



ریاضی (۱)

۱- گزینه «۳»

(رضا سیدنیقی)

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \quad \text{می دانیم که:}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$n(U) - n(A \cup B) = 25 \Rightarrow 90 - n(A \cup B) = 25$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 65$$

از طرفی:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30$$

آنگاه با توجه به اینکه $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ داریم:

$$65 = n(B) + 30 \Rightarrow n(B) = 35$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۲- گزینه «۴»

(افشین قاصدقانی)

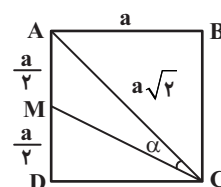
$$\text{مطابق شکل } AC = a\sqrt{2} \text{ و } MC = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \quad \text{؛ آنگاه مساحت}$$

مثلث AMC برابر است با:

$$S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} \right) (a) = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} a \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



(مثلثات، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۵ کتاب درسی)

۳- گزینه «۲»

(میلاد منصوری)

دقت کنید که:

$$(1) A^2 = \tan^2 x + \cot^2 x + 2$$

$$(2) B^2 = \tan^2 x + \cot^2 x - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A^2 + B^2 + 2 = 2(\tan^2 x + \cot^2 x + 1) \\ A^2 + B^2 - 2 = 2(\tan^2 x + \cot^2 x - 1) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$(A^2 + B^2 + 2)(A^2 + B^2 - 2)$$

$$= 4(\tan^2 x + \cot^2 x + 1)(\tan^2 x + \cot^2 x - 1)$$

$$= 4((\tan^2 x + \cot^2 x)^2 - 1) = 4(\tan^4 x + \cot^4 x + 1)$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴- گزینه «۴»

(مسعود برملا)

$$\frac{(-\sqrt[5]{a})^2 + (\sqrt[5]{a})^2}{\sqrt[5]{a}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{a^{\frac{1}{5}} + a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{5}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{5}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{5}}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۱۵}} \frac{a^3}{a^3} = \frac{15}{2^2 \cdot 2^{30}} \Rightarrow a^2 = 2^{-\frac{45}{2}} \Rightarrow a^4 = 2^{-45} = \frac{1}{2^{45}}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۵- گزینه «۴»

(احمد معرابی)

رابطه $\sqrt[3]{\sin \theta} < \sin \theta$ فقط به‌ازای $-1 < \sin \theta < 0$ برقرار است؛ در

این صورت فقط گزینه «۴» درست خواهد بود:

$$\sqrt[3]{\sin^2 \theta} > -\sin \theta$$

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۶ و ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)



۶- گزینه «۲»

(معوی فایه نژادریان)

$$\sqrt[4]{17 + \sqrt{144 \times 2}} = \sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt{2} + 1)^4} = \sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{x^5} = \sqrt{2} + 1 - 1 \Rightarrow \sqrt[4]{x^5} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{به توان ۴}} x^5 = 2^2$$

$$x^5 = 2^3 \Rightarrow x^5 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x^5 + 1}{3} = \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۸ کتاب درسی)

۷- گزینه «۱»

(امیر معرابی)

$$y^2 + \underbrace{\left(\frac{1}{b^4} + b\right)}_{\text{مجموع}} y + \frac{1}{b^3} = \left(y + \frac{1}{b^4}\right)(y + b)$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۸- گزینه «۳»

(امیر معرابی)

$$a^6 + 2a^3 + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^6 + 2a^3 + a^2 = 1$$

$$\Rightarrow a^2(a^4 + 2a + 1) = 1 \Rightarrow (a(a+1))^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a(a+1) = 1 \Rightarrow a^2 + a - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \text{ریشه حقیقی} \\ a(a+1) = -1 \Rightarrow a^2 + a + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۹- گزینه «۴»

(بهرام علاج)

اگر معادله درجه دومی پس از مربع کامل‌سازی در طرف دومش عدد منفی باشد، معادله جواب نخواهد داشت به عبارتی Δ معادله منفی خواهد بود که تنها در گزینه «۴»، مقدار Δ عددی منفی است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱۰- گزینه «۱»

(سپار داوطلب)

اگر $(x-1)$ را t در نظر بگیریم داریم:

$$(x-1) = t \Rightarrow t^2 + 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-6) = 12 + 24 = 36$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-2\sqrt{3} + 6}{2} = -\sqrt{3} + 3 \\ t_2 = \frac{-2\sqrt{3} - 6}{2} = -\sqrt{3} - 3 \end{cases}$$

آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_1 - 1 = -\sqrt{3} + 3 \Rightarrow x_1 = 4 - \sqrt{3} \\ x_2 - 1 = -\sqrt{3} - 3 \Rightarrow x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

بزرگترین ریشه معادله $4 - \sqrt{3}$ می‌باشد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱۱- گزینه «۲»

(علی آزار)

$$\left. \begin{aligned} \text{واسطه حسابی بین } a_3, a_4 &= \frac{a_3 + a_4}{2} = \frac{7}{2} \\ \text{واسطه حسابی بین } a_4, a_5 &= \frac{a_4 + a_5}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 5d = 7 \\ 2a_1 + 7d = 1 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 11, d = -3 \Rightarrow a_n = -3n + 14$$

بنابراین بزرگترین جمله دنباله، $a_1 = -3 + 14 = 11$ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۱۲- گزینه «۳»

(مسعود مهری)

اگر جمله اول را a و قدرنسبت را r در نظر بگیریم، آنگاه طبق فرض:

$$a + ar + ar^2 = \frac{r}{\Delta} (ar^3 + ar^4 + ar^5) \Rightarrow a + ar + ar^2 = \frac{r^3}{\Delta} (a + ar + ar^2)$$

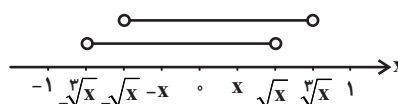
$$= \frac{r^3}{\Delta} (a + ar + ar^2) \Rightarrow 1 = \frac{r^3}{\Delta} \Rightarrow r^3 = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{\Delta}{r}}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)



۱۳- گزینه «۴»

(برور ۳۱ علاج)

با در نظر گرفتن $\pm\sqrt{x}$ و $\pm\sqrt[3]{x}$ روی محور اعداد داریم:اشتراک بازه‌های فوق برابر $(-\sqrt{x}, \sqrt{x})$ خواهد بود.

