

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



## آزمون ۱۸ آبان ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۱۵ دقیقه
۲	ریاضی پایه	۱۰	۱۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۳	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۴	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۵	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	

با آزمون هدف‌گذاری خودتان را بهتر بشناسید

آزمون هدف‌گذاری یک هفته قبل از آزمون اصلی برگزار می‌شود. در این آزمون شما یک تمرین جدی خواهید داشت و متوجه می‌شوید که در کدام درس‌ها و مباحث‌ها نیاز به تلاش بیشتری در هفته دوم دارید. رتبه‌های برتر و دانش‌آموزان موفق، آزمون هدف‌گذاری را در برنامه خود قرار می‌دادند.



# آزمون « ۱۸ آبان ۱۴۰۳ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه  
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	کاظم اجلاسی-سیدرضا اسلامی-داود بوالحسنی-سهیل تقی زاده-رضا جعفری-افشین خاصه خان-احمدرضا ذاکر زاده محمد رضا راسخ-ستار زواری-مهسان گودرزی-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام	
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فاطمه برزویی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-هومن عقیلی احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیما مهندس	
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-احمدرضا فلاح	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدرضا اسلامی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب سهیل تقی زاده	امیر حسین ابومحبوب مهید خالقی امیر محمد کریمی محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب مهید خالقی امیر محمد کریمی محمد خندان
ویراستاری رتبه های برتر	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عبدی کوهی محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان امیر حسین ربیعان	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان امیر حسین ربیعان
بازنویسی آزمون	سهیل تقی زاده	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد		

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۴ / ریاضی ۱: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / حسابان ۱: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۹ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۱- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$  بر  $x - 1$  برابر ۵ است. اگر خارج قسمت این تقسیم بر  $x + 2$

بخش پذیر باشد، مقدار  $f(\frac{ab}{3})$  کدام است؟

۲۵ (۱) ۱۸ (۲)

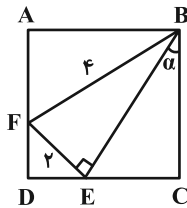
۳۰ (۳) ۱۵ (۴)

۲- اگر  $x^{16} - 1 = (2x + 2)f(x)$ ، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(1-x)$  بر  $x - 2$  کدام است؟

۸ (۱) ۱۶ (۲)

-۸ (۳) -۱۶ (۴)

۳- در شکل زیر چهارضلعی ABCD مربع است. حاصل  $\cot \alpha$  کدام است؟



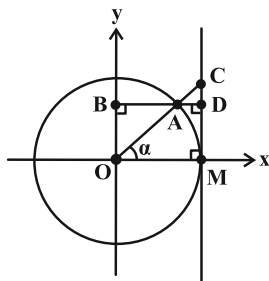
$1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$  (۱)

$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

$\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$  (۳)

۴- در دایره مثلثاتی شکل زیر، اگر  $AB = 2AD$  باشد، طول CD کدام است؟



$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۱)

$\frac{\sqrt{5}}{6}$  (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

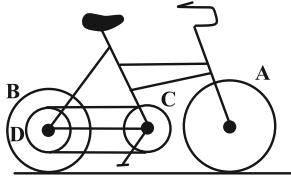
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۵- در دوچرخه شکل زیر، شعاع چرخ‌های جلو و عقب (A و B) به ترتیب ۴۰ و ۳۵ سانتی‌متر و شعاع چرخ‌دنده‌های متصل به

رکاب و چرخ عقب (C و D) به ترتیب ۱۵ و ۱۰ سانتی‌متر است. رکاب دوچرخه چند رادیان بچرخد تا دوچرخه  $\frac{94}{2}$

سانتی‌متر جلو برود؟ ( $\pi = \frac{3}{14}$ )



(۲)  $\frac{5\pi}{14}$

(۱)  $\frac{3\pi}{14}$

(۴)  $\frac{4\pi}{7}$

(۳)  $\frac{3\pi}{7}$

۶- اگر  $5\sin^2 x + 3\cos x = 5\cos^2 x + 5\sin x$  حاصل  $A = \tan x + \cot x$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $\cos x \neq 0$ )

(۲)  $\frac{17}{4}$

(۱)  $-\frac{5}{2}$

(۴)  $-\frac{10}{3}$

(۳)  $\frac{13}{6}$

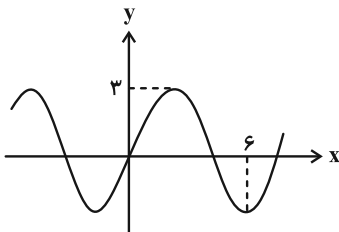
۷- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \cos\left(\frac{\pi}{2}(bx+1)\right)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $a-b$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱)  $\frac{7}{2}$

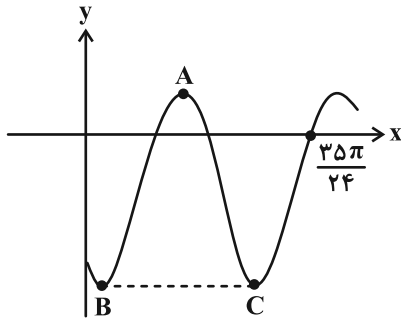
(۲)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{5}{2}$

(۴)  $\frac{1}{2}$



۸- نمودار تابع  $f(x) = -2 \cos\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$  در شکل زیر رسم شده است. اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر با  $2\pi$  باشد، مقدار  $c - b$  کدام است؟



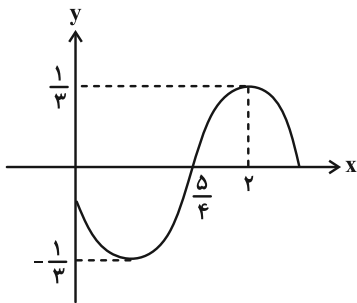
(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) -۳

۹- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin(bx + c)$  را نشان می‌دهد. اگر  $b > 0$  و  $0 < c < \frac{\pi}{4}$  باشد، مقدار  $\frac{ab}{c}$  کدام است؟



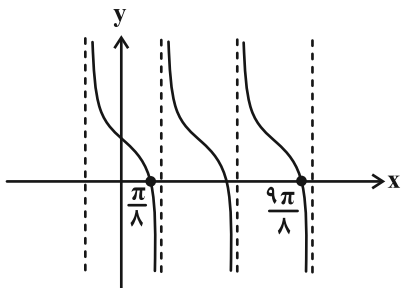
(۱)  $-\frac{4}{3}$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۳)  $-\frac{1}{4}$

(۴)  $-\frac{1}{12}$

۱۰- اگر نمودار تابع  $f(x) = a + \tan bx$  به صورت زیر باشد، مقدار تابع به ازای  $x = (a - b) \frac{\pi}{8}$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) -۲

(۴) ۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: توان‌های گویا و عبارات‌های جبری / ریاضی ۱: صفحه‌های ۴۷ تا ۶۷

۱۱- ریشه ششم و منفی عدد ۷۲۹ کدام است؟

- (۱) -۷  
(۲) -۳  
(۳) -۹  
(۴) وجود ندارد.

۱۲- اگر  $a$  ریشه دوم و منفی عدد  $7-4\sqrt{3}$  باشد، ریشه سوم عدد  $a-5a^{-1}+2$  کدام است؟

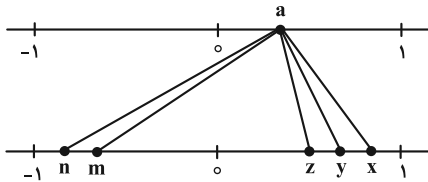
- (۱)  $\sqrt{3}+1$   
(۲)  $\sqrt{3}-1$   
(۳)  $2\sqrt{3}+1$   
(۴)  $2\sqrt{3}-1$

۱۳- در شرایطی مساعد، جرم یک نوع باکتری پس از کشت، هر دو ساعت دو برابر می‌شود. جرم این باکتری‌ها پس از ۲۶۰ دقیقه چند

برابر می‌شود؟

- (۱)  $4^{\sqrt{2}}$   
(۲)  $4^{\sqrt[2]{2}}$   
(۳)  $4^{\sqrt[4]{2}}$   
(۴)  $4^{\sqrt[2]{4}}$

۱۴- در نمودار زیر، عدد  $a$  به ریشه‌های چهارم، پنجم و ششم خود وصل شده است. کدام گزینه نادرست است؟



(۱)  $m+z=n+x$

(۲)  $z+n>m+x$

(۳)  $m+x>0$

(۴)  $n+y<0$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر  $\sqrt[3]{a-1} = \frac{3}{(\sqrt[3]{2}+1)^2}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۳ (۲) ۹ (۱)

۴ (۴) ۲ (۳)

