

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

یک منبع مناسب برای آزمون ۲۸ دی: کارنامه‌ی اشتباهات

به صفحه‌ی شخصی خود در سایت کانون بروید و از جعبه‌ابزار کارنامه، کارنامه‌ی اشتباهات خودتان را ببینید. شما می‌توانید اشتباهات خود را به دو طریق دریافت کنید؛ یکی آزمون محور و دیگری درس محور! اشتباهات شما بهترین معلم شما هستند و می‌توانید در این بازه‌ی یک هفته‌ای اشتباهات خود را در آزمون‌هایی که تاکنون داده‌اید و تعدادشان محدود است، دوباره تمرین کنید.



آزمون «۲۱ دی ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	هندسه ۳
۳۱-۴۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-دانیال آرکیش-علی آزاد-مهدی حاجی زاده-داود حسین پور-افشین خاصه خان-سینا خیرخواه-احمدرضا ذاکر زاده محمدرضا راسخ-مسعود شفیعی-حامد قاسمیان-محمدرضا کشاورزی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی زاده-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی فرشاد صدیقی فر-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب
ویراستاری رتبه های برتر	سیدماهد عیدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد-معصومه صنعت کار		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه

زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (x-2)^3 - a$ ، از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور

نمی‌کند. اگر a کمترین مقدار ممکن باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱) -992 ۲) -1008

۳) -1000 ۴) -998

۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. بار دیگر نمودار تابع f را ابتدا

۵ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط روی نمودار را نصف می‌کنیم و در نهایت نمودار به دست آمده را یک

واحد به بالا می‌بریم تا به نمودار تابع h برسیم. فاصله نقطه برخورد نمودار توابع g و h از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{13}$ ۳) $2\sqrt{7}$ ۴) $3\sqrt{2}$

۳- تابع $f = \{(1, -3), (2, -2), (3, 2x), (4, x+2)\}$ ، اکیداً یکنواست. x چند مقدار صحیح دارد؟

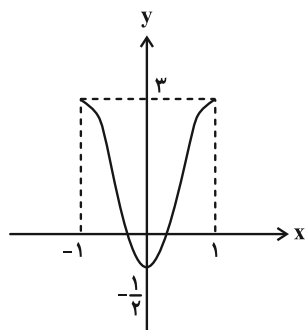
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴- تابع $f(x) = x^2 - 4x + \sqrt{4-2x}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

۱) اکیداً صعودی ۲) اکیداً نزولی

۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی، سپس صعودی

۵- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، آن‌گاه نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}f(1-2x)$ در کدام بازه صعودی است؟



۱) $[-\frac{1}{4}, 0]$

۲) $[0, \frac{1}{4}]$

۳) $[\frac{1}{4}, 1]$

۴) $[0, 2]$

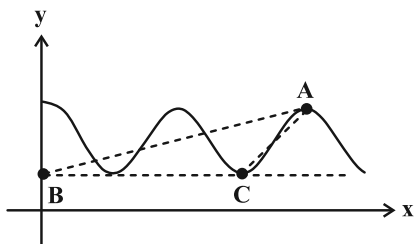
۶- خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x+3)$ بر $7x^2 - 5x + 9$ به ترتیب برابر $Q(x)$ و صفر است. اگر باقی‌مانده

تقسیم $Q(x)$ بر $x+1$ برابر ۶ باشد، باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

۱) ۹۶ ۲) ۱۱۶ ۳) ۱۲۶ ۴) ۱۳۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۷- قسمتی از نمودار تابع $y = \sin^2(\pi ax) + \cos^2(\pi ax)$ به صورت زیر است. به ازای کدام مقدار a ، مساحت مثلث ABC ، برابر $\frac{1}{12}$ می‌باشد؟ ($a > 0$)



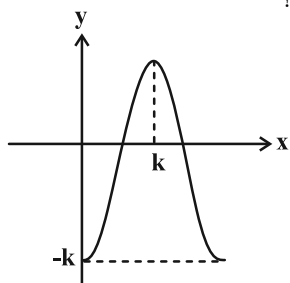
(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) ۳

۸- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(\frac{\pi x}{4}) - 1$ به صورت زیر باشد، مقدار $a+k$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹- چند عدد حقیقی در دامنه تابع $f(x) = \tan(\frac{6\pi}{|x|+4})$ قرار ندارند؟

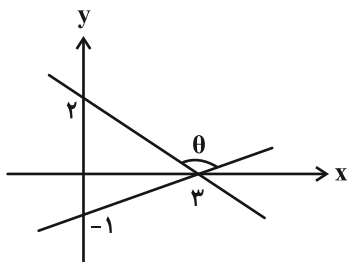
(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۰- با توجه به شکل زیر، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟



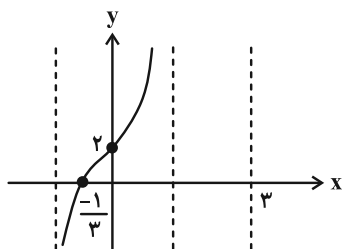
(۱) $-\frac{2}{9}$

(۲) $-\frac{3}{11}$

(۳) $-\frac{9}{7}$

(۴) $-\frac{11}{3}$

۱۱- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = b \tan(a\pi x) + c$ را نشان می‌دهد. حاصل abc کدام است؟



(۱) ۳

(۲) $-3\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) -۲

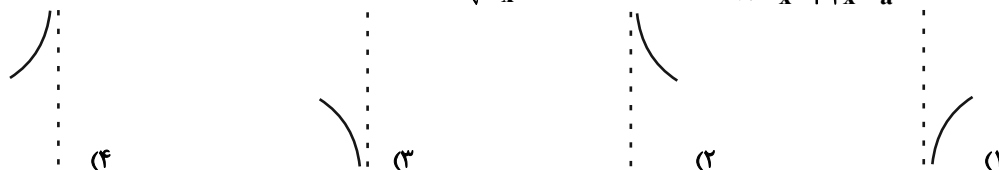
۱۲- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{2} + 1 = \sin x - (\sqrt{2} - 2)\cos x + 3\sin^2 x + \cos^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۳- معادله $3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \sin 6x + 7$ در بازه $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a+1}{-x^2+4x-a^2} = +\infty$ ، آن‌گاه نمودار تابع $f(x) = \frac{x-a}{\sqrt{-x}}$ در همسایگی $x=0$ ، به کدام صورت است؟



۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x^3 + 2x^2 + 3}{bx^2 + 1} = 2$ ، حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۶- فرض کنید $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-4}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $+\infty$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\infty$

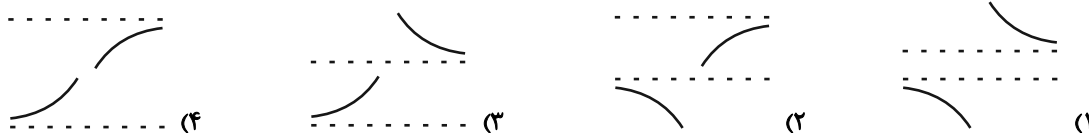
۱۷- کمترین فاصله بین دو مجانب قائم تابع $y = -3 + \tan(2x + \frac{\pi}{2})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

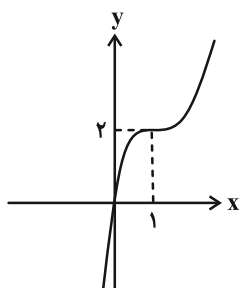
۱۸- فاصله مجانب‌های افقی تابع $f(x) = \frac{ax - |x|}{ax + |x| - 1}$ برابر $\frac{3}{2}$ است. مقدار a کدام است؟ ($a > 1$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2-1}{x|x|+2}$ در اطراف مجانب‌های افقی خود، به کدام صورت است؟



۲۰- اگر نمودار تابع درجه سوم $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، فاصله مجانب‌های افقی تابع $g(x) = \frac{|f(x)|}{f(-\frac{x}{2})}$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۶
(۴) ۳۲

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، به ازای کدام مقدار k ، ماتریس $kA - A^3$ اسکالر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۲- ماتریس مربعی A طوری مفروض است که $A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A + I$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۰/۲۵ (۴) -۰/۵

۲۳- اگر A ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax + by = -2 \\ a'x + b'y = 4 \end{cases}$ و $2A = \begin{bmatrix} |A|^2 & -3 \\ 4 & |A| - 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $x - y$ کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{16}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۲۴- برای ماتریس‌های مربعی و وارون‌پذیر A و B داریم $B - A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $|AB| = 6$ ؛ حاصل $|B^{-1} - A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۵- ماتریس $\begin{bmatrix} a & -4 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 3 & b & -1 \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نیست. به ازای کدام مقدار m ، دستگاه $\begin{cases} ax - 2y = m - 1 \\ 9x + (b + 1)y = 2m - 3 \end{cases}$ حداقل دو جواب دارد؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/5$ (۳) $-1/8$ (۴) $-2/5$

۲۶- نقطه A به طول ۴ روی نیمساز ناحیه اول قرار دارد. چند دایره وجود دارد که از نقطه A گذشته و بر هر دو نیمساز نواحی مختصات مماس باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۷- دایره $x^2 + y^2 = 4$ مفروض است. از نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر محور x ها، دو خط مماس بر دایره رسم می‌کنیم، طول نقاط مماس کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۸- اگر خط $x + 2y + 3a - 2 = 0$ و دایره $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2a + 1$ فقط یک نقطه مشترک داشته باشند، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای شعاع دایره چند برابر $\sqrt{5}$ است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۲۹- بر روی کدام یک از خطوط زیر نقطه‌ای وجود ندارد که از آن نقطه بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 2 = 0$ رسم کرد؟

- (۱) $x = -3$ (۲) $x = 3$ (۳) $y = -3$ (۴) $y = 3$

۳۰- دو دایره به شعاع ۳ وجود دارد که مرکز هر دو، روی خط $d: y = x + 1$ قرار داشته و بر خط $d': y = 4$ مماس می‌باشند. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) مماس خارج (۲) مماس درون (۳) متقاطع (۴) متخارج

۳۱- اگر n عددی طبیعی و $5 - 2n + 3 \mid 3n^2 - 2n + 3$ ، آن گاه مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی مضرب n کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۳۲- اگر a عددی اول و دو رقمی باشد و $a + 2^{10} \mid b$ ، آن گاه باقی مانده تقسیم $17 + a^2 + b^2$ بر ۸ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳۳- در تقسیم ۴۵ بر عدد طبیعی b ، باقی مانده ۳ برابر خارج قسمت است. برای b چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۳۴- به ازای چند مقدار طبیعی دو رقمی n ، عدد $55 + 4^n$ بر ۱۷ بخش پذیر می باشد؟

- ۲۰ (۱) ۲۱ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

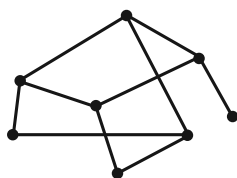
۳۵- اگر عدد $77a1a$ مضرب ۹ باشد، آن گاه a^a به کدام کلاس هم نهشتی به پیمانه ۴۲ تعلق دارد؟

- ۳۰ (۱) ۲۳ (۲) ۱۷ (۳) ۳۶ (۴)

۳۶- عدد P اول بوده و معادله سیالته $(P^2 - 1)x + 9y = P$ در \mathbb{Z} دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ ترین مقدار طبیعی و دو رقمی x کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۳۷- در گراف زیر چند دور به طول ۵ وجود دارد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۸- در گراف G ، اگر $|V(G)| = 10$ و $|E(G)| = 25$ باشد، حداکثر تعداد رأس های با درجه ۹ کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۳۹- در یک گراف $2r$ -منتظم، تعداد یال ها ۳ واحد بیشتر از تعداد رأس هاست. برای r چند جواب وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۴۰- گرافی با کمترین مرتبه ممکن است که حاصل ضرب درجات رأس های آن برابر ۳۶۰ می باشد. حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۷۵ دقیقه	۷۰	۴۱	۳۰	فیزیک	۱
	۱۰۰	۷۱	۳۰	شیمی	۲



آزمون «۲۱ دی ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۷۰	۳۰	فیزیک ۲
۷۱-۱۰۰	۳۰	شیمی ۳
۴۱-۱۰۰	۶۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-وند محمدرضا شریفی-مهدی شریفی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیر علی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورجواید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی یاسر راش-حسین شاهسواری-رسول عابدینی-زواره-محمد عظیمیان-زواره-محسن مجنون-هادی مهدی‌زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم حسین شاهسواری احسان پنجه‌شاهی آرش ظریف
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی	آرمان قنوتانی ماهان فرهمندفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار سیدمحمدرضا مهدوی ابراهیم نوری	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملانی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه، محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌الزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱ -

با توجه به نمودار مکان - زمان شکل زیر، کدام موارد درست است؟

الف) در بازه زمانی صفر تا t_1 ، بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور X است.

ب) اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_3 ، کوچکتر از اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_3 تا t_4 است.

پ) در کل حرکت، بردار مکان متحرک، تنها یک بار تغییر جهت داده است.

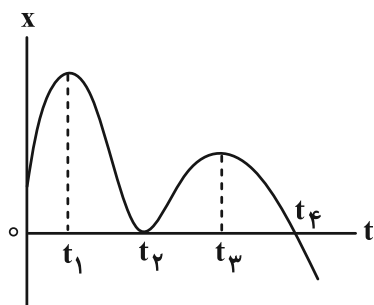
ت) طبق نمودار، جهت حرکت متحرک، دو بار تغییر کرده است.

(۲) الف و پ

(۱) الف، ب و پ

(۴) ب، پ و ت

(۳) ب و ت



۴۲ - نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین اندازه

سرعت متوسط این متحرک در جابه جایی بین مکان های x_1 و x_2 ، $12 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_4 چند متر بر

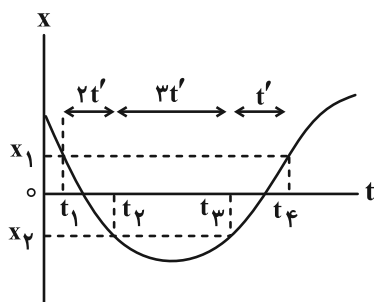
ثانیه است؟

(۱) ۱۰

(۲) $\frac{15}{4}$

(۳) ۴

(۴) ۶



۴۳ - دو متحرک با سرعت ثابت در مسیری مستقیم طبق شکل زیر، خلاف جهت هم حرکت می کنند. در لحظه $t = 8s$ فاصله این دو

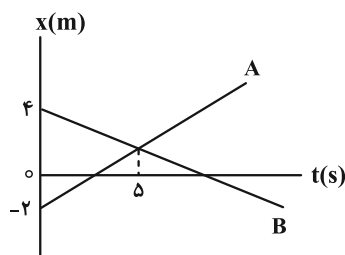
متحرک چند متر می شود؟

(۱) $\frac{3}{6}$

(۲) $\frac{2}{6}$

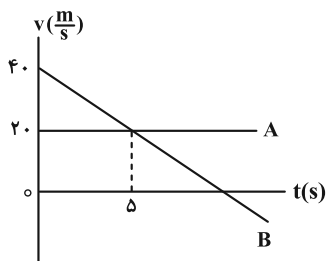
(۳) $\frac{4}{6}$

(۴) $\frac{5}{6}$



مشابه سؤال هایی که با آیکون مشخص شده اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۴۴- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B است که بر روی خط راست در حرکت بوده و در مبدأ زمان در مکان‌های $x_A = -2m$ و $x_B = 20m$ قرار دارند. مسافت طی شده توسط متحرک B از لحظه صفر تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، چند متر است؟

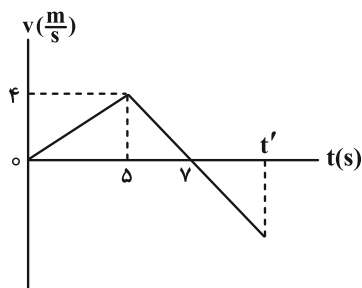


- (1) 150
- (2) 198
- (3) 200
- (4) 202

۴۵- متحرکی که بر مسیری مستقیم در حال حرکت است، با شتاب ثابت و پس از طی مسافت l متوقف می‌شود. اگر این متحرک $\frac{5}{9}$ اول مسیر را در مدت 6 ثانیه طی کند، بقیه مسیر را در چند ثانیه می‌پیماید؟

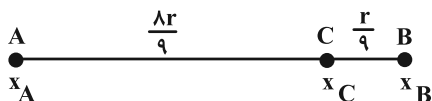
- (1) 4/8
- (2) 8
- (3) 9/6
- (4) 12

۴۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی صفر تا t' برابر $\frac{m}{5}$ باشد، t' بر حسب ثانیه کدام است؟



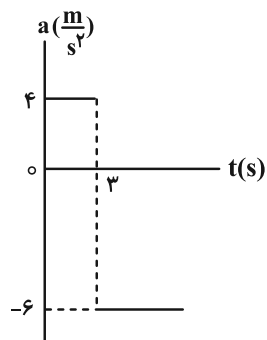
- (1) 10
- (2) 11
- (3) 12
- (4) 14

۴۷- متحرکی با شتاب ثابت و با سرعت‌های v_A و v_B از دو نقطه A و B که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند، بدون تغییر جهت عبور می‌کند. اندازه سرعت این متحرک در نقطه C که در فاصله $\frac{r}{9}$ از نقطه B قرار دارد، کدام است؟



- (1) $\frac{1}{3} \sqrt{v_B^2 + 8v_A^2}$
- (2) $\frac{1}{3} \sqrt{8v_B^2 + v_A^2}$
- (3) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}v_A^2}$
- (4) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}v_B^2 - \frac{9}{2}v_A^2}$

۴۸- نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مبدأ زمان و از حال سکون بر روی مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند، مطابق شکل زیر



است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، سرعت متوسط متحرک صفر خواهد شد؟

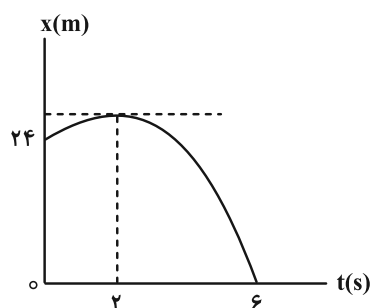
(۱) $\sqrt{10}$

(۲) $5 + \sqrt{10}$

(۳) ۲

(۴) ۵

۴۹- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خطی راست در حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر است. در فاصله چند متری از



مبدأ مکان، سرعت متحرک برابر با $4 \frac{m}{s}$ است؟

(۱) ۲۶

(۲) ۲۸

(۳) ۳۰

(۴) ۳۲

۵۰- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع چند متری از سطح زمین رها شود تا تندی متوسط آن در $\frac{5}{9}$ آخر مسیرش $25 \frac{m}{s}$ باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۹۰

(۳) ۶۰

(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

۵۱- جسمی به جرم m توسط نیروی ثابت و قائم F با شتاب a در حالت تندشونده به طرف بالا کشیده می شود. اگر نیروی وارد بر

جسم دو برابر شود، شتاب حرکت جسم a' می شود. در این صورت کدام رابطه صحیح است؟

(۴) $a' < a$

(۳) $2a > a' > a$

(۲) $a' > 2a$

(۱) $a' = 2a$

۵۲- رابطه بین اندازه نیروی مقاومت هوا و تندی چتربازی در SI به صورت $f_D = 120v^2$ می باشد. اگر تندی حدی این چترباز $2 \frac{m}{s}$

باشد، شتاب حرکت آن در لحظه ای که به تندی $1 \frac{m}{s}$ می رسد، چند متر بر مجذور ثانیه می باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۱۰

(۳) $7/5$

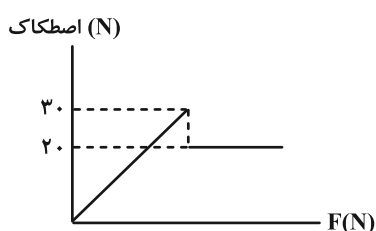
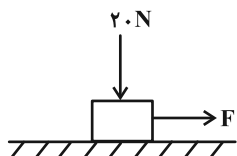
(۲) ۵

(۱) $2/5$

۵۳ - مطابق شکل زیر، جعبه‌ای به جرم 2 kg روی سطح افقی ساکن است. این جعبه را توسط نیروی ثابت و افقی F می‌کشیم. اگر

نمودار تغییرات اندازه نیروی اصطکاک وارد شده به جعبه بر حسب نیروی F به صورت زیر باشد، ضرایب اصطکاک ایستایی و

جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۱) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{10}$ ، $\frac{3}{10}$

(۴) $\frac{3}{10}$ ، $\frac{2}{10}$

۵۴ - نردبانی به جرم M به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و در حال سکون قرار دارد. اگر شخصی به جرم m در وسط

نردبان روی آن قرار گیرد و نردبان همچنان ساکن بماند، کدام یک از نیروهای زیر افزایش می‌یابد؟

(الف) نیرویی که سطح دیوار به نردبان وارد می‌کند.