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ و ۵۳ کتاب درسی)

۱۴- گزینه «۱»

(علی سرآبادانی)

$$\sqrt[3]{48} \times \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{48 \times 36} = \sqrt[3]{2^4 \times 3^6} = \sqrt[3]{2^2 \times 3^3} = 12$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})^2 = 7-4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$12 + 7 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 19$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱۵- گزینه «۱»

(مسعود برملا)

$$\frac{a^4 + a^5 + a^6 + \dots + a^{10}}{a^{-10} + a^{-9} + a^{-8} + \dots + a^{-4}} = a\sqrt{3} \Rightarrow \frac{a^4(1+a+\dots+a^6)}{a^{-10}(1+a+\dots+a^6)} = 3^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow a^{14} = 3^{\frac{5}{2}} \Rightarrow a = 3^{\frac{5}{28}} \Rightarrow a^{\frac{7}{5}} = (3^{\frac{5}{28}})^{\frac{7}{5}} = 3^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow a^{\frac{7}{5}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۱۶- گزینه «۴»

(افشین قاصدخان)

$$\frac{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12} + \sqrt{6} - \sqrt{6} - \sqrt{3}}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}, \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱۷- گزینه «۳»

(مهمر قرقچیان)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{1+\sqrt[3]{2}}\right)^2 + \sqrt[3]{6} \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{1+\sqrt[3]{2}}\right)^2 - 1 \\ &= \frac{3}{(1+\sqrt[3]{2})^2} + \sqrt[3]{6} \times \frac{\sqrt[3]{9}}{(1+\sqrt[3]{2})^2} - 1 \\ &= \frac{3 + 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} - 1 - 3\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{4} - 2}{(1+\sqrt[3]{2})^2} = 0 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱۸- گزینه «۱»

(علی سرآبادانی)

$$(x-1)(x+2) = m \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = m \Rightarrow x^2 + 2x - 3 - m = 0$$

وقتی عبارت A مربع کامل است که $(\Delta = 0)$ باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 4 - (4(1)(-3-m)) = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 4m + 12 = 0 \Rightarrow 16 + 4m = 0 \Rightarrow m = -4$$

بنابراین باید به عبارت مورد نظر مقدار ۴ را اضافه کنیم تا مربع کامل شود.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱۹- گزینه «۳»

(امیر مهرابی)

$$x^2 - (\sqrt{\tan \theta} + \sqrt{\cot \theta})x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - \sqrt{\tan \theta})(x - \sqrt{\cot \theta}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\tan \theta} \\ x_2 = \sqrt{\cot \theta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_1^4 + 1} = \frac{1}{\tan^4 \theta + 1} = \cos^2 \theta$$

$$\frac{1}{x_2^4 + 1} = \frac{1}{\cot^4 \theta + 1} = \sin^2 \theta$$

$$\frac{1}{x_1^4 + 1} + \frac{1}{x_2^4 + 1} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

آنگاه:

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ و ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۲۰- گزینه «۴»

(مهریس عمزه ای)

$$\frac{2x-4}{x+1} = \frac{x+1}{2x-4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (2x-4)^2 = (x+1)^2$$

$$4x^2 - 16x + 16 = x^2 + 2x + 1$$

$$3x^2 - 18x + 15 = 0 \xrightarrow{+3} x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

آنگاه:

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

هندسه (۱)

۲۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۱» نادرست است. به عنوان مثال نقض $x = \frac{1}{2}$ را در نظر بگیرید.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$$

گزینه «۲» نادرست است. به عنوان مثال نقض فرض کنید $A = \{1\}$ ، $B = \{2\}$ و

$$C = \{3\} \text{ باشد. در این صورت } B \neq C, \text{ در حالی که } A - B = A - C = \{1\}$$

است.

گزینه «۳» نادرست است. ممکن است یکی از زوایای B و C بزرگتر یا مساوی

90° باشد که در این صورت نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها خارج مثلث و یا روی محیط

آن است.

گزینه «۴» درست است و مثال نقض ندارد.

(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶ کتاب درسی)

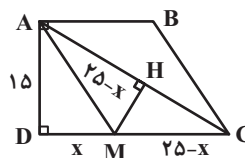
۲۲- گزینه «۲»

(پوار هاتمی)

نقطه M روی عمودمنصف قطر AC قرار دارد، بنابراین فاصله آن از نقاط A و C

برابر است. اگر $MD = x$ فرض شود، آنگاه $MA = MC = 25 - x$ است و در

نتیجه داریم:



$$\begin{aligned} \Delta ADM : AM^2 &= AD^2 + MD^2 \Rightarrow (25-x)^2 = 15^2 + x^2 \\ \Rightarrow 625 - 50x + x^2 &= 225 + x^2 \Rightarrow 50x = 400 \Rightarrow x = 8 \end{aligned}$$

(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۲۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$\begin{aligned} \frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} EH \times AC}{\frac{1}{2} DK \times AB} = \frac{3}{2} \\ \frac{S_{ADE}}{S_{ACE}} &= \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EH}{DK} \times 2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{EH}{DK} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳ کتاب درسی)

۲۴- گزینه «۳»

(امیر مالمیر)

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k ، نسبت میان‌ها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها، مجذور نسبت تشابه است، پس داریم:

$$4k^2 - k = 5 \Rightarrow 4k^2 - k - 5 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 4 \times (-5) = 81$$

$$k = \frac{1 \pm 9}{8} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \\ k = \frac{-8}{8} = -1 \end{cases} \text{ غرق}$$

اگر محیط مثلث‌های بزرگ و کوچک را به ترتیب با P_1 و P_2 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{P_1}{P_2} = k \Rightarrow \frac{50}{P_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow P_2 = 40$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۵- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

مثلثی به طول اضلاع ۶، ۱۲ و $6\sqrt{3}$ ، مثلث قائم‌الزاویه است، چون طول اضلاع آن در قضیه فیثاغورس صدق می‌کند.

$$6^2 + (6\sqrt{3})^2 = 36 + 108 = 144 = 12^2$$

بنابراین مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

مساحت مثلث دوم در صورتی بیشترین مقدار ممکن را دارد که ضلع به طول $2\sqrt{3}$ متناظر با کوچک‌ترین ضلع مثلث اول باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{18\sqrt{3}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_2 = 6\sqrt{3}$$

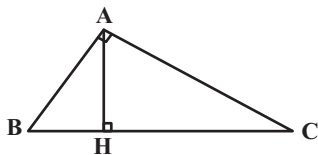
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۶- گزینه «۳»

(پونام کلاهی)

دو مثلث ABH و ACH در ارتفاع AH مشترک هستند، پس داریم:

$$\frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{CH}{BH} \Rightarrow \frac{CH}{BH} = 2 \Rightarrow CH = 2BH$$



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 4^2 = BH \times 2BH \Rightarrow BH^2 = 8$$

$$\Rightarrow BH = 2\sqrt{2} \Rightarrow CH = 4\sqrt{2}$$

$$BC = BH + CH = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

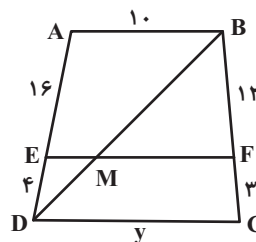
۲۷- گزینه «۱»

