

ریاضی (۱) - عادی

۱- گزینه «۲»

(صائب گیلانی نیا)

ابتدا انواع خودروهای دنده اتوماتیک تولید شده توسط کارخانه را به دست می آوریم:

$$= ۹۶ = \frac{۱}{۱} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۸}{۸} \times \frac{۶}{۶} : \text{اصل ضرب دنده اتوماتیک حجم موتور رنگ مدل}$$

سپس از آن، تعداد خودروهایی که از خط تولید کارخانه حذف شده اند را کم می کنیم:

انواع خودروهای حذف شده از خط تولید کارخانه:

$$= ۱ = \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} : \text{اصل ضرب دنده اتوماتیک حجم ۱۵۰۰ سی سی رنگ مشکی مدل}$$

$$۹۵ = ۹۶ - ۱ \text{ حالات های مطلوب}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲- گزینه «۲»

(مسعود برملا)

برای هر هدیه، ۳ حالت وجود دارد. پس برای تقسیم ۵ هدیه بین سه نفر،

۳۵ حالت وجود دارد.

= تعداد حالت هایی که به نفر سوم هدیه نرسد

$$۲۵ = \text{تعداد حالت هایی که ۵ هدیه بین دو نفر تقسیم شود}$$

تعداد حالت هایی که حداقل یک هدیه به نفر سوم برسد:

$$۲۱۱ = ۲۴۳ - ۳۲ = ۲۱۱$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳- گزینه «۳»

(مهمر یگانه)

در اولین جایگاه سمت چپ، رقم صفر قرار نمی گیرد. برای بقیه خانه ها ۲

$$۱۶ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$$

حالت داریم:

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۴- گزینه «۱»

(علی آزار)

$$P(۵, ۳) - P(۴, r) = \frac{۵!}{(۵-۳)!} - \frac{۴!}{(۴-r)!} = ۵۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲۰}{۲!} - \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۵۶ \Rightarrow \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۴ \Rightarrow (۴-r)! = ۶ = ۳!$$

$$\Rightarrow ۴-r=۳ \Rightarrow r=۱ \Rightarrow \frac{(۲r+۳)!}{(r+۳)!} = \frac{۵!}{۴!} = ۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۵- گزینه «۲»

(علی آزار)

اگر فرض کنیم ۵ نفر a, b, c, d, e می خواهند سخنرانی کنند، طبق

$$\text{a o o b o}$$

فرض داریم:

$$(۱) \quad (۲)$$

مابین سخنرانی a و b دو نفر دیگر سخنرانی خواهند داشت:

انتخاب دو نفر بین a, b و جایگشت آنها

$$۲۴ = ۲! \times \binom{۳}{۲} \times ۲! = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۲۴$$

جایگشت a, b جایگشت (۱) و (۲)

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۶- گزینه «۳»

(بهرام هلاج)

سه حرف صدادر a را * و سایر حروف را Δ در نظر می گیریم. برای

آنکه حروف صدادر یک در میان باشند سه حالت زیر وجود دارد:

$$\Delta, *, \Delta, *, \Delta, *, \Delta$$

$$*, \Delta, *, \Delta, *, \Delta, *$$

$$\Delta, \Delta, *, \Delta, *, \Delta, *$$

سایر حروف شامل bnnn هستند که در جایگاه های Δ باید قرار گیرند.

در کل، ۴ حالت برای Δ ها خواهیم داشت:

$$b \quad n \quad n \quad n$$

$$n \quad b \quad n \quad n$$

$$n \quad n \quad b \quad n$$

$$n \quad n \quad n \quad b$$

پس در کل $۳ \times ۴ = ۱۲$ حالت داریم.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۷- گزینه «۳»

(علی آزار)

$$۵^۵ = ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ : \text{تعداد کل اعداد ۵ رقمی}$$

تعداد اعداد ۵ رقمی که با رقم زوج شروع و به رقم فرد ختم می شود:

$$\frac{۲}{۲,۴} \frac{۵}{۵} \frac{۵}{۵} \frac{۳}{۱,۳,۷} = ۶ \times ۵^۳$$

$$\Rightarrow \frac{۶ \times ۵^۳}{۵^۵} = \frac{۶}{۵^۲} = \frac{۶}{۲۵} \times ۱۰۰ = ۲۴\%$$

(ترکیبی، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۸- گزینه «۲»

(علی سرآبادانی)

$$\binom{۳}{۱} \binom{۴}{۱} \binom{۵}{۱} = ۳ \times ۴ \times ۵ = ۶۰$$

$$\binom{۳}{۲} \binom{۵}{۱} = ۳ \times ۵ = ۱۵$$

$$\binom{۳}{۲} \binom{۴}{۱} = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

$$\binom{۴}{۲} \binom{۳}{۱} = ۶ \times ۳ = ۱۸$$

$$\binom{۴}{۲} \binom{۵}{۱} = ۶ \times ۵ = ۳۰$$

$$\binom{۵}{۲} \binom{۳}{۱} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰$$

$$\binom{۵}{۲} \binom{۴}{۱} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰$$

تعداد کل حالات = ۲۰۵

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)



۹- گزینه «۲»

(موری هابی نژادریان)

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	+				+	
۲		+				+
۳			+			
۴				+		
۵	+				+	
۶		+				+

با توجه به جدول بالا که همه حالت‌های دو تاس نشان داده شده است، قسمت‌های رنگی حالاتی است که جمع دو تاس بزرگتر یا مساوی ۶ است (فضای نمونه) و علامت جمع‌ها حالاتی است که اختلاف دو تاس مضرب ۴ است.

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات کل}} = \frac{10-2}{36-10} = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۱۰- گزینه «۲»

(علی آزار)

فرض کنیم x لامپ سوخته است:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10-x}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{(10-x)!}{3!(10-x-3)!} = \frac{(10-x)!}{10 \times 9 \times 8 \times 7!} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{(10-x)!}{(7-x)!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$\Rightarrow \frac{(7-x)!(8-x)(9-x)(10-x)}{(7-x)!} = 120$$

حاصل ضرب سه عدد متوالی برابر با ۱۲۰ شده است که با جایگذاری می‌توان فهمید:

(ترکیبی، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۱۱- گزینه «۲»

(معمد توزنره جانی)

الف) دو راه داریم: از A به C و سپس به B برویم یا از A به D و سپس به B برویم.

$$(A \rightarrow C, C \rightarrow B) (2 \times 3) \text{ یا } (A \rightarrow D, D \rightarrow B) (2 \times 1)$$

لذا $2+6=8$ راه داریم: پس مورد «الف» نادرست است.ب) فقط باید از A به C و سپس به B رفت.

$$(A \rightarrow C, C \rightarrow B) \rightarrow 2 \times 3 = 6 \text{ مورد «ب» درست است.}$$

ج) به ۸ طریق می‌توانیم از A به B برویم. اگر بخواهیم در برگشت از D عبور نکنیم باید از طریق C برگردیم.

$$8 \times (3 \times 2) = 48$$

پس مورد «ج» درست است.

د: به ۸ طریق می‌توان از A به B رفت. برای آنکه از D برگردیم

$$8 \times (1 \times 2) = 16$$

نباید از C عبور کنیم.

پس مورد «د» درست است.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۱۲- گزینه «۱»

(بهرام جلاج)

اگر حروف و ارقام متمایز باشند داریم:

$$10 \times 26 \times 25 \times 9 = \text{تعداد حالات}$$

و اگر رمز تولید شده متقارن باشد داریم:

$$10 \times 26 \times 1 \times 1 = \text{تعداد حالات}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت} = \frac{10 \times 26 \times 25 \times 9}{10 \times 26 \times 1 \times 1} = 225$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۱۳- گزینه «۳»

(سپهر قنوتی)

با استفاده از اصل متمم داریم:

$$\Rightarrow 9|10|10 = 900 = \text{همه اعداد ۳ رقمی}$$

$$\Rightarrow 9|9|8 = 648 = \text{اعداد سه‌رقمی با ارقام غیر تکراری}$$

$$\Rightarrow 900 - 648 = 252 = \text{اعداد سه‌رقمی با ارقام تکراری}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۴- گزینه «۴»

(مید خدایی)

$$\frac{n!}{3!} = \frac{(n-2)!}{2!} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{6} = \frac{(n-2)!}{2!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(n-1) = 3 \Rightarrow n^2 - n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ غ.ق.}$$

زیرا در تعریف فاکتوریل فقط اعداد طبیعی می‌توانند قرار گیرند. یعنی معادله جواب ندارد.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۵- گزینه «۴»

(کریم نصیری)

$$4! = 24 = \text{تعداد حالات ورود}$$

$$P(4,3) = 4! = 24 = \text{تعداد حالات خروج}$$

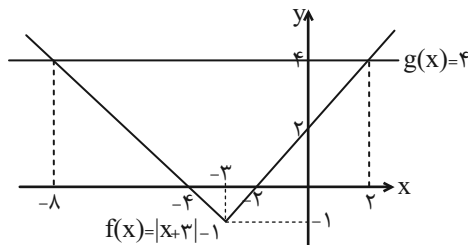
$$24 \times 24 = 576 = \text{تعداد کل حالات}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

ریاضی (۱) - موازی

۲۱- گزینه «۳»

(علی آزار)

با توجه به نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ خواهیم داشت:بنابراین بازه‌ای جواب مسأله است که هر دو نقطه $x = -8$ و $x = +2$

داخل آن باشد که تنها گزینه «۳» شامل هر دو نقطه فوق می‌باشد.

