times \frac{۱ \text{ mol Fe}}{۵۶ \text{ g Fe}} \times \frac{۳ \text{ mol CO}}{۲ \text{ mol Fe}}$$

$$= ۰/۶ \text{ mol CO}$$

$$? \text{ mol CH}_4 = ۰/۶ \text{ mol CO} \times \frac{۲ \text{ mol CH}_4}{۲ \text{ mol CO}} = ۰/۶ \text{ mol CH}_4$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

## ۷۴- گزینه «۳»

(عباس هنریو)

$$\text{ppm} = \frac{\text{مقدار فلز Ni}}{\text{مقدار کل وزن گیاه}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow ۱۲۰۰ = \frac{x}{۵ \times ۱۰^۶} \times ۱۰^۶$$

$$\Rightarrow x = ۶۰۰۰ \text{ g}$$



$$? \text{ g CaO} = 1/28 \text{ g CaC}_2\text{O}_4 \times \frac{25}{100}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaC}_2\text{O}_4}{128 \text{ g CaC}_2\text{O}_4} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaC}_2\text{O}_4} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}}$$

$$= 0/14 \text{ g CaO}$$

$$\Rightarrow m_2 = 0/14$$

$$\text{جرم رسوب باقی مانده} = 1/28 \times \frac{25}{100} + \underbrace{0/3584}_{m_1} + \underbrace{0/14}_{m_2}$$

جرم سیلیس

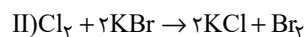
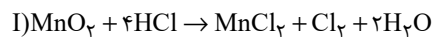
$$= 0/8184 \text{ g رسوب}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

(هاری مهری زاده)

### ۷۷- گزینه «۲»

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



$$(M) = \frac{\text{مول (n)}}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow 1 = \frac{x}{0/5} \Rightarrow x = 0/5 \text{ mol KBr}$$

$$? \text{ mol Cl}_2 = 0/5 \text{ mol KBr} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol KBr}} = 0/25 \text{ mol Cl}_2$$

$$? \text{ g MnO}_2 = 0/25 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol MnO}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{87 \text{ g MnO}_2}{1 \text{ mol MnO}_2}$$

$$= 21/75 \text{ g MnO}_2$$

$$\text{MnO}_2 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم MnO}_2 \text{ خالص}}{\text{جرم کل}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{21/75}{50} \times 100 = 43/5 \%$$

در صورتی که بازده فرایند استخراج صددرصد باشد مقدار نیکل

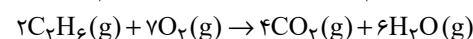
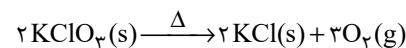
گرم خواهد بود. در صورتی که بازده ۷۵٪ باشد داریم:

$$6000 \times \frac{75}{100} = 4500 \text{ g Ni}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

### ۷۵- گزینه «۱»

(معمد عظیمیان زواره)



کاهش جرم، به جرم اکسیژن تولید شده مربوط است.

$$? \text{ L C}_2\text{H}_6 = 12/8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{7 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{28 \text{ L C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 3/2 \text{ L C}_2\text{H}_6$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

### ۷۶- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

جرم CaO تولیدی در واکنش اول را  $m_1$  و در واکنش دوم را  $m_2$  در

نظر می‌گیریم:

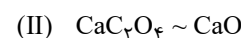


$$? \text{ g CaO} = 1/28 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{56}{100}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}}$$

$$= 0/3584 \text{ g CaO}$$

$$\Rightarrow m_1 = 0/3584$$

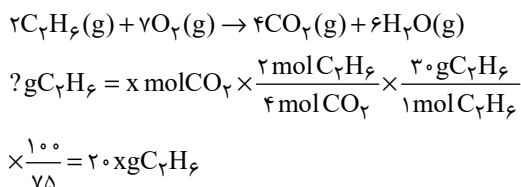




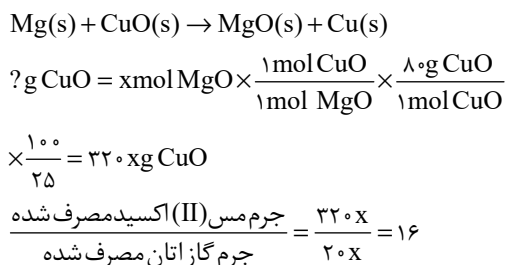
واکنش موردنظر اگر به  $X$  مول کربن دی‌اکسید نیاز داشته باشیم، مقدار

منیزیم اکسید مورد نیاز نیز برابر  $X$  مول می‌باشد.