(علی احمدی قزل دشت)

طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 16$$

قطر BD را در دوزنقه ABCD رسم می‌کنیم.



$$\Delta ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{10} = \frac{4}{20} \Rightarrow EM = 2$$

$$MF = EF - EM = 18 - 2 = 16$$

$$\Delta BDC : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{y} = \frac{12}{15} \Rightarrow y = 20$$

بنابراین داریم:

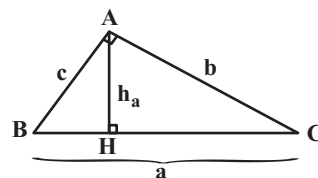
$$x + y = 16 + 20 = 36$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

۲۸- گزینه «۲»

(محبوبه بهادری)

فرض کنید طول اضلاع قائمه مثلث برابر b و c و طول وتر مثلث a باشد.

در این صورت $a + b + c = 60$ و $h_a = 12$ است.

طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow 12a = bc \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$b + c = 60 - a \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (b + c)^2 = (60 - a)^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 3600 - 120a + a^2$$

$$\xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} 2bc = 3600 - 120a$$

$$\xrightarrow{(1)} 24a = 3600 - 120a$$

$$\Rightarrow 144a = 3600 \Rightarrow a = 25$$

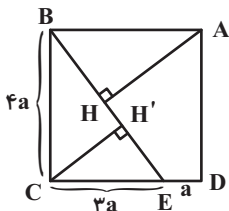
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۲۹- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

اگر طول ضلع مربع را ۴a در نظر بگیریم، طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه BCE برابر ۴a، ۳a و ۵a خواهد بود. با توجه به شکل، مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و BCE به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{BC} \Rightarrow \frac{4a}{5a} = \frac{AH}{4a} \Rightarrow AH = \frac{16}{5}a$$



از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BCE داریم:

$$CH' \times BE = BC \times CE \Rightarrow CH' \times 5a = 4a \times 3a$$

$$\Rightarrow CH' = \frac{12}{5}a$$

در نتیجه نسبت فواصل نقاط C و A از پاره خط BE برابر است با:

$$\frac{CH'}{AH} = \frac{\frac{12}{5}a}{\frac{16}{5}a} = \frac{3}{4} = 0.75$$

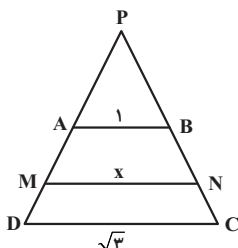
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲ کتاب درسی)

۳۰- گزینه «۱»

(امیر مالیر)

ساق‌های دوزنقه را از سمت نقاط A و B ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند.

اگر $S_{PAB} = S'$ و $S_{ABNM} = S_{MNCD} = S$ باشد، آنگاه طبق قضیه اساسی تشابه، مثلث‌های PAB، PMN و PCD دو به دو متشابه هستند و در نتیجه داریم:



$$\frac{S_{PAB}}{S_{PCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S' + 2S} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S' + 2S = 3S' \Rightarrow S = S' \quad (1)$$

$$\frac{S_{PAB}}{S_{PMN}} = \left(\frac{AB}{MN}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{S' + S} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 2 \xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲ کتاب درسی)



فیزیک (۱)

۳۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و مفهوم نمادگذاری علمی داریم:

$$\begin{aligned} 0.0024 \mu\text{g} \frac{\text{nm}^2}{\text{ms}^2} &= 2/4 \times 10^{-3} \mu\text{g} \frac{\text{nm}^2}{\text{ms}^2} \\ 2/4 \times 10^{-3} \mu\text{g} \frac{\text{nm}^2}{\text{ms}^2} &= 2/4 \times 10^{-3} \mu\text{g} \frac{\text{nm}^2}{\text{ms}^2} \times \frac{10^{-6} \text{g}}{1 \mu\text{g}} \times \\ &\times \frac{1 \text{hg}}{10^2 \text{g}} \times \frac{(10^{-9} \text{m})^2}{1 \text{nm}^2} \times \frac{1 \text{km}^2}{(10^3 \text{m})^2} \times \frac{1 \text{ms}^2}{(10^{-3} \text{s})^2} \times \frac{(60 \text{s})^2}{1 \text{min}^2} \\ &= \frac{2/4 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 10^{-18} \times 3600}{10^2 \times 10^6 \times 10^{-6}} \text{hg} \frac{\text{km}^2}{\text{min}^2} \\ &= 8/64 \times 10^{-26} \text{hg} \frac{\text{km}^2}{\text{min}^2} \end{aligned}$$

که با مقایسه با عبارت سؤال داریم:

$$\begin{cases} a = 8/64 \\ b = -26 \end{cases} \Rightarrow a + b = 8/64 + (-26) = -17/36$$

(فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۴»

(مهمد گوررزی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر کمینه تقسیم‌بندی آن ابزار است و در ابزارهای دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار می‌خواند. با توجه به این توضیحات داریم:

$$\frac{1 \text{cm}}{5} = 0/2 \text{cm} = 2 \text{mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{الف) } \end{array} \right.$$

$$\text{ب) } 18.028 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{دقت اندازه‌گیری} = 0/001 \text{mm} \end{array} \right.$$

$$\text{پ) } 3:00 \text{ min} = 5 \text{ min} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{دقت اندازه‌گیری} \end{array} \right.$$

(فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ کتاب درسی)

۳۳- گزینه «۱»

(هاشم زمانیان)

ابتدا با توجه به رابطه چگالی مخلوط، نسبت حجم فلزهای به کار رفته را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{مخلوط}} &= \frac{m_{\text{نقره}} + m_{\text{طلا}}}{V_{\text{نقره}} + V_{\text{طلا}}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{نقره}} V_{\text{طلا}} + \rho_{\text{طلا}} V_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}} \\ \Rightarrow 13 &= \frac{19 V_{\text{طلا}} + 10 V_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}} \Rightarrow 13 V_{\text{طلا}} + 13 V_{\text{نقره}} = 19 V_{\text{طلا}} + 10 V_{\text{نقره}} \\ \Rightarrow 3 V_{\text{نقره}} &= 6 V_{\text{طلا}} \Rightarrow V_{\text{نقره}} = 2 V_{\text{طلا}} \quad (1) \end{aligned}$$

حال اختلاف جرم دو آلیاژ را می‌یابیم:

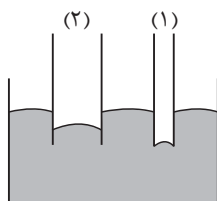
$$\begin{aligned} m_{\text{نقره}} - m_{\text{طلا}} &= 5 \\ \Rightarrow 10 V_{\text{طلا}} - 19 V_{\text{طلا}} &= 5 \xrightarrow{(1)} 10 \times 2 V_{\text{طلا}} - 19 V_{\text{طلا}} = 5 \\ \Rightarrow 20 V_{\text{طلا}} - 19 V_{\text{طلا}} &= 5 \Rightarrow V_{\text{طلا}} = 5 \text{cm}^3 \end{aligned}$$

(فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

وقتی لوله موئین داخل جیوه قرار می‌گیرد، جیوه مقداری بالا می‌رود ولی سطح آن پایین‌تر از سطح جیوه ظرف قرار می‌گیرد. همچنین هرچه قطر لوله موئین بیشتر باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن بیشتر است، یعنی به سطح جیوه درون ظرف نزدیک‌تر است. یعنی گزینه «۲» صحیح است.