۱۶- اگر  $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2-x} = 1$  باشد، حاصل  $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2x-x^2} + \sqrt[3]{x^2-4x+4}$  برابر کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۲) ۲ (۱)

$\frac{3}{2}$  (۴) ۱ (۳)

۱۷- اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$  باشد، با شرط  $0 < x < 1$ ، حاصل  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  کدام است؟

-۷۶ (۲) ۶۸ (۱)

۷۶ (۴) -۶۸ (۳)

۱۸- اگر  $a+b+c=0$  و  $a^2+b^2+c^2=8$  باشد، حاصل  $a^4+b^4+c^4$  کدام است؟

۳۲ (۲) ۱۶ (۱)

۶۴ (۴) ۴۸ (۳)

۱۹- عبارت  $A = 2a^2 - 2b^2 + 3ab - a + 3b - 1$  مضرب کدام یک از عبارتهای زیر است؟

$a - 2b + 1$  (۲)  $a + 2b + 1$  (۱)

$2a - b + 1$  (۴)  $2a + b + 1$  (۳)

۲۰- روابط  $b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} + 4$  و  $b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} - 4$  برای  $a$  و  $b$  برقرارند، مقدار  $b^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{6}}$  کدام است؟

۲ (۲) ۱ (۱)

$\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$  (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶

۲۱- دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2(x+y) - y = kx \\ 3x + 2 = ky \end{cases}$  به ازای چند مقدار  $k$ ، بی‌شمار جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۲- اگر دستگاه  $\begin{cases} kx - y = 1 \\ 4x - ky = 2 \end{cases}$  جواب نداشته باشد، جواب‌های دستگاه معادلات  $\begin{cases} kx - 3y = k + 3 \\ 4x - 6y = m + 3 \end{cases}$  چگونه است؟

(۱) جواب منحصر به فرد دارد. (۲) بی‌شمار جواب دارد.

(۳) فاقد جواب است. (۴) بستگی به مقدار  $m$  دارد.

۲۳- نمایش هندسی دستگاه معادلات  $\begin{cases} (m-3)x - 4y = 8 \\ m(x-y) = 4(y+4) \end{cases}$  به ازای  $m = 4$  کدام است؟

(۱) دو خط منطبق (۲) دو خط متعامد

(۳) دو خط موازی و غیرمنطبق (۴) دو خط متقاطع غیرمتعامد

۲۴- اگر در دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب به صورت  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & -3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$  و ماتریس مجهولات به صورت

$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس مقادیر معلوم این دستگاه کدام است؟


(۱) ۱ (۲) ۵

(۳) ۷ (۴) ۸

۲۵- کدام دستگاه معادلات زیر به ازای تمام مقادیر حقیقی  $m$ ، دارای جواب منحصر به فرد است؟

(۱)  $\begin{cases} mx - y = 1 \\ x - my = 2 \end{cases}$  (۲)  $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + (m-2)y = 5 \end{cases}$

(۳)  $\begin{cases} m^2x + 4y = 3 \\ (m-1)x + y = 1 \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx + (m+2)y = 4 \end{cases}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



۲۶- اگر دو دستگاه  $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x + 2my = 4 \end{cases}$  و  $\begin{cases} mx - ny = m \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$  دارای جواب یکسان باشند، آن گاه حاصل  $n - m$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) صفر

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، از رابطه ماتریسی  $AX = A^{-1} - A$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  کدام است؟

(۱) -۱۹ (۲) -۲۱

(۳) ۲۱ (۴) ۱۹

۲۸- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی وارون پذیر و  $A^2 - 2A + 2I = \bar{O}$  باشد، ماتریس  $X$  از رابطه  $AX = A - I$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}(A + I)$  (۲)  $A - \frac{1}{2}I$

(۳)  $\frac{1}{2}A - I$  (۴)  $\frac{1}{2}(A - I)$

۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشند، مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  از تساوی  $AXB = C$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴

(۳) -۴ (۴) -۲

۳۰- اگر  $A \times \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + 2A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$  و  $A$  ماتریس ضرایب دستگاه  $\begin{cases} ax + by = 1 \\ a'x + b'y = 2 \end{cases}$  باشد، مجموع جواب‌های دستگاه کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۲

(۳) ۲ (۴) ۴

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای قضیه تقسیم تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهشتی): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۲ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- اگر  $a$  عددی صحیح باشد، آن‌گاه در کدام دسته از اعداد زیر، ممکن است هیچ کدام از سه عدد بر ۳ بخش پذیر نباشند؟

(۱)  $a, a+2, a+4$       (۲)  $a, a+3, a+6$

(۳)  $a, a+5, a+10$       (۴)  $a, a+7, a+14$

۳۲- اگر  $m$  کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد به گونه‌ای که  $10! \times m$  مربع کامل شود، از رابطه هم‌نهشتی  $a \equiv b^m$ ، کدام رابطه را می‌توان

نتیجه گرفت؟

(۱)  $a \equiv b+4^m$       (۲)  $a-5 \equiv b+20^m$       (۳)  $a-14 \equiv b^m$       (۴)  $a+9 \equiv b+21^m$

۳۳- رابطه هم‌نهشتی به پیمانه  $m$ ، مجموعه اعداد صحیح را به ۱۳ کلاس هم‌نهشتی افراز کرده است. اگر عدد  $5a8$  متعلق به  $[5]_m$

باشد، عدد  $aa$  متعلق به کدام کلاس هم‌نهشتی به پیمانه  $m$  است؟


(۱)  $[7]$       (۲)  $[8]$       (۳)  $[9]$       (۴)  $[10]$

۳۴- اگر  $a^3 - 2 \equiv 2a^2 - a$  و  $(a^2 + 1, m) = 1$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

(۱)  $m | a^2 - 2$       (۲)  $m | a^2 + 2$       (۳)  $m | a - 2$       (۴)  $m | a + 2$

۳۵- در تقسیم اعداد ۱۰۵ و ۱۴۱ بر عدد  $b$ ، باقی‌مانده تقسیم به ترتیب برابر ۱۵ و ۲۱ است.  $b$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۶- چند عدد طبیعی دو رقمی  $n$  در رابطه  $n \equiv 11^{19} + n \equiv 0$  صدق می کند؟

۳ (۱)      ۴ (۲)

۵ (۳)      ۶ (۴)

۳۷- اگر  $a$  عددی صحیح و  $3 - a^2$  مضرب ۵ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای باقی مانده تقسیم  $a - 13$  بر عدد ۱۵ کدام است؟

۱۲ (۱)      ۱۸ (۲)

۲۴ (۳)      ۲۷ (۴)

۳۸- اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد صحیح باشند و  $abc = 7^{10} \times 11^{20}$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد  $a^2 + 2b^2 + 3c^2$  بر ۸ کدام است؟

۲ (۱)      ۳ (۲)

۵ (۳)      ۶ (۴)

۳۹- اگر  $4a - 5 \in [9]_m$  و  $m \mid 3a - 5$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد  $a^3 - 3a^2 - 4a - 6$  بر ۷ کدام است؟ ( $m \neq 1$ )

۱ (۲)      صفر (۱)

۳ (۴)      ۲ (۳)

۴۰- در یک تقسیم، مقسوم ۵ برابر باقی مانده و خارج قسمت حداکثر مقدار ممکن می باشد. اگر مقسوم علیه کوچک تر از ۲۰ باشد،

چند مقدار طبیعی برای مقسوم یافت می شود؟

۳ (۱)      ۴ (۲)

۵ (۳)      ۶ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

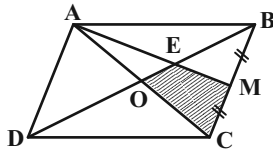
هندسه ۱: چندضلعی‌ها + تجسم فضایی: صفحه‌های ۶۵ تا ۹۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- نقطه M وسط ضلع BC از متوازی‌الاضلاع ABCD قرار دارد. مساحت چهارضلعی OEMC چه کسری از مساحت

متوازی‌الاضلاع است؟



(۲)  $\frac{3}{16}$

(۱)  $\frac{5}{24}$

(۴)  $\frac{1}{8}$

(۳)  $\frac{1}{6}$

۴۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دو خط عمود بر یک خط در فضا، می‌توانند هر وضعیتی نسبت به هم داشته باشند.

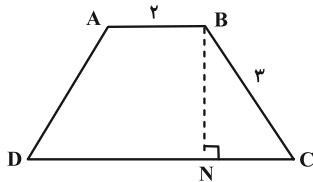
(۲) دو صفحه عمود بر یک صفحه می‌توانند هر وضعیتی نسبت به هم داشته باشند.

(۳) دو خط متنافر می‌توانند بر یک صفحه عمود باشند.