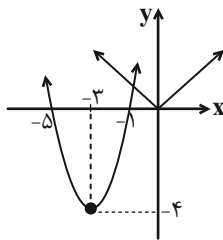
(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۲۲- گزینه «۴»

(بهنام کلاهی)

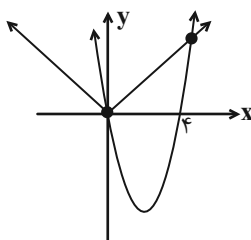
$$y = x^2 + 6x + 5 \Rightarrow y = (x + 3)^2 - 4$$

هر دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



اگر ۵ واحد نمودار را به راست منتقل کنیم، نمودار جدید، مطابق شکل

در دو نقطه با طول‌های نامنفی برخورد می‌کنند و به مطلوب سؤال

می‌رسیم. (یکی از آنها $x = 0$ است.)

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۱۶- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

$$720 = 6! = \boxed{د ی} \text{ با «ید» شروع شود}$$

$$24 = 4! = \boxed{د ی} \text{ با «ید» شروع و به «ار» ختم شود}$$

$$696 = 720 - 24 = \text{تعداد حالات مورد نظر}$$

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۷- گزینه «۱»

(بهرام علاج)

در صورتیکه بخواهیم عبارت sh دیده شود باید این دو حرف را یکی در نظر بگیریم:

$$shpyic \Rightarrow 5!$$

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۱۸- گزینه «۴»

(علی سرآبادانی)

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{1}{8} \times \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(n-2)(n-3)!} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{(n-3)!} \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow C(n+3, 8) \xrightarrow{n=6} C(9, 8) = \frac{9!}{1 \times 8!} = 9$$

(شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۱۹- گزینه «۲»

(مهمیر ممیری)

تهی یک پیشامد در هر آزمایش به حساب می‌آید پس وقتی ۶۳ پیشامد ناتهی داریم، معنی‌اش این است که کلاً ۶۴ پیشامد داریم:

$$2^n(S) = 64 = 2^6 \Rightarrow n(S) = 6$$

در نتیجه تعداد پیشامدهای ۲ عضوی برابر است با:

$$\binom{n(S)}{2} = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۲۰- گزینه «۱»

(علی آزار)

$$P(A) = \text{احتمال بارش باران} \quad P(A') = \text{احتمال عدم بارش باران}$$

$$P(B) = \text{احتمال بارش برف} \quad P(A \cap B) = \text{احتمال بارش هر دو}$$

$$P(A) = \frac{3}{17} P(A') \Rightarrow P(A) = \frac{3}{17} (1 - P(A)) = \frac{3}{17} - \frac{3}{17} P(A)$$

$$\frac{20}{17} P(A) = \frac{3}{17} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{20} = 0.15$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.15 + 0.18 - 0.12 = 0.21$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱ کتاب درسی)

۲۳- گزینه «۲»

(صائب گیلانی نیا)

ابتدا انواع خودروهای دنده اتوماتیک تولید شده توسط کارخانه را به دست می آوریم:

$$= ۹۶ \quad \text{دنده اتوماتیک} \quad \text{حجم موتور} \quad \text{رنگ} \quad \text{مدل} \quad \text{اصل ضرب}$$

سپس از آن، تعداد خودروهایی که از خط تولید کارخانه حذف شده اند را کم می کنیم:

انواع خودروهای حذف شده از خط تولید کارخانه:

$$= ۱ \quad \text{دنده اتوماتیک} \quad \text{حجم ۱۵۰۰ سی سی} \quad \text{رنگ مشکی} \quad \text{مدل} \quad \text{اصل ضرب}$$

$$۹۶ - ۱ = ۹۵ \quad \text{حالت های مطلوب}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۴- گزینه «۲»

(مسعود پرملا)

برای هر هدیه، ۳ حالت وجود دارد. پس برای تقسیم ۵ هدیه بین سه نفر، ۳ حالت وجود دارد.

= تعداد حالت هایی که به نفر سوم هدیه نرسد

$$۲۵ = \text{تعداد حالت هایی که ۵ هدیه بین دو نفر تقسیم شود}$$

تعداد حالت هایی که حداقل یک هدیه به نفر سوم برسد:

$$۲۱۱ = ۲۴۳ - ۳۲ = ۳۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۵- گزینه «۳»

(مهمر یگانه)

در اولین جایگاه سمت چپ، رقم صفر قرار نمی گیرد. برای بقیه خانه ها ۲ حالت داریم:

$$۱۶ = ۱ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۲۶- گزینه «۱»

(علی آزار)

$$P(۵,۳) - P(۴,r) = \frac{۵!}{(۵-۳)!} - \frac{۴!}{(۴-r)!} = ۵۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲۰}{۲!} - \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۵۶ \Rightarrow \frac{۲۴}{(۴-r)!} = ۴ \Rightarrow (۴-r)! = ۶ = ۳!$$

$$\Rightarrow ۴-r=۳ \Rightarrow r=۱ \Rightarrow \frac{(۲r+۳)!}{(r+۳)!} = \frac{۵!}{۴!} = ۵$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۲۷- گزینه «۳»

(علی آزار)

با توجه به اینکه تابع f ، تابعی ثابت و تابع g تابعی همانی می باشد. خواهیم داشت:

$$\left. \begin{matrix} f(x) = ۳ \\ g(x) = x \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} f(۴) = ۳ \\ g(۵) = ۵ \end{matrix} \right\} \Rightarrow ۴f(۴) - ۳g(۵) = ۴(۳) - ۳(۵) = -۳$$

(تابع، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۲۸- گزینه «۳»

(سپهر قنوازی)

با استفاده از اصل متمم داریم:

$$۹۰۰ = ۹۱۰۱۰ \Rightarrow \text{همه اعداد ۳ رقمی}$$

$$۶۴۸ = ۹۹۸ \Rightarrow \text{اعداد سه رقمی با ارقام غیر تکراری}$$

$$۲۵۲ = ۹۰۰ - ۶۴۸ \Rightarrow \text{اعداد سه رقمی با ارقام تکراری}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۲۹- گزینه «۳»

(بهرام علاج)

سه حرف صدادار a را * و سایر حروف را Δ در نظر می گیریم. برای آنکه حروف صدادار یک در میان باشند سه حالت زیر وجود دارد:

$$\Delta, *, \Delta, *, \Delta, *, \Delta$$

$$*, \Delta, *, \Delta, *, \Delta, *$$

$$\Delta, \Delta, *, \Delta, *, \Delta, *$$

سایر حروف شامل $bnnn$ هستند که در جایگاه های Δ باید قرار گیرند. در کل، ۴ حالت برای Δ ها خواهیم داشت:

$$b \quad n \quad n \quad n$$

$$n \quad b \quad n \quad n$$

$$n \quad n \quad b \quad n$$

$$n \quad n \quad n \quad b$$

پس در کل $۳ \times ۴ = ۱۲$ حالت داریم.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۰- گزینه «۴»

(علی آزار)

تعداد حالت هایی که می توان یک رمز ۳ رقمی فرد نوشت برابر است با:

$$\frac{۹ \times ۵}{۱,۳,۵,۷,۹} = ۹ \times ۹ \times ۵$$

بنابراین کل زمانی که طول می کشد تا قفل باز شود برابر است با:

$$\frac{۹ \times ۹ \times ۵}{۶۰} \times ۲ = \frac{۲۷}{۴} \times ۲ = \frac{۲۷}{۲} = ۱۳ \frac{۵}{۲} \text{ ساعت}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۱- گزینه «۳»

(یاسین قوی پنه)

چون برد تابع f تک عضوی است، پس برد f عددی ثابت است. بنابراین $f(x)$ باید تابعی ثابت (بدون وابستگی به x) باشد:

$$\begin{cases} x \geq 0: ax - ۳x = (a-۳)x \xrightarrow[\text{وابسته باشد}]{\text{عبارت نباید}} a = ۳ \\ x < 0: ax - (-۳x) = (a+۳)x \xrightarrow[\text{وابسته باشد}]{\text{عبارت نباید}} a = -۳ \end{cases}$$

در هر دو حالت $\begin{cases} a = ۳ \\ \text{یا} \\ a = -۳ \end{cases}$ برد تابع به صورت $R_f = \{0\}$ در می آید.

$$\text{پس } a^2 - b = ۹ - ۰ = ۹$$

(تابع، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۲»

(علی آزار)

با توجه به اینکه تابع $f(x)$ همانی است، خواهیم داشت:

$$f(x) = x \Rightarrow x = Ag(x) + B \Rightarrow g(x) = \frac{x-B}{A}$$

$$g(2) = \frac{2-B}{A}, g(0) = \frac{-B}{A} \Rightarrow \frac{g(2)}{g(0)} = \frac{\frac{2-B}{A}}{\frac{-B}{A}} = 3$$

$$\Rightarrow 2-B = -3B \Rightarrow -2B = 2 \Rightarrow B = -1$$

$$\Rightarrow g(A) = \frac{A-B}{A} \xrightarrow{B=-1} g(A) = \frac{A+1}{A} = 1 + \frac{1}{A}$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۳۳- گزینه «۴»

(علی آزار)