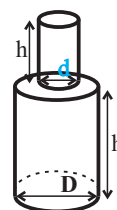
(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)



۳۵- گزینه «۴»

(معمدیغفر مفتاح)

با توجه به رابطه مفهوم فشار داریم:



$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 g}{(m_1 + m_2)g} \times \frac{A_2}{A_1} \quad m = \rho V$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho V_1}{\rho V_1 + \rho V_2} \times \frac{A_2}{A_1} \quad V = Ah$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{A_1 h}{A_1 h + A_2 h} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

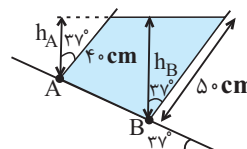
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{D^2}{d^2 + D^2} \quad D = 2d \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{(2d)^2}{d^2 + (2d)^2} = \frac{4d^2}{5d^2} = \frac{4}{5}$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی)

۳۶- گزینه «۳»

(سیدعلی میرنوری)

اختلاف فشار بین هر دو نقطه داخل مایع ساکن با اختلاف ارتفاع عمودی بین دو نقطه رابطه مستقیم دارد. داریم:



$$P_B - P_A = (\rho g h_B + P_0) - (\rho g h_A + P_0) = \rho g (h_B - h_A)$$

$$\cos 37^\circ = \frac{h_B}{50} \Rightarrow h_B = 50 \times \frac{4}{5} = 40 \text{ cm}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{h_A}{40} \Rightarrow h_A = 40 \times \frac{3}{4} = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 1200 \times 10 \times (40 - 30) \times 10^{-2}$$

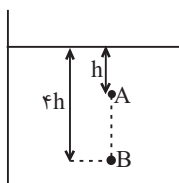
$$= 1200 \times 10 \times 10 \times 10^{-2} = 960 \text{ Pa}$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

۳۷- گزینه «۲»

(شهرام آموزگار)

با توجه به رابطه فشار کل در عمق h داریم:



$$P_B = 1/4 P_A$$

با توجه به رابطه اختلاف فشار بین دو نقطه داریم:

$$P_B - P_A = \rho g \Delta h_{AB} \Rightarrow 1/4 P_A - P_A = \rho g (4h - h)$$

$$\Rightarrow 0/4 \times 114 \times 10^3 = 950 \times 10 \times 3h \Rightarrow h = 1/6 \text{ m}$$

حال با توجه به رابطه فشار کل در نقطه A داریم:

$$P_A = \rho g h_A + P_0 \Rightarrow 114 \times 10^3 = 950 \times 10 \times 1/6 + P_0$$

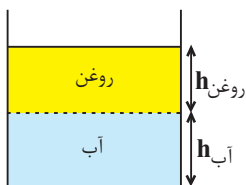
$$\Rightarrow P_0 = 98 / \text{atmPa}$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

۳۸- گزینه «۱»

(هاشم زمانیان)

مطابق شکل زیر، چون چگالی آب از روغن بیشتر است، لذا آب در پایین قرار می‌گیرد:



$$P = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow P = 10^3 \times 10 \times h_{\text{آب}} \times 10^{-2} + 800 \times 10 \times h_{\text{روغن}} \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 10^3 h_{\text{آب}} + 80 h_{\text{روغن}} = 5/6 \times 10^3 \quad h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} = 64 \text{ cm}$$

$$10^3 h_{\text{آب}} + 80(64 - h_{\text{آب}}) = 5/6 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 20 h_{\text{آب}} + 80 \times 64 = 5600$$

$$\Rightarrow 20 h_{\text{آب}} = 480 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 24 \text{ cm}$$

$$h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} = 64 \text{ cm} \xrightarrow{h_{\text{آب}} = 24 \text{ cm}} 24 + h_{\text{روغن}} = 64$$



نیروی وارد بر کف ظرف و نیروی وارد بر سطح افقی را جداگانه می‌یابیم:

$$(۱) PA = \rho g(H+h)A = \text{نیروی وارد بر کف ظرف}$$

$$(۲) mg = \rho g(HA + ha) = \text{نیروی وارد بر سطح افقی}$$

$$\frac{PA}{mg} = \frac{\rho g(H+h)A}{\rho g(HA+ha)} = \frac{(H+h)A}{HA+ha} = \frac{\Delta}{4}$$

$$\Rightarrow 4HA + 4ha = \Delta HA + \Delta ha$$

$$HA = h(4A - \Delta a) \Rightarrow h = \frac{HA}{4A - \Delta a} \xrightarrow{H=20\text{cm}, A=50\text{cm}^2, a=20\text{cm}^2}$$

$$h = \frac{20 \times 50}{4 \times 50 - 5 \times 20} = \frac{1000}{100} = 10\text{cm}$$

حجم مایع داخل ظرف برابر است با:

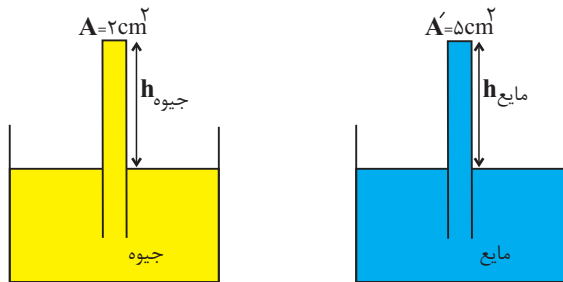
$$V = 20 \times 50 + 10 \times 20 = 1000 + 200 = 1200\text{cm}^3$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

(شهرام آموزگار)

۴۱- گزینه «۴»