(۴) دو صفحه عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

۴۳- در دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، از رأس B، عمود BN را بر قاعده CD رسم می‌کنیم به طوری که چهارضلعی ABCN

متوازی‌الاضلاع می‌شود. مجموع فواصل نقطه N از دو ساق BC و AD کدام است؟



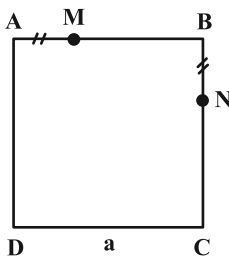
(۱)  $2\sqrt{5}$

(۲)  $4\sqrt{5}$

(۳)  $6\sqrt{5}$

(۴)  $8\sqrt{5}$

۴۴- در مربع شکل زیر به ضلع a،  $AM = BN$  است. فاصله بین مرکز ثقل‌های دو مثلث DMN و BMN کدام است؟



(۱)  $\frac{a}{2}$

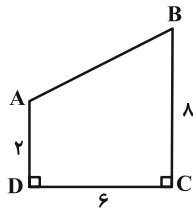
(۲)  $\frac{2a}{3}$

(۳)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

(۴)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

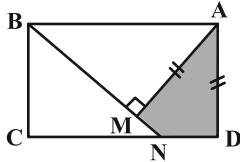
محل انجام محاسبات

۴۵- در شکل مقابل، دوزنقه قائم‌الزاویه را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟



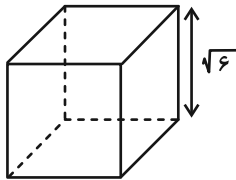
- (۱)  $172\pi$   
 (۲)  $168\pi$   
 (۳)  $148\pi$   
 (۴)  $164\pi$

۴۶- در مستطیل مقابل اگر  $AM = AD = 3$  و  $AB = 5$  باشد، مساحت ناحیه رنگ شده چقدر است؟



- (۱)  $4/5$   
 (۲)  $4$   
 (۳)  $3$   
 (۴)  $2/5$

۴۷- صفحه‌ای شامل یال و قطر مکعب زیر، در برخورد با آن، سطح مقطعی با کدام مساحت خواهد داشت؟

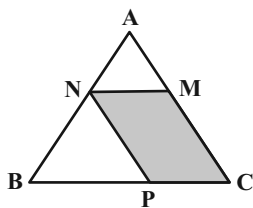


- (۱)  $2\sqrt{3}$   
 (۲)  $6\sqrt{2}$   
 (۳)  $4\sqrt{3}$   
 (۴)  $12\sqrt{2}$

۴۸- نقطه A خارج صفحه P و روی خط d قرار داشته و از آن بی‌شمار صفحه بر صفحه P عمود شده است. وضعیت خط d با صفحه P کدام است؟

- (۱) خط d بر صفحه P عمود است.  
 (۲) خط d با صفحه P متقاطع است ولی بر آن عمود نیست.  
 (۳) خط d با صفحه P موازی است.  
 (۴) هر سه وضعیت می‌تواند رخ بدهد.

۴۹- در مثلث ABC، اگر  $MN = 2$  و  $BC = 8$  باشد، نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع MNPC به مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{4}$   
 (۲)  $\frac{3}{8}$   
 (۳)  $\frac{3}{16}$   
 (۴)  $\frac{3}{5}$

۵۰- مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه ۹ و ۱۲، یک مثلث شبکه‌ای است. این مثلث چند نقطه درونی شبکه‌ای دارد؟

- (۱) ۴۴  
 (۲) ۴۳  
 (۳) ۴۲  
 (۴) ۴۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 60^\circ$  و دو ضلع  $b = \sqrt{2} - 1$  و  $c = \sqrt{2} + 1$  می‌باشد، اندازه  $\sin \hat{B}$  کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{30} - \sqrt{15}}{10} \quad (2) \frac{\sqrt{30} + \sqrt{15}}{10}$$

$$(3) \frac{\sqrt{42} + \sqrt{21}}{14} \quad (4) \frac{\sqrt{42} - \sqrt{21}}{14}$$

۵۲- در مثلث  $ABC$ ،  $BC^2 = 20$ ،  $AB^2 + AC^2 = 12$  و  $S_{ABC} = 4$  است. شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) \frac{5}{2}$$

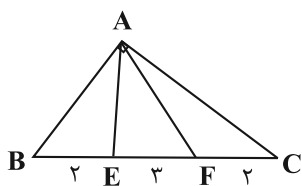
$$(3) 4 \quad (4) 5$$

۵۳- در دوزنقه  $ABCD$  به قاعده‌های  $a$  و  $b$  و ساق‌های  $m$  و  $n$ ، مجموع مربعات دو قطر دوزنقه کدام است؟

$$(1) a^2 + b^2 + 2mn \quad (2) 2(ab + mn)$$

$$(3) m^2 + n^2 + a^2 + b^2 \quad (4) m^2 + n^2 + 2ab$$

۵۴- اگر در شکل مقابل  $\hat{A} = 90^\circ$ ،  $FE = 3$  و  $FC = BE = 2$  باشد، حاصل  $AE^2 + AF^2$  چقدر است؟



$$(1) 40$$

$$(2) 29$$

$$(3) 38$$

$$(4) 44$$

۵۵- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 4$ ،  $AC = 6$  و  $\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ$  است. طول کوتاه‌ترین میانه این مثلث کدام است؟

$$(1) \sqrt{6} \quad (2) \sqrt{7}$$

$$(3) 2\sqrt{2} \quad (4) 3$$

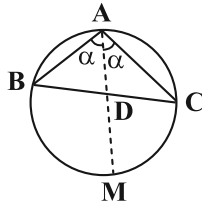
محل انجام محاسبات

۵۶- در مثلث  $ABC$  به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰، میانه  $AM$  و نیمساز  $AD$  رسم شده است، مساحت مثلث  $ADM$  کدام است؟ ( $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ )

(۱)  $\frac{10}{7}$  (۲)  $\frac{24}{7}$

(۳)  $\frac{12}{7}$  (۴)  $\frac{6}{7}$

۵۷- در شکل مقابل، امتداد نیمساز زاویه  $\hat{A}$  دایره محیطی مثلث  $ABC$  را در نقطه  $M$  قطع می‌کند. اگر  $AD = AB = 3$  و  $AC = 4$  باشد، طول  $DM$  کدام است؟



(۱)  $0.75$

(۲)  $1/5$

(۳)  $2$

(۴)  $1$

۵۸- شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۲، ۱۷ و ۲۵ کدام است؟

(۱)  $\frac{10}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{9}{2}$  (۴)  $3$

۵۹- نقطه  $D$ ، درون مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) چنان قرار دارد که  $AD = 11$  و  $CD = 13$  است. اگر  $5AB = 3BC = 75$  باشد،

فاصله نقطه  $D$  از ضلع  $AC$  کدام است؟

(۱)  $3/3$  (۲)  $3$

(۳)  $6/6$  (۴)  $6$

۶۰- در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $D$  روی ضلع  $BC$  به گونه‌ای قرار دارد که  $AD$  نیمساز زاویه  $\hat{A}$  است. اگر  $AB = 3$ ،  $AC = 6$  و  $\sin \hat{A} = \frac{3}{4}$  باشد، فاصله نقطه  $D$  از ضلع  $AC$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $1$

(۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $2$

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۱۸ آبان ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۳۰ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک ۳	۱
۱۵ دقیقه	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	۲
	۱۰۰	۹۱		فیزیک ۲	
۱۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	شیمی ۳	۳
۱۰ دقیقه	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	۴
	۱۳۰	۱۲۱		شیمی ۲	





# آزمون « ۱۸ آبان ۱۴۰۳ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-پوریا علاقه‌مند سیاوش فارسی-محمد مقدم-محمدکاظم منشادی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	
شیمی	هدی بهاری‌پور-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیرحاتمیان-حمید ذبحی-یاسر راش روزبه رضوانی-محمدرضا طاهری‌نژاد-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-آرمان قنواتی-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی فرشید مرادی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره‌ای
ویراستاری رتبه‌های پرتو	سینا صالحی ماهان فرهنگ‌دفر	آرمان قنواتی امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	سینا صالحی	آرمان قنواتی
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	مهدی گنجی‌وطن سیدکیان ملکی ابراهیم نوری	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملاتی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸

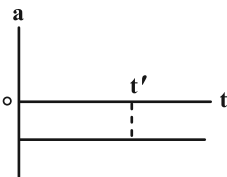
۶۱- معادله مکان- زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = 2t^2 + 4t + 16$  است. از لحظه  $t = 0$ s تا لحظه‌ای که سرعت متحرک به  $32 \frac{m}{s}$  می‌رسد، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟

- (۱) ۳۲  
(۲) ۶۴  
(۳) ۹۶  
(۴) ۱۲۶

۶۲- معادله حرکت جسمی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = -2t^2 + 8t + 12$  است. نسبت مسافت طی شده در بازه زمانی  $t = 1$ s تا  $t = 5$ s به مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{10}{3}$   
(۲)  $\frac{8}{3}$   
(۳)  $\frac{5}{3}$   
(۴) ۴

۶۳- نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. حرکت این متحرک در بازه زمانی



صفر تا  $t'$  چگونه است؟

- (۱) کندشونده  
(۲) تندشونده  
(۳) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده  
(۴) بستگی به سرعت اولیه دارد.

