



ریاضی (۱)

۱- گزینه «۴»

(علی آزار)

$$\tan x + \cot x = -2 \Rightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2$$

با توجه به اینکه مجموع دو عبارت معکوس هم برابر ۲- شده است تنها جواب آن

$$\tan x = \cot x = -1$$

می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\sqrt[5]{\tan x} - \cot^5 x = \sqrt[5]{-1} - (-1)^5 = -1 + 1 = 0$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۲- گزینه «۱»

(بهرام علاج)

می‌دانیم که $\sin x$ در ناحیه دوم عددی بین صفر و یک است و نیز می‌دانیم که از اعداد بین صفر و یک هر چقدر رادیکال با فرجه بیشتری گرفته شود، بزرگتر می‌شوند. یعنی می‌دانیم:

$$\begin{aligned} \sin x &< \sqrt{\sin x} < \sqrt[3]{\sin x} \\ \Rightarrow A &= \underbrace{|\sqrt[3]{\sin x} - \sin x|}_{+} - \underbrace{|\sin x - \sqrt{\sin x}|}_{-} - \underbrace{|\sqrt{\sin x} - \sin x|}_{+} \\ &= \sqrt[3]{\sin x} - \sin x + \sin x - \sqrt{\sin x} - \sqrt{\sin x} + \sin x = 0 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۳- گزینه «۳»

(محمدرابریهیم توزنده‌بانی)

ریشه سوم عدد حقیقی a با خودش برابر است، $\sqrt[3]{a} = a$. این تساوی زمانی رخ می‌دهد که a مساوی ۱- یا صفر یا ۱ باشد، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \text{اگر } a = -1 &\Rightarrow a^2 + a^3 + \sqrt[3]{a} = (-1)^2 + (-1)^3 + \sqrt[3]{-1} \\ &= 1 + (-1) + (-1) = -1 \end{aligned}$$

$$\text{اگر } a = 0 \Rightarrow a^2 + a^3 + \sqrt[3]{a} = 0$$

$$\text{اگر } a = 1 \Rightarrow a^2 + a^3 + \sqrt[3]{a} = 1 + 1 + 1 = 3$$

بنابراین گزینه «۳» یعنی عدد ۱ نمی‌تواند برابر عبارت $a^2 + a^3 + \sqrt[3]{a}$ باشد.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴- گزینه «۱»

(محمدرابریهیم توزنده‌بانی)

می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 16\sqrt{16}(k^4 - \sqrt{\frac{k^8 + 4k^4 + 4}{(k^4 + 2)^2}}) &= 16(4)(k^4 - \underbrace{\frac{k^4 + 2}{k^4 + 2}}_{\text{مثبت}}) \\ &= 64(k^4 - (k^4 + 2)) = 64(-2) = -128 \end{aligned}$$

در نتیجه ریشه هفتم عبارت داده شده برابر می‌شود با:

$$\sqrt[7]{-128} = -2$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۵- گزینه «۴»

(علی آزار)

با توجه به گزینه‌های داده شده، تنها گزینه «۴» می‌تواند صحیح باشد.

$$\begin{aligned} \sqrt{40} &\approx 6.32 & \sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49} & (1) \\ \sqrt[4]{500} &\approx 4.73 & \sqrt[4]{4^4} < \sqrt[4]{500} < \sqrt[4]{5^4} & (2) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \sqrt[4]{500} < 5 < \sqrt{40}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۶- گزینه «۳»

(محمدرابریهیم توزنده‌بانی)

داریم $|x| + x = 0$ ، پس $|x| = -x$ که با توجه به $x \neq 0$ (شرط مسئله) نتیجه می‌گیریم $x < 0$ است.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{x}{32}} \sqrt[6]{\frac{64}{729x^6}} &= \sqrt[3]{\frac{x}{32}} \sqrt[6]{\frac{2^6}{3^6x^6}} = \sqrt[3]{\frac{x}{32}} \times \frac{|2|}{|3| \times |x|} \\ &= \sqrt[3]{\frac{x}{32}} \times \frac{2}{-3x} = \sqrt[3]{-\frac{1}{48}} = \sqrt[3]{(-\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{6})} \\ &= -\frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = -\frac{1}{2\sqrt[3]{6}} \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)



$$\begin{aligned} & (a+20)(b+20)(c+20) \\ &= 400(a+b+c) + 20(ab+bc+ac) + abc + 8000 \\ &= 400(-3) + 20(-3) + 8 + 8000 = 6748 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

(مسعود پرملا)

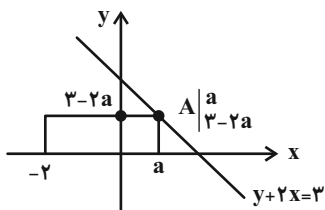
۹- گزینه «۲»

مطابق شکل، $A(a, 3-2a)$ یکی از رأس‌های مستطیل است.

$$S = (a+2)(3-2a) \text{ مساحت مستطیل}$$

$$\Rightarrow -2a^2 - a + 6 = 3 \Rightarrow 2a^2 + a - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ قق} \\ a = -\frac{3}{2} \text{ غقی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{محیط} = 2(3+1) = 8 \\ \text{مساحت} = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{64}{9}$$



(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

(علی آزار)

۱۰- گزینه «۴»

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 &= 0 \Rightarrow \Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4(3)(-1) \\ &= 12 + 12 = 24 \end{aligned}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{24}}{6} = \frac{2\sqrt{3} \pm 2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} &= \frac{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2}{3-6} \\ &= \frac{3+6+2\sqrt{18}}{-3} = \frac{9+2 \times 3\sqrt{2}}{-3} = -3-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

(علی آزار)

۷- گزینه «۳»

با گویا کردن هر کدام از کسرها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{25} + \sqrt{26}} \times \frac{\sqrt{25} - \sqrt{26}}{\sqrt{25} - \sqrt{26}} &= \frac{\sqrt{25} - \sqrt{26}}{25 - 26} = \sqrt{26} - \sqrt{25} \\ \frac{1}{\sqrt{26} + \sqrt{27}} \times \frac{\sqrt{26} - \sqrt{27}}{\sqrt{26} - \sqrt{27}} &= \frac{\sqrt{26} - \sqrt{27}}{26 - 27} = \sqrt{27} - \sqrt{26} \\ &\vdots \\ \frac{1}{\sqrt{224} + \sqrt{225}} \times \frac{\sqrt{224} - \sqrt{225}}{\sqrt{224} - \sqrt{225}} &= \frac{\sqrt{224} - \sqrt{225}}{224 - 225} \\ &= \sqrt{225} - \sqrt{224} \end{aligned}$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{26} - \sqrt{25}) + (\sqrt{27} - \sqrt{26}) + \dots + (\sqrt{225} - \sqrt{224}) \\ &= -\sqrt{25} + \sqrt{225} = -5 + 15 = 10 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