(ب) نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند.

(پ) نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان

(۴) الف و پ

(۳) پ

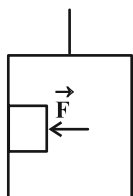
(۲) ب

(۱) الف و ب

۵۵ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg با نیروی افقی \vec{F} بر دیواره قائم آسانسوری فشرده شده است. اگر ضریب اصطکاک

ایستایی بین جسم و سطح دیواره $\mu_s = 0/6$ باشد و آسانسور با شتاب رو به بالای $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کند، حداقل اندازه نیروی \vec{F} باید

چند نیوتون باشد تا جسم روی دیواره آسانسور نلغزد؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۲) ۴۰

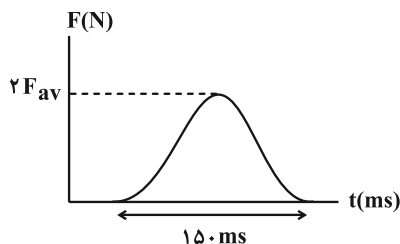
(۱) ۲۵

(۴) $\frac{160}{3}$

(۳) $\frac{80}{3}$

۵۶- نمودار نیروی وارد شده بر حسب زمان برای جسمی به جرم 100g مطابق شکل زیر است. اگر تغییر تکانه جسم در مدت زمان 150ms ،

برابر با $3 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بیشینه نیروی F چند نیوتون است؟ (F_{av} ، متوسط نیروی F در مدت زمان 150ms می‌باشد).



(۱) ۸۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

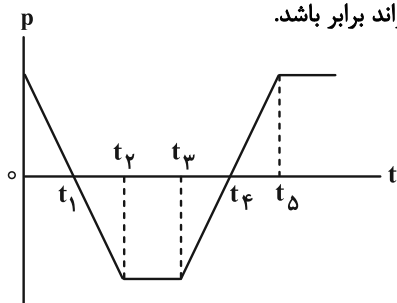
(۴) ۴۰

۵۷- نمودار تکانه - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر الزاماً صحیح است؟

(الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 بردار نیروی خالص وارد بر جسم 2 مرتبه تغییر جهت می‌دهد.

(ب) در بازه زمانی t_3 تا t_4 اندازه بردار جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک می‌تواند برابر باشد.

(پ) حرکت متحرک در بازه زمانی t_4 تا t_5 با شتاب ثابت است.



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۵۸- اگر شعاع سیاره‌ای نصف شعاع زمین و چگالی آن 6 برابر چگالی زمین باشد، در این صورت، اندازه شتاب گرانشی در سطح آن

سیاره چند واحد SI است؟ ($g_e = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۵

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

۵۹- جرم ماهواره‌ای 144kg است. اگر مدار گردش آن از فاصله 12800 کیلومتری سطح زمین به فاصله 25600 کیلومتری از مرکز

زمین تغییر یابد، نیروی وزن آن به اندازه چند نیوتون تغییر می‌کند؟ (شعاع کره زمین را 6400 کیلومتر فرض کنید و در سطح

زمین $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)

(۴) ۱۶۰

(۳) ۹۰

(۲) ۸۰

(۱) ۷۰

۶۰- دو ماهواره هم جرم A و B در مدارهایی به شعاع r_A و r_B به دور زمین می‌چرخند. اگر تندی ماهواره A، 20° درصد بیشتر از تندی ماهواره B باشد، اندازه شتاب گرانش زمین در محل ماهواره A تقریباً چند برابر اندازه شتاب گرانش زمین در محل ماهواره B است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 0.7 (۴) $1/5$

۶۱- متحرکی با تندی ثابت $6 \frac{m}{s}$ ، روی یک دایره افقی به قطر $40m$ حرکت می‌کند. اندازه شتاب متوسط این متحرک در 10 ثانیه اول حرکت، چند برابر اندازه شتاب مرکزگرای آن در همین مدت است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۶۲- جسمی به جرم 500 گرم را به فنری که طول اولیه اش $60cm$ است، می‌بندیم و روی یک صفحه افقی بر روی مسیری دایره‌ای شکل با تندی یکنواخت می‌چرخانیم و طول فنر به $80cm$ می‌رسد. اگر جسم در هر دقیقه 30 دور بزند، ضریب سختی فنر چند نیوتون بر متر خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

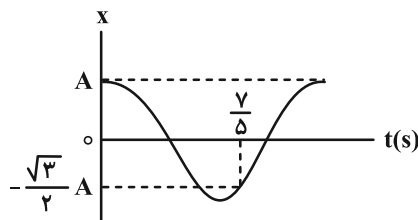
۶۳- در یک حرکت هماهنگ ساده جرم- فنر روی سطح افقی، حداقل زمان عبور متوالی نوسانگر از نقطه x_1 ، $\frac{T}{9}$ می‌باشد. حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از نقطه x_1 به نقطه تعادل برسد، مطابق کدام گزینه است؟ (T دوره تناوب نوسانگر می‌باشد.)

- (۱) $\frac{7T}{36}$ (۲) $\frac{T}{18}$ (۳) $\frac{T}{36}$ (۴) $\frac{5T}{36}$

۶۴- معادله مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.1 \cos 40\pi t$ است. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{80}s$ تا $t_2 = \frac{5}{120}s$ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{42}{25}$ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۶۵- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به صورت شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 0/4$ s تا $t_2 = 1/6$ s، تندی متوسط نوسانگر چند برابر اندازه سرعت متوسط آن است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۳ (۴)

۶۶- معادله حرکت نوسانگری به جرم 40 g که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $x = 0/02 \cos(100t)$ است. در لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x = 2$ cm می‌گذرد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟

$0/12$ (۴)

$1/2$ (۳)

$0/8$ (۲)

$0/08$ (۱)

۶۷- در حرکت هماهنگ ساده برای یک نوسانگر، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است، کدام کمیت‌ها بیشینه‌اند؟

(۲) نیرو- انرژی جنبشی- سرعت

(۱) اندازه مکان- شتاب- نیرو

(۴) سرعت- انرژی جنبشی- مکان

(۳) شتاب- سرعت- انرژی جنبشی

۶۸- در مکانی، دوره تناوب آونگ ساده‌ای 5 s است. طول آونگ چند درصد تغییر کند تا دوره تناوب آونگ، در همان مکان، 2 s کاهش یابد؟

26 (۴)

64 (۳)

40 (۲)

60 (۱)

۶۹- یک آونگ ساده کم‌دامنه روی سطح زمین، در مدت 104 ثانیه، 52 نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد و چگونه تغییر دهیم که اگر در فاصله R_e از سطح زمین قرار گیرد، در همان مدت، 20 نوسان کامل انجام دهد؟ (R_e شعاع زمین است)

(۴) 69 درصد، کاهش

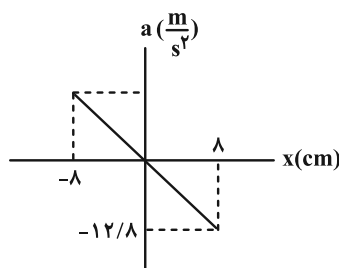
(۳) 69 درصد، افزایش

(۲) 36 درصد، کاهش

(۱) 32 درصد، افزایش

۷۰- نوسانگری روی یک پاره‌خط به طول 16 cm، حرکت هماهنگ ساده دارد و نمودار شتاب بر حسب مکان آن به صورت زیر است.

طول یک آونگ ساده چند سانتی‌متر باشد تا روی سطح زمین با این نوسانگر تشدید حاصل کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\pi^2 = 10$)



$6/25$ (۱)

$12/5$ (۲)

16 (۳)

25 (۴)

شیمی

۷۱- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی به نام صابون برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.
- ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بیماری وبا، فقط کلرزنی به آب‌های آلوده است.
- اگرچه وبا در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده، اما اکنون این بیماری کنترل شده و دیگر نمی‌تواند تهدیدکننده باشد.
- امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن‌ها مواجه‌اند، دست‌کم چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.
- میزان امید به زندگی برخلاف شیب نمودار امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از کم‌برخوردار است.

۲ (۱) ۳ (۲)

۴ (۳) ۵ (۴)

۷۲- در بین مخلوط‌های زیر، چند کلئید و چند مخلوط پایدار وجود دارند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(مخلوط آب و بنزین- شیر- شربت خاک‌شیر- مخلوط آب و قند- سس مایونز- مخلوط آب و روغن و صابون- شربت معده)


۴ ، ۳ (۱) ۵ ، ۳ (۲)

۴ ، ۴ (۳) ۵ ، ۴ (۴)

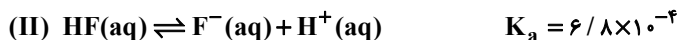
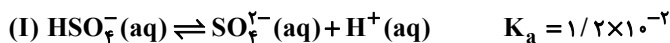
۷۳- از واکنش یک استر سه عاملی با فرمول $C_xH_yO_6$ با مقدار کافی سدیم هیدروکسید در شرایط مناسب صابونی با فرمول شیمیایی $RCOO^-Na^+$ تولید شده است. اگر از واکنش کامل $0/2$ مول از این صابون با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید مقدار $53/4$ گرمرسوب تولید شده باشد، مجموع x و y در فرمول مولکولی این استر کدام است؟ (R سیرشده می‌باشد.) $(H=1, C=12, O=16, Mg=24 : g.mol^{-1})$

۱۴۳ (۱) ۱۳۸ (۲)

۱۴۶ (۳) ۱۴۹ (۴)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۷۹- با توجه به واکنش‌های زیر چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟



الف) در شرایط یکسان، درجه یونش HSO_4^- بیشتر از درجه یونش $\text{HF}(\text{aq})$ است.

ب) در محلول هیدروفلوئوریک اسید در لحظه تعادل، واکنش ترکیب شدن یون‌های $\text{F}^-(\text{aq})$ با $\text{H}^+(\text{aq})$ سریع‌تر از واکنش یونش $\text{HF}(\text{aq})$ انجام می‌شود.

پ) در شرایط یکسان (دما و غلظت اولیه) غلظت SO_4^{2-} بیشتر از غلظت F^- است.

ت) در شرایط یکسان میزان رسانایی الکتریکی محلول یک مولار HSO_4^- کمتر از میزان رسانایی الکتریکی محلول یک مولار HF است.

ث) در شرایط یکسان از نظر دما، فشار و غلظت، غلظت یون H^+ در محلول HF کمتر از محلول HSO_4^- است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

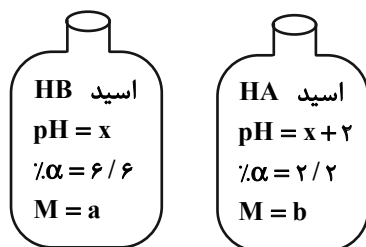
۸۰- محلولی از اسید HA با ثابت یونش $K_a = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ دارای $\text{pH} = 1/7$ است. اگر چگالی این محلول برابر $1/12$ گرم بر میلی‌لیتر باشد، درصد جرمی HA در محلول برابر چند است؟ ($\text{HA} = 120 \text{ g.mol}^{-1}$) ($\log 2 = 0/3$)

۰/۲۵ (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۳۶ (۳) ۰/۴ (۴)

۸۱- مقادیر مولی برابری از اسید قوی HX و اسید ضعیف HY را به‌طور جداگانه در ظرف‌های (۱) و (۲) که دارای حجم یکسانی از آب هستند می‌ریزیم، اگر در لحظه تعادل در محلول (۲) شمار ذرات اسید یونیده نشده $3/5$ برابر شمار یون‌ها بوده و $\text{pH} = 4/3$ باشد، درصد یونش محلول (۲) و pH محلول (۱) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\log 5 = 0/7$ و $\log 2 = 0/3$)

۲/۴ ، ۱۲/۵ (۱) ۲/۴ ، ۶/۲۵ (۲) ۳/۴ ، ۱۲/۵ (۳) ۳/۴ ، ۶/۲۵ (۴)

۸۲- دانشجویی هنگام کار در آزمایشگاه شیمی، متوجه می‌شود که برخی از اطلاعات موجود بر روی برچسب دو اسید پاک شده است. با توجه به شکل، مقدار a چند برابر b است؟



۰/۰۳ (۱)

۱۰۰ (۲)

۳۰۰ (۳)

$\frac{100}{3}$ (۴)

۸۳- ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول اسید آبی HA با $\text{pH} = 2/7$ ، مقدار $3/2$ گرم محلول سدیم هیدروکسید ۲۵ درصد جرمی را به‌طور کامل خنثی می‌کند. درصد یونش و ثابت یونش اسید در دمای آزمایش به تقریب از راست به چپ کدام است؟ ($\log 2 = 0/3$)

4×10^{-5} ، ۴ (۱) 8×10^{-5} ، ۴ (۲) 8×10^{-5} ، ۸ (۳) 4×10^{-5} ، ۸ (۴)

۸۴- اگر در دمای 25°C ، دو محلول $0/6 \text{ mol.L}^{-1}$ هیدروکلریک اسید (با حجم ۳۰۰ میلی‌لیتر) و $0/75 \text{ mol.L}^{-1}$ پتاسیم هیدروکسید (با حجم ۲۰۰ میلی‌لیتر) را با یکدیگر مخلوط کنیم، pH محلول نهایی تقریباً چقدر خواهد بود؟

($\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$)

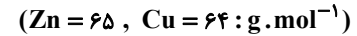
۵/۲ (۱) ۱/۲ (۲) ۷ (۳) ۸/۳ (۴)

۸۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- * گل ادریسی در خاک اسیدی قرمز و در خاک بازی، آبی است.
- * محلول جوش شیرین برخلاف شیشه پاک کن، رنگ کاغذ pH را آبی می کند.
- * تولید گاز در واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، قدرت پاک کنندگی این مخلوط را کاهش می دهد.
- * برای رفع گرفتگی لوله ها فقط از مواد اسیدی استفاده می شود.
- * در شرایط یکسان، محلول سود، رنگ کاغذ pH را بنفش رنگ می کند و صابون نسبت به آن رنگ کاغذ pH را بیشتر تغییر می دهد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۶- تیغه ای از جنس روی را درون محلول مس (II) سولفات قرار می دهیم. کدام یک از عبارتهای زیر درباره آن نادرست است؟



(۱) رنگ آبی محلول به دلیل حضور گونه اکسند در آن است که به مرور زمان از شدت آن کاسته می شود.

(۲) این واکنش برخلاف واکنش الیاف آهن با محلول Cu^{2+} به طور خودبه خودی انجام می شود.

(۳) شعاع گونه کاهنده از گونه اکسند بزرگ تر است.

(۴) اگر تمام فرآورده جامد تولید شده روی تیغه رسوب کند، به ازای مبادله $4/816 \times 10^{22}$ الکترون میان گونه اکسند و کاهنده، $40 mg$ از جرم تیغه کاسته می شود.

۸۷- تیغه ای از جنس آلومینیم را درون محلول مس (II) سولفات قرار می دهیم. اگر $0/6$ مول الکترون میان گونه های اکسند و کاهنده مبادله شود و 70 درصد فلز تولید شده بر روی تیغه بنشیند، ($Cu = 64, Al = 27 : g.mol^{-1}$)

(۱) $8/04$ گرم از جرم تیغه کاسته می شود. (۲) $8/04$ گرم به جرم تیغه افزوده می شود.

(۳) $12/06$ گرم از جرم تیغه کاسته می شود. (۴) $12/06$ گرم به جرم تیغه افزوده می شود.

۸۸- جدول زیر مربوط به قرار دادن تیغه های فلزی A، B، C و D درون محلول نمکی از فلز M با دمای $20^{\circ}C$ را نشان می دهد. با توجه به این داده ها چند مورد از مطالب داده شده درست می باشد؟ (هر حرف معرف نماد فرضی یک فلز است.)

نماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}C$)
A	۲۹
B	۲۳
C	۲۶
D	۲۰

• ترتیب قدرت کاهندگی آنها به صورت $A > C > B > D > M$ می باشد.

• واکنش موازنه نشده $B^{b+} + A \rightarrow A^{a+} + B$ انجام پذیر می باشد.

• emf سلول گالوانی استاندارد حاصل از الکترودهای A و B بیشتر از سلول گالوانی استاندارد B و C می باشد.

• محلول حاوی نمک C را نمی توان در ظرفی از جنس B نگهداری کرد.

• اگر A فلز Sn باشد، D می تواند Au باشد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۹- با توجه به E° های داده شده کدام گزینه درست است؟

$$E^{\circ}(Zn^{2+} / Zn) = -0/76 V$$

$$E^{\circ}(Pb^{2+} / Pb) = -0/12 V$$

$$E^{\circ}(Cu^{2+} / Cu) = +0/34 V$$

$$E^{\circ}(Mg^{2+} / Mg) = -2/38 V$$

(۱) واکنش $Pb(s) + Zn^{2+}(aq) \rightarrow Pb^{2+}(aq) + Zn(s)$ در شرایط استاندارد به طور طبیعی انجام می شود.

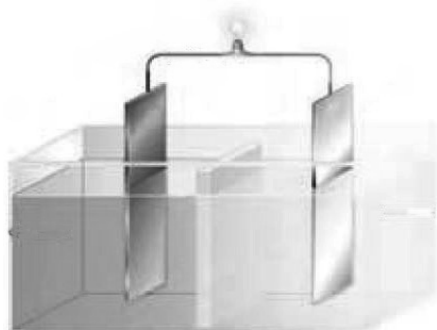
(۲) بیشترین ولتاژ سلول گالوانی حاصل از نیم سلولها برابر $3/14$ ولت می باشد.

(۳) محلول حاوی نمک سرب (II) را می توان در ظرف روی نگهداری کرد.

(۴) در سلول گالوانی حاصل از نیم سلول روی و منیزیم، تیغه منیزیم به مرور زمان دچار کاهش جرم می شود.

۹۰- دستگاه مقابل سلول گالوانی (Cu - Ag) را نمایش می‌دهد، چند مورد درست است؟ (جرم تیغه‌ها در ابتدا برابر است).

(فرض کنید رسوب روی الکترود تشکیل می‌شود.)



Cu Ag

• در نیم‌سلول سمت راست، نیم‌واکنش کاهش رخ می‌دهد و در واکنش کلی، مجموع ضرایب یون‌ها برابر مجموع ضرایب اتم‌ها است.

• این سلول همانند سلول الکترولیتی آند محل اکسایش و قطب منفی است اما کاتد محل کاهش و قطب مثبت است.

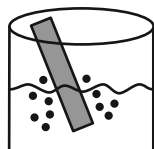
• اگر در این سلول ۲۱/۶ گرم نقره تولید شود، اختلاف جرم الکترودها ۱۵/۲ g می‌شود.

• به مرور زمان رنگ محلول نیم‌سلول چپ پررنگ‌تر می‌شود زیرا غلظت یون Ag^+ کاهش می‌یابد.

• با مصرف شدن ۳ مول مس، تعداد الکترون منتقل شده از آند به کاتد برابر ۶ است.