۶۴- متحرکی بر روی مسیری مستقیم با شتاب ثابت و با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴

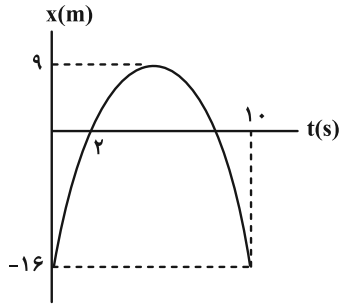
ثانیه اول مسیر،  $14 \frac{m}{s}$  بیشتر از سرعت متوسط آن در  $0/5$  ثانیه اول حرکتش باشد، شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه

است؟

- (۱) ۱۰  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۸

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه



زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 8$  s چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴  
(۲) ۸  
(۳) صفر  
(۴) ۲

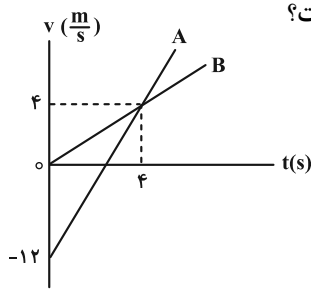
۶۶- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در لحظه  $t = 0$ ، سرعت آن در جهت محور  $x$  است. اگر در ۶ ثانیه اول

حرکت، مسافت طی شده توسط این متحرک  $13\text{ m}$  و بردار سرعت متوسط آن  $\vec{v}_{av} = (2 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}$  باشد، تندی متحرک در لحظه

$t = 3\text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۷- دو متحرک A و B بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند و نمودار سرعت- زمان آن‌ها به صورت زیر است. اگر هر دو متحرک در



مبدأ زمان از مکان  $x = 3\text{ m}$  عبور کنند، در لحظه  $t = 6\text{ s}$  فاصله آن‌ها از یکدیگر چند متر است؟

- (۱) ۸  
(۲) ۱۸  
(۳) ۲۴  
(۴) ۳۶

۶۸- خودرویی با سرعت ثابت  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  در مسیری مستقیم در حال حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصله  $50\text{ m}$  متری از خود

می‌بیند و بلافاصله با شتاب ثابتی به اندازه  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ترمز می‌گیرد. در این صورت:

(۱) راننده به مانع برخورد می‌کند.

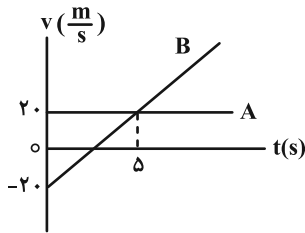
(۲) راننده در فاصله ۵ متری از مکانی که در آن ترمز گرفته است، متوقف می‌شود.

(۳) راننده در فاصله ۴۵ متری از مکانی که در آن ترمز گرفته است، متوقف می‌شود.

(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۶۹- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که در لحظه  $t = 0$  در مبدأ مختصات هستند، مطابق شکل زیر است. تسندی متوسط

متحرک B از لحظه  $t = 0$  تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، چند متر بر ثانیه است؟



۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

۷۰- متحرکی با سرعت اولیه  $9 \frac{m}{s}$  و شتاب ثابت، روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت برابر با

صفر باشد، مسافتی که متحرک در ۷ ثانیه اول حرکت طی می‌کند، چند متر است؟

۲۸/۵ (۴)

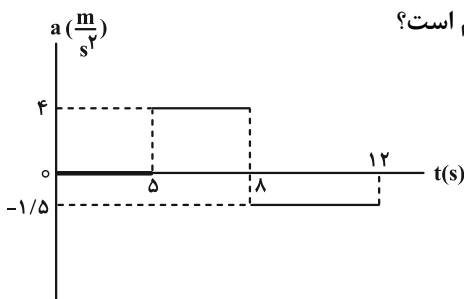
۲۶/۵ (۳)

۱۸ (۲)

۱۴ (۱)

۷۱- نمودار شتاب- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه  $t = 0$ ، سرعت متحرک

$\vec{i} (-6 \frac{m}{s})$  باشد، بردار سرعت متوسط آن در ۱۲ ثانیه اول حرکت در SI کدام است؟



$\vec{i} (4/25)$  (۱)

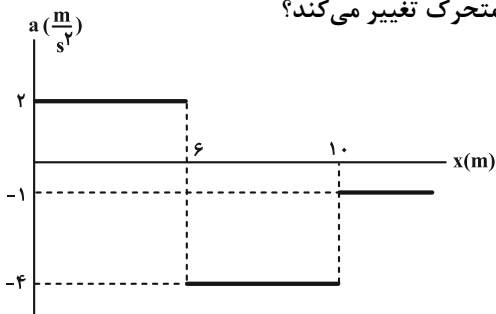
$\vec{i} (-4/25)$  (۲)

$\vec{i} (1/5)$  (۳)

$\vec{i} (-1/5)$  (۴)

۷۲- نمودار شتاب- مکان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه  $t = 0$  از مبدأ

مکان با سرعت  $4 \frac{m}{s}$  عبور کند، پس از چند متر جابه‌جایی، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟



۹ (۱)

۱۱ (۲)

۱۴ (۳)

۱۵ (۴)

۷۳- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از بالای ساختمانی رها می‌کنیم. اگر اندازه جابه‌جایی گلوله در بازه زمانی  $\Delta t$  برابر با ۱۰۰ متر باشد، اندازه

شتاب متوسط متحرک در این بازه چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و ارتفاع ساختمان از ۱۰۰ متر بیشتر است).

۱۰ (۱)

۵ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

۷۴- شخصی سنگی را از بالای پلی که فاصله آن تا سطح آب رودخانه ۱۰ متر می‌باشد، رها کرده است. شخص چند ثانیه پس از رها

شدن سنگ، صدای برخورد آن به سطح آب رودخانه را می‌شنود؟ (سرعت صوت در هوا ثابت و برابر با  $300 \frac{m}{s}$ ،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و

$\sqrt{2} \approx 1/4$  می‌باشد و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).

$\frac{43}{30}$  (۱)

$\frac{42}{30}$  (۲)

$\frac{41}{30}$  (۳)

$\frac{40}{30}$  (۴)

۷۵- سنگی از ارتفاع  $h$  از سطح زمین و از حال سکون رها می‌شود. وقتی سنگ به ارتفاع  $28/8 m$  از سطح زمین می‌رسد، تندی‌اش

به  $18 \frac{m}{s}$  می‌رسد. کل زمانی که سنگ در حال سقوط بوده تا به زمین برخورد کند، چند ثانیه بوده است؟

( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).

۳ (۱)

۲ (۲)

$2/5$  (۳)

$2/5$  (۴)

۷۶- جسمی را از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌کنیم. تندی این جسم در ارتفاع  $\frac{1}{9}h$  از سطح زمین، برابر با کدام گزینه است؟

(از مقاومت هوا و تغییرات وزن صرف‌نظر شود).

$\frac{\sqrt{2}}{3} gh$  (۱)

$\sqrt{\frac{2}{3}} gh$  (۲)

$\frac{2}{3} \sqrt{gh}$  (۳)

$\frac{4}{3} \sqrt{gh}$  (۴)

۷۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکت برابر با  $۲۵ \frac{m}{s}$

باشد، تندی برخورد گلوله با زمین، چند متر بر ثانیه است؟  $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۲۰ (۱)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۴۰ (۴)

۷۸- گلوله‌ای را در شرایط خلأ رها می‌کنیم تا به سطح زمین برسد. اگر جابه‌جایی گلوله در ثانیه آخر حرکت،  $\frac{۹}{۱۶}$  برابر جابه‌جایی قبل

از آن باشد، اندازه سرعت برخورد گلوله به زمین چند متر بر ثانیه است؟  $(g = ۹/۸ \frac{N}{kg})$  و مقاومت هوا ناچیز است.