(مهمر عمیری)

۸- گزینه «۴»

طبق فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} a+b+c+ab+bc+ac+abc+1=3 & (1) \\ 4(a+b+c)+2(ab+bc+ac)+abc+8=-2 & (2) \\ 9(a+b+c)+3(ab+bc+ac)+abc+27=-1 & (3) \end{cases}$$

حال رابطه (۱) را از رابطه (۲) کم می‌کنیم:

$$3(a+b+c)+ab+bc+ac=-12$$

$$(3): 3(3(a+b+c)+ab+bc+ac)+abc=-28$$

$$\Rightarrow -36+abc=-28 \Rightarrow abc=8$$

$$(1): a+b+c+ab+bc+ac+8+1=3$$

$$\Rightarrow a+b+c+ab+bc+ac=-6$$

$$(2): 4(a+b+c)+2(ab+bc+ac)+8+8=-2$$

$$4(a+b+c)+2(ab+bc+ac)=-18$$

$x = a+b+c$ و $y = ab+bc+ac$ را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} x+y=-6 \\ 4x+2y=-18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow m^2 + 6m + 9 = 9m^2 + 6m + 1 \Rightarrow 8m^2 = 8$$

$$\Rightarrow m = \pm 1$$

پس دو مقدار برای m وجود دارد.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۱۳- گزینه «۳» (کتاب آبی)

می‌دانیم $4^5 = 1024 < 250 < 243 = 3^5$ ، پس $3 < \sqrt[5]{250} < 4$ ، لذا $-4 < -\sqrt[5]{250} < -3$ ، با توجه به این‌که $-4^5 = -1024$ و $-3^5 = -243$ ، پس $-\sqrt[5]{250}$ به -3 نزدیکتر است، یعنی عدد C .

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۱۴- گزینه «۲» (کتاب آبی)

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{320}} \times \sqrt[4]{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\frac{5/4 \times 5}{500 \times 320}} = \sqrt[4]{\frac{(2 \times 10^{-1} \times 27) \times 5}{(5 \times 10^2) \times (2^5 \times 10)}} = \sqrt[4]{\frac{27}{2^4 \times 10^4}} = \frac{1}{2 \times 10} \sqrt[4]{27} = 0.05 \sqrt[4]{27}$$

پس حاصل عبارت $0.05 \sqrt[4]{27}$ برابر $\sqrt[4]{27}$ است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۱۵- گزینه «۲» (کتاب آبی)

کافی است هر عدد را با 10 مقایسه کنیم.

$$1) \quad 4\sqrt{7010} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 16 \times 7010^2 = 100$$

$$\Rightarrow 112 \otimes 100 \quad \checkmark$$

$$2) \quad 5\sqrt{5010} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 25 \times 5010^2 = 100$$

$$\Rightarrow 125 \otimes 100 \quad \checkmark$$

$$3) \quad 6\sqrt[3]{4010} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 216 \times 4010^3 = 1000$$

$$\Rightarrow 864 \otimes 1000 \quad \times$$

پس دو تا از اعداد از 10 بزرگترند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

ریاضی (۱) - سوالات آشنا

۱۱- گزینه «۱»

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sin \theta + \cos \theta \cot \theta = \sin \theta + \cos \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره مثلثاتی است، پس سینوس آن منفی و

کسینوس آن مثبت است. با استفاده از رابطه‌های $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ و

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + (-3)^2 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{10}$$

$$\xrightarrow{\sin \theta < 0} \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{10}}} = -\sqrt{10}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۱۲- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

عبارت مستقل از x است، یعنی به ازای هر کمان قابل تعریف، مقدار عبارت، ثابت

است، لذا به ازای $x = 0^\circ$ و $x = 90^\circ$ مقادیر برابری می‌دهد:

$$\frac{m+3}{3m+1} = \frac{3m+1}{m+3} \Rightarrow (m+3)^2 = (3m+1)^2$$



۱۶- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

با توجه به گزینه‌ها، باید اعداد $\sqrt{3}$ و $\sqrt[3]{4}$ را با عدد $1/6$ مقایسه کنیم.

$$\sqrt{3} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3 \circ 2/56 \Rightarrow \sqrt{3} > 1/6$$

$$\sqrt[3]{4} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 4 \circ (1/6)^3$$

برای راحتی کار، عدد $1/6$ را به صورت $1/6 = 16 \times 10^{-1} = 2^4 \times 10^{-1}$

می‌نویسیم. بنابراین:

$$(1/6)^3 = (2^4 \times 10^{-1})^3 = 2^{12} \times 10^{-3} = 4096 \times 0.001 = 4.096$$

بنابراین:

$$4 \circ 4.096 \Rightarrow \sqrt[3]{4} < 1/6$$

در نتیجه: $B < 1/6 < A$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۱۷- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

عبارت‌ها را دسته‌بندی کرده و تجزیه می‌کنیم.

$$x^6 - 3x^3 + 8x - 24 = x^3(x-3) + 8(x-3)$$

$$= (x-3)(x^3 + 8) = (x-3)(x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

عامل $(x+2)$ در عبارت وجود دارد.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱۸- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

عبارت خواسته شده را به کمک اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم:

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

حال با توجه به مقادیر α و β حاصل را می‌یابیم:

$$\alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 = (\sqrt[3]{3\sqrt{2}-4})^4 + (\sqrt[3]{3\sqrt{2}+4})^4$$

$$+ \underbrace{(\sqrt[3]{3\sqrt{2}-4})^2(\sqrt[3]{3\sqrt{2}+4})^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} = 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4$$

$$+ (\sqrt[3]{18-16})^2 = 6\sqrt{2} + (\sqrt[3]{2})^2 = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱۹- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

معادله را با استفاده از فرمول کلی حل می‌کنیم:

$$3x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(3)(-1)}}{2 \times 3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} > 0 \\ x'' = \frac{-1 - \sqrt{13}}{6} < 0 \end{cases}$$

از آن جایی که $4 < \sqrt{13} < 3$ ، پس $1 < \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} < 0$ ، در نتیجه:

$$\Rightarrow x'' < x' < 1$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۲۰- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

معادله درجه دوم در صورتی ریشه حقیقی ندارد که دلتای آن منفی باشد، بنابراین:

$$2x(x+2) = -k \Rightarrow 2x^2 + 4x + k = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(2)(k) < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8k < 0 \Rightarrow 8k > 16 \Rightarrow k > 2$$

بنابراین کمترین مقدار صحیح k برابر با ۳ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)



هندسه (۱)

۲۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر پاره خط MN موازی ضلع BC باشد، آنگاه طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow x(x+2) = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow 0 = 1$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار حقیقی x ، پاره خط MN موازی ضلع BC نیست.