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۱- ۳۲/۵۵ گرم از آلیاژ نقره و روی را داخل محلول هیدروکلریک اسید می‌اندازیم. اگر چگالی گاز حاصل از انجام واکنش برابر 0.12 g.L^{-1} باشد و در پایان واکنش ۴/۵ لیتر گاز آزاد شود، درصد جرمی نقره به تقریب کدام است؟



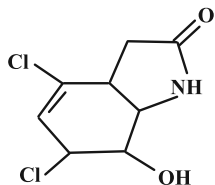
($E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76 \text{ V}$, $E^\circ(\text{Ag}^+ / \text{Ag}) = 0.80 \text{ V}$) ($H = 1$, $Zn = 65$, $Ag = 108$: g.mol^{-1})

- ۱۵ (۱) ۵۳ (۲) ۴۰ (۴) ۴۶ (۳)

۹۲- کدام واکنش اکسایش - کاهش محسوب نمی‌شود؟

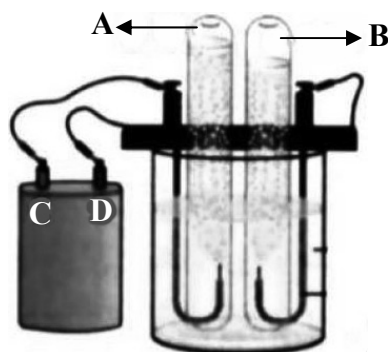


۹۳- چند اتم در ساختار زیر وجود دارد و در این ساختار چند عدد اکسایش متفاوت برای کربن‌ها می‌توان یافت؟



- ۵ ، ۲۰ (۱)
 ۶ ، ۲۲ (۲)
 ۶ ، ۲۰ (۳)
 ۵ ، ۲۲ (۴)

۹۴- کدام موارد از عبارتهای بیان شده در رابطه با «فرایند برقکافت آب» نادرست است؟



الف) در برقکافت آب، محیط اطراف آند اسیدی و محیط اطراف کاتد بازی است.

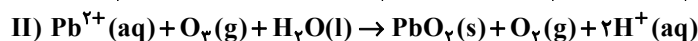
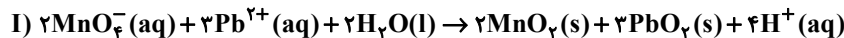
ب) با توجه به شکل، A و B به ترتیب $\text{H}_2(\text{g})$ و $\text{O}_2(\text{g})$ هستند.

پ) C و D به ترتیب قطب‌های مثبت و منفی باتری هستند که توسط سیم‌هایی جریان را به آب منتقل می‌کنند تا به عناصر سازنده‌اش تجزیه شود.

ت) در این فرایند نیم واکنش اکسایش در قطب مثبت رخ می‌دهد و به صورت $4\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2(\text{g}) + 4\text{OH}^-(\text{aq})$ می‌باشد.

- الف و ب (۱) ب و پ (۲) ب و ت (۳) الف و پ (۴)

۹۵- یکی از روش‌های مؤثر برای جذب سرب از آب، فرایند اکسیداسیون است. در این روش، سرب با واکنش شیمیایی و به وسیلهٔ اکسندهای قوی (مثل گاز اوزون و یون پرمنگنات)، اکسید شده و به PbO_2 که نامحلول است، تبدیل و به راحتی از آب جدا می‌شود. با توجه به واکنش‌های زیر بر اثر تصفیهٔ دو نمونهٔ مشابه آب آلوده به یون سرب با گاز اوزون و یون پرمنگنات، شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش (I)، چند برابر شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش (II) است؟



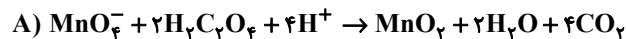
۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

۹۶- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از موارد بیان شده نادرست است؟



• در واکنش (A) انجام واکنش سبب کاهش pH محلول می‌شود.

• در واکنش (B) عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن و اکسیژن بدون تغییر می‌ماند.

• در واکنش (B) اتم روی اکسید شده و کاهنده است.

• در واکنش (A) هر اتم منگنز سه واحد اکسایش می‌یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۷- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

آ) مجموع ضرایب استوکیومتری عناصرها در معادلهٔ واکنش $Fe(s) + H_2O(l) + O_2(g) \rightarrow Fe(OH)_3(s)$ پس از موازنه برابر ۱۷ می‌باشد.

ب) عدد اکسایش هر اتم کربن در ساده‌ترین آلکین با عدد اکسایش H در سدیم هیدرید یکسان است.

پ) در تهیهٔ فلز منیزیم از آب دریا فرایندهای فیزیکی و شیمیایی استفاده می‌شود و چگالی منیزیم مذاب از $MgCl_2$ مذاب بیشتر است.

ت) آهنی که با لایهٔ نازکی از نخستین فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای پوشیده شده است حل‌بی نام دارد.

ث) هرگاه با قرار دادن دو تیغهٔ فلزی A و B در محلول هیدروکلریک اسید، فقط تیغهٔ B واکنش داده و گاز هیدروژن تولید نماید، آن‌گاه پتانسیل کاهش B به یقین منفی خواهد بود.

۴) ب، پ، ت

۳) آ، پ، ت

۲) ب، ت، ث

۱) آ، ب، ت

۹۸- کدام گزینه درست نیست؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Al = 27, Fe = 56, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) در فرایند برقکافت آب، به ازای مبادلهٔ ۱۶ مول الکترون، ۸۰ لیتر گاز با چگالی ۰/۸ گرم بر لیتر در آند تولید می‌شود.

۲) برای زنگ زدن کامل یک قطعهٔ آهنی به جرم ۱۱/۲ گرم در رطوبت کافی، به ۳/۳۶ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP نیاز است.

۳) در فرایند آبکاری یک قاشق آهنی با فلز نقره، در صورتی که $1/806 \times 10^{23}$ الکترون در مدار بیرونی سلول جابه‌جا شده باشد، ۳۲/۴ گرم بر جرم قاشق افزوده می‌شود.

۴) در سلول الکترولیتی استخراج فلز آلومینیم به روش هال، تولید ۸۱۰ گرم فلز آلومینیم با تولید کمتر از یک کیلوگرم گاز CO_2 همراه است.

۹۹- برای تولید چرخ‌دنده‌ها از آلومینیم استفاده می‌شود. اگر برای تولید نوعی چرخ‌دنده که در موتور خودروها استفاده می‌شود به

۱۰۸۰ kg آلومینیم نیاز باشد، در فرایند هال به چند کیلوگرم گرافیت نیاز است و چند لیتر گاز در شرایطی که حجم مولی گازها

برابر ۲۵ لیتر است تولید می‌شود؟ ($Al = 27, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

۴) ۷۲۰، ۷/۵ × ۱۰^۵۳) ۳۶۰، ۲/۵ × ۱۰^۵۲) ۷۲۰، ۲/۵ × ۱۰^۵۱) ۳۶۰، ۷/۵ × ۱۰^۵

۱۰۰- «نیم‌واکنش کاتدی در خوردگی آهن در محیط اسیدی» و «نیم‌واکنش آندی سلول سوختی هیدروژن» به ترتیب با کدام

نیم‌واکنش‌های زیر یکسان است؟

۱) نیم‌واکنش کاتدی در سلول «نور-الکتروشیمیایی» سیلیسیم-نیم‌واکنش اکسایش نیم‌سلول SHE در آند یک سلول گالوانی

۲) نیم‌واکنش کاتدی در سلول «نور-الکتروشیمیایی» سیلیسیم-نیم‌واکنش آندی سلول برقکافت آب

۳) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن-نیم‌واکنش آندی سلول برقکافت آب

۴) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن-نیم‌واکنش اکسایش نیم‌سلول SHE در آند یک سلول گالوانی



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲۱ دی

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
سیدمحمدرضا مهدوی	ویراستار مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

۲۵۱- با حروف به هم ریخته زیر نام دو کشور آفریقایی را ساخته ایم، ولی یک حرف جا مانده است. آن حرف کدام است؟

«ر ر ش ک م م»

- (۱) د
 (۲) ص
 (۳) ل
 (۴) ن

۲۵۲- اگر حروف عبارت «درک متن» را به ترتیب الفبای فارسی از راست به چپ بنویسیم، جایگاه چند حرف تغییر نخواهد کرد؟

- (۱) یک
 (۲) دو
 (۳) سه
 (۴) چهار

بر اساس متن زیر برگرفته از کتاب «کارنامه نثر معاصر» از دکتر حمید عبداللّه‌یان، به پنج پرسشی که در پی می‌آید پاسخ دهید. در متن، نادرستی هم ایجاد شده است.

شاید بتوان سال ۱۳۰۰ را مهمترین سال در تاریخ ادبیات ایران به حساب آورد. بزرگترین تحولات در شعر، نمایشنامه، داستان کوتاه و رمان، در این سال و یکی دو سال قبل و بعد از آن اتفاق افتاد، یعنی زمانی که حدود ۱۵ سال از انقلاب مردمی مشروطه - که باز هم در نوع خود در ایران بی سابقه است - گذشته بود. انقلاب نیز مانند همه‌ی جریان‌های تاریخی و سیاسی، با اندکی فاصله بر ادبیات اثر گذاشت. این فاصله ۱۵ ساله برای تأثیر واقع‌های سیاسی در ادبیات و هنر زمانی بسیار کوتاه بود و نشان‌دهنده‌ی این مسئله است که حرکت و جنبش مردمی برخاسته از درون و خواست مردم بود.

جمالزاده مجموعه‌ی «یکی بود یکی نبود» را در سال ۱۳۰۰ منتشر کرد. نیما «افسانه» خود را در سال ۱۳۰۱ به چاپ رساند. نمایشنامه‌ی «جعفر خان از فرنگ برگشته» از محمد مقدم در سال ۱۳۰۱ به چاپ رسید و در سال ۱۳۰۴ اجرا شد. رمان اجتماعی «تهران مخوف» نیز در سال ۱۳۰۴ چاپ و منتشر شد. این چهار اثر تغییرات بنیادین و اساسی در انواع کهن ادبی ایجاد کردند و روشنفکران و هنرمندان همزمان با آنها بلافاصله آنها را به عنوان اثر ادبی نوین پذیرفته و به تقلید از آن اقدام کردند. البته صاحبان اندیشه‌های واپسگرا و عوام به مخالفت با آنها پرداختند و افرادی چون نیما و جمالزاده مورد تکفیر و طرد عده‌ای قرار گرفتند که البته عناد با نیما از همه بیشتر بود، ولی انواع جدید به دلیل تطابق آثار ادبی اروپا و نیز آمادگی اذهان مردم به زودی پذیرفته شد و حتی باعث شد که انواع پیشین ادبی به زودی کنار گذاشته شود.

تأثیر شدید جمالزاده باعث شد تا دیگر حکایات و تمثیل‌های گذشته کنار گذاشته شود و از آن پس، دیگر آثار چندانی به سبک حکایت گلستان سعدی دیده نمی‌شود، در حالی که پیشتر آثار زیادی به تقلید از گلستان ساخته می‌شد. مقدم، نمایشنامه به سبک جدید را به اهل هنر ایران معرفی کرد. تحولاتی که این چهار تن ایجاد کردند بر پایه‌ی سنت‌های گذشته، فرهنگ وارداتی غرب و نیاز فرهنگی جامعه بود. نیما در «افسانه» نوآوری‌هایی را آغاز کرد که تا پایان عمرش ادامه داشت، اما افسانه با شعر کهن و سنتی گذشته تفاوت چندانی ندارد. افسانه مجموعه چندین چهارپاره است که نمونه‌های آن در شعر سنتی سابقه داشت. تنها نوآوری نیما در افسانه از نظر ساختار، حذف قافیه از مصراع سوم چهارپاره بود و از نظر معنی، وارد کردن مضامین و موضوعات اجتماعی به شکل نمادین. این دو کار نسبت به کارهای بعدی نیما و کارهای شاگردان و پیروانش چندان چشمگیر نبود اما به دلیل زیربنایی بودن، این تحولات از مهمترین حوادث در شعر فارسی به شمار می‌آید.

مقدم، شخصیت‌های قابل لمس و واقعی را از جامعه اطراف خود انتخاب و وارد نمایش کرد. جمالزاده، به اندیشه‌های مطرح شده در روزنامه‌ها و مجلات رنگ داستانی زد و افراد جامعه‌ی ایران مشروطه را وارد داستان کوتاه کرد. مشفق کاظمی نیز با «تهران مخوف» وضعیت شهر بزرگ تهران را در اغتشاش و بی‌نظمی اواخر قاجاریه در قالب رمان به تصویر کشید.

۲۵۳- کدام معنا برای واژه‌ی «عناد» در متن معنایی بهتر است؟

- (۱) دوستی
 (۲) مشورت
 (۳) دشمنی
 (۴) سهل‌انگاری

۲۵۴- جمله‌ای در کدام بند از متن به ویرایش نیاز دارد؟

- (۱) بند نخست
 (۲) بند دوم
 (۳) بند سوم
 (۴) بند چهارم

۲۵۵- نویسنده در متن بالا، کدام عامل را نشانه‌ای بر مردمی بودن انقلاب مشروطه دانسته است؟

- (۱) شمار هنرمندانی که پیرو اندیشه‌های مشروطه بوده‌اند.
 (۲) شمار و پراکندگی قومی مردم عامی که بر انقلاب مشروطه اثر گذاشته‌اند.
 (۳) فاصله اندک بین انقلاب مشروطه و تحوّل آثار هنری که از آن اثر گرفته‌اند.
 (۴) فاصله زیاد بین اندیشه‌های حاکمان پیش از مشروطه و اندیشه‌های مردمی که انقلاب مشروطه را به پا کردند.

۲۵۶- بر اساس متن بالا کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) اندیشه‌های مشروطه‌خواهی تا پیش از محمدعلی جمالزاده، در شخصیت‌های داستانی رمان‌ها چندان ورود نداشته‌اند.
 (۲) نیما یوشیج پس از سرودن افسانه، تدریجاً پیروان و شاگردانی یافت که در نوآوری از کارهای او پیشتر رفتند.
 (۳) تا پیش از نمایش «جعفر خان از فرنگ برگشته»، شخصیت‌های نمایش‌ها از مردم معمول جامعه فاصله داشتند.
 (۴) تا پیش از انقلاب مشروطه، وضعیت مغشوش و نابه‌سامان تهران قاجاری تنها در رمان تهران مخوف تصویر شده‌بود.

۲۵۷- طبق متن بالا، کدام گزینه بخشی از «افسانه» نیما نیست؟

- (۱) ای دل من، دل من، دل من! / بی‌نوا، مضطرب، قابل من! / با همه خوبی و قدر و دعوی / از تو آخر چه شد حاصل من / جز سرشکی به رخساره غم؟
 (۲) در بر این خرابه مغاره / وین بلند آسمان و ستاره / سالها با هم افسرده بودید / وز حوادث به دل، پاره پاره / او تو را بوسه می زد، تو او را
 (۳) چیستی؟ ای نهان از نظرها! / ای نشسته سر رهگذرها! / از پسرها همه ناله بر لب، / ناله‌ی تو همه از پدرها! / تو که‌ای؟ مادرت که؟ پدر که؟
 (۴) پای هر پنجره‌ای، شعری خواهم خواند / هر کلاغی را، کاجی خواهم داد / مار را خواهم گفت: چه شکوهی دارد غوک / آشتی خواهم داد

* چهار فرزند خانواده‌ای هر یک چهار کارت «رنگ، حیوان، شهر و عدد» برداشته‌اند. رنگ‌ها آبی، قرمز، سبز و زرد است، حیوان‌ها فیل،

اسب، موش و خرس، شهرها لندن، توکیو، برلین و پکن و عددها ۳، ۵، ۱۲ و ۱۸ است. می‌دانیم عدد برلین ۱۲ است. پکن زرد نیست، لندن موش است و توکیو عددی دورقمی دارد. بر این اساس به چهار سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- اگر فیل زرد باشد، قطعاً

- (۱) عددش یک‌رقمی است.
 (۲) عددش دورقمی است.
 (۳) شهرش توکیو است.
 (۴) شهرش برلین است.

۲۵۹- اگر عدد اسب ۵ باشد، قطعاً

- (۱) عدد موش ۳ است.
 (۲) رنگ توکیو آبی است.
 (۳) عدد خرس ۳ است.
 (۴) رنگ لندن آبی است.

۲۶۰- می‌دانیم که اگر شهرها را به ترتیب الفبا مرتب کنیم، حیوان‌ها هم به ترتیب الفبا مرتب می‌شوند. بر این اساس، قطعاً

- (۱) خرس زرد نیست.
 (۲) خرس زرد است.
 (۳) اسب سبز نیست.
 (۴) اسب سبز است.

۲۶۱- با درست دانستن صورت سؤال قبلی، شخصی جدول داده‌ها را به‌طور اتفاقی کامل پر کرده است. چه میزان احتمال دارد این کار کاملاً درست

انجام شده باشد؟

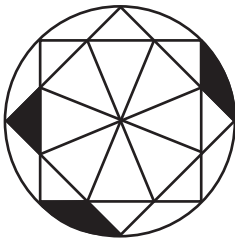
(۲) $\frac{1}{36}$

(۱) $\frac{1}{48}$

(۴) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{32}$

۲۶۲- چه کسری از مساحت شکل زیر رنگی است؟



(۲) $\frac{(\pi - \frac{1}{2})}{4\pi}$

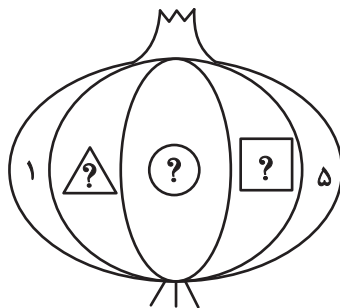
(۱) $\frac{(2\pi - 3)}{8\pi}$

(۴) $\frac{(2\pi - \frac{1}{2})}{8\pi}$

(۳) $\frac{(\pi - 2)}{4\pi}$

۲۶۳- قرار است هر یک از عددهای طبیعی ۲، ۳ و ۴ را به‌جای یکی از علامت‌های سؤال شکل زیر قرار دهیم. با کدام داده(ها) می‌توان فهمید حاصل

$\square + \triangle$ کدام است؟



(الف) حاصل $\square \times \triangle$ عددی زوج است.

(ب) حاصل $\square - \triangle$ عددی منفی است.

(۱) داده «الف» کافی است به داده «ب» احتیاجی نداریم.

(۲) داده «ب» کافی است به داده «الف» احتیاجی نداریم.

(۳) اگر هر دو داده را توأمان داشته باشیم به پاسخ نمی‌رسیم.

(۴) با هر دو داده نیز به پاسخ نمی‌رسیم.