۴۹ (۱)

۶۹ (۳)

۵۹ (۲)

۷۹ (۴)

۷۹- از یک بلندی با ارتفاع زیاد، گلوله A رها می‌شود.  $۱/۵$  ثانیه بعد گلوله B از همان نقطه رها می‌شود. با صرف نظر از مقاومت هوا،

چند ثانیه پس از رها شدن گلوله B، فاصله دو گلوله از یکدیگر به  $۴۱/۲۵ m$  می‌رسد؟  $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۳/۵ (۱)

۲ (۳)

۲/۷۵ (۲)

۱ (۴)

۸۰- معادله مکان- زمان متحرکی که بر روی مسیری مستقیم در حرکت است، در SI به صورت  $x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۸$  است. بعد از لحظه

$t = ۰$ ، چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور، کوچک‌تر یا برابر ۸ متر است؟

۲ (۱)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۴)

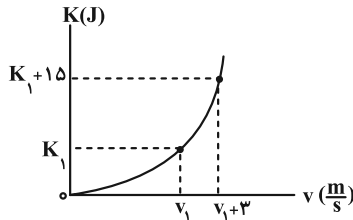
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- در شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم ۵۰۰ گرم بر حسب تندی آن نشان داده شده است.  $v_1$  چند متر بر ثانیه است؟



۳/۵ (۱)

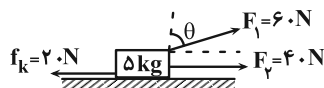
۵/۵ (۲)

۷/۵ (۳)

۸/۵ (۴)

۸۲- در شکل زیر، اگر کار برابند نیروهای وارد بر جسم در یک جابه‌جایی افقی ۱۰ متری، برابر با  $+۶۸۰$  ژول باشد، زاویه  $\theta$  چند درجه است؟

$$\left( \sin 37^\circ = 0/6 \text{ و } \cos 37^\circ = 0/8, g = 10 \frac{N}{kg} \right)$$



۵۳ (۲)

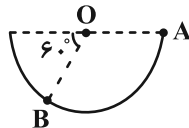
۳۷ (۱)

۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

۸۳- مطابق شکل زیر، در شرایط خلأ و در مسیری دایره‌ای شکل بدون اصطکاک، گلوله‌ای به جرم  $۲۵۰g$  را از نقطه A رها می‌کنیم.

اگر شعاع دایره  $۸۰cm$  باشد، کار نیروی عمودی سطح در جابه‌جایی جسم از A تا B چند ژول است؟



$۵\sqrt{2}$  (۲)

۵ (۱)

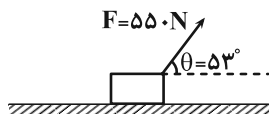
صفر (۴)

$۵\sqrt{3}$  (۳)

۸۴- در شکل زیر، شخصی جعبه‌ای به جرم  $۳۰kg$  را به وسیله طناب تحت زاویه  $\theta = 53^\circ$ ، با نیروی ثابت  $F = ۵۵۰N$  از حال سکون به

حرکت درمی‌آورد. اگر اندازه نیروی اصطکاک جنبشی که به جعبه وارد می‌شود،  $۳۰N$  باشد و جعبه با این وضعیت در مسیر

مستقیم و افقی ۲۰ متر جابه‌جا شود، تندی حرکت جعبه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ( $\cos 53^\circ = 0/6$ )



۳۰ (۲)

۱۰ (۱)

۱۵ (۴)

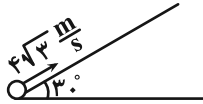
۲۰ (۳)

محل انجام محاسبات

۸۵- گلوله‌ای به جرم ۱ کیلوگرم، مطابق شکل زیر از سطح زمین با تندی  $4\sqrt{3} \frac{m}{s}$  به بالای سطح شیب‌داری پرتاب می‌شود. اگر گلوله

مسافت ۴ متر را بر روی سطح شیب‌دار بپیماید و برای یک لحظه متوقف شود، اندازه نیروی اصطکاک در طول مسیر حرکت چند

نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و اندازه نیروی اصطکاک را در تمام مسیر ثابت فرض کنید).



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸۶- جسمی به جرم ۸ kg را از سطح زمین، با سرعت  $20 \frac{m}{s}$  رو به بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج مسیر

حرکت چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از کلیه نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

در نظر بگیرید.)

۱ (۱) ۱۶۰۰

۲ (۲) ۸۰۰

۳ (۳) ۲۴۰۰

۴ (۴) ۱۲۰۰

۸۷- در شکل زیر، جسمی با سرعت  $8 \frac{m}{s}$  بر روی سطح افقی پرتاب می‌شود و حداکثر مسافت ۳ متر را روی سطح شیب‌دار طی

می‌کند. از شروع حرکت تا لحظه توقف در سطح شیب‌دار، چند درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم اتلاف شده است؟

( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و  $\sin 53^\circ = 0.8$ )



۱ (۱) ۲۵

۲ (۲) ۵۰

۳ (۳) ۳۰

۴ (۴) ۴۰



۸۸- مطابق طرح‌واره شکل زیر، کار خروجی حاصل از ماشین (۱) به عنوان کار ورودی، به ماشین (۲) و کار خروجی از ماشین (۲) به

عنوان کار ورودی، به ماشین (۳) داده می‌شود. اگر بازده ماشین (۱)، ۶۰ درصد و بازده ماشین (۳)، ۲۰ درصد و بازده کل

مجموعه ۱۰ درصد باشد، بازده ماشین (۲) تقریباً چند درصد است؟



(۱)  $\frac{8}{3}$

(۲)  $\frac{83}{3}$

(۳)  $\frac{6}{6}$

(۴)  $\frac{66}{6}$

۸۹- چند مورد از گزاره‌های زیر الزاماً درست است؟

الف) اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر و برآیند نیروها غیرصفر باشد، الزاماً بردار برآیند نیروها بر راستای جابه‌جایی عمود است.

ب) اگر کار کل وارد بر یک جسم صفر باشد، سرعت آن جسم در ابتدا و انتهای حرکتش یکسان است.

پ) اگر انرژی جنبشی جسمی در ابتدا و انتهای مسیر حرکتش یکسان باشد، کار برآیند نیروهای وارد بر آن در این مسیر صفر است.

ت) در جابه‌جایی‌های افقی، کار نیروی عمودی سطح همواره صفر است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۹۰- آسانسوری در مدت زمان ۲۰ ثانیه، ۴ شخص ۶۰ کیلوگرمی را از سطح زمین با تندی ثابت تا ارتفاع ۲۴ متری بالا می‌برد. اگر

جرم آسانسور  $460 \text{ kg}$  و بازده موتور آن ۸۰ درصد باشد، توان متوسط مصرفی موتور آن چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) و از

مقاومت هوا و سایر نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)

(۴)  $\frac{16}{8}$

(۳) ۲۱

(۲)  $\frac{10}{5}$

(۱)  $\frac{8}{4}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

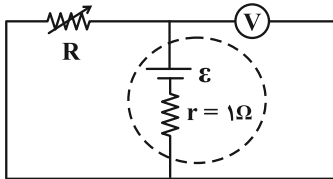
فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رئوستا  $3\ \Omega$  افزایش یابد، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد از  $15\ V$  به  $16\ V$

تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی باتری در این مدار چند ولت است؟



۱۸ (۱)

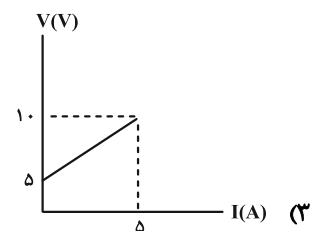
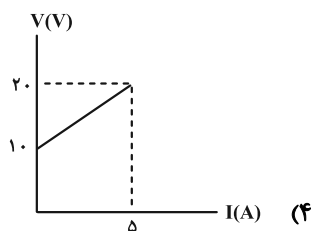
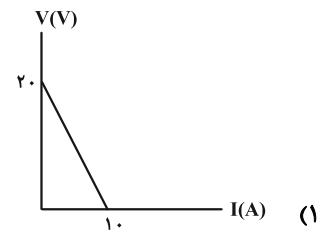
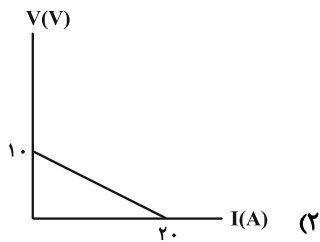
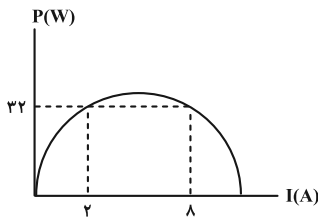
۲۰ (۲)

۲۴ (۳)

۳۰ (۴)

۹۲- نمودار توان خروجی یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. در کدام گزینه، نمودار اختلاف پتانسیل

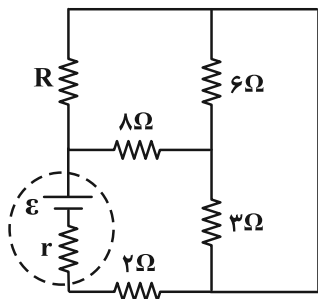
بر حسب جریان عبوری از این باتری درست رسم شده است؟ (نمودار به صورت سهمی است.)