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۲۲- گزینه «۴»

(معمربراهیم توزنده‌جانی)

در دو مثلث OAB و OCD داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{AOB} = \hat{COD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{4} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow 3x+9=4x+4 \Rightarrow x=5$$

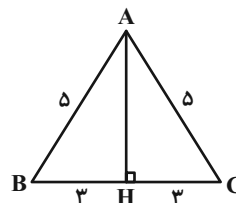
$$k = \frac{OC}{OB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{OCD}}{S_{OAB}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۳- گزینه «۲»

(سامان اسپهر)

کافی است طول کوتاه‌ترین ارتفاع را در مثلث ABC به دست آوریم و سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، مقدار مشابه را در مثلث $A'B'C'$ پیدا کنیم. می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع آن است. پس مطابق شکل داریم:



$$\triangle ABH : AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با توجه به اینکه محیط مثلث ABC ، برابر $16 = 5 + 5 + 6$ است، داریم:

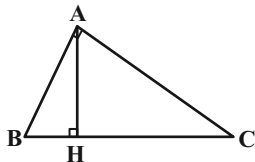
$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{\triangle ABC \text{ محیط}}{\triangle A'B'C' \text{ محیط}} \Rightarrow \frac{4}{A'H'} = \frac{16}{56} \Rightarrow A'H' = 14$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۴- گزینه «۳»

(معمربراهیم)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow (2BH)^2 = BH \times CH$$

$$\Rightarrow 4BH^2 = BH \times CH \Rightarrow CH = 4BH \Rightarrow BC = 5BH$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = \frac{1}{5} BC \times BC \Rightarrow BC^2 = 5AB^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{5}AB$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۲۵- گزینه «۴»

(معمربراهیم)

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم با یکدیگر متشابه‌اند، پس هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه نیز متشابه‌اند. از طرفی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، مجذور نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{S_1}{S_3} + \frac{S_2}{S_3} = 1$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = S_3$$

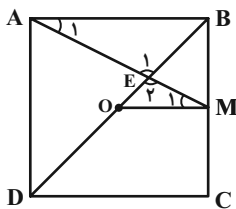
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۶- گزینه «۳»

(معمربراهیم توزنده‌جانی)

در مثلث BDC داریم:

$$\frac{BO}{BD} = \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} \begin{cases} OM \parallel AB \\ OM = \frac{1}{2} DC \end{cases}$$

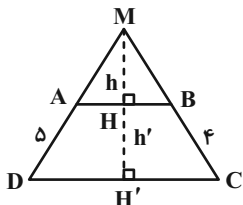




(افشین فاضله‌فان)

۲۹- گزینه «۴»

دو مثلث **MAB** و **MCD** متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:



$$\frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{6}{9} \quad \text{تفضیل نسبت در مخرج}$$

$$\frac{h}{h'} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}h \times AB}{\frac{1}{2}h'(AB+CD)} = \frac{h}{h'} \times \frac{AB}{AB+CD} = 2 \times \frac{6}{6+9}$$

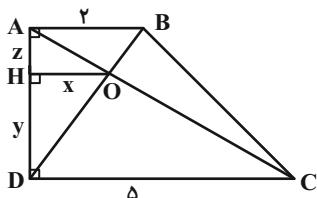
$$= \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵ کتاب درسی)

(علی ایمانی)

۳۰- گزینه «۳»

مطابق شکل اگر فاصله نقطه تلاقی قطرها از ساق قائم را با **x** و اندازه قطعات ایجاد شده روی این ساق را با **y** و **z** نمایش دهیم، داریم:



$$\triangle DAB : HO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{y+z} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : HO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HO}{DC} = \frac{AH}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{z}{y+z} \quad (2)$$

از روابط ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{y}{y+z} + \frac{z}{y+z} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{10} = 1 \Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

طبق قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{A}_1 = \hat{M}_1$ است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \triangle AEB \sim \triangle MEO \Rightarrow \frac{OE}{EB} = \frac{OM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{OE}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OE}{BD} = \frac{1}{6}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۲۷- گزینه «۲»

(مهردار ملوندی)

می‌دانیم در دو مثلث متشابه، اضلاع متناسب‌اند. با توجه به اینکه $\frac{4}{6} \neq \frac{6}{12}$ ، پس یکی از حالت‌های زیر ممکن است برقرار باشد:

$$\text{(الف)} \quad \frac{4}{12} = \frac{6}{36} = \frac{2a}{6} \quad \text{امکان‌پذیر نیست}$$

$$\text{(ب)} \quad \frac{4}{6} = \frac{6}{36} = \frac{2a}{12} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$\text{(پ)} \quad \frac{4}{36} = \frac{6}{6} = \frac{2a}{12} \quad \text{امکان‌پذیر نیست}$$

$$\text{(ت)} \quad \frac{4}{36} = \frac{6}{12} = \frac{2a}{6} \quad \text{امکان‌پذیر نیست}$$

با توجه به مقدار به‌دست آمده برای **a**، مثلث به اضلاع (۴، ۶، ۸) با مثلث به اضلاع (۶، ۹، ۱۲) متشابه است و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

$$\left(\frac{4}{6}\right)^2 = \left(\frac{6}{9}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

تذکر: در حالت‌های (الف)، (پ) و (ت) در صورت طرفین وسطین کردن کسرهای شامل **a**، به ترتیب به تساوی‌های $24 = 72$ و $48 = 72$ ، $36 = 72$ می‌رسیم.

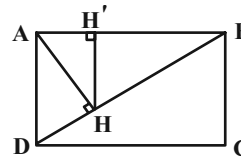
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ و ۴۵ کتاب درسی)

۲۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

در مثلث قائم‌الزاویه **ABD** داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow BD = 4$$



طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12 = BH \times 4 \Rightarrow BH = 3$$

حال اگر از **H** عمود **HH'** را بر ضلع **AB** رسم کنیم، آن‌گاه طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث **ABD** داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow HH' = 3$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۲ کتاب درسی)



فیزیک (۱)

۳۵- گزینه «۴»

(معمد رضا شریفی)

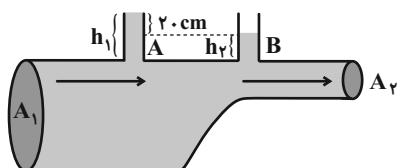
$$\text{معادله پیوستگی} \rightarrow v_1 < v_2 \quad A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{گزینه های «۱» و «۲»}$$

$$\text{اصل برنولی} \rightarrow P_1 > P_2$$

$$\text{گزینه «۳» : } \begin{cases} P_1 = P_A = \rho g h_1 + P \\ P_2 = P_B = \rho g h_2 + P \end{cases} \Rightarrow P_A - P_B = \rho g (h_1 - h_2)$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 1000 \times 10 \times \frac{20}{100} = 2000 \text{ Pa}$$

طبق معادله پیوستگی، آهنگ جریان آب در A_1 و A_2 با هم برابرند. لذا گزینه «۴» نادرست است.