اختلاف نیرویی که به انتهای لوله‌ها وارد می‌شود برابر است با:



$$F_{\text{مایع}} - F_{\text{جیوه}} = 19/6 \Rightarrow P_{\text{مایع}} A' - P_{\text{جیوه}} A = 19/6$$

$$\xrightarrow{P=P_0 - \rho gh} (P_0 - \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}}) A' - (P_0 - \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}) A = 19/6$$

$$\Rightarrow (10^5 - 4 \times 10^3 \times 10 \times h_{\text{مایع}}) \times 5 \times 10^{-4}$$

$$- (10^5 - 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}) \times 2 \times 10^{-4}$$

$$= 50 - 20h_{\text{مایع}} - (20 - 27/2 h_{\text{جیوه}}) = 19/6$$

$$\Rightarrow 27/2 h_{\text{جیوه}} - 20h_{\text{مایع}} = -10/4 \xrightarrow{h_{\text{جیوه}} - h_{\text{مایع}} = 70\text{cm}}$$

$$27/2 h_{\text{جیوه}} - 20(70/2 + h_{\text{جیوه}}) = -10/4$$

$$\Rightarrow 7/2 h_{\text{جیوه}} = 3/6 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0/5\text{m} = 50\text{cm}$$

$$\Rightarrow h_{\text{روغن}} = 40\text{cm}$$

پس ارتفاع اولیه روغن ۴۰cm است که اگر آن را نصف کنیم، کاهش فشار وارد بر

کف ظرف برابر است با:

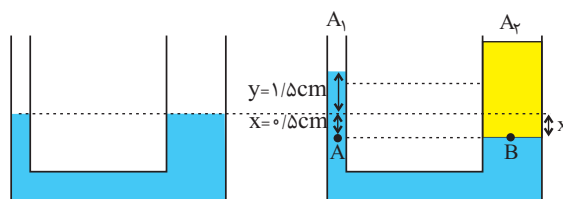
$$P'_{\text{روغن}} = 800 \times 10 \times 20 \times 10^{-2} = 1600\text{Pa} = 1/6\text{kPa}$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

(معمدبغفر مفتاح)

۳۹- گزینه «۳»

با توجه به شکل زیر داریم:



حجم جیوه جابه‌جا شده در دو طرف لوله یکسان است، داریم:

$$A_1 y = A_2 x \xrightarrow{y=1/5\text{cm}, A_2=3A_1} A_1 \times 1/5 = 3A_1 \times x$$

$$\Rightarrow x = 0/5\text{cm}$$

حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_0 = \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow 13/6 \times (1/5 + 0/5) = 0/8 \times h \Rightarrow h = 34\text{cm}$$

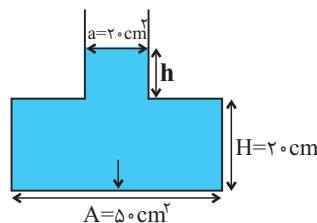
(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ کتاب درسی)

(عبدالرضا امینی نسب)

۴۰- گزینه «۲»

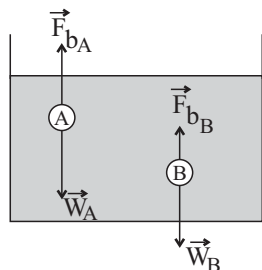
چون اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از اندازه نیروی وارد بر سطح افقی از طرف ظرف

بیشتر است، لذا نتیجه می‌گیریم مایع به‌صورت زیر ظرف را پُر کرده است:





نیروی وزن آن از نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است. داریم:



نادرستی گزینه «۲»:

$$m_A = m_B \Rightarrow W_A = W_B \xrightarrow{W_A = F_{bA}, W_B > F_{bB}} F_{bA} > F_{bB}$$

نادرستی گزینه «۴»:

چون گلوله A غوطه‌ور است، لذا: $p_A = p_{\text{مایع}}$

نادرستی گزینه «۱»:

$p_B > p_A$ لذا نتیجه می‌گیریم: $p_B > p_{\text{مایع}}$

درستی گزینه «۳»:

با توجه به برابری جرم دو گلوله داریم:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{\rho_B > \rho_A} V_B < V_A$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ کتاب درسی)

(مسطفی کیانی)

۴۴ - گزینه «۲»

با توجه به رابطه آهنگ شارش شاره داریم:

$$\text{آهنگ شارش شاره} = Av \xrightarrow{A = \pi R^2}$$

$$\text{آهنگ شارش شاره} = 3 \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 20 \times 10^{-2}$$

$$= 2 / 4 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

از طرفی تندی شاره در طرف چپ لوله با توجه به معادله پیوستگی برابر است با:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2 \xrightarrow{D_1 = 4cm, D_2 = 1cm}$$

$$4^2 \times 20 = 1^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 5 \frac{cm}{s} = 5 \times 10^{-2} \frac{m}{s}$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی)

حال اندازه نیروی وارد بر انتهای لوله جیوه برابر است با:

$$F_{\text{جیوه}} = (10^5 - 13 / 6 \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-1}) \times 2 \times 10^{-4} = 6 / 4 N$$

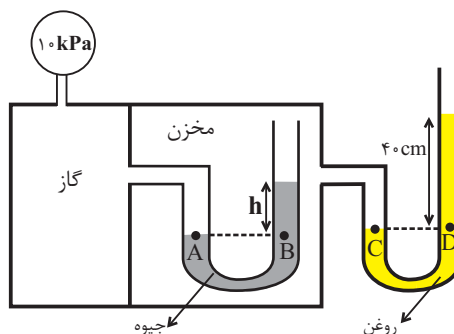
(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸ کتاب درسی)

۴۲ - گزینه «۱»

(ممد گورری)

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای داخل مخزن را نشان می‌دهد که برابر اختلاف فشار مطلق

و فشار محیط است. با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{جیوه}} gh + P_{\text{مخزن}} \quad (1)$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = \rho_{\text{روغن}} gh + P_0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{جیوه}} gh + \rho_{\text{روغن}} gh + P_0$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh + \rho_{\text{روغن}} gh$$

$$\Rightarrow P_g = \rho_{\text{جیوه}} gh + \rho_{\text{روغن}} gh$$

$$\Rightarrow 10 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}} + 800 \times 10 \times 40 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 13 / 6 \times 10^4 h_{\text{جیوه}} = 6800 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0.5 m = 50 cm$$

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴۳ - گزینه «۳»

(هاشم زمانیان)

مطابق شکل زیر، چون گلوله A درون مایع غوطه‌ور است، لذا نیروی شناوری وارد

بر آن برابر وزن گلوله است. از طرفی چون گلوله B در مایع فرو می‌رود، پس



گزینه «۳» ۴۵-

(امین زمانی)

طبق اصل برنولی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

در شکل (الف)، با برقراری جریان سریع هوا در لوله افقی، طبق اصل برنولی، امکان دارد فشار در سمت راست لوله U شکل کمتر از فشار هوا (فشار در سمت چپ لوله U شکل) شود و لذا می‌توان انتظار داشت که آب داخل لوله U شکل به درون لوله افقی تخلیه شود؛ ولی در شکل (ب)، چون فشار سمت چپ و راست لوله U شکل همواره برابر با فشار هوا است، انتظار نداریم آب داخل لوله U شکل تخلیه شود.

(ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷ کتاب درسی)

گزینه «۴» ۴۶-

(شورا آموزگار)

با توجه به رابطه انرژی جنبشی، در حالت اول داریم:

$$\Delta K_1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_2=2v_1} \frac{v_2=2v_1}{v_1=v}$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} m ((2v)^2 - v^2) = \frac{3}{2} m v^2$$

در حالت دوم می‌توان نوشت:

$$\Delta K_2 = K'_2 - K'_1 = \frac{1}{2} m (v'^2_2 - v'^2_1) \xrightarrow{v'_2=(v+e), v'_1=v} \frac{v'_2=(v+e)}{v'_1=v}$$

$$\Delta K_2 = \frac{1}{2} m ((v+e)^2 - v^2) = \frac{1}{2} m (v^2 + 2ve + e^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow \Delta K_2 = \frac{1}{2} m (2ve + e^2) = e m (v + \frac{e}{2})$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{e m (v + \frac{e}{2})}{\frac{3}{2} m v^2} = \frac{e(v + \frac{e}{2})}{\frac{3}{2} v^2} \xrightarrow{\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{1}{25}} \frac{e(v + \frac{e}{2})}{\frac{3}{2} v^2} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{e(v + \frac{e}{2})}{\frac{3}{2} v^2} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{v + \frac{e}{2}}{v^2} = \frac{1}{25e}$$

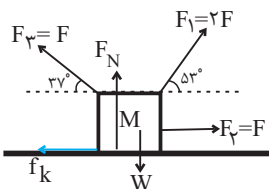
$$\Rightarrow 25(v + \frac{e}{2}) = 3v^2 \Rightarrow 3v^2 - 25v - \frac{25e}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \frac{m}{s} \text{ ق. ق.} \\ v = -\frac{5}{3} \frac{m}{s} \text{ غ. ق.} \end{cases}$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۵۳ و ۵۵ کتاب درسی)

گزینه «۳» ۴۷-

(امیر محمودی انزلی)

کار کل نیروهای وارد بر جسم برابر کار نیروی F_1 است، داریم:



$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_k} + W_{F_N} + W_{mg}$$

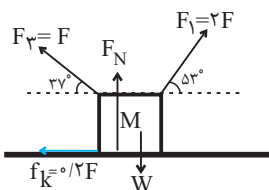
$$\xrightarrow{W_{F_N} = W_{mg} = 0} W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_k} = 0$$

$$\Rightarrow F_1 d \cos 0^\circ + (-F_2 d \cos 37^\circ) + f_k d \cos 180^\circ = 0$$

$$\Rightarrow Fd + (Fd \times (-0.8)) + f_k d \times (-1) = 0$$

$$\Rightarrow Fd - 0.8Fd - f_k d = 0 \Rightarrow 0.2Fd = f_k d \Rightarrow f_k = 0.2F$$

حال با حذف نیروی F_2 ، کار کل برابر است با:



$$\xrightarrow{W_{mg} = W_{F_N} = 0} W'_t = W_{F_1} + W_{F_k} + W_{mg} + W_{F_N}$$

$$W'_t = F \times d \times \cos 37^\circ + (-F_k d \cos 180^\circ) + (0 + F \times d \times \cos 180^\circ)$$

$$= Fd \times 0.8 + Fd \times (-0.8) - 0.2Fd = -0.2Fd$$

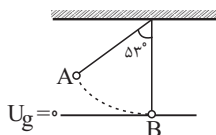
$$\frac{W'_t}{W_t} = \frac{-0.2Fd}{0.2Fd} = -1$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۶ کتاب درسی)



$$E_A = E_B$$

$$\Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

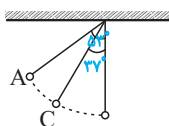


$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \quad \begin{matrix} h_B = 0, v_A = 0 \\ h_A = h - h \cos 53^\circ \end{matrix} \rightarrow$$

$$0 + mg(h - h \cos 53^\circ) = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gh(1 - \cos 53^\circ) = 0.8gh \quad (1)$$

حال تندی گلوله در نقطه C برابر است با:



$$E_A = E_C$$

$$\Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \quad \begin{matrix} v_A = 0 \Rightarrow K_A = 0 \\ v_C = v \end{matrix} \rightarrow$$

$$0 + mg(h - h \cos 53^\circ) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(h - h \cos 37^\circ)$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 2gh(\cos 37^\circ - \cos 53^\circ)$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 2gh(0.8 - 0.6) = 0.4gh \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{v_C^2}{v^2} = \frac{0.4gh}{0.8gh} \Rightarrow v_C = \frac{\sqrt{2}}{2}v$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ کتاب درسی)

۴۸- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم زمانی صفر می‌باشد که انرژی جنبشی جسم در ابتدا و انتهای مسیر یکسان باشد، یعنی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{W_t = 0}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 0 \Rightarrow v_f = v_i$$

گزینه‌های دیگر با توجه به شرایط خاص می‌توانند درست باشند ولی الزاماً در همه شرایط برقرار نیستند.

به عنوان مثال برای رد گزینه «۲» می‌توان حرکت ماهواره‌ها را مثال زد که کار کل وارد بر آن صفر است ولی نیروی برآیند وارد بر آن صفر نیست.

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳ کتاب درسی)

۴۹- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \quad \begin{matrix} v_i = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_f = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix} \rightarrow$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 1200 \times (15^2 - 25^2) = 600 \times (225 - 625)$$

$$W_t = -240000 \text{ J} = -240 \text{ kJ}$$

چون در حرکت افقی اتومبیل، نیروی اصطکاک روی آن کار انجام می‌دهد، بنابراین کار کل برابر با کار نیروی اصطکاک است.

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳ کتاب درسی)

۵۰- گزینه «۴»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و در نظر گرفتن پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:



شیمی (۱)

۵۱- گزینه «۳»

(سوراب صادقی زاده)

در سیاره مشتری، عناصر نافلز جامد مانند کربن و گوگرد نیز وجود دارد.

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲ تا ۴ کتاب درسی)

۵۲- گزینه «۳»

(مجتبی عباری)

عبارت‌های «ا» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) با افزایش فاصله از هسته، سطح انرژی لایه‌ها افزایش و پایداری آن‌ها کاهش می‌یابد.