۲۶۴- کدام گزینه عددهای زیر را بهتر دسته‌بندی کرده است؟

۱	۴	۸
۹	۶۴	۱۲۱
۲۱۶	۷۲۹	۱۰۰۰

(۱) $\{1, 216, 1000\}, \{4, 8, 64\}, \{9, 12, 729\}$

(۲) $\{1, 64, 729\}, \{4, 9, 121\}, \{8, 216, 1000\}$

(۳) $\{1, 4, 121\}, \{8, 9, 216\}, \{64, 729, 1000\}$

(۴) $\{1, 9, 21\}, \{4, 8, 216\}, \{9, 64, 1000\}$

۲۶۵- در الگوی اعداد زیر، کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد؟



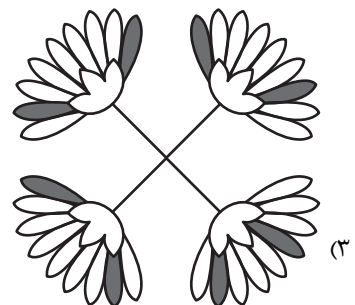
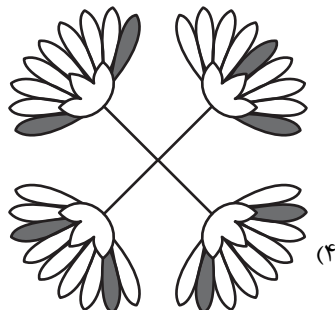
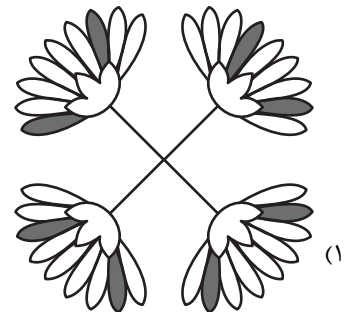
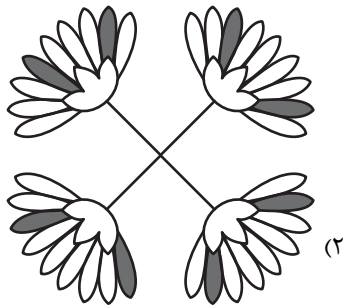
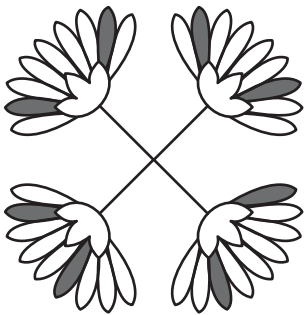
۴ (۴)

۳ (۳)

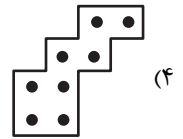
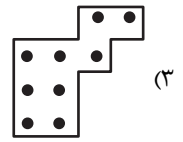
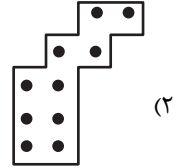
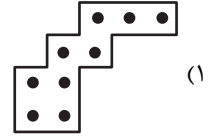
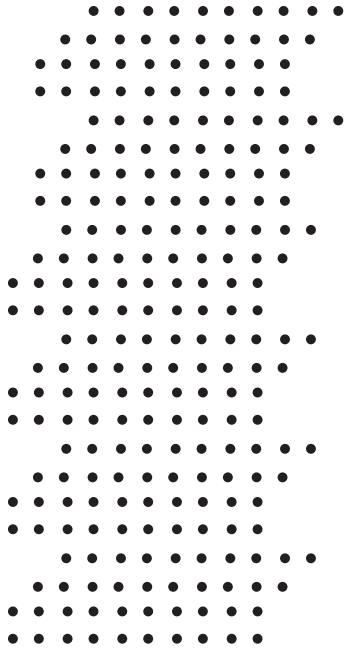
۲ (۲)

۱ (۱)

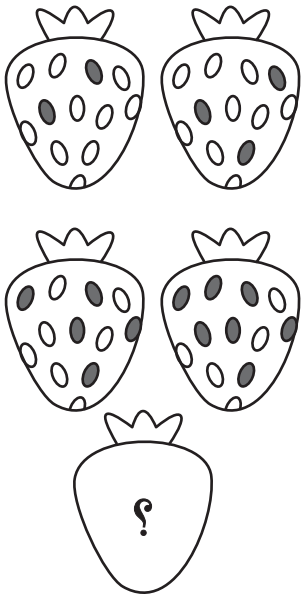
۲۶۶- کدام شکل از دوران شکل زیر به دست می‌آید؟



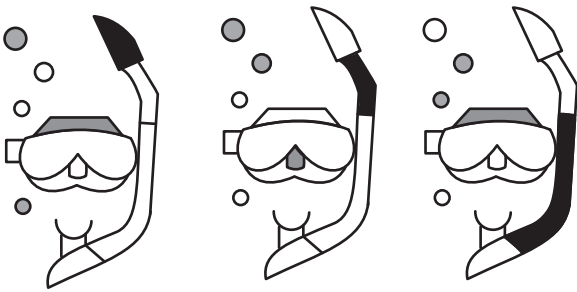
۲۶۷- شکل زیر از تکرار بدون تغییر و بدون دوران کدام گزینه حاصل شده است؟



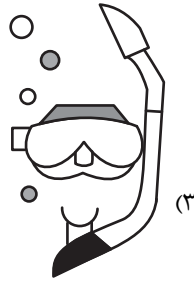
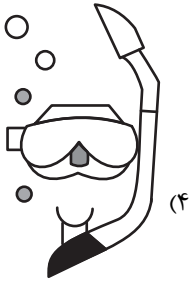
۲۶۸- کدام گزینه به جای علامت سؤال الگوی زیر قرار می گیرد؟



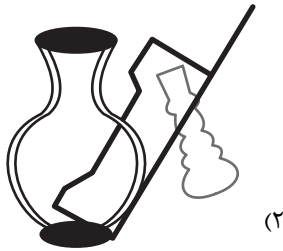
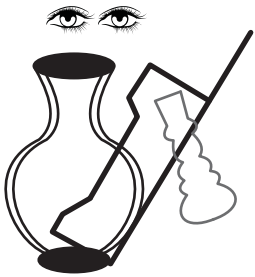
۲۶۹- شکل چهارم الگوی زیر کدام است؟



؟



۲۷۰- سه طرح دو بعدی زیر از دید ناظر پشت مجسمه به کدام شکل دیده می‌شود؟





آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	افضای
کاظم اجلاالی-دانیال آرکیش-علی آزاد-مهدی حاجی زاده-داود حسین پور-افشین خاصه خان-سینا خیرخواه-احمدرضا ذاکر زاده-محمد رضا راسخ-مسعود شفیعی-حامد قاسمیان-محمد رضا کشاورزی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی زاده-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی فر-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه و ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-وند-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-یاسر راش-حسین شاهسواری-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنون-هادی مهدی زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی امیر حسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیر محمد کریمی امیر حسین ابومحبوب	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم حسین شاهسواری احسان پنجه شاهی آرش ظریف
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سیدماهد عیدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	آرمان قنوتی ماهان فرهنگدفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد-معصومه صنعت کار				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

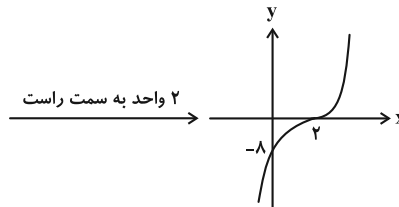
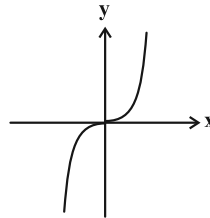
بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

ریاضیات

گزینه ۱» -۱

ابتدا نمودار تابع $y = (x-2)^3$ را رسم می‌کنیم:



اگر $a > 0$ باشد نمودار تابع $y = (x-2)^3 - a$ به اندازه a واحد به سمت پایین منتقل شده و از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

اگر $a < 0$ باشد نمودار تابع $y = (x-2)^3 - a$ به اندازه a واحد به سمت بالا منتقل می‌شود. با توجه به عرض از مبدأ تابع $y = (x-2)^3$ اگر حداکثر انتقال به سمت بالا ۸ واحد باشد، نمودار تابع f از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند. در نتیجه حدود a برای این‌که نمودار تابع f از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نکند به صورت $[-8, +\infty)$ است و کمترین مقدار a برابر -8 است:

$$f(x) = (x-2)^3 + 8 \Rightarrow f(-8) = (-8-2)^3 + 8 = -992$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۳ و ۱۴)

گزینه ۲» -۲

ابتدا ضابطه توابع g و h را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{واحد به چپ}} g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{طول نقاط، نصف}} y = \sqrt{x-5} \xrightarrow{\text{واحد به راست}}$$

$$y = \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} h(x) = \sqrt{2x-5} + 1$$

حال برای محاسبه محل برخورد نمودار توابع g و h ، معادله $h(x) = g(x)$ را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-5} + 1 \Rightarrow x+1 = 2x-5+1+2\sqrt{2x-5}$$

$$\Rightarrow 5-x = 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 4(2x-5)$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = 15 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

حال با قرار دادن طول محل برخورد یعنی $x = 3$ در ضابطه g یا h مقدار عرض آن را به دست می‌آوریم:

$$g(3) = \sqrt{3+1} = 2 \Rightarrow \text{نقطه برخورد: } A(3, 2)$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

گزینه ۳» -۳

(معرفی ضابطه)

با توجه به دو زوج مرتب $(2, -2)$ و $(1, -3)$ ، تابع f اکیداً صعودی است، در نتیجه:

$$\begin{cases} 2x > -2 \Rightarrow x > -1 \\ x+2 > 2x \Rightarrow x < 2 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 2$$

بنابراین x شامل دو مقدار صحیح صفر و ۱ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۴» -۴

(علی آزار)

ابتدا دامنه تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 4-2x \geq 0\} = (-\infty, 2]$$

هر دو تابع $y = x^2 - 4x$ و $y = \sqrt{4-2x}$ در محدوده $x \leq 2$ ، اکیداً نزولی هستند و جمع دو تابع نزولی اکید، یک تابع اکیداً نزولی است. بنابراین $f(x) = x^2 - 4x + \sqrt{4-2x}$ تابعی اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۵» -۵

(غلامرضا نیازی)

با توجه به این‌که می‌خواهیم محدوده‌ای که تابع $y = -\frac{1}{4}f(1-2x)$ روی

آن صعودی است را مشخص کنیم پس در آن محدوده تابع $y = f(1-2x)$ نزولی است. چون تابع $y = 1-2x$ نزولی است و ترکیب دو تابع زمانی نزولی است که یکی نزولی و دیگری صعودی باشد پس $y = f(x)$ باید صعودی باشد. با توجه به نمودار، تابع $y = f(x)$ ، روی بازه $[0, 1]$ صعودی است در نتیجه:

$$0 \leq 1-2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۶» -۶

(داود حسین‌پور)

با توجه به رابطه تقسیم و اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{cases} P(x+3) = (7x^2 - 5x + 9)Q(x) & (*) \\ Q(-1) = 6 \end{cases}$$



$$\frac{6\pi}{|x|+4} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow |x|+4 = \frac{12}{2k+1}$$

$$\Rightarrow |x| = \frac{8-6k}{2k+1}, k \in \mathbb{Z}$$

چون $|x| \geq 0$ پس:

$$\frac{8-6k}{2k+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq 1 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0, 1\}$$

حال به ازای مقادیر به دست آمده برای k داریم:

$$k = 0 \Rightarrow |x| = 8 \Rightarrow x = \pm 8$$

$$k = 1 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0$$

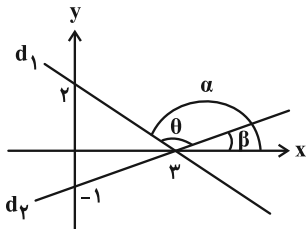
بنابراین فقط سه عدد صفر، ۸ و -۸ در دامنه تابع f قرار ندارند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(انحسین فاصه‌فان)

۱۰- گزینه «۳»

می‌دانیم شیب هر خط با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد برابر است، لذا براساس نام‌گذاری شکل زیر داریم:



$$m_{d_1} = \tan \alpha = -\frac{2}{3}, \quad m_{d_2} = \tan \beta = \frac{1}{3}$$

از طرفی $\theta = \alpha - \beta$ در نتیجه:

$$\tan \theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{1 + (-\frac{2}{3})(\frac{1}{3})} = \frac{-1}{1 - \frac{2}{9}} = -\frac{9}{7}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

(سینا فیرفواه)

۱۱- گزینه «۳»

با توجه به نمودار داریم:

$$f(0) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\frac{3T}{2} = 2 \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{\pi}{|a\pi|} = 2 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

حال چون نقطه $(0, -\frac{1}{2})$ روی نمودار تابع قرار دارد، داریم:

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 = b(\tan(\frac{1}{2} \times \pi \times (-\frac{1}{2})) + 2$$

حال برای محاسبه باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ ، باید مقدار $P(2)$ را محاسبه کنیم. با توجه به رابطه (*) داریم:

$$P(2) = P(-1+3) = (7(-1)^2 - 5(-1) + 9)Q(-1)$$

$$\xrightarrow{Q(-1)=6} P(2) = 21 \times 6 = 126$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷- گزینه «۱»

(یوانیش نیکنام)

ابتدا ضابطه تابع را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$y = \sin^2(\pi ax) + \cos^2(\pi ax) = 1 - 2 \sin^2(\pi ax) \cos^2(\pi ax)$$

$$= 1 - 2(\sin(\pi ax) \cos(\pi ax))^2 = 1 - 2(\frac{1}{2} \sin 2\pi ax)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi ax)) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos(2\pi ax)$$

حال مقادیر دوره تناوب و Max و Min تابع را مشخص می‌کنیم:

$$\text{Max} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1, \quad \text{Min} = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}, \quad T = \frac{2\pi}{|2\pi a|} = \frac{1}{a}$$

حال از روی نمودار، قاعده و ارتفاع مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} BC = \frac{3}{2}T = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2a} = \frac{3}{4a} \\ \text{ارتفاع} = \text{Max} - \text{Min} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4a} = \frac{3}{16a} \Rightarrow \frac{3}{16a} = \frac{1}{12} \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مهمرضا اسخ)

۸- گزینه «۱»

$$T = \frac{2\pi}{\pi} = 8$$

با توجه به ضابطه تابع f داریم:

از طرفی با توجه به نمودار تابع داریم:

$$\frac{T}{2} = k \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \text{Min} = -4$$

$$\text{Min} = -1 - |a| = -4 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

از آنجا که نمودار تابع f در همسایگی راست $x = 0$ صعودی است در نتیجه $a < 0$:

$$a = -3 \Rightarrow a + k = -3 + 4 = 1$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(کلاظم ایلالی)

۹- گزینه «۲»

با توجه به این که دامنه تابع $y = \tan x$ به

صورت $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{(2k+1)\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ است، داریم:

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x \in (0, 2\pi)}{\rightarrow} x = \frac{\pi}{4}$$

اشتراک جواب‌های به دست آمده برابر $x = \frac{\pi}{4}$ است. در نتیجه معادله یک جواب دارد.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۴- گزینه «۴» (اخشین فاصه‌فان)

با توجه به حد داده شده، مخرج دارای ریشه مضاعف $x = 2$ است:

$$-x^2 + 4x - a^2 = -(x-2)^2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

به ازای $a = 2$ حاصل حد برابر $-\infty$ می‌شود پس $a = -2$ قابل قبول

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{-x}} \quad \text{است. حال ضابطه تابع } f \text{ را می‌نویسیم:}$$

با توجه به دامنه، تابع f در همسایگی راست $x = 0$ تعریف نشده است. در

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2}{\sqrt{-x}} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad \text{نتیجه:}$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۵- گزینه «۴» (دانیال آرکیش)

با توجه به این که حاصل حد وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، برابر مقدار متناهی 2 شده است و چندجمله‌ای مخرج از درجه 2 است پس درجه چندجمله‌ای صورت نیز باید برابر 2 باشد:

$$a-2=0 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+3}{bx^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{bx^2} = \frac{2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a-b = 2-1 = 1$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۶- گزینه «۲» (ممدرضا کشاورزی)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-4} = \frac{2(x^2-4)+9}{x^2-4} = 2 + \frac{9}{x^2-4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad f(x) > 2$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{3}b + 2 = 0 \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \Rightarrow a \times b \times c = 2\sqrt{3}$$

$$a = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow 0 = b(\tan(-\frac{1}{\sqrt{3}} \times \pi \times (-\frac{1}{\sqrt{3}}))) + 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}b + 2 = 0 \Rightarrow b = -2\sqrt{3} \Rightarrow a \times b \times c = 2\sqrt{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۱۲- گزینه «۲» (امد رضا ذاکر زاده)

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2 \sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x - (\sqrt{2}-2) \sin x - (\sqrt{2}+1) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - (\sqrt{2}-2) \sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$2t^2 - (\sqrt{2}-2)t - \sqrt{2} = 0 \quad \text{حال با فرض } t = \sin x \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ t = -1 \Rightarrow \sin x = -1 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع جواب‌های معادله در این بازه برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۳- گزینه «۳» (مسعود شفیعی)

می‌دانیم $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ پس داریم:

$$2\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \sin 6x + 7$$

$$\Rightarrow 6 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin 6x + 7$$

با توجه به این که $8 \leq \sin 6x + 7 \leq 6$ و $6 \leq 6 \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq -6$ است. داریم:

$$\sin 6x + 7 = 6 \Rightarrow \sin 6x = -1$$

$$\Rightarrow 6x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{5\pi}{4}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$$

$$\text{ب) } 6 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 6 \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x^2 + 2}\right) = 1$$

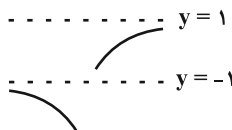
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \quad f(x) < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{-(x^2 - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-1 + \frac{1}{-(x^2 - 2)}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \quad f(x) < -1$$

بنابراین نمودار تابع f ، اطراف مجانب‌های افقی خود به صورت زیر است:



(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- گزینه «۳»

(معمردرضا، پاسخ)

با توجه به نمودار تابع f که از انتقال نمودار تابع $y = x^3$ به دست آمده است، ضابطه آن را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = a(x-1)^3 + 2 \xrightarrow{(0,0) \in f} 0 = a(0-1)^3 + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(x-1)^3 + 2$$

حال به کمک ضابطه تابع f ، ضابطه تابع g را تشکیل می‌دهیم و مجانب‌های

$$g(x) = \frac{|2(x-1)^3 + 2|}{2\left(-\frac{x}{2} - 1\right)^3 + 2} \quad \text{افقی آن را مشخص می‌کنیم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2(x-1)^3 + 2|}{2\left(-\frac{x}{2} - 1\right)^3 + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2x^3|}{-\frac{x^3}{4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{-\frac{x^3}{4}} = -8$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2(x-1)^3 + 2|}{2\left(-\frac{x}{2} - 1\right)^3 + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x^3|}{-\frac{x^3}{4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3}{-\frac{x^3}{4}} = 8$$

در نتیجه فاصله مجانب‌های افقی تابع g برابر است با: $|8 - (-8)| = 16$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

حال با توجه به این که وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، آن‌گاه $f(x) \rightarrow 2^+$ و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$$

$$= \lim_{t \rightarrow 2^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{2t^2 + 1}{t^2 - 4} = +\infty$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی نهایت:

صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۷- گزینه «۱»

(شامر قاسمیان)

راه اول: مجانب‌های قائم تابع $y = \tan x$ به

$$\text{صورت } (k \in \mathbb{Z}) \quad x = k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad \text{در نتیجه:}$$

$$2x + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

بنابراین مجانب‌های قائم تابع $y = -3 + \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ به

$$\text{صورت } (k \in \mathbb{Z}) \quad x = \frac{k\pi}{2}, \quad \text{است و کمترین فاصله بین دو مجانب قائم}$$

$$\left| \frac{(k+1)\pi}{2} - \frac{k\pi}{2} \right| = \frac{\pi}{2} \quad \text{برابر است با:}$$

$$T = \frac{\pi}{2} \quad \text{راه دوم: فاصله بین دو مجانب تابع، همان دوره تناوب } (T) \text{ است:}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و

مرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۸- گزینه «۲»

(سینا خیرخواه)

ابتدا مجانب‌های افقی تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+1)x}{(a-1)x} = \frac{a+1}{a-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-1)x}{(a+1)x} = \frac{a-1}{a+1}$$

با توجه به این که فاصله مجانب‌های افقی برابر $\frac{3}{2}$ است داریم:

$$\left| \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow \left| \frac{fa}{a^2-1} \right| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a>1} \frac{fa}{a^2-1} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 3 = 2a \Rightarrow 3a^2 - 2a - 3 = 0 \xrightarrow{a>1} a = 3$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

با توجه به ضابطه تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ را مشخص می‌کنیم:

۲۱- گزینه «۴»

(فرشار صریقی فر)

ماتریس مورد نظر را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ kA = \begin{bmatrix} 2k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A^3 - kA = \begin{bmatrix} 8-2k & 0 \\ 0 & 1-k \end{bmatrix}$$

ماتریس اسکالر $\rightarrow 8-2k = 1-k \Rightarrow k = 7$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۰)

۲۲- گزینه «۲»

(امد رضا فلاح)

از روی فرض، ماتریس A^{-1} را یافته و سپس ماتریس A را به دست

می‌آوریم:

$$A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

وارون $\rightarrow A = (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A + I| = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۱)

۲۳- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A|^2 & -3 \\ 4 & |A|-3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} |A|^2 & -3 \\ 4 & |A|-3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^2 (|A|-3) + 12$$

$$\Rightarrow |A|^2 (|A|-3) - 4(|A|-3) = 0$$

$$\Rightarrow (|A|^2 - 4)(|A|-3) = 0 \Rightarrow |A| = -2, 2, 3$$

به ازای هر مقدار $|A|$ ، مقادیر x و y را به دست می‌آوریم:

الف) $|A| = -2 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{11}{2} \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = \frac{1}{2}$$

ب) $|A| = 2 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = -\frac{5}{2}$$

ج) $|A| = 3 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$$



$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} ab + b = -10 \\ ab + a = -18 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} b - a = 8 \Rightarrow b = a + 8$$

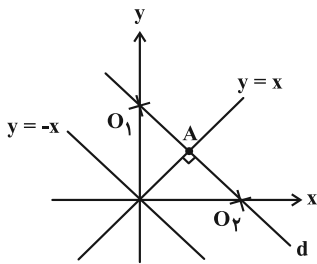
$$(1) \rightarrow (a+8)(a+1) = -10 \Rightarrow \frac{a^2 + 9a + 8}{(a+3)(a+6)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -3 \xrightarrow{(*)} -\frac{3}{9} = \frac{m-1}{2m-3} \xrightarrow{\text{نهایتاً}} m = 1/2 \\ a = -6 \xrightarrow{(*)} -\frac{6}{9} = \frac{m-1}{2m-3} \xrightarrow{\text{نهایتاً}} m = \frac{9}{7} \end{cases}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۹)

۲۶- گزینه «۳» (امیررضا فلاح)

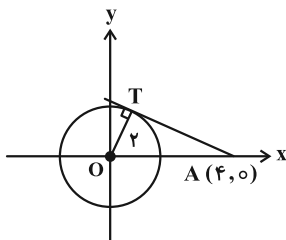
مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر هر دو نیمساز نواحی مختصات (خطوط $y = x$ و $y = -x$) مماس باشد، خطوط نیمساز این دو خط (یعنی محور x ها و y ها) را تشکیل می‌دهد. همچنین مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از نقطه A روی خط $y = x$ گذشته و بر خط $y = x$ مماس باشند، خط d گذرا از A و عمود بر خط $y = x$ می‌باشد. خط d محورهای مختصات را در دو نقطه (O_1, O_2) قطع می‌کند. بنابراین مسئله ۲ جواب دارد.