(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۰ تا ۴۵ کتاب درسی)

۳۶- گزینه «۴»

(علی گل معمری رامشه)

با باز شدن شیر آب و با نزدیک تر شدن باریکه آب به سطح زمین، تندی آب بیش تر می شود و طبق اصل برنولی، فشار آن کاهش می یابد و طبق معادله پیوستگی، با افزایش تندی، باریکه آب نازک تر می شود.

(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۳ تا ۴۶ کتاب درسی)

۳۷- گزینه «۲»

(ملیحه میر صالحی)

گزینه «۱»: نادرست است. در SI یکای کار ژول و یکای نیرو، نیوتون است.

گزینه «۳»: نادرست است. کار کمیتی نرده ای است.

گزینه «۴»: نادرست است. در هنگام سقوط چتر باز علاوه بر نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا نیز بر چتر باز وارد می شود، بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، با ثابت ماندن تندی چتر باز، کار نیروی وزن هم اندازه کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد.

(کار، انرژی و توان، صفحه های ۵۵ تا ۶۴ کتاب درسی)

۳۸- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم که انرژی جنبشی یک جسم از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ به دست می آید، داریم:

$$\begin{cases} m_2 = m_1 - \frac{75}{100} m_1 = \frac{1}{4} m_1 \\ v_2 = (v_1 + 4) \frac{m}{s} \\ K_2 = 9 K_1 \end{cases}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 36$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \frac{v_2}{v_1} = 6 \Rightarrow \frac{v_1 + 4}{v_1} = 6 \Rightarrow v_1 + 4 = 6 v_1$$

$$\Rightarrow 5 v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 0.8 \frac{m}{s}$$

(کار، انرژی و توان، صفحه های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۳۱- گزینه «۲»

(معمد پور سورجی)

چگالی جسم از چگالی آب کم تر است، بنابراین وقتی جسم را که به طور کامل داخل آب فرو برده ایم، رها کنیم، به سمت بالا شروع به حرکت می کند، نه این که غوطه ور باشد. (مورد «پ» نادرست) از طرفی نیروی شناوری وارد بر جسم در این شرایط از وزن جسم بزرگ تر است (مورد «ب» نادرست) و این جسم آنقدر رو به بالا حرکت می کند تا اینکه به سطح آب برسد و بر روی سطح آب شناور بماند. در این حالت نیروی شناوری با وزن جسم برابر شده و اندازه آن از حالتی که تمام جسم داخل آب فرو برده شده است، کمتر است. (مورد «الف» صحیح)

بنابراین تنها عبارت «الف» صحیح است.

(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۳»

(علیرضا امامیان)

حجم مایع جابه جا شده برابر است با حجم قسمتی از جسم که درون مایع قرار می گیرد. چون چگالی جسم با چگالی روغن برابر است، بنابراین جسم به طور کامل درون روغن قرار می گیرد (غوطه ور می شود) ولی روی سطح آب شناور می شود که با هم برابرند. هر ترازو هم مجموع وزن ظرف، مایع و جسم را نشان می دهد و بدین ترتیب، حجم روغن جابه جا شده بزرگ تر از حجم آب جابه جا شده خواهد بود و با توجه به یکسان بودن سطح مقطع، جابه جایی سطح آزاد روغن بزرگ تر از جابه جایی سطح آزاد آب خواهد شد.

(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

۳۳- گزینه «۲»

(علیرضا امامیان)

$$\text{طبق معادله پیوستگی، داریم:} \quad \frac{30 \text{ L}}{20 \text{ s}} = \frac{1}{5} \frac{L}{s} = 1500 \frac{\text{cm}^3}{s} = A_2 v_2$$

طبق معادله پیوستگی، داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3$$

$$\Rightarrow 400 \times 4 = 200 \times v_2 + 1500 \Rightarrow v_2 = 0.5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۳ تا ۴۵ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۲»

(معمد پور سورجی)

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\xrightarrow{v_2 = 2 v_1} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{v_1}{2 v_1} \Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\sqrt{2} \approx 1.4} \rightarrow$$

$$D_2 \approx 0.7 D_1$$

$$\text{درصد تغییر قطر لوله} = \frac{D_2 - D_1}{D_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر قطر لوله} = \frac{0.7 D_1 - D_1}{D_1} \times 100 = -30$$

بنابراین قطر لوله خروجی باید تقریباً ۳۰ درصد کاهش یابد.

(ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۴۳ تا ۴۵ کتاب درسی)



۳۹- گزینه «۲»

(مبنی نکلون)

با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، می توان نوشت:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{K_2 - K_1 = 500 \text{ J}}{(v_1 = v, v_2 = v + 10) \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow 500 = \frac{1}{2}(2)((v + 10)^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow 500 = 20v + 100 \Rightarrow 400 = 20v \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در نهایت انرژی جنبشی جسم را در تندی $v + 30$ متر بر ثانیه به صورت زیر محاسبه می کنیم.

$$K = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(20 + 30)^2 = 2500 \text{ J}$$

(کلر، انرژی و توان، صفحه های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۴۰- گزینه «۲»

(معمد پوار سورپی)

با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_{mg} + W_F + W_{f_k} = \Delta K$$

$$\frac{W_{F_N} = W_{mg} = 0}{\rightarrow Fd \cos \theta + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}$$

$$\Rightarrow 20 \times 4 \times \frac{1}{2} + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (16 - 0)$$

$$\Rightarrow 40 + W_{f_k} = 16 \Rightarrow W_{f_k} = -24 \text{ J}$$

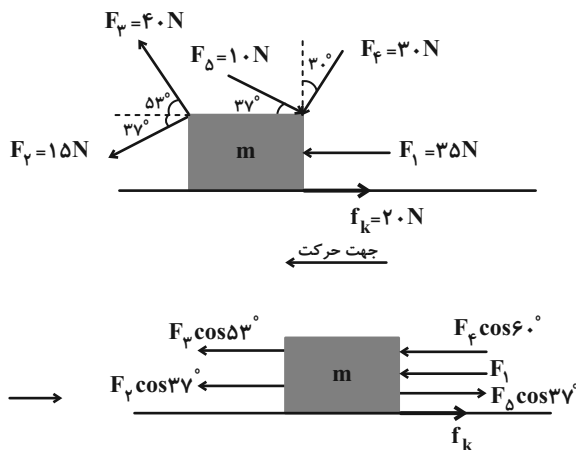
$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow -24 = -f_k \times 4 \Rightarrow f_k = 6 \text{ N}$$