محل انجام محاسبات

۹۳- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از دو مقاومت  $R$  و  $۸$  اهمی یکسان است. توان مصرفی در مقاومت  $R$  چند برابر توان مصرفی

در مقاومت  $۲$  اهمی است؟



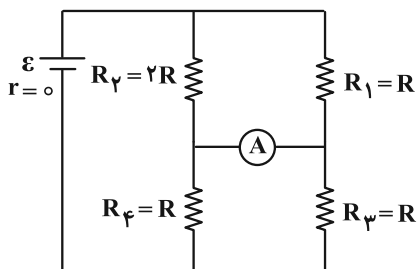
(۱)  $\frac{۵}{۶}$

(۲)  $\frac{۶}{۵}$

(۳)  $\frac{۴}{۵}$

(۴)  $\frac{۵}{۴}$

۹۴- آمپرسنج آرمانی در مدار شکل زیر، چه جریانی را برحسب متغیرهای مدار نشان می‌دهد؟



(۱)  $\frac{ε}{۷}$

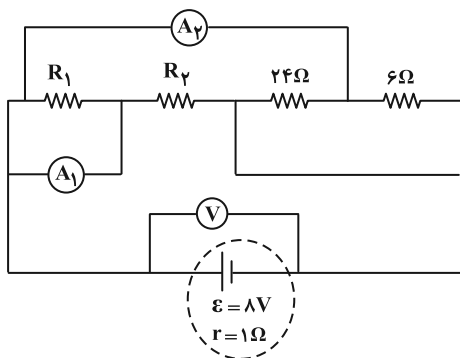
(۲)  $\frac{۲ε}{۷R}$

(۳)  $\frac{ε}{۷R}$

(۴)  $\frac{۲ε}{۷}$

۹۵- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی  $A_1$ ، عدد  $۰/۷۵A$  و آمپرسنج آرمانی  $A_2$ ، عدد  $۱/۲۵A$  را نشان می‌دهد. در این صورت،

ولتسنج آرمانی چه عددی را برحسب ولت نشان می‌دهد؟



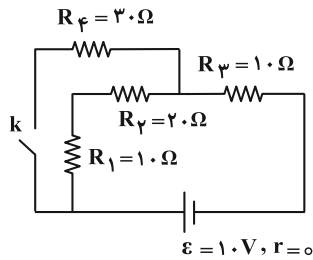
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) ۶

۹۶- در مدار شکل زیر، با بسته شدن کلید  $k$ ، توان مصرفی مقاومت  $R_4$  نسبت به حالت اول، چند وات و چگونه تغییر خواهد کرد؟



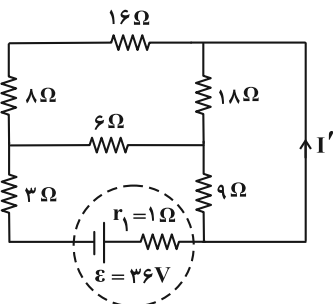
(۱)  $\frac{55}{100}$ ، افزایش

(۲)  $\frac{55}{100}$ ، کاهش

(۳)  $\frac{45}{100}$ ، افزایش

(۴)  $\frac{45}{100}$ ، کاهش

۹۷- در مدار شکل زیر، جریان  $I'$  چند آمپر است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

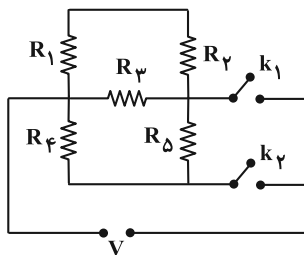
(۳)  $\frac{5}{3}$

(۴)  $\frac{7}{3}$

۹۸- در مدار شکل زیر، در حالت اول کلید  $k_1$  بسته و کلید  $k_2$  باز است و در حالت دوم کلید  $k_1$  باز و کلید  $k_2$  بسته است. اندازه

نسبت توان مصرفی شده در تمام مقاومت‌ها در حالت اول به حالت دوم، چند وات بیشتر از مجموع توان مصرفی در تمام

مقاومت‌ها در حالتی است که هر دو کلید باز هستند؟ (اندازه هر یک از مقاومت‌ها ۲ اهم است).



(۱)  $\frac{5}{4}$

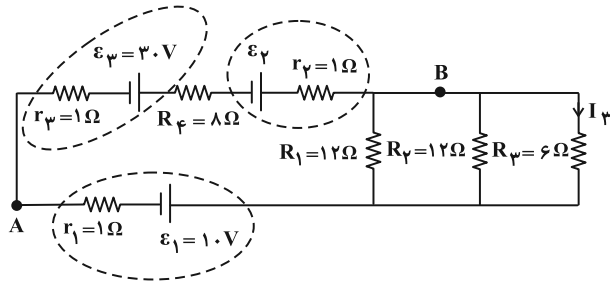
(۲)  $\frac{5}{8}$

(۳)  $\frac{4}{5}$

(۴)  $\frac{8}{5}$

۹۹- در مدار شکل زیر، اگر  $V_B - V_A = 18V$  باشد، به ترتیب از راست به چپ، توان خروجی باتری  $\mathcal{E}_\psi$  و جریان  $I_\psi$  در SI کدام است؟

۱، ۱۲ (۱)



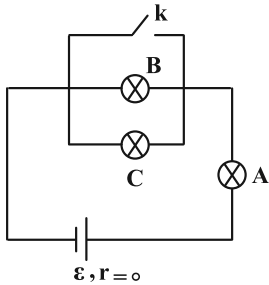
۱، ۱۴ (۲)

۲، ۱۲ (۳)

۲، ۱۴ (۴)

۱۰۰- لامپ‌های A، B و C در مدار شکل زیر یکسان هستند. با بستن کلید k، کدام موارد زیر رخ می‌دهد؟

الف) اختلاف پتانسیل دو سر B و C تغییری نمی‌کند.



ب) اختلاف پتانسیل دو سر B و C به اندازه ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

پ) اختلاف پتانسیل دو سر A به اندازه ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

ت) اختلاف پتانسیل دو سر C به صفر کاهش می‌یابد.

(۲) ب و پ

(۱) الف و پ


(۴) فقط ت

(۳) پ و ت

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶ / شیمی ۱: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ / شیمی ۲: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۰۱- کدام گزینه همواره درست است؟


- (۱) در دمای یکسان رسانایی الکتریکی محلول هیدروکلریک اسید همواره از رسانایی الکتریکی محلول هیدروفلوئوریک اسید بیشتر است.
- (۲) به موادی مانند  $HCl(g)$  الکترولیت و به  $HCl(aq)$ ، محلول الکترولیت می‌گویند.
- (۳) رسانایی الکتریکی محلول دو الکترولیت قوی با دما و غلظت یکسان، با هم برابر است.
- (۴) جابه‌جایی یون‌ها نشانی از رسانایی الکتریکی است پس  $NaCl(s)$  رسانای جریان الکتریسیته می‌باشد.

۱۰۲- کدام گزینه نادرست است؟ 

- (۱) با افزایش تعداد اتم‌های کربن در کربوکسیلیک اسیدها (با زنجیر R سیرشده)، نسبت تعداد اتم‌های کربن به هیدروژن ثابت مانده، اما مقدار ثابت یونش کاهش می‌یابد.
- (۲) در یک واکنش برگشت‌پذیر که همزمان واکنش‌های رفت و برگشت به‌طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌شود.
- (۳) در دمای یکسان، مقدار ثابت یونش اسیدهای مختلف را می‌توان به صورت: «هیدروسیانیک اسید > کربنیک اسید > نیترواسید» مقایسه کرد.
- (۴) در شرایط یکسان ممکن است غلظت یون هیدرونیوم در محلول هیدروکلریک اسید کمتر از محلول نیتریک اسید باشد.

۱۰۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) حضور همزمان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در مخلوط واکنش، می‌تواند نشانه‌ای از واکنش‌های برگشت‌پذیر باشد.
- (۲) در واکنش‌های تعادلی، در نهایت سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر می‌شود.
- (۳) اگر دو قطعه فلز یکسان را وارد دو محلول اسیدی با دما و غلظت یکسان کنیم در ظرفی که اسید قوی‌تری دارد، حباب‌ها با سرعت بیشتری تولید می‌شوند.
- (۴) اگر  $K_a$  اسید HA دو برابر  $K_a$  اسید HB باشد، آن‌گاه غلظت اسید HA نیز دو برابر غلظت اسید HB است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۴- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) در یک واکنش برگشت پذیر که همزمان واکنشهای رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می شوند، سرانجام مقدار واکنش دهنده ها و فراورده ها با هم برابر می شود.