(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۷- گزینه «۱» (فرشاد صدیقی‌نور)

مرکز دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ ، مبدأ مختصات و شعاع آن برابر $r = 2$ است. شعاع (OT) عمود بر خط مماس را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 9 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 22 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = -\frac{16}{3}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

۲۴- گزینه «۴» (اسحاق اسفندیار)

ماتریس $B^{-1} - A^{-1}$ را از سمت چپ و راست به ترتیب در ماتریس‌های A و B ضرب می‌کنیم:

$$A(B^{-1} - A^{-1})B = A \underbrace{B^{-1}B}_I - \underbrace{AA^{-1}}_I B = A - B$$

در این صورت داریم:

$$|A - B| = |A(B^{-1} - A^{-1})B|$$

$$= |A| |B^{-1} - A^{-1}| |B| = |AB| |B^{-1} - A^{-1}|$$

ماتریس $B - A$ مربعی از مرتبه ۲ بوده و داریم:

$$|B - A| = |-(A - B)| = (-1)^2 |A - B| = |A - B|$$

$$\Rightarrow |B^{-1} - A^{-1}| = \frac{|B - A|}{|AB|} = \frac{1 \times 2 - (4)(-1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۹ و ۳۱)

۲۵- گزینه «۱» (مهرزاد ملونری)

چون ماتریس اولی وارون پذیر نیست، پس دترمینان آن صفر است. دترمینان این ماتریس را از روش ساروس به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} a & -4 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 3 & b & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{ساروس}} (0 - 12 - b) - (0 - 2 + ab) = 0$$

$$\Rightarrow -10 - b(a+1) = 0 \Rightarrow b(a+1) = -10 \quad (1)$$

این که دستگاه داده شده، حداقل دو جواب دارد، به این معناست که دارای بی‌شمار جواب است و در نتیجه:

$$\frac{a}{9} = \frac{-2}{b+1} = \frac{m-1}{2m-3} \quad (*)$$

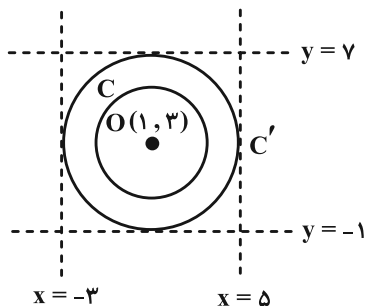
$$a(b+1) = -18 \quad (2)$$



$$R = \frac{1}{\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2}} \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R\sqrt{2} = 4$$

پس نقطه A روی دایره C' به مرکز O و شعاع ۴ قرار دارد.

با توجه به مختصات مرکز دایره، یعنی O(۱, ۳)، خطوط قائم $x = 5$ و $x = -3$ و خطوط افقی $y = 7$ و $y = -1$ بر دایره C' مماس‌اند. هر خط افقی یا قائم که خارج از فاصله بین این چهار خط مذکور باشد، فاقد نقطه‌ای است که بتوان از آن نقطه، دو مماس عمود بر هم بر دایره C رسم کرد. در بین خطوط داده شده، خط $y = -3$ دارای این ویژگی است.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۳. گزینه «۴» (امیررضا فلاح)

مرکزهای این دو دایره را که روی خط $y = x + 1$ قرار دارند به صورت پارامتری $O'(\alpha, \alpha + 1)$ در نظر می‌گیریم.

فاصله مرکز دایره تا خط $y = 4$ برابر شعاع دایره می‌باشد، پس:

$$R = |y_{O'} - 4| = |\alpha + 1 - 4| = 3 \Rightarrow |\alpha - 3| = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - 3 = 3 \Rightarrow \alpha = 6 \Rightarrow O_1(6, 7) \\ \alpha - 3 = -3 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow O_2(0, 1) \end{cases}$$

طول خط‌المركزین را با مقادیر جمع و تفاضل شعاع دایره‌ها مقایسه می‌کنیم:

$$O_1O_2 = \sqrt{(6-0)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}, \quad \begin{cases} R_1 + R_2 = 6 \\ |R_1 - R_2| = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow O_1O_2 > R_1 + R_2 \Rightarrow$ دو دایره متخارج‌اند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

$$OA^2 = OT^2 + AT^2 \Rightarrow 16 = 4 + AT^2 \Rightarrow AT = \sqrt{12}$$

نقطه تماس را به صورت $T(x, \sqrt{4-x^2})$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$AT = \sqrt{(x-4)^2 + (\sqrt{4-x^2})^2} = \sqrt{12}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-8x+20} = \sqrt{12} \Rightarrow x = 1$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۸- گزینه «۳» (افشین فاضل‌نار)

مرکز و شعاع دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2a+1$ عبارتند از:

$$O'(-1, 1) \text{ و } r = \sqrt{2a+1}$$

با توجه به فرض، خط باید بر دایره مماس باشد و در نتیجه فاصله مرکز دایره از خط مفروض برابر شعاع دایره است:

$$\frac{|-1+2(1)+2a-2|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{2a+1}$$

$$\Rightarrow |2a-1| = \sqrt{5} \times \sqrt{2a+1} \Rightarrow 9a^2 - 6a + 1 = 5(2a+1)$$

$$\Rightarrow 9a^2 - 16a - 4 = 0 \Rightarrow (a-2)(9a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{2}{9} \end{cases}$$

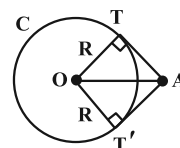
$$\begin{cases} a = 2 \Rightarrow R_1 = \sqrt{5} \\ a = -\frac{2}{9} \Rightarrow R_2 = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow R_1 + R_2 = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{5} \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۴۵)

۲۹- گزینه «۳» (امیرسین ابومصوب)

فرض کنید از نقطه A، دو مماس عمود بر هم بر دایره C(O, R) رسم کرده باشیم. چهارضلعی ATOT' چهار زاویه قائمه دارد و دو ضلع مجاور آن برابر یکدیگرند ($OT = OT' = R$)، پس این چهارضلعی مربع است.

و در نتیجه OA قطر مربع و اندازه آن برابر $R\sqrt{2}$ است.





۳۱- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

طبق ویژگی‌های رابطه عاد کردن داریم:

$$\begin{cases} 2n+3 \mid 3n^2-2n+5 \xrightarrow{\times 2} 2n+3 \mid 6n^2-4n+10 \\ 2n+3 \mid 2n+3 \xrightarrow{\times 2n} 2n+3 \mid 6n^2+9n \end{cases}$$

تفاضل $\rightarrow 2n+3 \mid 13n-10$

$$\begin{cases} 2n+3 \mid 13n-10 \xrightarrow{\times 2} 2n+3 \mid 26n-20 \\ 2n+3 \mid 2n+3 \xrightarrow{\times 12} 2n+3 \mid 26n+39 \end{cases}$$

تفاضل $\rightarrow 2n+3 \mid 59$ (*)

n عددی طبیعی و عدد ۵۹ اول است، پس از رابطه (*) نتیجه می‌شود:

$$2n+3=59 \Rightarrow n=28$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مضرب ۲۸، عدد $4 \times 28 = 112$ است که مجموع ارقامش برابر ۴ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

اعداد اول بزرگ‌تر از ۲، اعدادی فرد هستند، پس a عددی فرد است

و $a+2^{101}$ نیز عددی فرد می‌باشد و چون b مقسوم‌علیه $(a+2^{101})$

است، پس b نیز فرد می‌باشد. می‌دانیم مربع هر عدد فرد به شکل $4k+1$

است، $(k \in \mathbb{Z})$ ، نوشته می‌شود، پس:

$$a^2 + b^2 + 17 = (4k+1) + (4k'+1) + 17$$

$$= 4(k+k') + 19 = 4(k+k'+2) + 3 = 4q + 3$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۳۳- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

طبق فرض باید در تقسیم $a = bq + r$ ، رابطه $r = 3q$ برقرار باشد،

داریم:

$$45 = bq + 3q \Rightarrow q(b+3) = 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9 = 1 \times 45$$

در قضیه تقسیم، همواره $r < b$ است پس $3q < b$ ، یعنی $q < b$ و در

نتیجه $q < b+3$ و داریم:

$$q = 3, b+3 = 15 \Rightarrow b = 12 \quad (1)$$

$$q = 5, b+3 = 9 \Rightarrow b = 6 \quad (2)$$

$$q = 1, b+3 = 45 \Rightarrow b = 42 \quad (3)$$

تنها موارد (۱) و (۳) قابل قبول است و مورد (۲) با شرط $3q < b$ همخوانی ندارد و غیرقابل قبول است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۳۴- گزینه «۳»

(امیررضا خلاج)

طبق فرض داریم:

$$4^n + 55 \equiv 0 \Rightarrow 4^n \equiv -55 \equiv -4$$

یعنی توان‌هایی از ۴ را می‌خواهیم که در تقسیم بر ۱۷ با ۴ هم‌نهشت باشند:

$$4^2 \equiv -1 \xrightarrow{\times 4} 4^3 \equiv -4 \xrightarrow{\times 4} 4^4 \equiv 16 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times 4} 4^5 \equiv 4 \xrightarrow{\times 4} 4^6 \equiv 16 \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 4^7 \equiv 4$$

بنابراین ... ، ۷ ، ۳ ، n. پس $n = 4k + 3$ ، $(k \geq 0)$ ، الگوی توان‌هایی

از ۴ می‌باشد که در تقسیم بر ۱۷ با ۴ هم‌نهشت می‌باشند.

$$n = 4k + 3 \xrightarrow{n \text{ دورقمی}} 10 \leq 4k + 3 < 100$$

$$\Rightarrow k = 2, \dots, 24 \Rightarrow \text{مقدار } 23$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۳۵- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

عدد داده شده مضرب ۹ است، پس طبق قاعده بخش‌پذیری بر ۹ داریم:

$$777a1a \equiv 7+7+a+1+a \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -15 \equiv -15+27 \equiv 12$$

$$\xrightarrow{+2} a \equiv 6 \xrightarrow{0 \leq a < 9} a = 6$$

$$6^2 \equiv ? \Rightarrow \begin{cases} 6^6 \equiv 0 \equiv -6 \\ 6^6 \equiv (-1)^6 \equiv 1 \equiv -6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{|6, 7|=42} 6^6 \equiv -6 \equiv 36$$

در نتیجه $6^6 \in [36]_{42}$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۳۶- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

معادله سیاله فوق در \mathbb{Z} جواب دارد، پس: (*) $(P^2 - 1, 9) \mid P$

از آنجا که $9 = 3^2$ ، پس مقدار $(P^2 - 1, 9)$ یکی از سه مقدار ۱، ۳ یا ۹

می‌تواند باشد. اگر $P \neq 3$ ، در این صورت عدد اول P به صورت $3k+1$

یا $3k+2$ است و در این صورت:



۳۹- گزینه «۴»

(آرین تفضلی زاده)

در این گراف 2 -منتظم، رابطه زیر برقرار است:

$$pr = 2q \xrightarrow{q=p+3} pr = 2(p+3) \Rightarrow pr - 2p = 6$$

$$p(r-2) = 6 \Rightarrow p = \frac{6}{r-2}$$

$$\begin{cases} r=3 \Rightarrow p=6 & \checkmark \\ r=4 \Rightarrow p=3 & \times \\ r=5 \Rightarrow p=2 & \times \\ r=8 \Rightarrow p=1 & \times \end{cases}$$

توجه داشته باشید که $0 \leq r \leq p-1$.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۴۰)

(امیرمسین ابومبوب)

۴۰- گزینه «۲»

ابتدا عدد 360 را به عامل های اول آن تجزیه می کنیم:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

با توجه به این که یکی از عامل ها عدد 5 است، پس $\Delta(G) \geq 5$.

درجات گرافی از مرتبه 6 با اعدادی که حاصل ضرب آن ها 360 باشد، به صورت

زیر است:

$$G: 5, 4, 3, 3, 2, 1$$

$$q(G) = \frac{5+4+3+3+2+1}{2} = 9 \quad \text{در این صورت داریم:}$$

$$q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} - q(G) = \frac{6 \times 5}{2} - 9 = 6$$

$$\delta(G) + \Delta(\bar{G}) = p-1 \Rightarrow 1 + \Delta(\bar{G}) = 5 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = 4$$

$$q(\bar{G}) + \Delta(\bar{G}) = 10 \quad \text{در نتیجه:}$$

توجه: حاصل ضرب دنباله اعداد $5, 3, 3, 2, 2, 2$ نیز برابر 360

است ولی این دنباله نمی تواند درجات رئوس گراف ساده باشد!

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

$$P^2 - 1 = (P-1)(P+1) \begin{cases} \xrightarrow{P=3k+1} = 3k(3k+2) \\ \xrightarrow{P=3k+2} = 3(3k+1)(k+1) \end{cases}$$

یعنی به ازای $P \neq 3$ ، عدد $P^2 - 1$ مضرب 3 است.

در نتیجه حاصل $(P^2 - 1, 9)$ یکی از دو مقدار 3 یا 9 است که از رابطه

(*) تنها عدد اول $P = 3$ می تواند قرار بگیرد که غیر قابل قبول است. پس

فرض $P \neq 3$ غلط است و $P = 3$ می باشد و معادله سیاله به صورت زیر

$$8x + 9y = 3$$

می شود:

$$\xrightarrow{\text{پیمانه 9}} 8x \equiv 3 \Rightarrow -x \equiv 3 \Rightarrow x \equiv -3 \Rightarrow x = 9m - 3$$

به ازای $m = 11$ ، بزرگ ترین مقدار طبیعی دو رقمی x به دست می آید:

$$x_{\max} = 9 \times 11 - 3 = 96 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 15$$

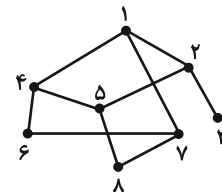
(ریاضیات گسسته-آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

(افشین فاضل هان)

۳۷- گزینه «۳»

مطابق نمودار، رئوس را شماره گذاری می کنیم.

سه دور به طول ۵ وجود دارد:



$$125871, 458764, 145871$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۸)

(علیرضا شریف فطیعی)

۳۸- گزینه «۳»

تعداد یال های گراف کامل هم مرتبه G برابر است با:

$$q(K_{10}) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

گراف G ، 20 یال کمتر از K_{10} دارد. برای رسم 20 یال حداقل 7 رأس

لازم است ($q(K_7) = \binom{7}{2} = 21 > 20$). پس از گراف کامل

مرتبه 10 ، 20 یال را به صورت فشرده، از یک مجموعه 7 رأسی جدا

می کنیم. لذا سه رأس دیگر از درجه 9 باقی خواهد ماند، که حداکثر تعداد

رئوس ممکن است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۴ تا ۳۸)



فیزیک

۴۱- گزینه «۲»

(مسام ناری)

بررسی موارد:

الف) درست؛ جهت تقعر (گودی) نمودار $x-t$ ، علامت شتاب را نشان می‌دهد که در بازه t_1 تا t_2 ، گودی به سمت پایین و در نتیجه علامت شتاب منفی و در خلاف جهت محور x است.

ب) نادرست؛ شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $x-t$ ، سرعت متوسط را نشان می‌دهد که در نمودار داده شده، اندازه شیب خط واصل دو لحظه t_1 و t_2 ، بزرگ‌تر از اندازه شیب خط واصل دو لحظه t_3 و t_4 است.

پ) درست؛ بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که اولاً $x=0$ و ثانیاً علامت x تغییر کند که تنها در لحظه t_4 این اتفاق می‌افتد. دقت کنید که در لحظه t_4 ، $x=0$ می‌شود ولی تغییر علامت نمی‌دهد.

ت) نادرست؛ جهت حرکت متحرک زمانی تغییر می‌کند که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که بیانگر سرعت است، صفر شود و تغییر علامت بدهد. در نمودار داده شده در لحظات t_1 ، t_2 و t_3 این اتفاق رخ می‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

۴۲- گزینه «۲»

(مجتبی نکلوتیان)

برای به دست آوردن سرعت متوسط $(\bar{v}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t})$ در جابه‌جایی بین مکان‌های x_1 و x_2 ، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_1 \leq t \leq t_2 : |v_{av_1}| = \frac{x_1 - x_2}{2t'}$$

$$t_1 \leq t \leq t_3 : |v_{av_2}| = \frac{x_1 - x_2}{\Delta t'}$$

$$t_2 \leq t \leq t_4 : |v_{av_3}| = \frac{x_1 - x_2}{4t'}$$

$$t_3 \leq t \leq t_4 : |v_{av_4}| = \frac{x_1 - x_2}{t'}$$

ملاحظه می‌شود که $|v_{av_4}|$ بیشترین و $|v_{av_3}|$ کمترین اندازه سرعت متوسط می‌باشند. بنابراین:

$$|v_{av_4}| - |v_{av_3}| = 12 \Rightarrow \frac{v(x_1 - x_2)}{\Delta t'} = 12 \Rightarrow \frac{x_1 - x_2}{t'} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_{av_2} = \frac{x_1 - x_2}{4t'} = \frac{15}{4} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

۴۳- گزینه «۱»

(بهزار آزارفر)

طبق نمودار حرکت با سرعت ثابت است، پس:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = v_A t - 2$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = v_B t + 4$$

دو متحرک در لحظه $t = \Delta s$ به هم می‌رسند:

$$x_A = x_B \xrightarrow{t=\Delta s} \Delta s v_A - 2 = \Delta s v_B + 4$$

$$v_A - v_B = 1/2 \frac{m}{s}$$

فاصله ۲ متحرک در لحظه $t = 8s$ برابر است با:

$$\begin{aligned} |x_A - x_B| &= |(v_A t + x_{0,A}) - (v_B t + x_{0,B})| \\ &= |8v_A - 2 - 8v_B - 4| = |8(v_A - v_B) - 6| \\ &= |8(1/2) - 6| = |4 - 6| = 2 \text{ m} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- گزینه «۴»

(زهره آقاممدری)

با توجه به نمودار مشخص است که حرکت متحرک A با سرعت ثابت و حرکت متحرک B با شتاب ثابت صورت می‌گیرد، در نتیجه سرعت

$$v_A = 20 \frac{m}{s} \quad \text{متحرک } A \text{ و شتاب متحرک } B \text{ برابرند با:}$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_0}{5} = \frac{20 - 40}{5} = -4 \frac{m}{s^2}$$

با داشتن شتاب متحرک B ، با استفاده از معادله سرعت-زمان، لحظه تغییر جهت متحرک B را که در آن سرعت متحرک صفر می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=-4 \frac{m}{s^2}, v_0=40 \frac{m}{s}} 0 = -4t + 40 \Rightarrow t = 10s$$

سپس معادله حرکت هر دو متحرک را در SI ، می‌نویسیم:

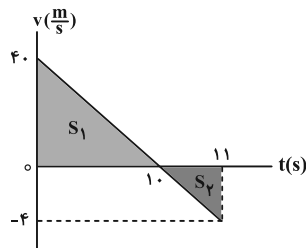
$$x_A = v_A t + x_{0,A} \xrightarrow{v_A=20 \frac{m}{s}, x_{0,A}=-2m} x_A = 20t - 2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_B &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=-4 \frac{m}{s^2}, v_0=40 \frac{m}{s}, x_0=20m} \\ x_B &= \frac{1}{2} \times (-4)t^2 + 40t + 20 \Rightarrow x_B = -2t^2 + 40t + 20 \quad (2) \end{aligned}$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان یکسانی دارند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} x_A = x_B \xrightarrow{(1), (2)} 20t - 2 &= -2t^2 + 40t + 20 \\ \Rightarrow 2t^2 - 20t - 22 &= 0 \Rightarrow t^2 - 10t - 11 = 0 \\ \Rightarrow (t+1)(t-11) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 & \text{غ ق} \\ t = 11s \end{cases} \end{aligned}$$

اکنون مسافت طی شده توسط متحرک B را از لحظه صفر تا $t = 11s$ به دست می‌آوریم. توجه کنید که چون متحرک B در لحظه $t = 10s$ تغییر جهت می‌دهد، مسافت طی شده برابر حاصل جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها از لحظه صفر تا $t = 10s$ و $t = 10s$ تا $t = 11s$ است. با توجه به این که مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، برابر جابه‌جایی است، داریم:



$$l = S_1 + S_2 = \frac{40 \times 10}{2} + \frac{4 \times 1}{2} = 202 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(ممدکاتظم منشاری)

۴۷- گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} v_B^y - v_A^y &= \Delta a(x_B - x_A) \\ v_C^y - v_A^y &= \Delta a(x_C - x_A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_B^y - v_A^y}{v_C^y - v_A^y} = \frac{r}{\frac{\Delta r}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} v_B^y - \frac{1}{9} v_A^y = v_C^y - v_A^y$$

$$\Rightarrow v_C^y = \frac{1}{9} v_B^y + \frac{1}{9} v_A^y = \frac{1}{9} (\Delta v_B^y + v_A^y)$$

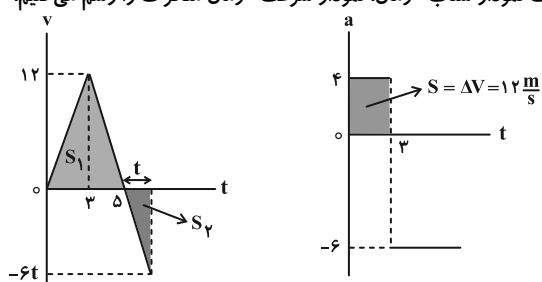
$$\Rightarrow v_C = \frac{1}{3} \sqrt{\Delta v_B^y + v_A^y}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه ۱۸)

(مهری شریفی)

۴۸- گزینه «۲»

سطح زیر نمودار شتاب- زمان نشان دهنده تغییرات سرعت است، پس ابتدا به کمک نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



چون مساحت زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی است، فرض می‌کنیم t ثانیه بعد از لحظه $t = \Delta s$ مقادیر S_1 و S_2 برابر می‌شوند تا $\Delta x = 0$ شود:

$$S_1 = \frac{\Delta s \times 12}{2} = 30 \text{ m} \Rightarrow |S_2| = 30 \text{ m}$$

$$|S_2| = 30 = \frac{t \times 6t}{2} \Rightarrow t = \sqrt{10} \text{ s}$$

پس در لحظه $t = \Delta s + \sqrt{10} \text{ s}$ ، جابه‌جایی متحرک و در نتیجه سرعت متوسط آن تا این لحظه صفر می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(مهران اسماعیلی)

۴۹- گزینه «۳»

با استفاده از معادله سرعت- زمان و معادله مکان- زمان متحرک، می‌توان شتاب و سرعت اولیه متحرک را محاسبه کرد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s, v=0} 0 = a \times 2 + v_0 \Rightarrow 2a + v_0 = 0 \quad (1)$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{t=6s, x=0} 0 = \frac{1}{2} a \times 6^2 + v_0 \times 6 + 24 \Rightarrow 18a + 6v_0 + 24 = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2a + v_0 = 0 \\ 18a + 6v_0 = -24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{5} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = \frac{8}{5} \frac{m}{s} \end{cases}$$

(علیرضا جباری)

۴۵- گزینه «۴»

چون حرکت بر مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت است، جابه‌جایی و مسافت، برابر هستند.

$$v_0 \xrightarrow[t_1=6s]{\frac{\Delta l}{9}} \xrightarrow[t_2]{\frac{4}{9} \Delta l} v=0$$

رابطه مستقل از سرعت اولیه (حرکت برعکس جهت شکل بالا) در حرکت با شتاب ثابت را یک بار برای کل مسیر و بار دیگر برای $\frac{4}{9}$ آخر مسیر می‌نویسیم و از تقسیم آن‌ها بر یکدیگر t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= -\frac{1}{2} at^2 + vt \xrightarrow{v=0, \Delta x=l} \\ \Delta x &= -\frac{1}{2} a(t_1+t_2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{l}{\frac{4}{9}l} = \frac{(t_1+t_2)^2}{t_2^2}$$

$$\frac{4}{9}l = -\frac{1}{2} at_2^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{(t_1+t_2)^2}{t_2^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{3}{2} = \frac{t_1+t_2}{t_2}$$

$$\Rightarrow 3t_2 = 2t_1 + 2t_2 \Rightarrow t_2 = 2t_1 \xrightarrow{t_1=6s} t_2 = 12s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

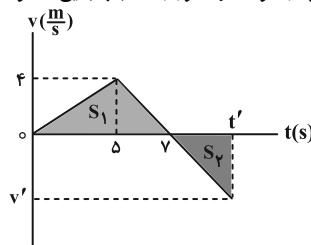
(علیرضا جباری)

۴۶- گزینه «۱»

سرعت متحرک در لحظه t' را با v' نشان می‌دهیم. شتاب متحرک در بازه زمانی Δs تا t' ثابت است، بنابراین می‌توانیم شتاب حرکت در بازه زمانی Δs تا Δs را با شتاب حرکت در بازه زمانی Δs تا t' برابر قرار دهیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{\Delta s - \Delta s} = \frac{v' - 0}{t' - \Delta s} \Rightarrow -2 = \frac{v'}{t' - \Delta s} \Rightarrow v' = -2(t' - \Delta s)$$

سطح محصور بین نمودار سرعت و محور زمان، جابه‌جایی متحرک را نشان می‌دهد:



$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{4 \times \Delta s}{2} + \frac{(t' - \Delta s)v'}{2} \xrightarrow{v' = -2(t' - \Delta s)}$$

$$\Delta x = 14 - \frac{2(t' - \Delta s)(t' - \Delta s)}{2} \Rightarrow \Delta x = 14 - (t' - \Delta s)^2$$

اکنون رابطه سرعت متوسط را برای بازه زمانی صفر تا t' می‌نویسیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = 0, \Delta s = 5} 0/5 = \frac{14 - (t' - \Delta s)^2}{t' - 0}$$

$$\Rightarrow 0/5 t' = 14 - (t' - \Delta s)^2 \Rightarrow t'^2 - 13/5 t' + 35 = 0$$

$$\text{ح ق ق} \begin{cases} t' = 3/5 \\ t' = 10 \end{cases} \text{ ح ق ق} \begin{cases} t' > 5 \\ t' = 10 \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



حال با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow{a = -\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}, x_0 = 24m}$$

$$v_0 = 8 \frac{m}{s}, v = 4 \frac{m}{s}$$

$$4^2 - 8^2 = 2(-\frac{4}{5})(x - 24) \Rightarrow 16 - 64 = -8(x - 24)$$

$$\Rightarrow x = 30m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) را یک بار برای $\frac{4}{9}$ اول مسیر و بار دیگر برای کل مسیر می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2g(\frac{4}{9}h) \\ v_2^2 = 2gh \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{2g(\frac{4}{9}h)}{2gh}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{2}{3}v_2$$

چون حرکت گلوله سقوط آزاد و با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌باشد، تندی متوسط در $\frac{5}{9}$ آخر مسیر میانگین v_1 و v_2 است.

$$s_{av} = v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_1 + \frac{3}{2}v_1}{2} = \frac{2v_1 + \frac{3}{2}v_1}{2} = \frac{7}{4}v_1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6}v_2 = \frac{7}{4}v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{105}{28}v_1 = \frac{15}{4}v_1$$

$$v_2^2 = 2gh \xrightarrow{v_2 = \frac{15}{4}v_1} \left(\frac{15}{4}v_1\right)^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 45m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱ - گزینه «۲»

(محمدرضا شریفی)

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$(1) \quad F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a)$$

$$(2) \quad 2F - mg = ma' \Rightarrow 2F = m(g + a')$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 2(mg + ma) = mg + ma'$$

$$2mg + 2ma = mg + ma'$$

$$mg = ma' - 2ma \Rightarrow g = a' - 2a$$

$$a' = g + 2a \Rightarrow a' > 2a$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۵۲ - گزینه «۳»

(مسین الهی)

زمانی چترناز به تندی حدی می‌رسد که $f_D = mg$ باشد.

$$f_D = 120v^2 = 120 \times 2^2 = 480N \xrightarrow{f_D = mg} 480 = m \times 10$$

$$\Rightarrow m = 48kg$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 480 - (120 \times 1^2) = 48 \times a \Rightarrow 360 = 48 \times a$$

$$\Rightarrow a = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۵۳ - گزینه «۱»

(امیراحمد میرسعید)

ابتدا نیروی عمودی سطح را به دست آورده و سپس μ_k و μ_s را می‌یابیم:

$$F_N = mg + 20 \Rightarrow F_N = 40N$$

$$f_{s,max} = 30N \Rightarrow \mu_s F_N = 30 \Rightarrow 40\mu_s = 30 \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

$$f_k = 20N \Rightarrow \mu_k F_N = 20 \Rightarrow 40\mu_k = 20 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۴ - گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

نیروهای وارد بر نردبان، به صورت شکل زیر است که در آن F_{N_1} ، نیروی عمودی سطح از طرف دیوار به نردبان، F_{N_2} ، نیروی عمودی سطح از طرف زمین به نردبان، mg نیروی وزن و f_s نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان است. چون نردبان ساکن است، نیروهای وارد بر آن متوازنند و داریم:

$$\begin{cases} F_{N_1} = f_s \\ F_{N_2} = Mg \end{cases}$$

با قرار گرفتن شخص روی نردبان، نیروی وزن و در نتیجه نیروی F_{N_2} افزایش می‌یابد، ولی نیروهای f_s (نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان) و F_{N_1} (نیروی عمودی دیوار به نردبان) ثابت می‌مانند. نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند (R)، طبق رابطه زیر افزایش می‌یابد:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_s^2} \xrightarrow{F_{N_2} \text{ افزایش می‌یابد}} R \text{ افزایش می‌یابد}$$

توجه کنید که با افزایش F_{N_2} ، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین نردبان و سطح زمین افزایش می‌یابد و نردبان همچنان ساکن می‌ماند:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2}$$

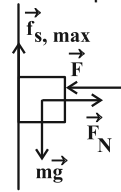
(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)



۵۵ - گزینه ۲»

(مهران اسماعیلی)

حداقل نیروی F برای زمانی است که جسم در آستانه لغزش رو به پایین باشد. بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم و دیواره آسانسور از نوع $f_{s,max}$ است. با رسم نیروهای وارد بر جسم و نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



در راستای افقی: $F_N = F$

در راستای قائم: $F_{net} = ma \Rightarrow f_{s,max} - mg = ma$

$$m = 2 \text{ kg}, a = \frac{m}{s^2} \Rightarrow f_{s,max} - 2 \times 10 = 2 \times 2 \Rightarrow f_{s,max} = 24 \text{ N}$$

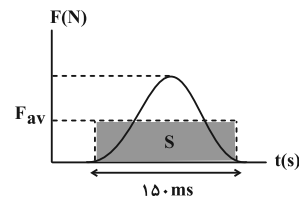
$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 24 = \mu_s F \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۳)

۵۶ - گزینه ۴»

(امیرامیر میرسعید)

مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر Δp می‌باشد و اگر مساحت شکل قابل محاسبه نبود، می‌توان مساحت مستطیل زیر را محاسبه کرده و برابر مساحت شکل قرار داد. پس می‌توان نوشت:



$$S = F_{av} \times 150 \times 10^{-3}$$

مساحت مستطیل برابر اندازه تغییرات تکانه است. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta p = S \Rightarrow 3 = F_{av} \times 150 \times 10^{-3} \Rightarrow F_{av} = 20 \text{ N}$$

$$F_{max} = 2F_{av} = 2 \times 20 = 40 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۷ - گزینه ۲»

(مسعود فخرانی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ همان نیروی خالص است که فقط یک مرتبه تغییر علامت (و جهت) داده است.

(ب) نادرست؛ زیرا متحرک تغییر جهت داده است (در لحظات t_1 و t_2) و بنابراین مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابر نیستند.

(پ) درست؛ چون شیب خط مماس بر نمودار $(F_{net} = ma)$ ثابت است پس حرکت با شتاب ثابت است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۸ - گزینه ۱»

(محمود منهوری)

ابتدا رابطه شتاب گرانشی را بر اساس چگالی محاسبه می‌کنیم:

$$g = G \frac{M}{R^2} \xrightarrow{m = \rho \cdot V} g = G \frac{\rho \cdot V}{R^2} \xrightarrow{V = \frac{4}{3} \pi R^3} g = \frac{4}{3} G \cdot \rho \cdot \pi R$$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{3} G \rho \pi R$$

حال مقدار شتاب سیاره (g_s) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_s}{g_e} = \frac{\rho_s}{\rho_e} \times \frac{R_s}{R_e} \xrightarrow{\rho_s = 6\rho_e, g_e = 10 \frac{N}{kg}, R_s = \frac{1}{2} R_e}$$

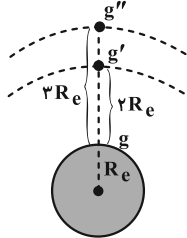
$$\frac{g_s}{10} = \frac{6\rho_e}{\rho_e} \times \frac{1}{2} \times \frac{R_e}{R_e} \Rightarrow g_s = 10 \times 6 \times \frac{1}{2} = 30 \frac{N}{kg}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۹ - گزینه ۱»

(علیرضا چباری)

با تغییر مدار ماهواره، جرم آن عوض نمی‌شود اما هر چه از زمین دور شود، شتاب گرانش کاهش و در نتیجه، وزن آن هم کاهش می‌یابد.



$$12800 \text{ km} = 2 \times 6400 \text{ km} = 2R_e$$

$$25600 \text{ km} = 4 \times 6400 \text{ km} = 4R_e$$

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r=R_e, r'=2R_e} \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g' = \frac{g}{4}$$

$$\frac{g''}{g} = \left(\frac{r}{r''}\right)^2 \xrightarrow{r=R_e, r''=4R_e} \frac{g''}{g} = \left(\frac{R_e}{4R_e}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow g'' = \frac{g}{16}$$

تغییر وزن ماهواره، بین این دو مدار به صورت زیر است:

$$W'' - W' = mg'' - mg' = m(g'' - g') = m\left(\frac{g}{16} - \frac{g}{4}\right)$$

$$\xrightarrow{g=10 \frac{N}{kg}, m=144 \text{ kg}} W'' - W' = 144 \left(\frac{10}{16} - \frac{10}{4}\right) = 90 - 360 = -270 \text{ N}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که وزن ماهواره، کاهش یافته است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۰ - گزینه ۱»

(زهره آقاممدری)

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره در گردش به دور زمین، همان نیروی گرانش است. بنابراین داریم:

$$F_c = W \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{r} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{r_B}{r_A} \quad (1)$$

چون تندی ماهواره A ، ۲۰ درصد بیشتر از تندی ماهواره B

است، $(v_A = \frac{6}{5} v_B)$ داریم:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{36}{25} \quad (2)$$

از طرفی شتاب گرانش در فاصله r از مرکز زمین برابر است با:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{(2)} \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{36}{25}\right)^2 = 2.07 \approx 2$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)



۶۱- گزینه «۱»

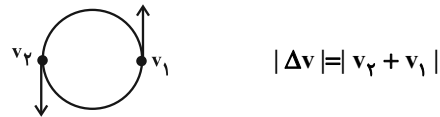
(معدری شریفی)

ابتدا شتاب متوسط را در ۱۰s اول پیدا می‌کنیم:

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 20 = 120 \text{ m}$$

$$\text{مسافت طی شده} : \ell = s \cdot t = 6 \times 10 = 60 \text{ m}$$

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad (\text{متحرک نصف محیط دایره را پیموده است.})$$



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{10} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{6^2}{20} = \frac{36}{20} = \frac{18}{10} = 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{شتاب مرکزگرا})$$

$$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{1.2}{1.8} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۲- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

نیروی فنر نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند و چون فنر در نهایت با طول ۸۰cm می‌چرخد، پس شعاع مسیر دایره‌ای برابر ۸۰cm می‌شود. لذا

$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{مرکزگرا}} \Rightarrow kx = \frac{mv^2}{r}$$

می‌توان نوشت:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{6}{30} = 2 \text{ s}$$

طبق رابطه $T = \frac{t}{n}$ می‌توان نوشت:

از طرفی داریم:

$$v = r \left(\frac{2\pi}{T} \right) = \frac{r=0.8\text{m}}{T=2\text{s}} \rightarrow v = 0.8 \times \left(\frac{2\pi}{2} \right) = 0.8\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v^2 = 0.64\pi^2$$

با جای گذاری در رابطه اول خواهیم داشت:

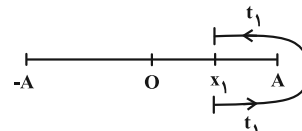
$$kx = \frac{mv^2}{r} \rightarrow \frac{x=\frac{2}{10}\text{m}, v^2=0.64\pi^2}{r=\frac{8}{10}\text{m}, m=\frac{1}{10}\text{kg}} k \left(\frac{2}{10} \right) = \frac{\left(\frac{1}{10} \right) \left(\frac{64}{100} \pi^2 \right)}{\frac{8}{10}}$$

$$k = 2\pi^2 \rightarrow \pi^2=10 \rightarrow k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۳)

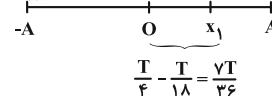
۶۳- گزینه «۱»

(امیراحمد میرسعید)



حداقل زمان یعنی طبق شکل بالا از x_1 به A رفته و بازمی‌گردد.

$$2t_1 = \frac{T}{9} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{18}$$



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۴- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

ابتدا با توجه به معادله مکان- زمان نوسانگر، دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.01 \cos 40\pi t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0.01 \text{ m} \\ \omega = 40\pi \end{cases} \rightarrow \frac{\omega = \frac{2\pi}{T}}{40\pi} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 40\pi$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

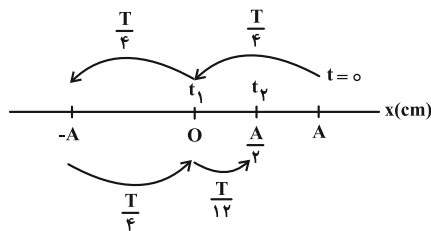
اکنون لحظه t_1 و بازه $\Delta t = t_2 - t_1$ را بر حسب T محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{40} = \frac{1}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{120} - \frac{1}{80} = \frac{5}{240} \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{5}{240} = \frac{1}{48}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{48} = \frac{T}{9.6}$$

در نتیجه مسیر حرکت نوسانگر به صورت زیر است:



$$\ell = 2A + \frac{A}{2} = 2.5A$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell=2.5A, A=0.01\text{m}}{\Delta t=\frac{5}{240}\text{s}} \rightarrow s_{av} = \frac{2.5 \times 0.01}{\frac{5}{240}} = \frac{6}{240} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۵- گزینه «۲»

(میتبی نکوتیان)

با توجه به معادله مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{3}}{2}A, t=\frac{1}{5}\text{s}} -\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{5} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{14\pi}{5T} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad/s}$$

سپس مکان نوسانگر را در لحظات t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$t = t_1 = 0.4 \text{ s} \Rightarrow x_1 = A \cos \left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{2}{5} \right)$$

$$= A \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{A}{2} \quad (\text{ربع اول})$$

$$t = t_2 = 1/6 \text{ s} \Rightarrow x_2 = A \cos \left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{1}{3} \right)$$

$$= A \cos \left(\frac{5\pi}{18} \right) = -\frac{A}{2} \quad (\text{ربع سوم})$$

از طرفی با توجه به رابطه شتاب گرانش می‌توان رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش با فاصله را نوشت:

$$g = G \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_2=R_e+R_e=2R_e]{r_1=R_e}$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{2R_e}{R_e}\right)^2 = 4$$

حال با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1} \times \frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow[\frac{T_1=N_1}{T_2=N_2}]{\frac{T_2=N_1}{T_1=N_2}}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1} \times \frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow[\frac{g_1=4}{g_2}]{\frac{N_1=2/6}{N_2}} \rightarrow 2/6 = \sqrt{\frac{l_2}{l_1} \times 4}$$

$$\Rightarrow 1/3 = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = 1/69 \Rightarrow l_2 = 1/69 l_1$$

$$\text{درصد افزایش طول} = \frac{\Delta l}{l_1} \times 100 = \frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100$$

$$= \frac{1/69 l_1 - l_1}{l_1} \times 100 = 69\%$$

(فیزیک ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۶۷)

(علیرضا جباری)

۷- «گزینه ۱»

طول پاره‌خط نوسانی، ۲ برابر دامنه است. پس داریم:

$$16 = 2A \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$

رابطه شتاب بر حسب مکان برای نوسانگری که روی محور X و در طرفین

مبدأ مکان، نوسان می‌کند، به صورت $a = -\omega^2 x$ است.