با توجه به روابط انتقال خواهیم داشت:

$$f(x) = ax + b$$

$$2 \Rightarrow f(x+2) = a(x+2) + b = ax + 2a + b$$

$$(4, -6) \Rightarrow -6 = 4a + 2a + b \Rightarrow 6a + b = -6 \quad (1)$$

$$3 \Rightarrow f(x-3) = a(x-3) + b = ax - 3a + b$$

$$(-1, 4) \Rightarrow 4 = -a - 3a + b \Rightarrow -4a + b = 4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = -1, b = 0 \Rightarrow f(x) = ax + b = -x$$

تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد تابع ثابت است که تنها در گزینه «۴» مشاهده می‌شود.

$$f(x) + x = (-x) + x = 0$$

تابع ثابت

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۲»

(مهم‌تر توزره پانی)

الف) دو راه داریم: از A به C و سپس به B برویم یا از A به D و سپس به B برویم.

$$(A \rightarrow C, C \rightarrow B) (2 \times 3) \text{ یا } (A \rightarrow D, D \rightarrow B) (2 \times 1)$$

لذا $2 + 6 = 8$ راه داریم: پس مورد «الف» نادرست است.ب) فقط باید از A به C و سپس به B رفت.

$$(A \rightarrow C, C \rightarrow B) \rightarrow 2 \times 3 = 6 \text{ مورد «ب» درست است.}$$

ج) به ۸ طریق می‌توانیم از A به B برویم. اگر بخواهیم در برگشت از D عبور نکنیم باید از طریق C برگردیم.

$$8 \times (3 \times 2) = 48$$

پس مورد «ج» درست است.

د: به ۸ طریق می‌توان از A به B رفت. برای آنکه از D برگردیم نباید از C عبور کنیم.

پس مورد «د» درست است.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۵- گزینه «۱»

(بهرا علاج)

اگر حروف و ارقام متمایز باشند داریم:

$$10 \times 26 \times 25 \times 9$$

و اگر رمز تولید شده متقارن باشد داریم:

$$10 \times 26 \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \text{نسبت} = \frac{10 \times 26 \times 25 \times 9}{10 \times 26 \times 1 \times 1} = 225$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۳۶- گزینه «۴»

(میدر خدایی)

$$\frac{n!}{3!} = \frac{(n-2)!}{2!} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{6} = \frac{(n-2)!}{2!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(n-1) = 3 \Rightarrow n^2 - n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ غ. ق. ق}$$

زیرا در تعریف فاکتوریل فقط اعداد طبیعی می‌توانند قرار گیرند. یعنی معادله جواب ندارد.

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۷- گزینه «۴»

(کریم نصیری)

$$4! = 24 = \text{تعداد حالات ورود}$$

$$P(4, 3) = 4! = 24 = \text{تعداد حالات خروج}$$

$$24 \times 24 = 576 = \text{تعداد کل حالات}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۸- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

$$6! = 720 = \text{با «ید» شروع شود}$$

$$4! = 24 = \text{با «ار» ختم شود}$$

$$720 - 24 = 696 = \text{تعداد حالات مورد نظر}$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۳۹- گزینه «۱»

(بهرا علاج)

در صورتیکه بخواهیم عبارت sh دیده شود باید این دو حرف را یکی در نظر بگیریم:

$$shpyic \Rightarrow 5!$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴۰- گزینه «۳»

(علی آزار)

تعداد کلمات ۸ حرفی که در آنها حروف «ق» و «ف» کنار هم هستند:

$$7! \times 2! \Rightarrow \text{ببات ک ه س ق ف}$$

تعداد کلمات ۶ حرفی که به کتاب ختم می‌شوند:

$$4! - 3! = 12$$

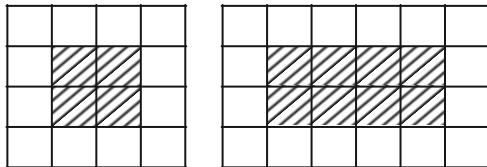
$$7! \times 2! = \frac{7!}{6} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6} = 7 \times 5!$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴۴- گزینه «۲»

(نریمان فتح‌اللهی)

با حذف یک ردیف از هر سمت این مکعب مستطیل، یک مکعب مستطیل به ابعاد $4 \times 2 \times 2$ باقی می‌ماند که شامل ۱۶ مکعب کوچک رنگ نشده است. از طرفی وجه‌های این مکعب شامل ۲ وجه به ابعاد 4×4 و ۴ وجه به ابعاد 6×4 است که مطابق شکل زیر در آنها به ترتیب ۴ و ۸ مکعب کوچک وجود دارد که تنها یک وجه رنگ شده داشته باشند، پس تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده برابر است با:



$$2 \times 4 + 4 \times 8 = 40$$

$$\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}}{\text{تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده}} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

(تپسم فضایی، صفحه ۹۰ کتاب درسی)

۴۵- گزینه «۴»

(مهمیر مییری)

از دو خط متقاطع، دو خط موازی، سه نقطه متمایز که روی یک خط نباشند و همچنین یک خط و یک نقطه خارج آن، دقیقاً یک صفحه می‌گذرد. در گزینه «۴» وضعیت نقطه نسبت به خط نامشخص است. در صورتی که نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه در فضا از آن خط و نقطه عبور می‌کند.

(تپسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰ کتاب درسی)

۴۶- گزینه «۴»

(مهمیر مییری)

تمامی موارد بیان شده درست هستند، یعنی از هر نقطه داخل یک صفحه، بی‌شمار خط و از هر نقطه در فضا، بی‌شمار صفحه می‌گذرد. از طرفی اگر نقطه‌ای در فضا خارج از یک خط در نظر بگیریم، از آن نقطه می‌توان بی‌شمار خط متقاطع با خط مفروض و تنها یک خط موازی با آن رسم کرد.

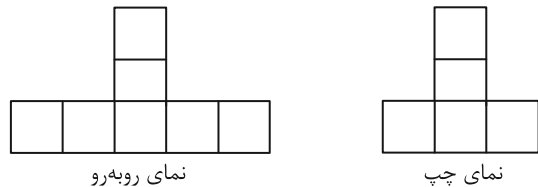
(تپسم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی)

هندسه (۱)

۴۱- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

نماهای روبه‌رو و چپ در شکل زیر رسم شده‌اند.

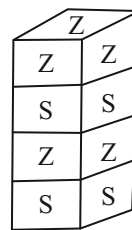
بنابراین $a = 7$ و $b = 5$ است و در نتیجه داریم:

$$a + b = 7 + 5 = 12$$

(تپسم فضایی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴۲- گزینه «۲»

(صائب کیلانی‌نیا)



در مکعب‌های اول و سوم هر کدام چهار حرف S در وجه‌های کناری قابل رؤیت است.

در مکعب دوم نیز به همین ترتیب چهار حرف Z قابل مشاهده است ولی در مکعب چهارم (بالایی)،

حرف Z روی وجه بالا نیز دیده می‌شود، پس داریم:

$$Z \text{ دیدده شده} = 4 + 5 = 9$$

$$S \text{ دیدده شده} = 4 + 4 = 8$$

یعنی اختلاف تعداد حروف S و Z دیده شده برابر یک است.

(تپسم فضایی، صفحه ۹۱ کتاب درسی)

۴۳- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومحبوب)

شکل صورت سؤال شامل ۱۶ ستون ۳ تایی از مکعب‌های کوچک است. برای اینکه نمای بالای خواسته شده در سؤال حاصل شود، کافی است ۶ ستون از این مکعب‌های کوچک به‌طور کامل برداشته شود که در نتیجه حداقل باید $6 \times 3 = 18$ مکعب کوچک را از شکل اولیه حذف کرد.

(تپسم فضایی، صفحه ۹۱ کتاب درسی)

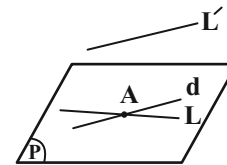
۴۷- گزینه «۳»

(ممبر فندان)

فرض کنید L و L' دو خط متناظر باشند. از یک نقطه واقع بر خط

L ، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط L و

d ، تنها صفحه شامل خط L است که با خط L' موازی می‌باشد.

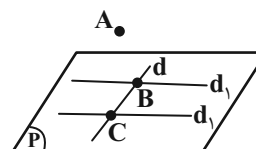


(تقسیم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی)

۴۸- گزینه «۱»

(مقبوبه به‌دوری)

فرض کنید خط d هر دو خط d_1 و



d_2 را قطع کرده باشد. در این

صورت نقاط تقاطع خط d با این دو خط (نقاط B و C) در صفحه

P قرار دارد. می‌دانیم اگر دو نقطه از خطی درون یک صفحه قرار داشته

باشد، آن خط به تمامی درون آن صفحه قرار دارد، پس خط d به‌طور

کامل درون صفحه P است و نمی‌تواند از نقطه A (خارج از صفحه

P) عبور کند، یعنی هیچ خطی در فضا وجود ندارد که از A گذشته و

هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند.

(تقسیم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴۹- گزینه «۱»

(بهنام کلاهی)

می‌دانیم دو صفحه عمود بر یک خط، موازی یکدیگرند، بنابراین در

صورتی که خط d بر صفحه P' عمود باشد، آنگاه دو صفحه P و P'

موازی یکدیگر خواهند بود که خلاف فرض سؤال است. در نتیجه گزینه

(۱) نادرست است. خط d بر صفحه P عمود است، پس بر تمام خطوط

صفحه P از جمله خطوط L و L' نیز عمود است. از طرفی صفحه

Q بر صفحه P عمود است و خط d از نقطه A در صفحه Q

گذشته و بر صفحه P عمود است، پس خط d به تمامی درون صفحه

Q قرار دارد.