(کلر، انرژی و توان، صفحه های ۵۵ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴۱- گزینه «۱»

(مبنی نکلون)

ابتدا مولفه های نیروهایی که در امتداد جابه جایی بر جسم وارد می شوند را می یابیم تا اندازه نیروی خالص به دست آید.



$$F_t = F_1 + F_p \cos 37^\circ + F_f \cos 53^\circ + F_f \cos 6^\circ - F_d \cos 37^\circ - f_k$$

$$\Rightarrow F_t = 35 + (15)(0/8) + (40)(0/6) + (30)(0/5)$$

$$- (10)(0/8) - 20 = 58 \text{ (N)}$$

بنابراین با توجه به رابطه کار نیروی ثابت F یعنی $(W = Fd \cos \theta)$ داریم:

$$\frac{W_{f_k}}{W_t} = \frac{f_k d \cos 18^\circ}{F_t d} = \frac{-f_k}{F_t} = \frac{-20}{58} = -\frac{10}{29}$$

(کلر، انرژی و توان، صفحه های ۵۵ تا ۶۰ کتاب درسی)

۴۲- گزینه «۲»

(مهری زمان زاده)

در هنگام ترمزگیری، نیروی خالص وارد بر خودرو، همان نیروی اصطکاک ترمز است:

$$|F_{net}| = m|a| = 1500 \times 2 = 3000 \text{ N} \Rightarrow f_k = 3000 \text{ N}$$

در نتیجه کار نیروی اصطکاک، برابر است با:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 18^\circ = 3000 \times 40 \times (-1) = -12 \times 10^4 \text{ J} = -120 \text{ kJ}$$

(کلر، انرژی و توان، صفحه های ۵۵ تا ۵۹ کتاب درسی)

۴۳- گزینه «۲»

(مهری زمان زاده)

چون گلوله به صورت افقی پرتاب شده است، کار نیروی وزن صفر است:

$$W_{mg} = 0$$

پس تنها نیرویی که روی گلوله کار انجام می دهد، نیرویی است که درخت بر گلوله

وارد می کند که از جنس اصطکاک است:

$$W_{\text{درخت}} = \bar{f}_k d \cos 18^\circ$$

حال قضیه کار-انرژی جنبشی را می نویسیم:

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t = W_{\text{درخت}}}$$

$$\Rightarrow \bar{f}_k d \cos 18^\circ = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 160 \times d \times (-1) = \frac{1}{2} \times 0/04 \times (30^2 - 50^2)$$

$$\Rightarrow d = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

(کلر، انرژی و توان، صفحه های ۶۱ تا ۶۴ کتاب درسی)



۴۴ - گزینه «۲»

(معمدپوار سورپی)

با توجه به اینکه مقاومت هوا و اصطکاک نداریم، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

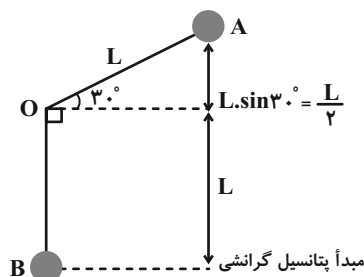
$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\xrightarrow{K_A=0, U_B=0} U_A = K_B$$

$$\xrightarrow{U_A=mgh_A} mg \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

$$\Rightarrow h_A = \frac{v_B^2}{2g} \quad \xrightarrow{v_B = \frac{6}{s}, h_A = 1/\delta L} 1/\delta L = \frac{6^2}{2(10)}$$

$$\Rightarrow L = 1/2 m$$

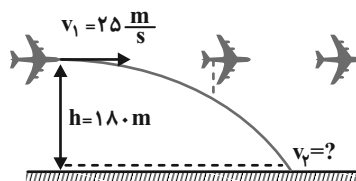


(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ کتاب درسی)

۴۵ - گزینه «۲»

(مهری زمان‌زاده)

دقت کنید که هر چند بسته رها شده است، ولی نباید فکر کنیم که سرعت اولیه آن صفر است. بلکه بسته در لحظه رها شدن، دارای همان سرعت هواپیما است. همچنین چون گفته شده که تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است، یعنی از مقاومت هوا می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، لذا با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow (K_1 + U_1) = (K_2 + U_2)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} m v_1^2 + mgh\right) = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 + 0\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 25^2 + 10 \times 180 = \frac{1}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow 625 + 3600 = v_2^2$$

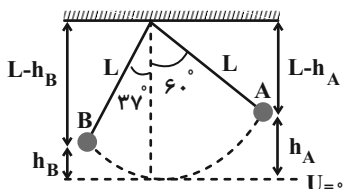
$$\Rightarrow v_2 = 65 \frac{m}{s}$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ کتاب درسی)

۴۶ - گزینه «۳»

(مفتی نکونیان)

مطابق با شکل زیر داریم:



$$\cos 60^\circ = \frac{L - h_A}{L} \Rightarrow h_A = L(1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow h_A = 3 \times (1 - 0.5) = 1.5 m$$

$$\cos 37^\circ = \frac{L - h_B}{L} \Rightarrow h_B = L(1 - \cos 37^\circ)$$

$$\Rightarrow h_B = 3 \times (1 - 0.8) = 0.6 m$$

$$\Delta h = h_B - h_A = 0.6 - 1.5 = -0.9 m$$

در یک جابه‌جایی معین، کار نیروی وزن، برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی در آن جابه‌جایی است، پس:

$$W_{mg} = -\Delta U = -(U_B - U_A) = -(mgh_B - mgh_A)$$

$$= -mg\Delta h \quad \xrightarrow{m=0.8kg, g=10 \frac{N}{kg}, \Delta h=-0.9m}$$

$$W_{mg} = -(0.8)(10)(-0.9) = +7.2 J$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴۷ - گزینه «۴»

(مفتی نکونیان)