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\frac{a=-12/8 \frac{m}{s^2}}]{x=A=8 \text{ cm}} -12/8 = -\omega^2 \times 8 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{1280}{8} = 160$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \xrightarrow[\omega^2=160]{\pi^2=10} 160 = \frac{4 \times 10}{T^2}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

برای آن که آونگ با نوسانگر فوق تشدید حاصل کند باید دوره نوسان آن‌ها

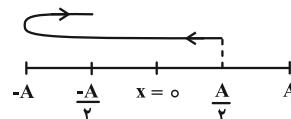
یکسان باشد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow[\frac{T=1/2 \text{ s}}{g=\pi^2}]{\frac{T=1/2 \text{ s}}{g=\pi^2}} \frac{1}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\pi^2}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \sqrt{l}$$

$$\Rightarrow l = \frac{1}{16} \text{ m} \Rightarrow l = \frac{100}{16} \text{ cm} = 6/25 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2A}{1/2} = \frac{\Delta A}{3} \\ v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{A}{1/2} = \frac{\Delta A}{6} \Rightarrow |v_{av}| = 2 \end{cases}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۶- «گزینه ۱» (مهری شریفی)

در حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی همواره ثابت است، پس:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow[A=0.2 \text{ m}, \omega=100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}]{m=40 \text{ g}=40 \times 10^{-3} \text{ kg}}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 8 \times 10^{-2} \text{ J}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۷- «گزینه ۱» (مسمن سلماسونی)

انرژی پتانسیل زمانی بیشترین مقدار خواهد بود که نوسانگر در نقاط بازگشت باشد، پس نوسانگر در نقطه A یا -A قرار دارد. در این شرایط نیرو نیز بیشینه می‌شود چون نیرو بیشینه است، پس شتاب نیز بیشینه خواهد بود. همچنین در A یا -A مکان جسم نیز بیشینه است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۸- «گزینه ۳» (سیرممدعلی موسوی)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$$

$$\frac{3}{5} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{9}{25}$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{9}{25} l_1 - l_1 = -\frac{16}{25} l_1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta l}{l_1} \right| \times 100 = \frac{16}{25} \times 100 = 64\%$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۶۷)

۶۹- «گزینه ۳» (مهران اسماعیلی)

اگر آونگ در مدت t، N نوسان کامل انجام دهد، دوره نوسان آونگ برابر

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{است با:}$$

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{52}{20} = 2/6 \text{ s}$$

پس می‌توان نوشت:



شیمی

۷۱- گزینه «۳»

(فسین شاهسواری)

به جز مورد آخر، بقیه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: شبیه به صابون (نه خود صابون)

مورد دوم: رعایت بهداشت فردی و همگانی (نه صرفاً یک مرحله از پیشگیری)

مورد سوم: ویا هنوز هم می‌تواند خطرناک باشد

مورد چهارم: میانگین (نه دست کم)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- گزینه «۱»

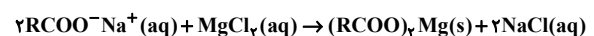
(ممدرضا پوریاوید)

در بین مخلوط‌های گفته شده شیر، سس مایونز و مخلوط آب و روغن و صابون همگی کلوتید هستند. از طرفی مخلوط آب و قند نیز یک محلول است. از آنجا که محلول‌ها و کلوتیدها همگی مخلوط‌هایی پایدار هستند، در بین گزینه‌های داده شده ۳ کلوتید و ۴ مخلوط پایدار وجود دارند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۳- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)



$$\frac{53}{4} \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg} = 0.2 \text{ mol } \text{RCOO}^-\text{Na}^+$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{2 \text{ mol } \text{RCOO}^-\text{Na}^+} \times \frac{a \text{ g } (\text{RCOO})_2\text{Mg}}{1 \text{ mol } (\text{RCOO})_2\text{Mg}}$$

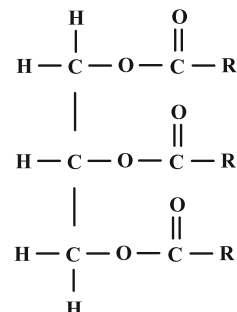
$$\Rightarrow a = 534 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 534 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$a = 2R + 88 + 24 = 534 \Rightarrow R = 211 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$14n + 1 = 211 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow \text{C}_{15}\text{H}_{31}$$

با توجه به ساختار استرهای سه عاملی و فرمول $\text{R}(\text{C}_{15}\text{H}_{31})$ فرمول

مولکولی این استر به صورت $\text{C}_{51}\text{H}_{98}\text{O}$ خواهد بود.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵، ۸ و ۹)

۷۴- گزینه «۲»

(امیرمسعود فسینی)

با شستشوی پارچه نخی با صابون آنزیم‌دار در دمای 40°C ، درصد لکه چربی باقی‌مانده روی پارچه به صفر می‌رسد.

بررسی موارد نادرست:

(۱) با توجه به ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی



وجود دارد و اگر زنجیر هیدروکربنی سیرشده نباشد و پیوند $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد، تعداد این پیوندها بیشتر از ۳ می‌شود.

(۳) نمک‌های منیزیم یا کلسیم مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی در آب محلول بوده و تولید رسوب نمی‌کند.

(۴) برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون باید ترکیبات شیمیایی کلردار اضافه کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۷۵- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

با توجه به رابطه α داریم:

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{H}^+] + [\text{HX}]} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3} + 1/6 \times 10^{-2}} = \frac{1}{9} \approx 0.11$$

حال می‌دانیم که:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{X}^-]}{[\text{HX}]} = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HX}]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{(1/6 \times 10^{-2})} = \frac{1}{4000}$$

$$= 0.25 \times 10^{-3} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۷۶- گزینه «۲»

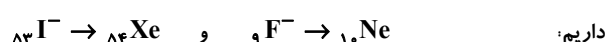
(امیر هاتمیان)

موارد (الف) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) محلول HA یک اسید قوی و محلول HB یک اسید ضعیف است و سرعت واکنش اسید با فلز در شرایط یکسان به قدرت اسیدی (K_a) وابسته است. بنابراین سرعت واکنش محلول HA بیشتر است.

(ب) محلول‌های HA و HB به ترتیب می‌توانند HI و HF باشند لذا



(پ) یونش اسیدهای ضعیف یک فرایند تعادلی و یونش اسیدهای قوی یک فرایند یک‌طرفه و غیرتعادلی است.

(ت) محلول HB یک الکترولیت ضعیف است و غیرالکترولیت ماده‌ای است که در اثر انحلال یونی تولید نکند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳)

۷۷- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

گزینه «۲»: دقت کنید مطابق جدول صفحه ۲۳ کتاب درسی، HNO_3 در بین اسیدهای قوی ضعیف‌تر از سایرین است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)



۷۸- گزینه «۱»

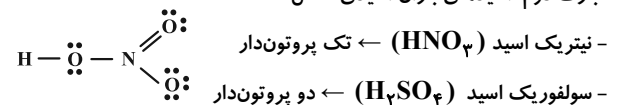
(امیرمسعود حسینی)

تنها عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: یونش فرایندی است که در آن یک ترکیب مولکولی (فاقد یون در ساختار خود) در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود.

عبارت دوم: اسیدهای باران اسیدی شامل:



عبارت سوم: در یک سامانه خنثی همواره و در هر دمایی $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-]$

است و در دمای اتاق (25°C)، $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$.

است. بنابراین در این دما (25°C)، pH سامانه خنثی برابر است با:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 10^{-7} = 7$$

بدیهی است که با تغییر دما، pH سامانه خنثی نیز تغییر می‌کند.

عبارت چهارم: محلول آبی ترکیب اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) علی‌رغم داشتن پیوند هیدروژنی قابلیت عبور برق را ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۷)

۷۹- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) HSO_4^- اسید قوی‌تری است؛ یعنی بیشتر یونیده می‌شود و درجه یونش آن بیشتر است.

(ب) محلول اسیدهای ضعیف (مانند HF) نمونه‌ای از سامانه‌های تعادلی هستند که در لحظه تعادل در آن سرعت واکنش رفت (یونش HF) با

سرعت واکنش برگشت (ترکیب شدن F^- و H^+) برابر است.

(پ) $[\text{SO}_4^{2-}] > [\text{F}^-]$ در شرایط یکسان $K_a(\text{HSO}_4^-) > K_a(\text{HF})$

(ت) HSO_4^- اسید قوی‌تری از HF است. چون K_a آن بزرگ‌تر است در نتیجه در شرایط یکسان بیشتر یونیده شده و غلظت یون‌های تولید شده آن

بیشتر است. به همین دلیل محلول HSO_4^- نسبت به محلول HF رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

(ث) HF اسید ضعیف‌تری است، لذا کمتر یونش یافته و H^+ کمتری تولید می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

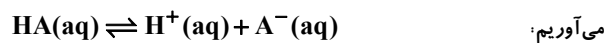
۸۰- گزینه «۲»

(یاسر راش)

ابتدا با استفاده از pH ، غلظت یون هیدرونیوم را حساب می‌کنیم:

$$\text{pH} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{3/7} = 0/02 \text{ mol.L}^{-1}$$

حالا با استفاده از ثابت یونش و $[\text{H}^+]$ ، غلظت مولی اسید (M) را به دست



$$\Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{M - [\text{H}^+]}$$

$$0/05 = \frac{(0/02)^2}{M - 0/02} \Rightarrow M = 0/028 \text{ mol.L}^{-1}$$

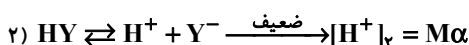
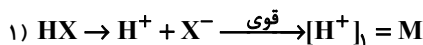
در ادامه با استفاده از رابطه « $M = \frac{10 \cdot a \cdot d}{\text{جرم مولی}}$ »، درصد جرمی HA در

$$0/028 = \frac{10 \times a \times 1/12}{120} \Rightarrow a = 0/3\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۸۱- گزینه «۳»

(مهمدرضا جمشیدی)



$$\frac{\text{شمار ذرات یونیده نشده}}{\text{شمار یون‌ها}} = \frac{[\text{HY}]}{[\text{H}^+] + [\text{Y}^-]} = \frac{M - M\alpha}{2M\alpha} = 3/5$$

$$\xrightarrow{\text{حذف M}} \alpha = \frac{1}{8} = 0/125 \Rightarrow 12/5\%$$

$$\text{pH}_{(2)} = 4/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4/3} = 10^{-5} \times 10^{1/3}$$

$$= 5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_2 = M\alpha \Rightarrow 5 \times 10^{-5} = M \times \frac{1}{8} \Rightarrow M = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH}_1 = -\log[\text{H}^+]_1 = -\log(4 \times 10^{-4}) = 4 - \log 4 = 3/4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۳، ۲۵ و ۲۶)

۸۲- گزینه «۴»

(هاری مهری‌زاده)

با توجه به این‌که pH اسید HB دو واحد کمتر از pH اسید HA است، پس غلظت یون هیدرونیوم در اسید HB ، 10^2 برابر غلظت یون هیدرونیوم در اسید HA خواهد بود.

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow \frac{[\text{H}^+]_{\text{HB}}}{[\text{H}^+]_{\text{HA}}} = \frac{10^{-x}}{10^{-(x+2)}} = 10^2$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow \frac{[\text{H}^+]_{\text{HB}}}{[\text{H}^+]_{\text{HA}}} = \frac{\alpha_{\text{HB}} \times M_{\text{HB}}}{\alpha_{\text{HA}} \times M_{\text{HA}}}$$



$$[H^+] = [HCl] = \frac{0.02 \text{ mol}}{(0.2 + 0.3) \text{ L}} = 0.06 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(6 \times 10^{-2}) = -\log(2 \times 3 \times 10^{-2})$$

$$= (-\log 2) + (-\log 3) + (-\log 10^{-2}) = (-0.3) + (-0.5) + 2 = 1.2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۰ و ۳۱)

۸۵- گزینه «۴» (علی جعفری)

تمامی موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

* عملکرد گل ادریسی عکس کاغذ pH می‌باشد؛ یعنی در محیط اسیدی آبی و در محیط بازی، قرمز رنگ است.

* محلول جوش شیرین (NaHCO₃) و شیشه‌پاک کن هر دو خاصیت بازی دارند و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کنند.

* کاملاً برعکس! تولید گاز H₂ در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد.

* در برخی موارد که لوله‌ها با اسید چرب گرفتگی داشته باشند، باید از موادی مانند NaOH (سود) برای رفع گرفتگی استفاده کرد.

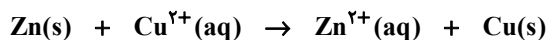
* به‌طور کلی محلول سود نسبت به صابون بازی تر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛

صفحه‌های ۱۲، ۱۳، ۲۶، ۲۹، ۳۲ و ۳۴)

۸۶- گزینه «۲» (امیرمسعود حسینی)

با قرار دادن تیغه روی درون محلول CuSO₄، واکنش اکسایش- کاهش به صورت زیر انجام می‌گیرد.



↓ ↓
۲ الکترون می‌گیرد ۲ الکترون می‌دهد

کاهش می‌یابد اکسایش می‌یابد
کاهنده اکسنده

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ از آنجا که یون Cu²⁺(aq) (گونه اکسنده) آبی رنگ و یون Zn²⁺(aq) بی‌رنگ است، با گذشت زمان از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

۲) نادرست؛ واکنش فلزهایی مانند روی و آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت خودبخودی انجام می‌شود.

۳) درست؛ با توجه به تصویر صفحه ۴۱ کتاب درسی، شعاع اتم Zn از کاتیون Cu²⁺ بزرگ‌تر است.

۴) درست؛ به ازای مبادله ۲ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده، ۱ مول Zn و ۱ مول Cu²⁺ مصرف می‌شوند. همچنین به ازای مصرف هر مول فلز روی و تشکیل هر مول فلز مس، ۱ گرم (۶۵g - ۶۴g = ۱g) از جرم تیغه کاسته می‌شود.

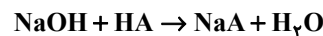
$$\Rightarrow 10^2 = \frac{6/6}{100} \times a$$

$$\Rightarrow 10^2 = \frac{66 \times 10^{-3} a}{22 \times 10^{-3} b}$$

$$\Rightarrow 10^2 = 3 \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{100}{3}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۸۳- گزینه «۲» (رسول عابدینی زواره)



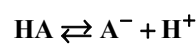
$$\times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.02 \text{ mol HA}$$

$$[\text{HA}] = \frac{n}{V} = \frac{0.02 \text{ mol}}{0.4 \text{ L}} = 0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2/7} = 10^{0/7} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 0.05 \alpha \Rightarrow \alpha = 0.04$$

$$\xrightarrow{\times 100} \alpha \% = 4\% \text{ درصد یونش}$$



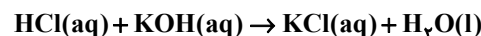
$$K_a = \frac{[\text{A}^-][\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \quad [\text{A}^-] = [\text{H}^+], [\text{HA}] = M \rightarrow$$

$$K_a = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{5 \times 10^{-2}} = 8 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۸۴- گزینه «۲» (معمرباش پوریاوید)

واکنش انجام شده به صورت زیر است.



در ابتدا باید تعداد مول هر یک از واکنش‌دهنده‌ها را تعیین کنیم:

$$\text{KOH مول} = 0.2 \text{ L} \times \frac{0.75 \text{ mol KOH}}{1 \text{ L}} \text{ محلول}$$

$$= 0.15 \text{ mol KOH}$$

$$\text{HCl مول} = 0.3 \text{ L} \times \frac{0.6 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L}} \text{ محلول}$$

$$= 0.18 \text{ mol HCl}$$

با توجه به این که مقدار مول HCl بیشتر است، مقدار باقی‌مانده از آن پس از واکنش با اسید برابر است با: 0.18 - 0.15 = 0.03 mol HCl

از آنجا که حجم محلول نهایی برابر با حجم کل محلول‌های مخلوط شده با یکدیگر است، غلظت HCl باقی‌مانده و مقدار pH آن عبارتند از:



$$\frac{\text{مول } e^- \text{ مبادله شده}}{e^- \text{ مبادله شده } 6 \times 10^{23}} \times \frac{e^- \text{ مبادله شده } 4 / 816 \times 10^{22}}{e^- \text{ مبادله شده } 6 \times 10^{23}} = 40 \text{ mg}$$

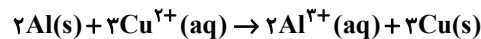
$$\times \frac{\text{مول Zn مصرف شده}}{\text{مول } e^- \text{ مبادله شده}} \times \frac{1 \text{ g کاهش جرم تیغه}}{\text{مول Zn مصرف شده}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 40 \text{ mg}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۸۷- گزینه «۲»

(ممد رضا جمشیری)

واکنش اکسایش- کاهش انجام شده به شکل زیر است:



جرم فلز آلومینیم جدا شده از تیغه:

$$0 / 6 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 5 / 4 \text{ g Al}$$

جرم رسوب مس که بر روی تیغه می‌نشیند:

$$0 / 6 \text{ mol } e^- \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{70}{100} = 13 / 44 \text{ g Cu}$$

از آنجا که جرم Al جدا شده از تیغه از جرم رسوب مس که بر روی تیغه می‌نشیند کمتر است، بنابراین جرم تیغه افزایش می‌یابد.

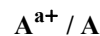
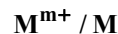
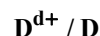
$$13 / 44 - 5 / 4 = 8 / 04 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۸۸- گزینه «۲»

(علیرضا بیانی)

هر چه تفاوت E° مابین تیغه فلز با کاتیون موجود در محلول بیشتر باشد واکنش با میل و شدت بیشتری انجام شده و گرمای بیشتری آزاد می‌شود. بنابراین تغییر دمای محلول نیز بیشتر است. بدین ترتیب جدول الکتروشیمیایی زیر را تنظیم می‌کنیم:



بررسی موارد نادرست:

• ترتیب قدرت کاهندگی به صورت $A > C > B > M > D$ می‌باشد.

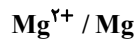
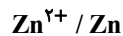
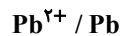
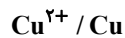
• محلول حاوی نمک C را می‌توان در ظرفی از جنس B نگهداری کرد زیرا قدرت کاهندگی B از C کمتر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۸۹- گزینه «۴»

(علیرضا بیانی)

با توجه به E° های داده شده جدول زیر را مرتب می‌کنیم.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش مورد نظر انجام نمی‌شود.