(ب) در محلول اسیدهای ضعیفی مانند HF،  $\text{HNO}_3$  و  $\text{HCOOH}$  میان اندک یونهای حاصل از یونش و مولکولهای یونیده نشده تعادل برقرار می شود.

(پ) K برای یک واکنش تعادلی در دمای معین، مقداری ثابت است و در دمای ثابت به مقدار آغازی واکنش دهنده ها بستگی ندارد.

(ت) باران معمولی حاوی یک اسید دو پروتونه است در حالی که از میان دو اسید قوی موجود در باران اسیدی تنها یکی از آنها دو پروتونه می باشد.

(ث) در دمای  $25^\circ\text{C}$  و غلظت ۱٪ مولار، مجموع شمار یونها و مولکولها در محلول استیک اسید از محلول فرمیک اسید کمتر است.

(۱) ۵      (۲) ۴      (۳) ۳      (۴) ۲

۱۰۵- شکل زیر ۶۰۰ میلی لیتر از محلول آبی یک اسید آرنیوس تک پروتون دار را نشان می دهد. چند میلی لیتر آب مقطر باید به این نمونه بیفزاییم تا درجه یونش اسید به میزان ۱۰۰٪ افزایش یابد؟ (دما ثابت است و هر ذره حل شونده را معادل ۰/۰۳ مول در

نظر بگیرید.)



(۱) ۱۴۰۰

(۲) ۱۶۰۰

(۳) ۲۴۰۰

(۴) ۲۶۰۰

۱۰۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) pH همه پاک کننده های خورنده کمتر از ۷ است.

(۲) با محلول شیشه پاک کن می توانیم آلاینده هایی مانند برخی اسیدهای چرب را پاک کرد.

(۳) رسوب های چربی دارای خاصیت اسیدی هستند و در اثر واکنش با بازها، فراورده های نامحلول در آب تولید می کنند.

(۴) مطابق واکنش «فراورده های دیگر + گاز هیدروژن → آب + مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید»، گاز هیدروژن آزاد شده با ایجاد

فشار، قدرت پاک کنندگی را کاهش می دهد.

۱۰۷- ۲۰ میلی لیتر از اسید قوی HA با  $pH = 3/7$  را با ۳۰ میلی لیتر اسید قوی HB با  $pH = 4/7$  مخلوط می کنیم،  $pH$  محلول

حاصل به تقریب کدام است؟ ( $\log 2 \approx 0/3$ ،  $\log 3 \approx 0/48$ )

۳/۸ (۱) ۴ (۲)

۴/۲ (۳) ۴/۴ (۴)

۱۰۸- روی محلول لوله بازکن و شیشه پاک کن به ترتیب  $pH = 13/4$  و  $pH = 10/7$  نوشته شده است، محلول ..... باز قوی تری است

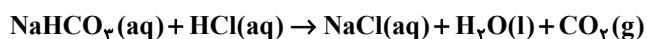
و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن ..... برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول ..... است. ( $\log 2 \approx 0/3$ )

(۱) لوله بازکن - ۰/۰۰۲ - شیشه پاک کن (۲) لوله بازکن - ۰/۰۲ - شیشه پاک کن

(۳) شیشه پاک کن - ۰/۰۲ - لوله بازکن (۴) شیشه پاک کن - ۰/۰۰۲ - لوله بازکن

۱۰۹- برای افزایش  $pH$  نیم لیتر شیره معده از ۱/۵ به ۲/۷، به چند میلی گرم جوش شیرین نیاز است؟

( $\log 2 \approx 0/3$ ،  $\log 3 \approx 0/5$ ) ( $Na = 23$ ،  $O = 16$ ،  $C = 12$ ،  $H = 1$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )



۲۳۵۲ (۱) ۱۱۷۶ (۲)

۵۸۸ (۳) ۲۹۴ (۴)

۱۱۰- به ۵۰۰ میلی لیتر محلول HCl با  $pH = 0/7$ ، V میلی لیتر محلول NaOH با  $pH = 13/5$  اضافه می کنیم. اگر مجموع غلظت

یون ها در محلول نهایی برابر با ۰/۳۶ مولار باشد و گل ادریسی در حاکی که  $pH$  آن با  $pH$  محلول نهایی برابر است، به رنگ

سرخ شکوفا شود، V کدام است؟ ( $\log 2 \approx 0/3$ ،  $\log 3 \approx 0/5$ )

۲۵۰ (۱) ۵۰۰ (۲)

۷۵۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

- الف) اغلب گازها نامرئی هستند ولی به‌طور معمول وجود آن‌ها را در پیرامون خود حس می‌کنیم.  
 ب) تغییرات دما و فشار در هواکره دلیلی بر لایه‌ای بودن آن است.  
 پ) با افزایش ارتفاع تا ۱۰ کیلومتری از سطح زمین، دمای هوا حدود ۲۱ درصد در مقیاس کلونین کاهش می‌یابد. (دما در ابتدای تروپوسفر  $12^{\circ}\text{C}$  است).

ت) با افزایش ارتفاع از سطح زمین شیب تغییرات فشار هوا برحسب ارتفاع مانند فشار هوا کاهش می‌یابد.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) گازی که دارای مولکول‌های سه اتمی است و در هوای مایع وجود ندارد، ممکن است توسط جانوران تولید شود.  
 (۲) گازی که برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد، ممکن است در ساختار خود پیوند سه‌گانه داشته باشد.  
 (۳) گازی که در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع پس از نیتروژن از آن جدا می‌شود، ممکن است در تولید لامپ‌های رشته‌ای به کار رود.  
 (۴) گازی تک‌اتمی که در خنک کردن قطعات الکترونیکی MRI مورد استفاده قرار می‌گیرد، ممکن است غلظت و درصد فراوانی بیشتری در هواکره نسبت به میدان‌های گازی داشته باشد.

۱۱۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- آ) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در لایه‌ای قرار دارد که تغییرات آب و هوای زمین در آن لایه رخ می‌دهد.  
 ب) بخش عمده هواکره را دو گاز نیتروژن و اکسیژن تشکیل می‌دهند و درصد حجمی آرگون در هوای پاک و خشک از درصد حجمی  $\text{CO}_2$  بیشتر است.  
 پ) در شرایط یکسان نقطه جوش اکسیژن از نقطه جوش نیتروژن کمتر و از نقطه جوش آرگون بیشتر است.  
 ت) سبک‌ترین گاز نجیب حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد و پس از سوختن به همراه سایر فرآورده‌ها وارد هواکره می‌شود.

- (۱) آ و ب      (۲) پ و ت      (۳) آ و ت      (۴) ب و پ

محل انجام محاسبات

۱۱۴- اطلاعات کدام ردیف جدول زیر غلط کمتری دارد؟

ردیف	فرمول شیمیایی	نام گونه	ساختار لوویس	تعداد مول الکترون مبادله شده هنگام تشکیل یک مول ماده
۱	$\text{Fe}_3(\text{PO}_4)_2$	آهن (III) فسفات		۳
۲	$\text{CO}$	مونوکربن مونوکسید	$\text{C} \equiv \text{O} :$	
۳	$\text{NO}_3^-$	نیتрат	$  \begin{array}{c}  \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \\     \\  \text{:}\ddot{\text{O}}-\text{N}-\ddot{\text{O}}\text{:}  \end{array}  $	
۴	$\text{ScN}$	اسکاندیم نیتريد		۳

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۵- در ساختار لوویس چه تعداد از مولکول‌های زیر نسبت تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی به تعداد الکترون‌های پیوندی بزرگ‌تر

$\text{NO}_2$  ,  $\text{SO}_3$  ,  $\text{CO}_2$  ,  $\text{N}_2\text{O}_4$  ,  $\text{NF}_3$  ,  $\text{CO}$

یا مساوی یک است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۶- اگر فرمول مولکولی دسته‌ای از مولکول‌ها به فرم  $\text{XO}_p$  باشد، کدام گزینه جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«اگر عنصر X ..... باشد، آن‌گاه مولکول  $\text{XO}_p$  .....»

(۱) اولین عنصر گروه ۱۵- بر روی اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی دارد.

(۲) در ترکیب پایدار  $\text{XO}_p$  نیز حضور داشته- یکی از عوامل ایجاد باران اسیدی است.

(۳) دارای ۶ پروتون در هسته اتم خود- در سده اخیر در هواکره به میزان قابل توجهی کاهش داشته است.

(۴) دارای عدد اتمی ۸ - دارای ۲ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.

۱۱۷- کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) جرم مخلوط واکنش شامل محصول گازی در طی واکنش ثابت است چون از قانون پایستگی جرم تبعیت می‌کند.