با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \xrightarrow{E=K+U} K_A + K_A = K_B + U_B$$

$$\xrightarrow{K_B=0.6K_A, U_B=U_A+20(J)} K_A + U_A = 0.6K_A + U_A + 20$$

$$\Rightarrow 0.4K_A = 20 \Rightarrow K_A = 50 J$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\xrightarrow{K_C=1.6K_A, U_C=0.8U_A} K_A + U_A = 1.6K_A + 0.8U_A$$

$$\Rightarrow U_A = 3K_A = 150 J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در نقطه C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_C = E_A = K_A + U_A = 50 + 150 = 200 J$$

(کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ کتاب درسی)



۴۸- گزینه «۳»

(ملیحه میرصالحی)

با صرف نظر کردن از نیروهای اتلاقی، انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر ثابت است و کمترین انرژی جنبشی جسم زمانی حاصل می شود که جسم بیشترین انرژی پتانسیل گرانشی را داشته باشد. بنابراین انرژی جنبشی جسم را در نقطه **B** (نقطه اوج) به دست می آوریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + K_B \quad \begin{matrix} m=\Delta \cdot g, v_A=20 \frac{m}{s} \\ h_A=1m, h_B=\Delta m \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 0.05 \times 10 \times 1 + \frac{1}{2} \times 0.05 \times 400 = 0.05 \times 10 \times \Delta + K_B$$

$$\Rightarrow 0.5 + 10 = 0.5\Delta + K_B \Rightarrow K_B = 8J$$

(کار، انرژی و توان، صفحه های ۶۸ تا ۷۰ کتاب درسی)

۵۰- گزینه «۳»

(مهمربور سورچی)

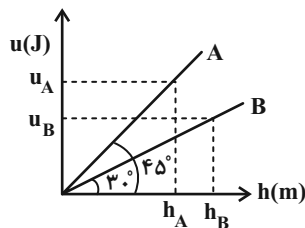
برای به دست آوردن پاسخ سوال از نسبت مثلثاتی تانژانت استفاده می کنیم.

$$\tan 45^\circ = \frac{U_A}{h_A} = \frac{m_A g h_A}{h_A} = m_A g \quad (I)$$

$$\tan 30^\circ = \frac{U_B}{h_B} = \frac{m_B g h_B}{h_B} = m_B g \quad (II)$$

$$\frac{(I)}{(II)} \rightarrow \frac{m_A g}{m_B g} = \frac{\tan 45^\circ}{\tan 30^\circ} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\tan 45^\circ}{\tan 30^\circ}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

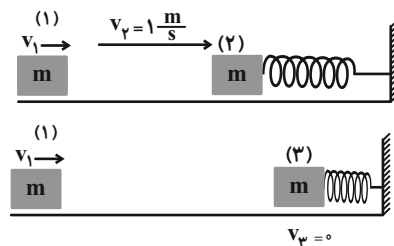


(کار، انرژی و توان، صفحه های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴۹- گزینه «۴»

(ملیحه میرصالحی)

با توجه به اینکه سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی پایسته است. بنابراین با در نظر گرفتن حرکت جسم، می توانیم انرژی پتانسیل کشسانی فنر را در دو نقطه (۲) و (۳) به دست آوریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + U_2$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)$$

$$E_1 = E_3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = U_3$$



شیمی (۱)

۵۱- گزینه «۴»

(علی رثوف طوسی)

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) نیتروژن فراوان‌ترین گاز هواکره است.

ب) مقدار گاز اکسیژن، در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد و فشار این گاز با افزایش ارتفاع به صورت غیرخطی کاهش می‌یابد.

پ) در سوختن ناقص، برخلاف سوختن کامل، مقدار اکسیژن کم است و گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد.

ت) اکسیژن، گازی واکنش‌پذیر است و با اغلب عناصرها و مواد واکنش می‌دهد.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۴۹، ۵۲، ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی)

۵۲- گزینه «۱»

(امین نوروزی)

با توجه به باهم بیندیشیم کتاب و جدول ذکر شده و مشاهده نقطه جوش عناصرهای سازنده هوای مایع می‌توان ترتیب را مشخص نمود.

هرچه دمای جوش پایین‌تر باشد، (یعنی منفی‌تر باشد) زودتر از ستون تقطیر جدا می‌شود. در فرایند تقطیر جز به جزء هوای مایع، ابتدا گاز نیتروژن (دمای جوش

 -196°C) از مخلوط جدا می‌شود، سپس گاز آرگون (دمای جوش -186°C)و در نهایت گاز اکسیژن (دمای جوش -183°C) جدا می‌شود.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه ۵۰ کتاب درسی)

۵۳- گزینه «۲»

(امد رضا پشانی‌پور)

زیرلایه‌ای با مشخصات $n=3$ و $l=1$ ، همان زیرلایه $3p$ است و عدد اتمی عنصری که زیرلایه $3p$ آن نیمه‌پر است برابر با ۱۵ است:همچنین عدد اتمی عنصری که در زیرلایه $3d$ خود ۷ الکترون دارد برابر ۲۷ است.بدین صورت تفاوت عدد اتمی این دو عنصر برابر $12 (= 27 - 15)$ است.

(کیهان، زارگانه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ کتاب درسی)

۵۴- گزینه «۲»

(بهزاد تقی‌زاده)

محلول آب آهک جزء مواد بازی می‌باشد و در گستره $pH > 7$ قرار می‌گیرد همچنین محلول اغلب اکسیدهای فلزی نیز جزء مواد بازی به‌شمار می‌رود و اغلب اکسیدهای نافلزی جزء مواد اسیدی هستند.اکسید فلزی «بازی» $Na_2O \Rightarrow$ اکسید نافلزی «اسیدی» $NO_2, SO_2, CO_2 \Rightarrow$

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹ کتاب درسی)

۵۵- گزینه «۳»

(مسعود طبرسا)

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

نام صحیح ترکیب‌ها:

(ب) K_3N : پتاسیم نیتريد(پ) PCl_3 : فسفر تری کلريد

از بیان مونو در ابتدای نام ترکیبات مولکولی خودداری می‌کنیم.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵ کتاب درسی)

۵۶- گزینه «۴»

(عبدالرشید یلمه)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: لایه ظرفیت Ca به $3s^2$ و لایه آخر Cu به $4s^1$ ختم می‌شود.گزینه «۲»: عنصر Z ، وانادیم ($23V$) است که جزء عناصر دسته d است.گزینه «۳»: آخرین زیرلایه‌ای که الکترون می‌پذیرد نوع دسته عنصر را مشخص می‌کند. ابتدا زیرلایه $6s$ سپس $4f$ و در نهایت $5d$ پر می‌شود. پس عنصر مورد نظر جزء عناصر دسته d می‌باشد.گزینه «۴»: آرایش الکترونی Ca ، همه عناصر واسطه به‌جز مس و کروم و Ge به زیرلایه دو الکترونی ختم می‌شود.