(۲) بیشترین ولتاژ برای سلول حاصل از $\text{Mg} - \text{Cu}$ می‌باشد که برابر $2 / 72$ ولت است.

(۳) نمک سرب (II) در ظرف روی واکنش می‌دهد و نگهداری اتفاق نمی‌افتد.

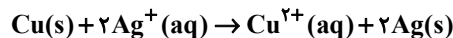
(۴) در سلول گالوانی روی- منیزیم، تیغه منیزیم نقش آند را دارد که به مرور زمان دچار کاهش جرم می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۹۰- گزینه «۲»

(فسین شاهسواری)

تنها مورد اول درست است، واکنش رخ داده به صورت زیر است:



نکته: در سلول گالوانی، نیم‌واکنش اکسایش در آند و نیم‌واکنش کاهش در کاتد رخ می‌دهد (همانند الکترولیتی)

نکته: در سلول گالوانی، الکترون در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند (همانند الکترولیتی)

نکته: در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند (همانند الکترولیتی)

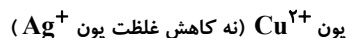
مورد دوم: در سلول الکترولیتی، آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی است.

مورد سوم:

$$\frac{\text{جرم Ag تولیدی}}{\text{جرم مولی Ag} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{اختلاف جرم الکترو (در گالوانی)}}{\text{جرم مولی Cu} + \text{ضریب} \times \text{جرم مولی Ag} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{21 / 6}{2 \times 108} = \frac{x}{216 + 64} \Rightarrow x = 28 \text{ g}$$

مورد چهارم: رنگ محلول چپ، پررنگ‌تر می‌شود به علت افزایش غلظت



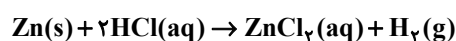
مورد پنجم: با مصرف شدن ۳ مول اتم مس، 6 N_A الکترون از آند به کاتد منتقل می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۰)

۹۱- گزینه «۳»

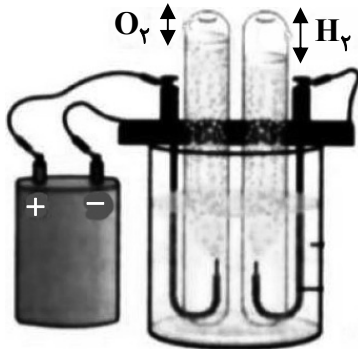
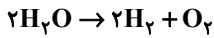
(هاری مهری‌زاده)

با توجه به مقدار E° های داده شده، دریافت می‌شود که در سری الکتروشیمیایی، نقره بالاتر از هیدروژن است و با HCl واکنش نمی‌دهد و تنها روی با HCl وارد واکنش می‌شود.



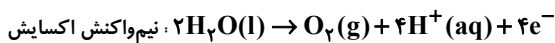
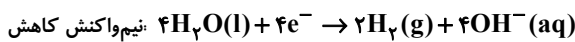


ب) با توجه به شکل A و B و ترتیب H_2 و O_2 هستند.



پ) در سلول‌های الکترولیتی برخلاف گالوانی آند به قطب مثبت باتری و کاتد به قطب منفی باتری وصل است ولی همچنان الکترون‌ها در سیم از آند به کاتد حرکت می‌کنند.

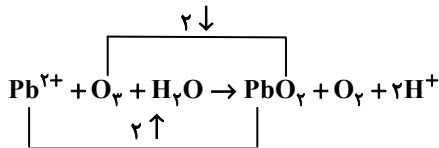
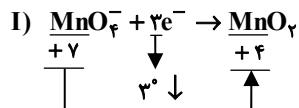
ت) نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به صورت زیر است:



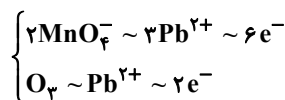
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۵- گزینه «۲» (یاسر راش)

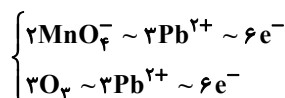
ابتدا شمار الکترون‌های مبادله شده به ازای مصرف هر مول اکسنده را به دست می‌آوریم:



پس با توجه به معادله‌های موازنه شده واکنش‌ها، به ازای مصرف ۲ مول MnO_4^- ، ۶ مول الکترون و به ازای مصرف یک مول O_3 ، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.



از طرفی با توجه به مشابه بودن نمونه‌های آب آلوده، شمار یون‌های سرب در نمونه‌ها برابر است، پس ضریب یون سرب در واکنش‌ها را یکسان کرده و بین دو واکنش ارتباط برقرار می‌کنیم:



$$H_2 \text{ جرم} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 0.12 = \frac{H_2 \text{ جرم}}{4/5}$$

$$\Rightarrow H_2 \text{ جرم} = 0.54g$$

$$?g \text{ Zn} = 0.54g \text{ H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2g \text{ H}_2} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{1 \text{ mol H}_2}$$

$$\times \frac{65g \text{ Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 17.55g \text{ Zn}$$

$$?g \text{ Ag} = 32/55 - 17/55 = 15g \text{ Ag}$$

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{15}{32/55} \times 100 \approx 46\%$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۹۲- گزینه «۳» (سعید تیزرو)

واکنش‌های (۱)، (۲) و (۴) حاوی گونه آزاد بوده و قطعاً جزو واکنش‌های اکسایش- کاهش محسوب می‌شوند؛ اما در واکنش (۳) که مربوط به واکنش خنثی شدن جوش شیرین با سولفوریک اسید می‌باشد، گونه آزادی وجود نداشته و عدد اکسایش تمامی عناصر در دو سمت واکنش برابر است.

هرگاه در واکنش، در یک سمت یک گونه آزاد عنصری (مثل F_2) داشته باشیم و در سمت دیگر آن عنصر در ترکیب وجود داشته باشد، واکنش از نوع اکسایش- کاهش است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۳- گزینه «۴» (ممن مهنونی)

ابتدا فرمول مولکولی آن را به دست می‌آوریم: n : تعداد کربن است

$$\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دوگانه} = 2n + 2 - 2$$

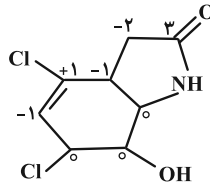
$$\text{تعداد هالوژن‌ها} - \text{تعداد اتم N} +$$

$$n = 8 \Rightarrow H = 2 \times 8 + 2 - 2(2 + 2) + 1 - 2 = 9$$

$$\text{فرمول مولکولی: } C_8H_9NO_2Cl_2$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اتم‌ها} = 8 + 9 + 1 + 2 + 2 = 22$$

اعداد اکسایش (۳، ۱، ۰، -۱، -۲) برای کربن در این ساختار مشاهده می‌شود.



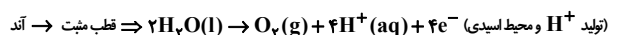
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۴- گزینه «۳» (هاری مهوری زاره)

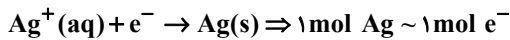
عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی هر یک از عبارت‌ها:

الف) مطابق واکنش‌های انجام شده در آند و کاتد صحیح است.



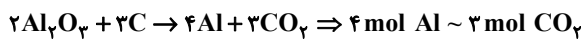
بررسی گزینه سوم: نیم واکنش کاتدی در فرایند آبکاری با نقره:



$$\text{در نتیجه: } \frac{1/806 \times 10^{23}}{1 \times 6/02 \times 10^{23}} = \frac{\text{Xg Ag}}{1 \times 108}$$

$$\Rightarrow \text{X} = 32/4 \text{ g (نقره) افزایش جرم تیغه کاتدی (درست)}$$

بررسی گزینه چهارم: واکنش کلی سلول هال:

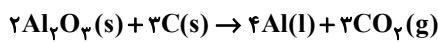


$$\text{در نتیجه: } \frac{810 \text{ g Al}}{4 \times 27} = \frac{\text{xg CO}_2}{3 \times 44} \Rightarrow \text{x} = 990 \text{ g CO}_2 < 1 \text{ kg CO}_2 \text{ (درست)}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۹۹- گزینه «۱» (هاری مهری زاده)

واکنش کلی فرایند هال به صورت زیر است:



$$? \text{ kg C} = 1080 \text{ kg Al} \times \frac{1000 \text{ g Al}}{1 \text{ kg Al}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol C}}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{1 \text{ kg C}}{1000 \text{ g C}} = 360 \text{ kg C}$$

$$? \text{ kg CO}_2 = 1080 \text{ kg Al} \times \frac{1000 \text{ g Al}}{1 \text{ kg Al}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol Al}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 7/5 \times 10^5 \text{ L CO}_2$$

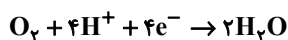
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۶۱)

۱۰۰- گزینه «۴» (یاسر راش)

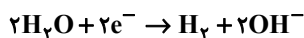
نیم واکنش‌های مطرح شده به صورت زیر هستند:

• نیم واکنش کاتدی در فرایند خوردگی آهن در محیط اسیدی و نیم واکنش

کاتدی در سلول سوختی هیدروژن:



• نیم واکنش کاهش آب در کاند سلول «نور- الکتروشیمیایی» سیلیسیم:

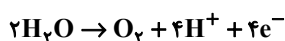


• نیم واکنش اکسایش گاز هیدروژن در الکتروود SHE زمانی که در نقش آند

است و نیم واکنش اکسایش گاز هیدروژن در آند سلول سوختی هیدروژن:



• نیم واکنش اکسایش آب در آند سلول برقکافت آب:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۷، ۵۱، ۵۷ و ۶۶)

با توجه به هم‌ارزی‌های به دست آمده و یکسان بودن ضرایب الکترون در هم‌ارزی‌ها، مشخص می‌شود که شمار الکترون‌های مبادله شده یکسان است.

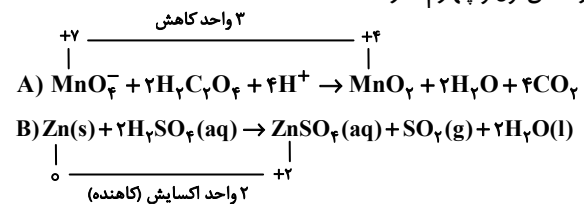
نتیجه‌گیری: بر اثر اکسایش شمار یون‌های برابری از Pb^{2+} در دو محلول مشابه، شمار الکترون‌های یکسانی مبادله می‌شود و فرقی نمی‌کند از چه اکسندهای در این فرایند استفاده شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۶- گزینه «۳»

(هاری مهری زاده)

عبارت‌های اول و چهارم نادرست هستند.



در واکنش (A)، H^+ مصرف و غلظت آن کاهش پیدا می‌کند، پس pH افزایش می‌یابد.

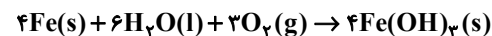
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۷- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری عنصرها (Fe و O_2) برابر ۷ خواهد بود.



(ب) درست؛ عدد اکسایش هر اتم کربن در اتین (C_2H_2) برابر ۱- و عدد اکسایش H در NaH نیز برابر ۱- می‌باشد.

(پ) نادرست؛ چگالی $\text{Mg}(\text{l})$ از چگالی $\text{MgCl}_2(\text{l})$ کمتر است.

(ت) درست، نخستین فلز گروه ۱۴ قلع می‌باشد.

(ث) درست؛ فلزهای دارای E° منفی با محلول اسیدها، واکنش داده و گاز H_2 تولید می‌کنند زیرا قدرت کاهندگی آن‌ها از H_2 بیشتر است.

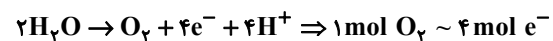
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۸- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه اول: نیم واکنش اکسایش (آندی) در برقکافت آب:



$$\text{در نتیجه: } \frac{16 \text{ mol e}^-}{4} = \frac{\text{XL} \times 0/8 \text{ g.L}^{-1}}{1 \times 32} \Rightarrow \text{X} = 160 \text{ L (نادرست)}$$

گزینه دوم: معادله کلی واکنش زنگ زدن آهن در هوای مرطوب:



$$\text{در نتیجه: } \frac{11/2 \text{ g Fe}}{4 \times 56} = \frac{\text{XL O}_2}{3 \times 32/4} \Rightarrow \text{X} = 3/26 \text{ L (درست)}$$



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲۱ دی

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
سیدمحمدرضا مهدوی	ویراستار مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

نام کشورهای «مراکش» و «مصر» مدنظر است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

حروف عبارت: د ر ک م ت ن
حروف به ترتیب: ت د ر ک م ن
معلوم است که فقط حرف «ن» جابه‌جا نشده است.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

عناد با نیما در متن، یه معنای دشمنی با اوست: صاحبان اندیشه‌های واپسگرا و عوام به مخالفت با آنها پرداختند و افرادی چون نیما و جمالزاده مورد تکفیر و طرد عده‌ای قرار گرفتند که البته عناد «دشمنی» با نیما از همه بیشتر بود.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

املائی «برخاسته» به همین شکل درست است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

بیان گزینه «۳» در انتهای بند نخست هست:
انقلاب نیز مانند همه جریانات تاریخی و سیاسی با اندکی فاصله بر ادبیات اثر گذاشت. این فاصله‌ی ۱۵ ساله برای تأثیر واقعه‌ای سیاسی در ادبیات و هنر زمانی بسیار کوتاه بود و نشان‌دهنده‌ی این مسئله است که حرکت و جنبش مردمی برخاسته از درون و خواست مردم بود.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

رمان تهران مخوف پس از انقلاب مشروطه نوشته شده است، پس بیان گزینه «۴» نادرست است. به دیگر عبارت‌ها در متن به‌وضوح اشاره شده است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

در متن می‌خوانیم «تنها نوآوری نیما در افسانه از نظر ساختار، حذف قافیه از مصراع سوم چهارپاره بود.» این موضوع در گزینه پاسخ نیست، در این گزینه از نظر ساختار، شباهتی با چهارپاره دیده نمی‌شود.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(غریزاد شیرممدری)

می‌دانیم حیوان لندن موش است و رنگ پکن زرد نیست. پس شهری که حیوان آن فیل و رنگ آن زرد باشد، نه لندن و نه پکن، بلکه توکیو یا برلین است. عدد برلین ۱۲ است و عدد توکیو عددی دورقمی که تنها عدد دورقمی باقی‌مانده ۱۸ است. پس عدد این فیل زرد قطعاً دورقمی است.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(غریزاد شیرممدری)

طبق پاسخ سؤال قبل، اگر عدد اسب ۵ باشد، قطعاً متعلق به پکن است. چرا که توکیو و برلین عددهای ۱۲ و ۱۸ دارند و حیوان لندن موش است. عدد لندن قطعاً ۳ است. پس عدد موش ۳ است.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۱»

(غریزاد شیرممدری)

ترتیب الفبایی شهرها و حیوان‌ها:

لندن	توکیو	پکن	برلین
موش	فیل	خرس	اسب

حال که خرس متعلق به پکن است، قطعاً رنگ آن زرد نیست.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۲»

(غریزاد شیرممدری)

همه اطلاعات را در جدول زیر می‌بینیم:

نام شهر	حیوان	عدد	احتمال رنگ
برلین	اسب	۳ یا ۵	همه رنگ‌ها
پکن	خرس	۳ یا ۵	همه رنگی به جز زرد
توکیو	فیل	۱۸	همه رنگ‌ها
لندن	موش	۱۲	همه رنگ‌ها

عدها ۲ حالت دارند. برای رنگ‌ها نیز $3 \times 3 \times 2 = 18$ حالت هست.پس در کل $\frac{1}{36} = \frac{1}{2 \times 18}$ احتمال هست که حدس‌زننده صورت سؤال،

همه چیز را کاملاً درست حدس زده باشد.

(هوش منطقی و ریاضی)

$$1 = 1 \times 1 = 1 \times 1 \times 1, \quad 64 = 8 \times 8 = 4 \times 4 \times 4$$

$$729 = 27 \times 27 = 9 \times 9 \times 9$$

(هوش منطقی و ریاضی)

(فرزاد شیرمحمدلی)

۲۶۵- گزینه «۲»

$$(9-7) \times 2 = 4$$

$$(8-3) \times 4 = 20$$

$$(10-1) \times 3 = 27$$

$$(6-2) \times ? = 8 \Rightarrow ? = 8 \div 4 = 2$$

(هوش منطقی و ریاضی)

(عمید کئی)

۲۶۶- گزینه «۱»

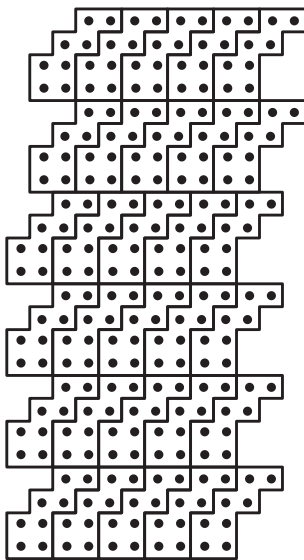
شکل صورت سؤال با ۱۸۰ درجه چرخش به شکل گزینه «۱» تبدیل می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۷- گزینه «۴»

شکل منتظر:



(هوش غیرکلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۸- گزینه «۳»

تعداد قسمت‌های رنگی، الگوی عددهای اول دارند:

$$2, 3, 5, 7, ? \rightarrow ? = 11$$

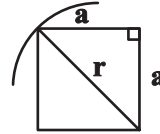
(هوش غیرکلامی)

(عمید کئی)

۲۶۲- گزینه «۳»

اگر شعاع دایره را عدد r فرض کنیم، نصف ضلع مربع درونی خواهد بود $\frac{r}{\sqrt{2}}$

بود:



$$a^2 + a^2 = r^2 \Rightarrow r = a\sqrt{2} \Rightarrow a = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

و از مساحت بین مربع و دایره، $\frac{1}{4}$ رنگی است.

مساحت دایره نیز πr^2 و مساحت مربع $2r^2 = \frac{4r^2}{2} = \left(\frac{2r}{\sqrt{2}}\right)^2$ است.

$$\frac{(\pi r^2 - 2r^2) \times \frac{1}{4}}{\pi r^2} = \frac{(\pi - 2)}{4\pi}$$

پس کسر خواسته شده چنین است:

(هوش منطقی و ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۳- گزینه «۴»

می‌دانیم عددهای منتظر، ۲، ۳ و ۴ است. حاصل $2 \times 4 = 8$ ، $2 \times 3 = 6$ و $3 \times 4 = 12$ عددی زوج است. پس داده «الف» کمکی به ما نمی‌کند.

همچنین اگر \triangle از \square کوچک‌تر باشد، حاصل $\square - \triangle$ عددی منفی است و این موضوع نیز به ازای $\square = 3$ ، $\triangle = 2$ رخ می‌دهد. پس داده «ب» نیز به تنهایی کافی نیست.

با هر دو داده نیز به جواب نمی‌رسیم. مثلاً $\triangle = 2$ و $\square = 3$ و نیز $\triangle = 2$ و $\square = 4$ با هر دو داده سازگار است.

(هوش منطقی و ریاضی)

(عمید کئی)

۲۶۴- گزینه «۲»

عددهایی که مربع کاملند:

$$4 = 2 \times 2, \quad 9 = 3 \times 3, \quad 121 = 11 \times 11$$

عددهایی که مکعب کاملند:

$$8 = 2 \times 2 \times 2, \quad 216 = 6 \times 6 \times 6, \quad 1000 = 10 \times 10 \times 10$$

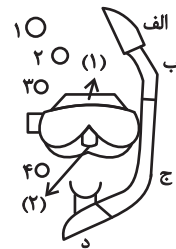
عددهایی که هم مربع کاملند و هم مکعب کاملند:

۲۶۹- گزینه «۴»

(خطه, اسخ)

در الگوی صورت سؤال، طرحی در قسمت‌های «الف»، «ب» و «ج» و در نتیجه «د» در حرکت است. طرح بین قسمت‌های (۱) و (۲) در تغییر و طرح دیگر در شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ به این شکل در حرکت است:

شکل ۱	شکل ۲	شکل ۳	شکل ۴
۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۳»

(فرزاد شیرممدری)

ناظر پشت جسم، تصاویر را قرینه می‌بیند. همچنین جلوترین جسم از دید ما، عقب‌ترین جسم از دید اوست و بر عکس.

(هوش غیرکلامی)