(تقسیم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)

۵۰- گزینه «۴»

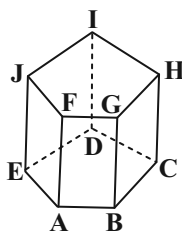
(نریمان فتح‌اللهی)

در یک منشور با قاعده n ضلعی، هر یال جانبی مانند AF با $n-2$

یال از هر کدام از وجه‌های بالا و پایین متناظر است. همچنین هر یک از

یال‌های قاعده پایین مانند AB با $(n-1)$ از قاعده بالا متناظرند، پس

حداکثر تعداد جفت یال‌های متناظر برابر است با:



$$2n(n-2) + n(n-1)$$

به ازای $n=5$ داریم:

$$2 \times 5 \times 3 + 5 \times 4 = 50$$

(تقسیم فضایی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲ کتاب درسی)



فیزیک (۱)

۵۱- گزینه «۲»

«معمری زمان زاده»

علت نادرستی بقیه عبارات را بررسی می‌کنیم:

الف) در طول روز، زمین ساحل گرمتر از دریاست، لذا پدیده همرفت طبیعی باعث وزش نسیم از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.

پ) خون در بدن جانوران خونگرم توسط قلب وادار به حرکت می‌شود، بنابراین مثالی از همرفت واداشته است.

ت) هرچه سطح درخشان‌تر و رنگ آن روشن‌تر باشد، تابش گرمایی کمتری نسبت به سطوح کدر و تیره دارد.

(دما و گرما، صفحه‌های III تا IIIV کتاب درسی)

۵۲- گزینه «۳»

«عمید زرین‌کفش»

با توجه به معادله حالت گاز آرمانی داریم:

$$PV = nRT \quad \begin{matrix} P = 2 \text{ atm} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V = \Delta L = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{matrix}$$

$$2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = n \times 8 \times 300 \Rightarrow n = \frac{100}{224} \text{ mol}$$

حال با استفاده از رابطه جرم مولی گاز داریم:

$$m = nM \quad \begin{matrix} n = \frac{100}{224} \text{ mol} \\ M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{100}{224} \times 28 = 12.5 \text{ g}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۳- گزینه «۲»

«عمید زرین‌کفش»

چون پیستون آزادانه حرکت می‌کند، لذا فشار گاز ثابت می‌ماند و با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \begin{matrix} P_1 = P_2 \\ V_1 = 2L, T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \\ T_2 = 87 + 273 = 360 \text{ K} \end{matrix} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{2}{300} = \frac{V_2}{360} \Rightarrow V_2 = 2.4L$$

تغییر حجم گاز برابر است با:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = 2.4 - 2 = 0.4L = 400 \text{ cm}^3$$

لذا حجم گاز ۴۰۰ cm^۳ افزایش می‌یابد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۴- گزینه «۴»

«عمید زرین‌کفش»

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \quad n = \frac{m}{M}$$

$$PV = \frac{m}{M} RT \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

حال با نوشتن رابطه چگالی برحسب فشار و دمای مطلق به صورت مقایسه‌ای داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \quad \begin{matrix} P_2 = P_1 - \frac{20}{100} P_1 = \frac{80}{100} P_1 \\ T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}, T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{matrix}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{80}{100} \times \frac{300}{300} = \frac{4}{5}$$

$$\text{چگالی گاز} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{4}{5} - 1 \right) \times 100 = -20\%$$

چگالی گاز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۵- گزینه «۳»

«رضا امامی»

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرد.

$$P_1 = 214 + 101 = 315 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 241 + 101 = 342 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

$$T_2 = ?$$

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{342 \text{ kPa}}{315 \text{ kPa}} \right) (288 \text{ K}) = 313 \text{ K}$$

$$\theta = T - 273 \Rightarrow \theta = 313 - 273 = 40^\circ \text{ C}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۶- گزینه «۲»

«مصطفی کیانی»

با توجه به این‌که از ۵ مول گاز، ۲ مول آن از ظرف خارج شده است، بنابراین ۳ مول از گاز در ظرف باقی‌مانده است. یعنی جرم گاز درون

سیلندر ۳/۵ برابر شده است. از طرفی حجم گاز ثابت است، چرا که حجم

سیلندر ثابت است. طبق تعریف چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ ، در حجم ثابت، اگر جرم

۳/۵ برابر شود، چگالی گاز نیز ۳/۵ برابر می‌شود.

$$\rho_2 = \frac{3}{5} \rho_1$$

از طرفی بنابر قانون گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \quad \begin{matrix} V_1 = V_2 \\ T_2 = T_1 \end{matrix} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad \begin{matrix} n_2 = 3 \text{ mol} \\ n_1 = 5 \text{ mol} \end{matrix} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{5}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

از طرفی مجموع جرم گازها نیز برابر ۸۰g است، یعنی:

$$m_{\text{He}} + m_{\text{H}_2} = ۸۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} \begin{cases} m_{\text{He}} + m_{\text{H}_2} = ۸۰ \xrightarrow{\times(-۱)} \\ m_{\text{He}} + ۲m_{\text{H}_2} = ۱۰۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m_{\text{He}} - m_{\text{H}_2} = -۸۰ \\ m_{\text{He}} + ۲m_{\text{H}_2} = ۱۰۰ \end{cases} \Rightarrow m_{\text{H}_2} = ۲۰\text{g}, m_{\text{He}} = ۶۰\text{g}$$

$$\text{درصد جرم هلیوم: } \frac{m_{\text{He}}}{m} \times ۱۰۰ = \frac{۶۰}{۸۰} \times ۱۰۰ = ۷۵\%$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

«مهری زمان‌زاده»

۶- گزینه «۱»

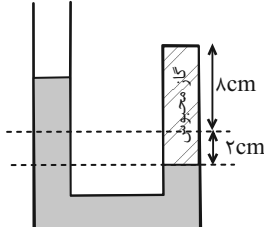
ابتدا با دقت در شکل، P ، h و T گاز محبوس داخل لوله را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 = ۷۶\text{cmHg} \\ h_1 = ۸\text{cm} \\ T_1 = ۳۱ + ۲۷۳ = ۳۰۴\text{K} \end{cases}$$

وقتی دمای گاز را زیاد می‌کنیم، حجم گاز زیاد شده و در نتیجه جیوه را در لوله سمت راست، به طرف پایین هل می‌دهد.

دقت کنید چون در صورت سؤال گفته شده که باید ۴cm اختلاف سطح جیوه در دو طرف لوله ایجاد شود، در نتیجه جیوه در لوله سمت راست باید ۲cm پایین آمده تا جیوه را در لوله سمت چپ ۲cm بالا برده و در مجموع ۴cm اختلاف سطح ایجاد شود.

با این توضیحات، حالت نهایی مطابق شکل زیر خواهد شد:

$$\begin{cases} ۷۶\text{cmHg} \\ P_2 = \bar{P}_2 + ۴ = ۸۰\text{cmHg} \\ h_2 = ۸ + ۲ = ۱۰\text{cm} \\ T_2 = ? \end{cases}$$


در نهایت رابطه قانون گازهای کامل را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{۷۶ \times ۸}{۳۰۴} = \frac{۸۰ \times ۱۰}{T_2} \Rightarrow T_2 = ۴۰۰\text{K}$$

$$\Rightarrow \Delta T = ۴۰۰ - ۳۰۴ = ۹۶\text{K} \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T} \Delta\theta = ۹۶^\circ\text{C}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۷- گزینه «۳»

«هاشم زمانیان»

دقت کنید که بعد از باز کردن شیر، مجموع تعداد مول‌های گاز تغییر نمی‌کند، در حقیقت بعد از باز کردن شیر، تعداد مول‌های مخلوط گازها برابر مجموع تعداد مول‌های گازها قبل از باز شدن شیر است:

$$\begin{aligned} n_t &= n_1 + n_2 \xrightarrow{n = \frac{PV}{RT}} \\ \frac{P_t V_t}{RT_t} &= \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} \xrightarrow{T_t = T_1 = T_2} \\ \frac{P_t V_t}{RT_t} &= \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} \xrightarrow{P_1 = ۳\text{atm}, P_2 = ۲\text{atm}} \\ \frac{P_t V_t}{RT_t} &= \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} \xrightarrow{V_1 = ۴\text{L}, V_2 = ۱۶\text{L}, V_t = V_1 + V_2 = ۴ + ۱۶ = ۲۰\text{L}} \\ P_t \times ۲۰ &= ۳ \times ۴ + ۲ \times ۱۶ \Rightarrow ۲۰ P_t = ۱۲ + ۳۲ \\ \Rightarrow P_t &= \frac{۴۴}{۲۰} = ۲.۲\text{atm} \end{aligned}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۸- گزینه «۳»

«عمید زرین‌کفش»