معادله موازنه شده واکنش (I) به صورت زیر است:



معادله موازنه شده تولید منیزیم اکسید نیز به صورت زیر می‌باشد:

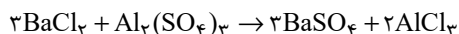


(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

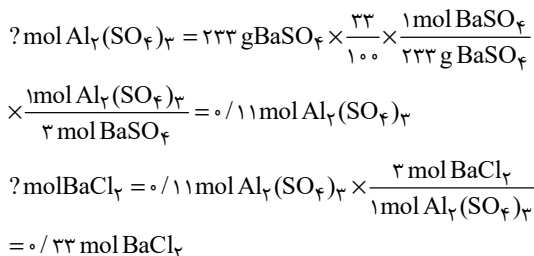
(هاری مهری زاده)

۸۰- گزینه «۱»

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



روش اول:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش (I)، ضریب  $HCl$ ، ۴ برابر

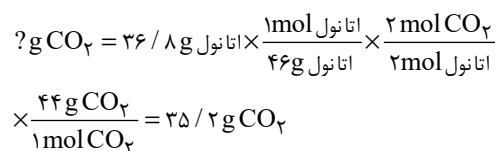
ضریب  $Cl_2$  است، پس به ازای تولید ۲۵٪  $Cl_2$ ، ۱ مول  $HCl$

مصرف می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

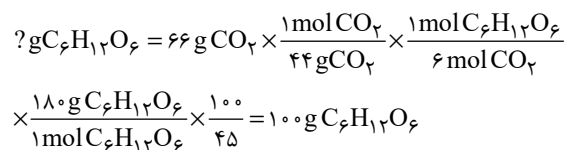
۷۸- گزینه «۱»

(احمد رضا یغمی نژاد)



از ۱۰۱/۲ گرم فراورده گازی ( $CO_2$ )، ۳۵/۲ گرم برای واکنش تخمیر

بی‌هوازی و ۶۶ گرم برای واکنش اکسایش بوده است.



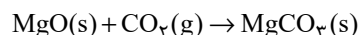
(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(پویا رستگاری)

۷۹- گزینه «۲»

معادله واکنش گاز  $CO_2$  با منیزیم اکسید که منجر به تولید منیزیم

کربنات می‌شود به صورت زیر است:



با توجه به معادله واکنش بالا مقدار مول‌های کربن دی‌اکسید موردنیاز

برابر با مقدار منیزیم اکسید موردنیاز است. بر این اساس می‌توان گفت در



روش دوم (تناسب):

$$\frac{\frac{P}{100} \times \text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{233 \times 33}{233 \times 3} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 0.11 \text{ mol}$$

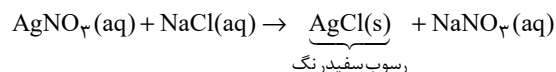
توجه: با توجه به این که ضریب  $\text{BaCl}_2$ ، سه برابر  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$  می باشد، پس مقدار مول آن نیز سه برابر است.

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

## ۸۱- گزینه «۱»

(پویا رستگاری)

نقره نیترات طی معادله زیر با محلول سدیم کلرید وارد واکنش می شود:



حجم محلول سدیم کلرید مصرف شده طی این واکنش:

محلول نقره نیترات ۴ L = محلول سدیم کلرید ؟ L

$$\begin{aligned} & \times \frac{0.6 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ L محلول نقره نیترات}} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \\ & \times \frac{1 \text{ L محلول سدیم کلرید}}{0.8 \text{ mol NaCl}} = 3 \text{ L محلول سدیم کلرید} \end{aligned}$$

جرم رسوب تولید شده طی این فرایند:

$$? \text{ g AgCl} = 4 \text{ L محلول نقره نیترات} \times \frac{0.6 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ L محلول نقره نیترات}}$$

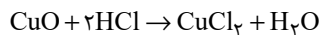
$$\times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{143.5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} \times \frac{100}{80} = 43.0 \text{ g AgCl}$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

## ۸۲- گزینه «۱»

(هاری معری زاره)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



برای قسمت اول سؤال داریم:

$$\begin{aligned} ? \text{ g CuCl}_2 &= 73 \text{ g HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36.5 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CuCl}_2}{2 \text{ mol HCl}} \\ &\times \frac{135 \text{ g CuCl}_2}{1 \text{ mol CuCl}_2} = 135 \text{ g CuCl}_2 \end{aligned}$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$\begin{aligned} ? \text{ g CuO} &= 73 \text{ g HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{36.5 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CuO}}{2 \text{ mol HCl}} \\ &\times \frac{80 \text{ g CuO}}{1 \text{ mol CuO}} = 80 \text{ g CuO} \end{aligned}$$

$$\text{جرم ناخالصی} = 120 - 80 = 40 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{درصد ناخالصی} = \frac{40}{120} \times 100 \approx 33.3\%$$