(ت) در ناحیه مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن، با افزایش سطح انرژی نوارها، فاصله خطوط رنگی ایجاد شده کاهش می‌یابد.

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ کتاب درسی)

۵۳- گزینه «۲»

(سوراب صادقی زاده)

شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار متان:

$$\text{atom H} = 16 \text{gCH}_4 \times \frac{1 \text{mol CH}_4}{16 \text{gCH}_4} \times \frac{N_A \text{molecule CH}_4}{1 \text{mol CH}_4} \times \frac{4 \text{atom H}}{1 \text{molecule CH}_4} = 4 N_A \text{atom H}$$

شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک:

$$\text{atom H} = 2 \text{mol NH}_3 \times \frac{N_A \text{molecule NH}_3}{1 \text{mol NH}_3} \times \frac{3 \text{atom H}}{1 \text{molecule NH}_3} = 6 N_A \text{atom H}$$

$$\text{atom H} = 4 N_A + 6 N_A = 10 N_A$$

$$= 10 \times 6.02 \times 10^{23} = 6.02 \times 10^{24}$$

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ کتاب درسی)

۵۴- گزینه «۳»

(معتاب سلمانی اسکویی)

عبارت صورت سؤال نادرست است:

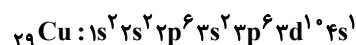
«رنگ زرد لامپ‌های آزادراه‌ها و ... به علت وجود بخار سدیم در آن‌ها است.»

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست.

(ب) درست، عنصر اول جدول تناوبی هیدروژن و عنصر سوم جدول تناوبی لیتیم است که هر دو عنصر، چهار خط در گستره مرئی طیف نشری خطی خود دارند.

(پ) درست، عنصر مس دارای رنگ شعله سبز است. مس (۲۹ Cu) دارای ۷ الکترون در زیرلایه (l=0)s اتم خود است.



(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۰ تا ۳۲ کتاب درسی)

۵۵- گزینه «۴»

(علی علمداری)

همه موارد داده شده درست هستند.

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۰ و ۲۳ کتاب درسی)

۵۶- گزینه «۳»

(علی علمداری)

فقط عبارت آخر نادرست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

- در اتم هیدروژن فاصله سطوح انرژی یکسان نیست و هرچه از هسته دور می‌شویم فاصله سطح انرژی بین دو لایه متوالی کاهش می‌یابد.

- در انتقال الکترونی که در اتم هیدروژن رخ می‌دهد اگر بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه اول باشد پرتوهای با طول موج کوتاه‌تر و انرژی بیشتر از نور مرئی مانند پرتوهای فرابنفش گسیل می‌شود.

- در اتم هیدروژن انتقال الکترون از لایه $n=5$ به لایه $n=2$ پرتویی با رنگ نیلی گسیل می‌شود که طول موج آن ۴۳۴ نانومتر می‌باشد.- خطوط ناحیه مرئی طیف نشری خطی هیدروژن، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های $2 < n \leq 6$ به لایه $n=2$ هستند؛ نه همه لایه‌های $n > 2$.

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ کتاب درسی)

۵۷- گزینه «۲»

(سپهر مباهر)

انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به تعداد پروتون‌ها یا عدد اتمی آن بستگی دارد.

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۲۱، ۲۵ و ۲۷ کتاب درسی)

۵۸- گزینه «۲»

(هادی عباری)

$$A M^{2+} : e = 28 \rightarrow Z = e + 2 \Rightarrow Z = 30$$

در ایزوتوپ سنگین‌تر:

$$\frac{p}{n_p} = 0.81 \rightarrow \frac{30}{n_p} = 0.81 \Rightarrow n_p = 37$$

$$\Rightarrow A_p = 30 + 37 = 67$$

در ایزوتوپ سبک‌تر:

$$n_1 - p = 6 \rightarrow n_1 = 6 + 30 \Rightarrow n_1 = 36 \Rightarrow A_1 = 30 + 36 = 66$$

نسبت فراوانی:

$$\frac{\text{فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر} (F_1)}{\text{فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر} (F_2)} = 0.25 = \frac{1}{4} \rightarrow F_2 = 4F_1$$

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = 100 \\ F_2 = 4F_1 \end{cases} \Rightarrow F_1 = 22\%, F_2 = 78\%$$

حال جرم اتمی میانگین عنصر M را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = \frac{A_1 F_1 + A_2 F_2}{F_1 + F_2} = \frac{66 \times 22 + 67 \times 78}{100} = 66.78 \text{ amu}$$

(کیهان، زارگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۵ کتاب درسی)



۵۹- گزینه «۲»

(اعظم نور)

$$\frac{n}{p} = 1/5 \Rightarrow \begin{cases} n = 1/5p \\ n + p = 200 \end{cases} \Rightarrow 2/5p = 200 \Rightarrow p = 80$$

گروه $80A$: شماره گروه $86 - 80 = 6 \Rightarrow 18 - 6 = 12$ گروه $47X$: شماره گروه $54 - 47 = 7 \Rightarrow 18 - 7 = 11$ $\Rightarrow X$ و A اختلاف شماره گروه $12 - 11 = 1$ A^{2+} تعداد e یون $= 80 - 2 = 78$

$$? \text{ mole}^- = 80gA^{2+} \times \frac{1 \text{ mol } A^{2+}}{200gA^{2+}} \times \frac{78 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } A^{2+}}$$

$$= 31/2 \text{ mole}^-$$

(کیهان، زاگانه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۶ تا ۱۹ کتاب درسی)

۶۰- گزینه «۲»

(میرفسن حسینی)

تنها عبارت دوم درست است. $^{99}_{43}\text{Tc}$ اولین عنصر ساختگی می‌باشد، هم‌چنین از ۱۱۸ عنصر جدول دوره‌ای، ۹۲ عنصر طبیعی و ۲۶ عنصر ساختگی هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: غده تیروئید هنگام جذب یون‌های یدید، یون‌های حاوی $^{99}_{43}\text{Tc}$ را هم جذب می‌کند.عبارت سوم: همه $^{99}_{43}\text{Tc}$ های موجود در جهان، به‌طور مصنوعی و با واکنش‌های هسته‌ای ساخته می‌شوند. نیم‌عمر کمی دارند و نمی‌توان به مدت طولانی آن‌ها را نگه‌داشت. بنابراین بسته به نیاز، آن را باید مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

(کیهان، زاگانه الفبای هستی، صفحه ۷ کتاب درسی)

شیمی (۱) - سوالات آشنا

۶۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

عبارات «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) گاز هلیوم به عنوان خنک‌کننده قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های MRI کاربرد دارد که در هوای مایع موجود نیست.