(کیهان، زارگانه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ کتاب درسی)



۵۷- گزینه «۳»

(مفهم فلاح نژاد)

عبارت‌های دوم و پنجم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم) نسبت شمار کاتیون به آنیون در کلسیم کلرید $\frac{1}{2}$ و همین نسبت در

کلسیم اکسید ۱ است.

عبارت پنجم) اتم‌های اکسیژن و کلر نافلز هستند و با گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند اما اتم کلسیم فلز است و با گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب دوره پیش از خود می‌رسند.

(کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۳۸ و ۳۹ کتاب درسی)

۵۸- گزینه «۴»

(سیرطاها مصطفوی)

$$\begin{aligned} \text{نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در اکسید آهن} &= \frac{\text{نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ZnCl}_2}{\text{نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در اکسید آهن}} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \text{نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در اکسید آهن} &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{آهن (III) اکسید: Fe}_2\text{O}_3 \text{ : اکسید آهن}$$

آنیون $5 = 2(\text{Cl}^-) + 3(\text{O}^{2-}) = \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{ZnCl}_2$

فرمول شیمیایی ترکیب‌ها:

- گزینه «۱»: $1 + 3 = 4$ = شمار یون‌ها CrBr_3 : کروم (III) برمید
 گزینه «۲»: $1 + 1 = 2$ = شمار یون‌ها MgO : منیزیم اکسید
 گزینه «۳»: $1 + 1 = 2$ = شمار یون‌ها CuCl : مس (I) کلرید
 گزینه «۴»: $3 + 2 = 5$ = شمار یون‌ها Fe_2P_3 : آهن (II) فسفید
 (رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۳ و ۵۴ کتاب درسی)

۵۹- گزینه «۱»

(مسعود طبرسا)

تنها عبارت «ب» نادرست است.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت الف) گوگرد تری‌اکسید و کربن دی‌اکسید، اکسید نافلزی هستند که $\text{pH} < 7$ دارند در حالی که Na_2O اکسید فلزی است و $\text{pH} > 7$ دارد.
 ب) مرجان‌ها با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب از بین می‌روند؛ زیرا میزان CO_2 با طول عمر مرجان‌ها رابطه عکس دارد.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ کتاب درسی)

۶۰- گزینه «۱»

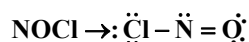
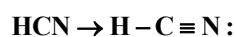
(هاری هابی نژادریان)

همه عبارت‌های بیان شده درست هستند.

(کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ و ۳۳ کتاب درسی)

۶۱- گزینه «۳»

(مسعود طبرسا)

ساختار NOCl و HCN اشتباه رسم شده است. شکل درست ساختارها:

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

۶۲- گزینه «۲»

(مهری مبهوتی)

فقط عبارت (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) عنصر خانه ۳۲ جدول، ${}_{32}\text{Ge}$ است. با توجه به آرایش الکترونی آنب) آخرین الکترون وارد زیرلایه $4p$ شده است که مجموع n و l برای آن

$$4 + 1 = 5 \text{ است.}$$

پ) نسبت تعداد الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده آن $(4s^2, 4p^2)$ به تعداد

$$\text{الکترون‌های با عدد کوانتومی فرعی } l \geq 2 \text{ (زیرلایه d) برابر } \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ است.}$$

ت) تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت ژرمانیم برابر ۴ است، گاز نجیب نئون

[Ne] در ساخت تابلوهای تبلیغاتی به کار می‌رود که دارای ۲ لایه اشغال شده

است. در طیف نوری خطی هیدروژن، طول موج 656nm مربوط به رنگ سرخبوده که هم‌رنگ، با شعله فلز لیتیم است (${}^2\text{Li}$) که در آخرین زیرلایه خود یک

$$\text{الکترون دارد. } 4 - 2 \neq 1$$

(کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳، ۲۷ و ۳۰ تا ۳۴ کتاب درسی)



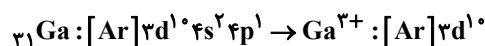
۶۳- گزینه «۱»

(سوراب صادقی زاده)

فقط مورد دوم نادرست است.

بررسی برخی عبارت‌ها:

مورد دوم: اولین عنصر دسته p تناوب چهارم، ${}_{31}\text{Ga}$ است که برخلاف آلومینیم که با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش الکترونی پایدار نئون می‌رسد، با از دست دادن ۳ الکترون، به آرایش هیچ گاز نجیبی نمی‌رسد:



مورد سوم: عنصر مورد نظر ${}_{24}\text{Cr}$ است که لایه ظرفیت آن $3d^5 4s^1$ است و

دومین عنصر فراوان سیاره زمین اکسیژن است که لایه ظرفیت آن $2s^2 2p^4$ می‌باشد که هر دو دارای ۶ الکترون ظرفیتی می‌باشند.

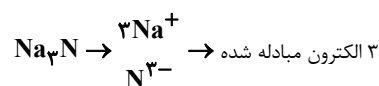
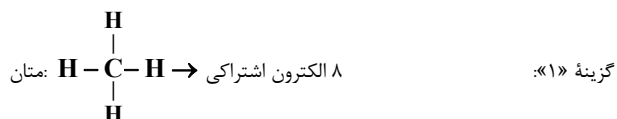
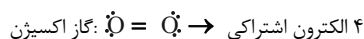
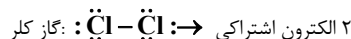
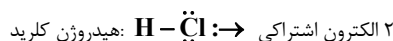
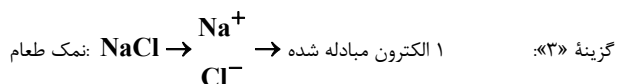
مورد چهارم: در ۳۶ عنصر نخست جدول تناوبی، ۸ عنصر در دسته s و ۱۸ عنصر در دسته p قرار دارند که نسبت آن‌ها برابر $\frac{4}{9}$ است.