با توجه به معادله حالت گازهای آرمانی و نوشتن آن به صورت مقایسه‌ای داریم:

$$\begin{aligned} PV &= nRT \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow P = \frac{mRT}{MV} \\ \frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{O}_2}} &= \frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{O}_2}} \times \frac{M_{\text{O}_2}}{M_{\text{H}_2}} \times \frac{T_{\text{H}_2}}{T_{\text{O}_2}} \times \frac{V_{\text{O}_2}}{V_{\text{H}_2}} \\ m_{\text{H}_2} &= m_{\text{O}_2} \cdot V_{\text{H}_2} = V_{\text{O}_2} \\ \frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{O}_2}} &= \frac{M_{\text{O}_2}}{M_{\text{H}_2}} \times \frac{T_{\text{H}_2}}{T_{\text{O}_2}} \xrightarrow{M_{\text{O}_2} = ۳۲ \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M_{\text{H}_2} = ۲ \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \\ \frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{O}_2}} &= \frac{۳۲}{۲} \times \frac{۳۰۰}{۳۲۰} = ۱۵ \end{aligned}$$

(دما و گرما، صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳ کتاب درسی)

۵۹- گزینه «۲»

«عمید زرین‌کفش»

ابتدا با توجه به معادله حالت گاز کامل، تعداد مول‌های مخلوط گازها را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} PV &= nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} \\ n &= \frac{P = ۷/\Delta\text{atm} = ۷/۵ \times ۱۰^5 \text{Pa}, V = ۸۰\text{L} = ۸۰ \times ۱۰^{-۳} \text{m}^3}{R = ۸ \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}, T = ۲۷ + ۲۷۳ = ۳۰۰\text{K}} \\ n &= \frac{۷/۵ \times ۱۰^5 \times ۸۰ \times ۱۰^{-۳}}{۸ \times ۳۰۰} = ۲\text{mol} \\ n &= n_{\text{He}} + n_{\text{H}_2} \Rightarrow n = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} + \frac{m_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2}} \\ \Rightarrow \frac{m_{\text{He}}}{۴} + \frac{m_{\text{H}_2}}{۲} &= ۲ \\ m_{\text{He}} + ۲m_{\text{H}_2} &= ۱۰۰ \quad (۱) \end{aligned}$$



۶۱- گزینه «۱»

«معمری زمان زاده»

در علم ترمودینامیک، فرایندها و عملکرد دستگاه به وسیله کمیت‌های مشاهده پذیر یا اصطلاحاً ماکروسکوپی توصیف می‌شوند.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی)

۶۲- گزینه «۲»

«رضا امامی»

چون دستگاه از محیط گرما گرفته است، لذا Q مثبت و با انجام دادن کار روی محیط، W منفی است. با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \quad \begin{matrix} Q=500J \\ W=-400J \end{matrix} \rightarrow \Delta U = 500 + (-400) = 100J$$

(ترمودینامیک، صفحه ۱۳۰ کتاب درسی)

۶۳- گزینه «۴»

«عمید زرین کفش»

کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار از رابطه $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید، داریم:

$$W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1)$$

$$\begin{matrix} P=1\text{atm}=1.013 \times 10^5 \text{Pa}, V_1=1\text{L}=10^{-3}\text{m}^3 \\ V_2=V_1-\frac{20}{100}V_1=\frac{80}{100}V_1=\frac{8}{10} \times 10^{-3}\text{m}^3 \end{matrix}$$

$$W = -1.013 \times 10^5 \left(\frac{8}{10} \times 10^{-3} - 10^{-3} \right) = 20J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۴- گزینه «۴»

«عمید زرین کفش»

با توجه به نمودار، درمی‌یابیم که هر سه فرایند در فشار ثابت انجام شده‌اند که در نمودار $V-T$ ، فرایند هم‌فشار خطی است که امتداد آن از مبدأ محور مختصات عبور می‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۳)). از طرفی

$$\text{با توجه به معادله حالت } PV = nRT \text{ درمی‌یابیم که } V = \frac{nR}{P}T$$

است که هرچه شیب نمودار $V-T$ کمتر باشد، در حقیقت فشار آن بیشتر است؛ زیرا شیب خط با فشار رابطه عکس دارد. پس با توجه به نمودار چون $P_3 > P_2 > P_1$ است، لذا با مقایسه شیب نمودار، آن‌ها در

$$\text{نمودار } V-T, \quad \frac{nR}{P_3} < \frac{nR}{P_2} < \frac{nR}{P_1} \text{ شده و درمی‌یابیم که نمودار}$$

گزینه «۴» صحیح است.

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۵- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

گاز حبس شده در زیر پیستون یک فرایند هم‌فشار را طی می‌کند؛ زیرا وقتی گاز را به تدریج سرد می‌کنیم، در هر لحظه فشار گاز با فشار $P = P_0 + \frac{W}{A}$ برابر است. بنابراین با توجه به این که اصطکاک پیستون با دیواره ناچیز است، ابتدا فشار وارد بر پیستون که با فشار گاز برابر است را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطه $W = -P\Delta V$ ، کار انجام شده بر روی گاز را حساب می‌کنیم.

دقت کنید، $\Delta V = A \times \Delta h$ است و چون حجم گاز کم می‌شود، $\Delta V < 0$ می‌باشد.

$$P = P_0 + \frac{W}{A} \quad \begin{matrix} P_0=1.013 \times 10^5 \text{Pa}, W=mg=1.0 \times 10=10N \\ A=100\text{cm}^2=100 \times 10^{-4}\text{m}^2 \end{matrix}$$

$$P = 1.013 \times 10^5 + \frac{100}{100 \times 10^{-4}} = 1.013 \times 10^5 + 10^4$$

$$= 110000\text{Pa} = 110 \times 10^3 \text{Pa}$$

$$W = -P\Delta V \quad \begin{matrix} \Delta V = A \times \Delta h = 100 \times 10^{-4} \times (-0.2) = -2 \times 10^{-3}\text{m}^3 \\ P = 110 \times 10^3 \text{Pa} \end{matrix}$$

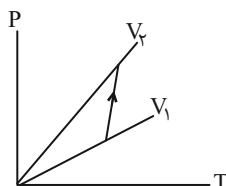
$$W = -110 \times 10^3 \times (-2 \times 10^{-3}) \Rightarrow W = 220J$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۶- گزینه «۱»

«عمید زرین کفش»

دقت کنید که امتداد فرایند از مبدأ مختصات نمی‌گذرد؛ پس این فرایند، هم‌حجم نیست (رد گزینه ۳) و با رسم خطوطی از مبدأ مختصات به ابتدا و انتهای فرایند، حجم نقاط ابتدا و انتهای فرایند را مقایسه می‌کنیم.



با توجه به نمودار $P-T$ که شیب نمودار با حجم رابطه عکس دارد، درمی‌یابیم که $V_2 < V_1$ است، لذا گاز در این فرایند کاهش حجم داشته است و کار انجام شده روی آن مثبت است، پس درمی‌یابیم که گزینه ۱ صحیح است.

دلیل نادرستی گزینه ۲ این است که در این فرایند دمای گاز افزایش یافته است، پس انرژی درونی آن نیز افزایش می‌یابد.

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، چون $\Delta U > 0$ است، لذا مجموع کار و گرمای مبادله شده صفر نیست که کار و گرما قرینه یکدیگر باشند

(دلیل نادرستی گزینه ۴)

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)



۶۷- گزینه «۴»

«علیرضا امینی»

گام اول: ΔU برای هر دو مسیر یکسان است؛ چون در هر دو مسیر گاز از حالت معین a به حالت معین b رسیده است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$

گام دوم: در مسیر (۱) گاز 150 J گرما از دست داده و 400 J انرژی از طریق کار گرفته است.

$$Q_1 = -150\text{ J}, W_1 = +400\text{ J}$$

در مسیر (۲) گاز 300 J گرما از دست داده است.

$$Q_2 = -300\text{ J}, W_2 = ?$$

$$Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 \\ \Rightarrow -150 + 400 = -300 + W_2 \Rightarrow W_2 = 550\text{ J}$$

صورت سؤال کاری که گاز روی محیط انجام داده (یعنی W') را خواسته است.

$$W' = -W_2 = -550\text{ J}$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰ کتاب درسی)

۶۸- گزینه «۱»

«مهدی زمان‌زاده»

در اینجا دو فرایند متوالی داریم، هم‌فشار و سپس هم‌حجم.