روش دوم (تناسب): برای قسمت اول سؤال داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} &= \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \\ \Rightarrow \frac{73}{36.5 \times 2} &= \frac{x}{1 \times 135} \Rightarrow x = 135 \text{ g CuCl}_2 \end{aligned}$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$\frac{\frac{P}{100} \times \text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{120 \times \frac{P}{100}}{80 \times 1} = \frac{73}{36.5 \times 2}$$

$$\Rightarrow \text{درصد خلوص} \approx 66.7\% \Rightarrow \text{درصد ناخالصی} = 100 - 66.7 \approx 33.3\%$$

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۵)

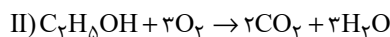
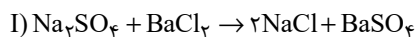


## ۸۳- گزینه «۴»

(هاری معری زاره)

همه عبارت‌های بیان شده درست هستند.

معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$? \text{L CO}_2 = 1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 44.8 \text{ L CO}_2$$

عبارت دوم:  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  نسبت به  $\text{BaCl}_2$ ، اتم‌های بیشتری دارد کهنسبت شمار آنیون به کاتیون در آن برابر  $\frac{1}{2}$  است.

عبارت سوم:

$$1/5 \text{ mol BaSO}_4 = 710 \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{R}{100} \Rightarrow R = 30\%$$

عبارت چهارم:

$$2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{3 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{100}{P} = 270 \text{ g H}_2\text{O} \Rightarrow P = 40\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

## ۸۴- گزینه «۱»

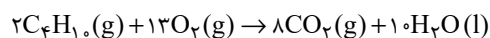
(هاری معری زاره)

$$? \text{g CO}_2 = 168 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{60}{100} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 52.8 \text{ g CO}_2$$

$$\text{CO}_2 \text{ چگالی} = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{حجم CO}_2} = \frac{52.8}{24} = 2.2 \text{ g.L}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش (II) به صورت زیر است:



$$\text{مقدار نظری} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{52.8 \text{ g}}{X} \times 100$$

$$\Rightarrow X = 66 \text{ g CO}_2$$

$$? \text{L C}_2\text{H}_6 = 66 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 8.4 \text{ L C}_2\text{H}_6$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

## ۸۵- گزینه «۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) مسیر ۱، مربوط به استخراج فلز از سنگ معدن آن است ولی مسیر ۲،

باز یافت را نشان می‌دهد؛ بنابراین مسیر ۲، در جهت توسعه پایدار است.

(ب) سهم مسیر ۲، در گرمایش جهانی کمتر از مسیر ۱، می‌باشد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)



## ۸۶- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

نفت به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از دل زمین بیرون کشیده می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

## ۸۷- گزینه «۲»

(منصور سلیمانی ملکان)

شکل درست عبارت‌های نادرست:

- مایع غلیظ سیاه‌رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز است.

- مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را ترکیباتی تشکیل می‌دهند که فقط از کربن و هیدروژن ساخته شده‌اند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

## ۸۸- گزینه «۲»

(پویا رستگاری)

عبارت‌های (آ) و (پ) صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (ب): روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

عبارت (ت): با توجه به ساختار متفاوت هیدروکربن‌ها، انتظار می‌رود رفتار متفاوتی نیز داشته باشند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ و ۳۲)

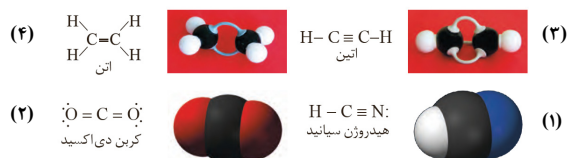
## ۸۹- گزینه «۴»

(منصور سلیمانی ملکان)

با توجه به شکل‌های کتاب درسی که در زیر آمده است و مدل‌های

مولکولی رسم شده برای آن‌ها، در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» همه اتم‌ها

در یک راستا و در امتداد هم قرار دارند به جز گزینه «۴»



(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

## ۹۰- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

عبارت (آ) مربوط به تنوع ساختاری در بین اتم‌های کربن در عنصر کربن

(و ایجاد آلوتروپ) می‌باشد نه ترکیب آن.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)