(کیهان، زادگاه القباوی هستی، صفحه‌های ۳ و ۳۰ تا ۳۶ کتاب درسی)

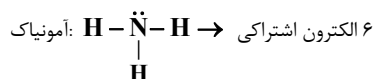
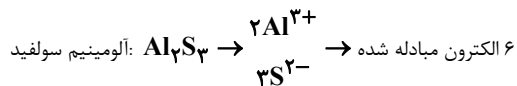
۶۴- گزینه «۴»

(عرفان معموری)

بررسی گزینه‌ها:

الکترون $11 = 8 + 3 \Rightarrow$ مجموع الکترون‌هاالکترون $10 = 4 + 4 + 2 \Rightarrow$ مجموع الکترون‌هاالکترون $3 = 2 + 1 \Rightarrow$ مجموع الکترون‌ها

گزینه «۴»:

الکترون $12 = 6 + 6 \Rightarrow$ مجموع الکترون‌ها

(کیهان، زادگاه القباوی هستی، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۶۵- گزینه «۴»

(سروش عبادی)

بررسی همه عبارت‌ها:

(آ) درست- در هواکره اکسیژن به طور عمده به شکل مولکول‌های دو اتمی وجود دارد. دقت کنید علاوه بر فرم دو اتمی، به شکل مولکول‌های سه اتمی (O_3).

کاتیونی (O^+ , O_2^+) و اتم (O) در هواکره وجود دارد.

(ب) نادرست- در بین این ۴ گاز، گاز O_2 دارای بیشترین نقطه جوش است ولی

دقت کنید که در هوای مایع، گاز He را نداریم. چون نقطه جوش آن کمتر از

 -200°C است و در هوای مایع، وجود ندارد.

(پ) درست- دقت کنید با افزایش ارتفاع در لایه تروپوسفر، فشار گاز O_2 کم می‌شود ولی درصد حجمی آن در لایه تروپوسفر تقریباً ثابت است.

(ت) درست- عنصر Al در میان ۸ عنصر فراوان سیاره زمین، کمترین فراوانی را دارد. ترکیب عنصر اکسیژن و Al ، به صورت Al_2O_3 است که نوعی ترکیب یونی دوتایی است؛ زیرا تنها از دو عنصر ساخته شده است.

(ث) درست- اکسیدهای CO و CO_2 اکسیدهای کربن حاصل از سوخت‌های

فسیلی هستند. نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن‌ها:



$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \frac{8}{8} = 1$$

این نسبت در CO_2 بیشتر است اما میل ترکیبی CO با هموگلوبین بیشتر

است.

(ترکیبی، صفحه‌های ۳، ۳۸، ۳۹ و ۴۷ تا ۵۴ کتاب درسی)



۶۶- گزینه ۱»

(علیرضا قنبرآبادی)

نور حاصل از این واکنش می‌تواند بیانگر نوع فراورده‌های آن باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲» در صورت کمبود اکسیژن تعداد فراورده‌های آن افزایش می‌یابد.

گزینه ۳» رنگ شعله در صورت کمبود اکسیژن (سوختن ناقص) همانند رنگ شعله سوختن سدیم است.

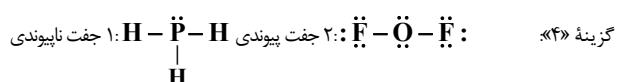
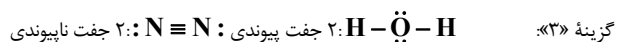
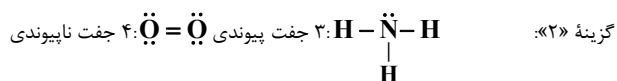
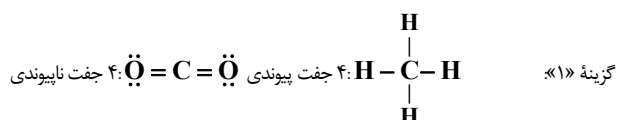
گزینه ۴» زغال سنگ در حضور اکسیژن می‌سوزد و افزون بر تولید گازهای SO_2 ، CO_2 و بخار آب، مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کند.

(ترکیبی، صفحه‌های ۲۲ و ۵۶ تا ۵۸ کتاب درسی)

۶۷- گزینه ۴»

(امیررضا پشانی‌پور)

در هر گزینه، شمار الکترون‌های پیوندی مولکول سمت راست و الکترون‌های ناپیوندی مولکول سمت چپ را به دست می‌آوریم:



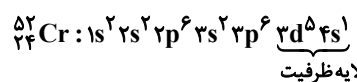
بنابراین تنها در گزینه «۴» الکترون‌های پیوندی مولکول سمت راست (۴ الکترون) از الکترون‌های ناپیوندی (۲ الکترون) مولکول سمت چپ بیشتر است.

(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

۶۸- گزینه ۲»

(ارامین علیداری)

فقط مورد دوم صحیح است.



لایه ظرفیت

تعداد الکترون‌های موجود در لایه ظرفیت: ۶ الکترون

شماره گروه: ۶

شماره دوره: ۴

(کیهان، زاگله القباوی هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ کتاب درسی)

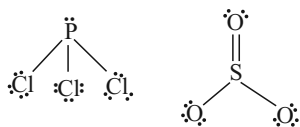
۶۹- گزینه ۲»

(معدی مبهوتی)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

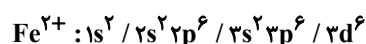
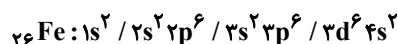
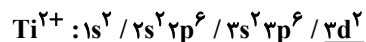
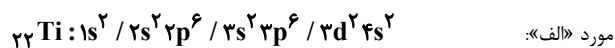
الف) مدل فضاپرکن SO_3 با PCl_3 به دلیل وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم P متفاوت است. به ساختار لوویس این دو ترکیب توجه کنید:



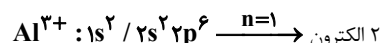
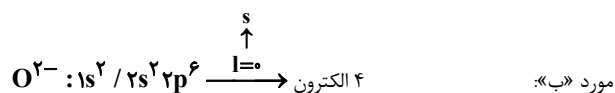
(رد پای گازها در زندگی، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

۷۰- گزینه ۴»

(پوراکتابی)

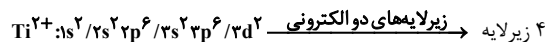
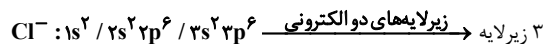


$$\Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

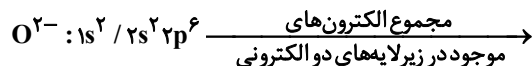


$$\Rightarrow \frac{4}{2} = 2$$

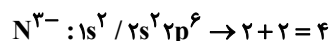
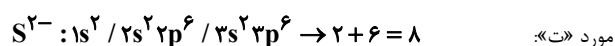
مورد «پ»:



$$\Rightarrow 3 + 4 = 7$$



$$2 + 2 = 4 \Rightarrow \frac{7}{4} = 1.75$$



$$\Rightarrow \frac{8}{4} = 2$$

(ترکیبی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴، ۳۸ تا ۴۰ و ۵۶ کتاب درسی)