ابتدا کار در فرایند هم‌فشار را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} n &= 0.5\text{ mol} \\ \Delta T &= 147 - 7 = 140\text{ K} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_1 = -nR\Delta T$$

$$= -0.5 \times 8 \times 140 = -560\text{ J}$$

در فرایند هم‌حجم هم که کار صفر است:

$$Q = +770\text{ J} \text{ گرما می‌گیرد: } 770\text{ J}$$

در نهایت از قانون اول ترمودینامیک ΔU را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = Q + W = +770 - 560 = 210\text{ J}$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۶۹- گزینه «۱»

«مهدی زمان‌زاده»

ابتدا علامت ΔU_{ac} را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} a: \begin{cases} P = 5 \\ V = 15 \end{cases} \Rightarrow P \times V = 75 \\ c: \begin{cases} P = 3 \\ V = 25 \end{cases} \Rightarrow P \times V = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_a = T_c \Rightarrow \Delta U_{abc} = 0$$

سپس به محاسبه W_{ac} می‌پردازیم:

$$W_{abc} = +S_{ab} - S_{bc} \text{ تراکم انبساط}$$

$$W_{abc} = +\left(\frac{5+3}{2} \times 5 \times 100\right) - (3 \times 15 \times 100)$$

$$= +2000 - 4500 = -2500\text{ J}$$

در نهایت قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} \Rightarrow 0 = Q_{abc} - 2500$$

$$\Rightarrow Q_{abc} = +2500\text{ J}$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

۷۰- گزینه «۳»

«همید زرین‌کفش»

انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است و از طرفی طبق معادله حالت، دمای مطلق متناسب با حاصل ضرب PV است، پس برای یافتن انرژی درونی در نقطه (۲) داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{TPV} \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{P_2=2\text{ atm}, P_1=1\text{ atm}, V_2=2L, V_1=1L}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = 4 \xrightarrow{U_1=720\text{ J}} U_2 = 4 \times 720 = 2880\text{ J}$$

حال با توجه به رابطه قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow U_2 - U_1 = W + Q$$

$$\Rightarrow W + Q = 2880 - 720 = 2160\text{ J} \quad (1)$$

از طرفی کار انجام شده در فرایند از مساحت زیر نمودار $P-V$ به دست می‌آید:

$$W = -S = -\frac{(4+2) \times 10^5}{2} \times (3-1) \times 10^{-3} = -600\text{ J}$$

$$-600 + Q = 2160 \Rightarrow Q = 2760\text{ J}$$

(ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵ کتاب درسی)

شیمی (۱) - عادی

۷۱- گزینه «۱»

«میلاد عزیز»

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن خود با یون‌های کلرید جاذبه برقرار می‌کنند.

(ب) نحوه جهت‌گیری مولکول‌های آب در اطراف یون‌های Na^+ و Cl^- متفاوت است.

(ت) نیروی جاذبه یون- دو قطبی سبب آبیوشیده شدن یون‌های Na^+ و Cl^- می‌شود (نه اینکه نیرویی به آن غلبه کند).

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۱۱۲ کتاب درسی)

۷۲- گزینه «۱»

«میرفسن حسینی»

تمامی موارد داده شده، نادرست هستند.

مورد اول: غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.

مورد دوم: اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

مورد سوم: محلول غلیظ اسید نیتریک در صنعت با غلظت ۷۰ درصد جرمی تولید و بسته به کاربرد آن، به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود. مورد چهارم: مبنای محاسبه‌های کمی در شیمی مول است. پس بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده حل‌شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. پس غلظت مولی (مولار) مناسب خواهد بود.

مورد پنجم: سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۸ کتاب درسی)

۷۳- گزینه «۱»

«مهمیر»

دو ترکیب نقره کلرید و باریم سولفات در دمای 25°C انحلال‌پذیری کمتر از ۰/۰۱ گرم دارند و نامحلول به‌شمار می‌آیند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ کتاب درسی)

۷۴- گزینه «۲»

«پویا رسگاری»

در قدم اول درصد جرمی سدیم نیترات را در محلول سیرشده‌ای از آن، طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{انحلال‌پذیری}}{\text{انحلال‌پذیری} + 100} \times 100 \Rightarrow \frac{85}{85 + 100} \times 100 = \frac{1700}{185} = \frac{1700}{37} \text{ درصد}$$

در قدم بعد درصد جرمی این محلول را به غلظت مولی آن تبدیل کرده و به همین طریق چگالی محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{10 \times \frac{1700}{37}}{85} \Rightarrow \text{چگالی} = \frac{10 \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 1700}{37 \times 85} = \frac{10}{11} \text{ g.mL}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{چگالی} = 1/11 \text{ g.mL}^{-1}$$

برای حل قسمت دوم سؤال، ابتدا باید جرم سدیم نیترات موجود در هر لیتر از محلول سیرشده را محاسبه کنیم:

$$\text{? g NaNO}_3 = 1 \text{ L محلول} \times \frac{6 \text{ mol NaNO}_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3} = 510 \text{ g NaNO}_3$$

جرمی از محلول ۱/۷ درصد جرمی سدیم نیترات که با استفاده از ۵۱۰ گرم سدیم نیترات می‌توان تهیه کرد را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

$$\text{? kg محلول} = 510 \text{ g NaNO}_3 \times \frac{100 \text{ g محلول}}{17 \text{ g NaNO}_3} \times \frac{1 \text{ kg محلول}}{1000 \text{ g محلول}} = 3 \text{ kg محلول}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳ کتاب درسی)

۷۵- گزینه «۳»

«سایر شیرین‌طرز»

مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر ابتدایی گروه ۱۵ و ۱۷ جدول دوره‌ای به صورت زیر است:



(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۱۰۷ کتاب درسی)

۷۶- گزینه «۴»

«میلاد عزیزی»

در دمای ثابت، اگر فشار گاز n برابر شود، انحلال پذیری آن در آب نیز n برابر می شود.

$$\frac{mg}{100g H_2O} = \frac{9}{4/5} \times 10 = 20 \quad \text{انحلال پذیری گاز } N_2 \text{ در فشار } 9 \text{ atm}$$

جرم محلول را به تقریب برابر جرم آب در نظر گرفته و از جرم حل شونده به دلیل انحلال پذیری ناچیز در آب چشم پوشی می کنیم.

$$ppm = \frac{20 \times 10^{-3} g}{100g} \times 10^6 = 200$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۳، ۹۵ و ۱۱۴ و ۱۱۵ کتاب درسی)

۷۷- گزینه «۴»

«میرفسن فسینی»

همه موارد داده شده درست هستند.

مواد A_2 و B_2 و AB به صورت گاز هستند و نمودار به انحلال پذیری این گازها در دما و فشار معین اشاره دارد.

A_2 و B_2 به ترتیب گازهای N_2 و O_2 و AB گاز NO است. همچنین A_2 و B_2 دارای مولکول های ناقطبی بوده و جرم مولی A_2 کمتر از B_2 است و ترتیب انحلال پذیری آن ها در دما و فشار معین به صورت $AB > B_2 > A_2$ است.

مورد اول: CB_2 را می توان CO_2 در نظر گرفت ($O=C=O$) با گشتاور دو قطبی صفر) با اینکه طبق پیش بینی، باید انحلال پذیری NO بیشتر از CO_2 باشد اما به دلیل بیشتر بودن جرم مولکولی CO_2 نسبت به جرم مولکولی NO ، همچنین به دلیل واکنش شیمیایی CO_2 با آب، با وجود قطبی بودن مولکول NO ، انحلال پذیری CO_2 در آب بیشتر است.

مورد دوم: انحلال نمک بر انحلال گاز AB در آب (و البته تمامی گازها) تأثیر دارد. افزودن محلول $NaCl$ ، نمک جایگزین اکسیژن حل شده می گردد و در نتیجه مقداری از O_2 خارج می گردد.

مورد سوم: شیب نمودار انحلال پذیری گاز AB بیشتر از B_2 و B_2 هم بیشتر از A_2 است؛ پس گاز AB کاهش میزان انحلال پذیری بیشتری نسبت به گازهای B_2 و A_2 خواهد داشت.

مورد چهارم:

$$ppm = \frac{\text{جرم } AB}{\text{جرم آب} + \text{جرم } AB} \times 10^6 = \frac{0/04}{0/04 + 100} \times 10^6 \approx 400 ppm$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۳، ۹۵ و ۱۱۵ کتاب درسی)

۷۸- گزینه «۴»

«منصور سلیمانی ملکان»

هرگاه در یک مخلوط، کلیه خواص در سرتاسر آن یکسان باشد، یعنی مخلوط همگن (محلول) است. از میان مخلوط های داده شده فقط آب و هگزان یک مخلوط ناهمگن است و سایر مخلوط ها محلول هستند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۲، ۱۰۹ و ۱۱۱ کتاب درسی)

۷۹- گزینه «۱»

«هادی عبادی»

موارد اول و دوم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: هم اتانول و هم استون به هر نسبتی در آب حل می شوند. مورد چهارم: اختلاف جرم مولی دو ترکیب معادل جرم مولی یک اتم کربن است.

مورد پنجم: نیروهای بین مولکولی استون از نوع واندوالسی است، نه هیدروژنی!

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۱۰۷ و ۱۰۹ کتاب درسی)

۸۰- گزینه «۲»

«کامران پعفری»

مولکول های H_2O در حالت بخار جدا از هم هستند و آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می یابند.