پ) در حالت (۲) گاز نیتروژن که برای پرکردن تایر خودروها استفاده می‌شود در

دمای -195°C تبخیر می‌شود.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱ کتاب درسی)

۶۲- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ) با توجه به متن کتاب درسی، فلز منیزیم فقط می‌تواند یک نوع اکسید به صورت منیزیم اکسید (MgO) تشکیل دهد.عبارت (پ) اتم کروم در ترکیب‌های خود اغلب به صورت کاتیون Cr^{2+} یا Cr^{3+} یافت می‌شود.عبارت (ت) فرمول شیمیایی آلومینیم نیتريد به صورت AlN است.

(ترکیبی، صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۵۳ و ۵۴ کتاب درسی)

۶۳- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ممکن است رنگ زرد شعله، در اثر پاشیدن یکی از نمک‌های سدیم (Na) روی شعله باشد.

گزینه «۲»: چگالی گاز کربن مونوکسید کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.

گزینه «۳»: سوختن یک واکنش شیمیایی است که بخشی از انرژی شیمیایی آن بصورت گرما و نور آزاد می‌شود.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ کتاب درسی)

۶۴- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

 $\text{N}_2\text{O}_3 \rightarrow$ تعداد اتم‌ها = ۵ دی‌نیتروژن تری‌اکسید (الف)
$$\left. \begin{array}{l} \text{Al}_2\text{O}_3 : \text{آلومینیم اکسید} \\ \text{Fe}_2\text{O}_3 : \text{آهن (III) اکسید} \end{array} \right\} \rightarrow \text{تعداد یون‌ها} = 5$$

بنابراین جای خالی اول، در هر چهار گزینه به‌درستی تکمیل شده است.

$$\text{Cu}_2\text{S} \rightarrow \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{CrF}_2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{تعداد کاتیون}}{\text{تعداد آنیون}} = \frac{1}{2} \\ \frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}} = 2 \end{array} \right.$$
نسبت تعداد کاتیون به آنیون در مس (I) سولفید (Cu_2S) با نسبت تعداد آنیونبه کاتیون در کروم (II) فلوئورید (CrF_2) برابر است.
$$\left\{ \begin{array}{l} 4 = \text{مجموع جفت الکترون‌های پیوندی} : \text{HCN} \rightarrow \text{H}-\text{C} \equiv \text{N} \\ 3 = \text{مجموع جفت الکترون‌های پیوندی} : \text{CO} \rightarrow : \text{C} \equiv \text{O} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \text{ نسبت خواسته شده}$$

$$\text{Mg}_3\text{N}_2 \rightarrow \frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{\frac{3}{2}} = 2$$

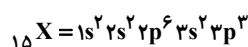
(ترکیبی، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۵۳ تا ۵۶ کتاب درسی)



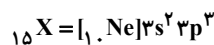
۶۵- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

آرایش الکترونی عنصر X به صورت زیر است:



بنابراین آرایش الکترونی فشرده آن به صورت زیر است:



(کیهان، زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵ کتاب درسی)

۶۶- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

موارد (أ) و (پ) درست‌اند.

نادرستی عبارت (ب): در لایه تروپوسف با افزایش ارتفاع به ازای هر کیلومتر، دما در

حدود $6^{\circ}C$ افت می‌کند. لایه تروپوسف در فاصله A تا B قرار دارد.

نادرستی عبارت (ت): با افزایش ارتفاع در هواکره فشار هوا به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۴۷ و ۴۸ کتاب درسی)

۶۷- گزینه «۳»

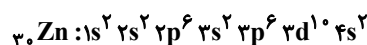
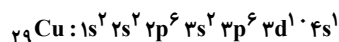
(کتاب آبی با تغییر)

باتوجه به متن کتاب درسی همه موارد به‌جز مورد (أ) درست هستند، زیرا اغلب فلزها مانند آهن در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۶ و ۵۸ تا ۶۰ کتاب درسی)

۶۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

ویژگی‌های ذکر شده در صورت سؤال، یعنی عنصری از دسته d که در دوره چهارم قرار گرفته و لایه سوم آن کاملاً از الکترون پر شده است. برای دو عنصر $29Cu$ و $30Zn$ برقرار است.

بررسی موارد:

الف) تعداد الکترون‌هایی که عدد کوانتومی فرعی آن‌ها (l) برابر صفر است. در

عنصر Zn (روی) برابر ۸ عدد است ولی در عنصر Cu (مس)، تعداد این

الکترون‌ها برابر ۷ عدد است.

(ب)

$$29Cu \text{ و } 30Zn \rightarrow \frac{\text{تعداد الکترون‌های لایه سوم}}{\text{تعداد الکترون‌های لایه دوم}} = \frac{18}{8} = 2.25$$

(پ)

$$30Zn \rightarrow \frac{\text{تعداد الکترون‌های ظرفیتی}}{\text{تعداد الکترون‌های موجود در آخرین لایه الکترونی}} = \frac{10+2}{2} = 6$$

$$29Cu \rightarrow \frac{\text{تعداد الکترون‌های ظرفیتی}}{\text{تعداد الکترون‌های موجود در آخرین لایه الکترونی}} = \frac{10+1}{1} \neq 6$$

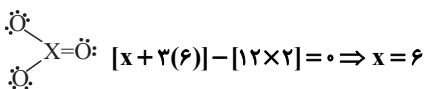
(ت) در هر سه عنصر Cu ، Zn ، Kr ، تعداد الکترون‌هایی که دارای $l=2$ (زیرلایه d) هستند، برابر ۱۰ است.

(کیهان، زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ کتاب درسی)

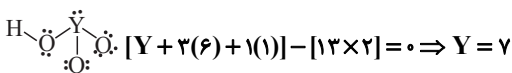
۶۹- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

بار الکتریکی ذره = مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی - مجموع الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها



بنابراین X از گروه ۱۶ می‌باشد.



بنابراین Y از گروه ۱۷ می‌باشد.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

۷۰- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

تنها عبارت «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) A عنصر گوگرد است که در هر دو سیاره مشتری و زمین یافت می‌شود.

(ب) B_{۲۱} و D_{۱۳} به ترتیب $31Ga$ و $13Al$ می‌باشند که هر دو در گروه ۱۳ جدول قرار دارند و کاتیونی با بار مشابه تشکیل می‌دهند.(پ) C_{۳۵} همان $35Br$ است که در گروه ۱۷ جدول قرار دارد و واکنش‌پذیری نسبتاً بالایی دارد. عناصر گروه ۱۸ جدول تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند.(ت) در میان عناصر داده شده تنها A_{۱۶} و C_{۳۵} واکنش با فلزات به آنیون تبدیل می‌شوند.

(کیهان، زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳ و ۱۰ تا ۱۳ و ۳۴ کتاب درسی)