در حالت مایع مولکول ها با هم پیوند هیدروژنی قوی دارند و می توانند روی هم بلغزند. در حالت مایع مولکول ها در جاهای ثابتی قرار ندارند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۱۰۸ کتاب درسی)

۸۱- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

برای یون پتاسیم (K^+) داریم:

$$\% 2 = \frac{380 \times 10^{-3} g K^+}{1000g \text{ محلول}} \times 100 = 3/8 \times 10^{-2}$$

برای یون کلسیم (Ca^{2+}) داریم:

$$\% 4 = \frac{\text{جرم یون } Ca^{2+}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 0/04 = \frac{x}{1000} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 0/4 g Ca^{2+} = 400 mg Ca^{2+}$$

$$ppm = \% 4 \times 10^4 = 0/04 \times 10^4 = 400$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۴ تا ۹۶ کتاب درسی)

۸۲- گزینه «۱»

«کتاب آبی»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$?g NaOH = 100 mL \text{ محلول} \times \frac{1 L \text{ محلول}}{1000 mL \text{ محلول}}$$

$$\frac{0.01 mol NaOH}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} = 0.4 g NaOH$$

گزینه «۲»:

$$?g NaOH = 100 g \text{ محلول} \times \frac{1 mL \text{ محلول}}{2/13 g \text{ محلول}} \times \frac{1 L \text{ محلول}}{1000 mL \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{0.01 mol NaOH}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} \approx 0.188 g NaOH$$

گزینه «۳»:

$$?g NaCl = 5 mL \text{ محلول} \times \frac{1/2 g \text{ محلول}}{1 mL \text{ محلول}} \times \frac{20 g NaCl}{100 g \text{ محلول}}$$

$$= 1/2 g NaCl$$

گزینه «۴»:

$$?g Na_2SO_4 = 0.04 mol Na_2SO_4 \times \frac{142 g Na_2SO_4}{1 mol Na_2SO_4} = 5.68 g Na_2SO_4$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۸۳- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

$$\Rightarrow 40 = \frac{x}{200} \times 100 \Rightarrow x = 80 g$$

$$\Rightarrow 70 = \frac{y}{300} \times 100 \Rightarrow y = 210 g$$

$$= درصد جرمی \text{ متانول در محلول نهایی} = \frac{80 + 210}{300 + 200} \times 100 = 58\%$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۶ کتاب درسی)

۸۴- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

ابتدا جرم یون کلرید موجود در $50 mL$ از محلول را محاسبه می‌کنیم، سپس غلظت آن را به دست می‌آوریم:

$$?g Cl^- = 4 \times 10^{-3} g Ca^{2+} \times \frac{1 mol Ca^{2+}}{40 g Ca^{2+}} \times \frac{2 mol Cl^-}{1 mol Ca^{2+}} \\ \times \frac{35.5 g Cl^-}{1 mol Cl^-} = 71 \times 10^{-4} g Cl^-$$

$$ppm = \frac{71 \times 10^{-4} g}{50 g} \times 10^6 = 142 ppm$$

غلظت یون کلرید در $50 mL$ محلول با غلظت این یون در کل محلول برابر است. حال جرم $CaCl_2$ در محلول اولیه را به دست می‌آوریم:

جرم Ca^{2+} در $200 mL$ محلول

$$= 4 \times 10^{-3} \times 4 = 16 \times 10^{-3} g Ca^{2+}$$

$$?g CaCl_2 = 16 \times 10^{-3} g Ca^{2+} \times \frac{1 mol Ca^{2+}}{40 g Ca^{2+}}$$

$$\times \frac{1 mol CaCl_2}{1 mol Ca^{2+}} \times \frac{111 g CaCl_2}{1 mol CaCl_2} = 4/44 \times 10^{-2} g CaCl_2$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۸۵- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

موارد آ و پ درست هستند.

$$\frac{0.12 mol}{0.05 L} = 2/5 mol.L^{-1} \quad \text{غلظت محلول (۱):}$$

$$\frac{0.06 mol}{0.05 L} = 1/5 mol.L^{-1} \quad \text{غلظت محلول (۲):}$$

بررسی موارد نادرست:

(ب) غلظت محلول حاصل از مخلوط کردن دو ظرف

$$\frac{\text{مجموع مول‌ها}}{\text{حجم نهایی}} = \frac{0.06 + 0.12}{0.05 + 0.05} = \frac{0.18}{0.1} = 1.8 mol.L^{-1}$$

$$2 d L = 200 mL = 0.2 L \quad \text{(ت)}$$

$$\text{حل‌شونده} ? mol = 0.2 L \times \frac{1/2 mol}{1 L} = 0.1 mol \Rightarrow \text{محلول (۲)}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۸۶- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

جرم مولی گلوکز با فرمول $C_6H_{12}O_6$ برابر با $180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ می باشد. عدد ۱۸۰ که دستگاه گلوکومتر نشان می دهد؛ یعنی ۱۸۰ میلی گرم گلوکز در 100 mL ($100 \text{ mL} = 1 \text{ dL}$) خون وجود دارد، بنابراین داریم:

$$? \text{ mol } C_6H_{12}O_6 = 180 \times 10^{-3} \text{ g } C_6H_{12}O_6$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} = 10^{-3} \text{ mol } C_6H_{12}O_6$$

$$\frac{10^{-3} \text{ mol}}{10^{-1} \text{ L}} = \frac{\text{مقدار حل شونده بر حسب مول}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر}} = \text{غلظت مولی (مولار)}$$

$$= 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{جرم محلول} = 100 \text{ mL} \times \frac{1/1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 11 \text{ g}$$

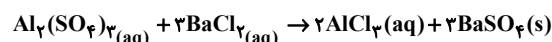
$$\% \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{11}{110} \times 100 = 10\%$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۶ و ۹۹ کتاب درسی)

۸۷- گزینه «۱»

«کتاب آبی»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



غلظت مولار محلول رقیق شده آلومینیم سولفات برابر است با:

$$\frac{1}{2} \text{ mol } BaSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } BaSO_4}{10^3 \text{ mmol } BaSO_4} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{3 \text{ mol } BaSO_4}$$

$$= 4 \times 10^{-4} \text{ mol } Al_2(SO_4)_3$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{n}{V} = \frac{4 \times 10^{-4} \text{ mol}}{20 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

غلظت محلول اولیه آلومینیم سولفات برابر است با:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} \times 200 = \text{غلظت مولی محلول غلیظ}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی محلول غلیظ} = 0.8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۸ کتاب درسی)

۸۸- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

عبارت های «ب» و «ت» نادرست هستند:

(ب)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 0.25 = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 0.25 \text{ mg}$$

$$\Rightarrow x = 0.25 \text{ mg}$$

(ت) جرم مولی CO برابر با ۲۸ گرم بر مول می باشد.

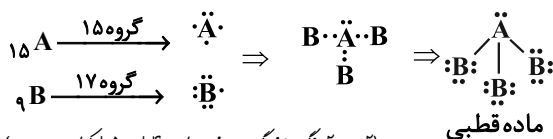
$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 280 = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 0.28 \text{ g}$$

$$0.28 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} = 0.01 \text{ mol CO}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۸۹- گزینه «۴»

«کتاب آبی»



ماده قطبی

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۱۰۳ و ۱۰۵ کتاب درسی)

۹۰- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

موارد «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

دلیل نادرستی مورد «ت»: در میان ترکیب های ناقطبی هر چه جرم مولی ترکیبی بیش تر باشد، نقطه جوش آن نیز بیش تر است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۱۰۳ و ۱۰۵ کتاب درسی)

شیمی (۱) - موازی

۹۱- گزینه «۲»

«سیرسحاب اعرابی»

جرم کل آب های روی کره زمین در حدود 1.5×10^{18} تن برآورد می شود؛ نه کیلوگرم!

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۸۶ تا ۸۸ کتاب درسی)

۹۲- گزینه «۱»

«منصور سلیمانی ملکان»

فقط مورد چهارم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: در سرتاسر یک محلول، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی آن یکسان است.

مورد دوم: گلاب، محلول آبی چندین ماده آلی در آب است.

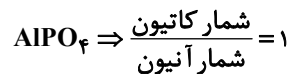
مورد سوم: خواص یک محلول به نوع حلال و حل شونده و مقدار آن ها بستگی دارد.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۳ و ۹۴ کتاب درسی)

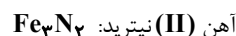
۹۳- گزینه «۴»

«فامر پویان نظر»

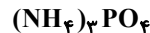
ترکیب (الف):



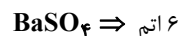
ترکیب (ب):



فرمول شیمیایی ترکیب (ج):



تعداد اتم‌های ترکیب (د):



(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲ کتاب درسی)

۹۴- گزینه «۱»

«مهمر سقاوسگری»

گزینه «۱»: کروم (III) سولفات $\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 \Leftarrow 17 \text{ اتم}$ گزینه «۲»: منیزیم فسفات $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2 \Leftarrow 13 \text{ اتم}$ گزینه «۳»: آمونیوم کربنات $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3 \Leftarrow 14 \text{ اتم}$ گزینه «۴»: آلومینیم نیترات $\text{Al}(\text{NO}_3)_3 \Leftarrow 13 \text{ اتم}$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲ کتاب درسی)

۹۵- گزینه «۳»

«مهمر فلاح‌نژاد»

بررسی موارد نادرست جدول داده شده:

حالت فیزیکی نقره کلرید در واکنش (۱)، جامد (s) است.

واکنش (۲) برای شناسایی یون Ca^{2+} به کار می‌رود.چون می‌بایست معادله موازنه شده واکنش نوشته شود، ضریب NaCl برابر ۲ است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰ کتاب درسی)

۹۶- گزینه «۱»

«میرحسن حسینی»

تمامی موارد داده شده، نادرست هستند.

مورد اول: غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی و داروسازی،

کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.

مورد دوم: اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

مورد سوم: محلول غلیظ اسید نیتريك در صنعت با غلظت ۷۰ درصد

جرمی تولید و بسته به کاربرد آن، به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود.

مورد چهارم: مبنای محاسبه‌های کمی در شیمی مول است. پس بیان

غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده حل‌شونده

و حجم محلول ارتباط داشته باشد. پس غلظت مولی (مولار) مناسب

خواهد بود.

مورد پنجم: سرکه خوراکی با خاصیت اسیدی ملایم، محلول ۵ درصد

جرمی استیک اسید در آب است.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۸ کتاب درسی)

۹۷- گزینه «۱»

«آرمین عقیمی»

مقدار یون سدیم در ۲ لیتر محلول NaNO_3 برابر 0.04 مول و در هر لیتر از محلول Na_2SO_4 برابر 0.08 مول است، از این رو داریم:

$$\text{ppm} = \frac{(0.04 + 0.08 \times 2) \times 23}{(2000 \times 1.06) + (1000 \times 1.21)} \times 10^6 = 1120$$

$$\Rightarrow V = 3L$$

بنابراین میزان یون نیترات در محلول NaNO_3 برابر 0.04 مول ومیزان یون سولفات در محلول Na_2SO_4 برابر 0.12 مول است.

مولاریته آنیون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{0.04 + 0.12}{2 + 3} = 0.032 \text{ mol.L}^{-1}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۸ کتاب درسی)

۹۸- گزینه «۱»

«مهمر حمیری»

دو ترکیب نقره کلرید و باریم سولفات در دمای 25°C انحلال‌پذیری کمتر از 0.1 گرم در آب دارند و نامحلول به‌شمار می‌آیند.

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ کتاب درسی)

۹۹- گزینه «۲»

«پویا رسنگاری»

در قدم اول درصد جرمی سدیم نیترات را در محلول سیرشده‌ای از آن، طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{انحلال‌پذیری}}{\text{انحلال‌پذیری} + 100} \times 100 \Rightarrow \frac{85}{85 + 100} \times 100$$

$$= \frac{1700}{37} \text{ درصد}$$

در قدم بعد درصد جرمی این محلول را به غلظت مولی آن تبدیل کرده و به همین طریق چگالی محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{100 \times \frac{1700}{37}}{85} \Rightarrow 6 = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 100}{\text{غلظت مولی}}$$

$$\Rightarrow \text{چگالی} = 1.1 \text{ g.mL}^{-1}$$

برای حل قسمت دوم سؤال، ابتدا باید جرم سدیم نیترات موجود در هر

لیتر از محلول سیرشده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g NaNO}_3 = 1L \text{ محلول} \times \frac{6 \text{ mol NaNO}_3}{1L \text{ محلول}} \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3}$$

$$= 510 \text{ g NaNO}_3$$

سپس جرمی از محلول $1/7$ درصد جرمی سدیم نیترات که با استفاده از 510

گرم سدیم نیترات می‌توان تهیه کرد را بر حسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ kg محلول} = 510 \text{ g NaNO}_3 \times \frac{100 \text{ g محلول}}{17 \text{ g NaNO}_3} \times \frac{1 \text{ kg محلول}}{1000 \text{ g محلول}}$$

$$= 30 \text{ kg محلول}$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳ کتاب درسی)

۱۰۰- گزینه «۳»

«هاری ریسمی کیاسری»

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضا پرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی (g mol ⁻¹)	حالت فیزیکی (۲۵°C)	نقطه جوش (°C)
آب	H ₂ O		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰
هیدروژن سولفید	H ₂ S		قطبی	۳۴	گاز	-۶۰

گشتاور دو قطبی - نیروی بین مولکولی - حالت فیزیکی متفاوت است.
(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۰۱- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

برای یون پتاسیم (K⁺) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{380 \times 10^{-3} \text{ g K}^+}{1000 \text{ g محلول}} \times 100 = 3.8\%$$

برای یون کلسیم (Ca²⁺) داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم یون Ca}^{2+}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 0.04 = \frac{x}{1000} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 0.4 \text{ g Ca}^{2+} = 400 \text{ mg Ca}^{2+}$$

$$\text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4 = 0.04 \times 10^4 = 400$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ کتاب درسی)

۱۰۲- گزینه «۱»

«کتاب آبی»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$? \text{ g NaOH} = 100 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}}$$

$$\frac{0.01 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.4 \text{ g NaOH}$$

گزینه «۲»:

$$? \text{ g NaOH} = 100 \text{ g محلول} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{2/13 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}}$$

$$\times \frac{0.01 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \approx 0.188 \text{ g NaOH}$$

گزینه «۳»:

$$? \text{ g NaCl} = 5 \text{ mL محلول} \times \frac{1/2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ g NaCl}}{100 \text{ g محلول}}$$

$$= 1/2 \text{ g NaCl}$$

گزینه «۴»:

$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 0.04 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 5.68 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۳- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

$$\text{جرم متانول در محلول اول} \Rightarrow 40 = \frac{x}{200} \times 100 \Rightarrow x = 80 \text{ g}$$

$$\text{جرم متانول در محلول دوم} \Rightarrow 70 = \frac{y}{300} \times 100 \Rightarrow y = 210 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی متانول در محلول نهایی} = \frac{80 + 210}{300 + 200} \times 100 = 58\%$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه ۹۶ کتاب درسی)

۱۰۴- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

ابتدا جرم یون کلرید موجود در ۵۰ mL از محلول را محاسبه می‌کنیم،

سپس غلظت آن را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g Cl}^- = 4 \times 10^{-3} \text{ g Ca}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol Ca}^{2+}}$$

$$\times \frac{35.5 \text{ g Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} = 71 \times 10^{-4} \text{ g Cl}^-$$

$$\text{ppm} = \frac{71 \times 10^{-4} \text{ g}}{50 \text{ g}} \times 10^6 = 142 \text{ ppm}$$

غلظت یون کلرید در ۵۰ mL محلول با غلظت این یون در کل محلول

برابر است. حال جرم CaCl₂ در محلول اولیه را به دست می‌آوریم:جرم Ca²⁺ در ۲۰۰ mL محلول

$$= 4 \times 10^{-3} \times 4 = 16 \times 10^{-3} \text{ g Ca}^{2+}$$

$$? \text{ g CaCl}_2 = 16 \times 10^{-3} \text{ g Ca}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}}$$

$$\times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} = 4.4 \times 10^{-2} \text{ g CaCl}_2$$

(آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۱۰۵- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

موارد آ و پ درست هستند.

$$\text{غلظت محلول (۱)}: \frac{0.12 \text{ mol}}{0.05 \text{ L}} = 2.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{غلظت محلول (۲)}: \frac{0.06 \text{ mol}}{0.05 \text{ L}} = 1.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

بررسی موارد نادرست:

(ب) غلظت محلول حاصل از مخلوط کردن دو ظرف

$$\frac{\text{مجموع مولها}}{\text{حجم نهایی}} = \frac{0.06 + 0.12}{0.05 + 0.05} = \frac{0.18}{0.1} = 1.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{ت)} \quad 2 \text{ dL} = 200 \text{ mL} = 0.2 \text{ L}$$

$$\text{حل شونده} \Rightarrow \text{mol} = 0.2 \text{ L} \times \frac{1.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.24 \text{ mol}$$

(آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۶- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

جرم مولی گلوکز با فرمول $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ برابر با 180 g.mol^{-1}

می‌باشد. عدد ۱۸۰ که دستگاه گلوکومتر نشان می‌دهد؛ یعنی ۱۸۰

میلی گرم گلوکز در 100 mL ($1 \text{ dL} = 100 \text{ mL}$) خون وجود دارد،

بنابراین داریم:

$$? \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 180 \times 10^{-3} \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 10^{-3} \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

$$\frac{\text{مقدار حل شونده بر حسب مول}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر}} = \frac{10^{-3} \text{ mol}}{10^{-1} \text{ L}}$$

$$= 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{جرم محلول} = 100 \text{ mL} \times \frac{1.1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 110 \text{ g}$$

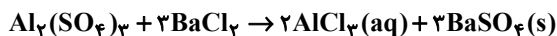
$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{0.18}{110} \times 100 \approx 0.16\%$$

(آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۶ و ۹۹ کتاب درسی)

۱۰۷- گزینه «۱»

«کتاب آبی»

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



غلظت مولار محلول رقیق شده آلومینیم سولفات برابر است با:

$$\frac{1}{2} \text{ mmol BaSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{10^3 \text{ mmol BaSO}_4} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol BaSO}_4}$$

$$= 4 \times 10^{-4} \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{n}{V} = \frac{4 \times 10^{-4} \text{ mol}}{20 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت محلول اولیه آلومینیم سولفات برابر است با:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} \times 200 = \text{غلظت محلول غلیظ} \times 5$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی محلول غلیظ} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

(آب، آهنک زندگی، صفحه ۹۸ کتاب درسی)

۱۰۸- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند:

(ب)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 0.25 = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 250 \text{ mg}$$

$$\Rightarrow x = 0.25 \text{ mg}$$

(ت) جرم مولی CO برابر با ۲۸ گرم بر مول می‌باشد.

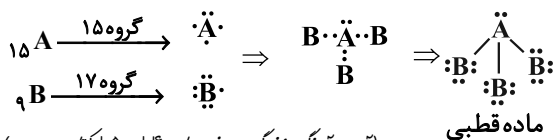
$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 280 = \frac{x}{1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 28 \text{ g}$$

$$0.28 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} = 0.01 \text{ mol CO}$$

(آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ کتاب درسی)

۱۰۹- گزینه «۴»

«کتاب آبی»



ماده قطبی

(آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

۱۱۰- گزینه «۲»

«کتاب آبی»

موارد «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

دلیل نادرستی مورد «ت»: در میان ترکیب‌های ناقطبی هر چه جرم

مولی ترکیبی بیش‌تر باشد، نقطه جوش آن نیز بیش‌تر است.

(آب، آهنک زندگی، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)