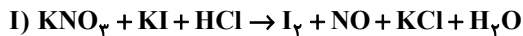
(۲) نماد « $\xrightarrow{\Delta}$ » در واکنش‌های شیمیایی نشان می‌دهد که واکنش با تولید گرما همراه است.

(۳) واکنش شیمیایی را می‌توان تغییر شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر تعریف کرد.

(۴) هدف از موازنه واکنش‌ها، برابر شدن شمار مولکول‌ها در دو طرف واکنش است.

محل انجام محاسبات

۱۱۸- به ترتیب، ضرایب استوکیومتری ترکیبات  $H_2O$ ،  $HCl$  و  $KCl$  در واکنش (I) پس از موازنه، ..... و ..... از ضرایب این گونه‌ها در واکنش (II) پس از موازنه است.



(۱) بیشتر- کمتر- بیشتر

(۲) کمتر- بیشتر- کمتر

(۳) بیشتر- بیشتر- کمتر

(۴) بیشتر- بیشتر- بیشتر

۱۱۹- چند مورد از عبارتهای زیر راجع به اثرات مخرب زیست محیطی حاصل از افزایش آلاینده‌های هواکره به درستی بیان شده است؟

(الف) سوخت استفاده نشده و همچنین بخار آب خروجی از اگزوز خودروها به عنوان آلاینده محسوب می‌شوند.

(ب) گرمای تولیدی هنگام استفاده از سشوار می‌تواند به عنوان یکی از عوامل گرمایش کره زمین در این مبحث مورد بررسی قرار می‌گیرد.

(پ) استفاده از گاز طبیعی به جای نفت خام و انرژی خورشید به جای گرمای زمین برای تولید برق، از لحاظ کیفی تأثیر یکسانی بر روی آزادسازی کربن دی‌اکسید به هواکره می‌شوند.

(ت) رابطه افزایش مقدار  $CO_2$  هواکره با میانگین جهانی دمای سطح زمین همانند رابطه میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد و مساحت سطح برف در نیم‌کره شمالی است.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۲۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) دامنه تغییرات دمای داخل یک گلخانه در مقایسه با دمای بیرون آن در طول یک روز زمستانی کمتر است.

(ب) اگر هواکره در اطراف زمین وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین  $18^\circ C$  کاهش می‌یافت.

(پ) بخش عمده‌ای از پرتوهای تابیده شده از سمت خورشید توسط هواکره جذب و بخش کمتری از آن، به وسیله زمین جذب می‌شود.

(ت) طول موج پرتوهای بازتابیده شده از زمین نسبت به پرتوهای تابیده شده از سمت خورشید کوتاه‌تر می‌باشد.

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم (تا انتهای جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها، قانون هس): صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) ذره‌های سازنده یک ماده می‌توانند در حالت فیزیکی مشابه باشند ولی میزان جنب و جوش آن‌ها متفاوت باشد.
- ۲) مقدار انرژی‌ای که هر ماده غذایی به بدن می‌رساند تابع جرمی از آن است که مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- ۳) اختلاف میزان سرانه مصرف نان در ایران و جهان از شیر بیشتر است.
- ۴) دمای یک ماده معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است.

۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- الف) اگر تکه‌ای نان و سیب‌زمینی (با جرم و سطح یکسان) که دمای آن‌ها  $55^{\circ}\text{C}$  است در محیطی با دمای  $25^{\circ}\text{C}$  قرار دهیم تکه نان زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.
- ب) خوردن بستنی شامل یک فرایند هم‌دما شدن در گوارش بوده که با جذب انرژی همراه است.
- پ) دما، هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در گرما بین دو جسم جاری می‌شود.
- ت) از میان دو جسم مختلف با جرم یکسان، به ازای دادن گرمای یکسان، ماده‌ای که ظرفیت گرمایی ویژه بیشتری دارد، افزایش دمای کمتری پیدا می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۳- کدام یک موارد زیر درست است؟

- الف) گرمای مبادله شده در هر واکنش شیمیایی تماماً وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌باشد.
- ب) نماد دما برحسب سلسیوس « $\theta$ » و نماد دما برحسب کلوین، « $T$ » است.
- پ) با تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود.
- ت) دما و گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده هستند و برای توصیف آن به کار می‌روند.

۴ پ و ت

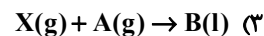
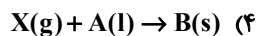
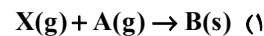
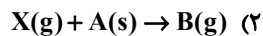
۳ الف و ت

۲ ب و پ

۱ الف و ب

محل انجام محاسبات

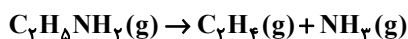
۱۲۴- کدام گزینه واکنشی را نشان می‌دهد که بیشترین مقدار انرژی را آزاد می‌کند؟ (تمامی واکنش‌ها گرماده هستند).



۱۲۵- اتیل آمین ( $C_2H_5NH_2$ ) طی یک فرایند گازی مطابق واکنش زیر به اتن و آمونیاک تجزیه می‌شود. در صورتی که میانگین

آنتالپی پیوند  $N-H$ ،  $1/4$  برابر میانگین آنتالپی پیوند  $C-N$  باشد، میانگین آنتالپی پیوند  $N-H$  چند کیلوژول بر مول

است؟ (میانگین آنتالپی پیوندهای  $C-C$ ،  $C=C$  و  $C-H$  به ترتیب برابر  $۳۴۸$ ،  $۶۱۴$  و  $۴۱۵$  کیلوژول بر مول است).



$$\Delta H = +۴۵ \text{ kJ}$$

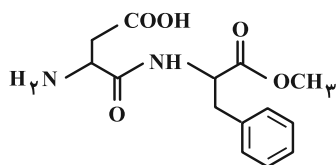
$$۳۶۴ \quad (۲)$$

$$۲۶۰ \quad (۱)$$

$$۲۸۰ \quad (۴)$$

$$۴۹۱ \quad (۳)$$

۱۲۶- با توجه به ساختار مولکولی زیر چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



الف) در ساختار این مولکول حلقه بنزنی دیده می‌شود و همانند ماده موجود در ضد بید

آروماتیک می‌باشد.

ب) این مولکول می‌تواند درون مولکول خود یا با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

پ) همانند مولکول آلی موجود در کلسترول دارای گروه عاملی هیدروکسید ( $-OH$ ) می‌باشد.

ت) در شرایط STP یک مول از این ماده در واکنش با  $۱۳۴/۴$  لیتر  $H_2$  به‌طور کامل از هیدروژن سیر می‌شود. (در حضور کاتالیزگر مناسب)

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۱۲۷- درصد جرمی پروتئین یک ماده غذایی سه برابر درصد جرمی چربی موجود در آن است. اگر ارزش سوختی این ماده غذایی

$۱۶/۳۵ \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-۱}$  بوده و ۱۰ درصد از آن را مواد غیر از کربوهیدرات، چربی و پروتئین تشکیل داده باشند (که فاقد ارزش

سوختی هستند)، درصد جرمی کربوهیدرات موجود در این ماده غذایی چند درصد است؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات،

پروتئین و چربی به ترتیب برابر با ۱۷، ۱۷ و ۳۸ کیلوژول بر گرم است).

$$۸۵ \quad (۴)$$

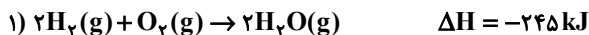
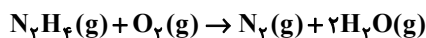
$$۷۰ \quad (۳)$$

$$۶۵ \quad (۲)$$

$$۶۰ \quad (۱)$$

۱۲۸- با توجه به واکنش‌های ۱ تا ۳، اگر در واکنش موازنه نشده زیر  $1380 \text{ kJ}$  گرما آزاد شود، چند گرم فراورده حاصل می‌شود؟

$$(N = 14, O = 16, H = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

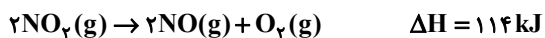
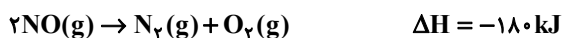


$$246 \text{ (2)} \qquad 256 \text{ (1)}$$

$$296 \text{ (4)} \qquad 276 \text{ (3)}$$

۱۲۹- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی داده شده، اگر واکنش موازنه نشده زیر در یک ظرف دربسته با  $5/0$  مول واکنش دهنده آغاز

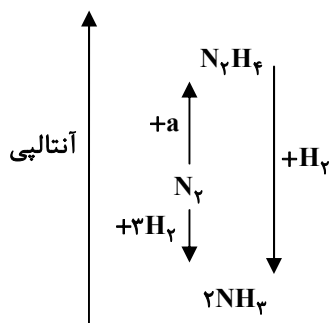
شود و پس از مصرف  $a$  کیلوژول گرما، شمار مول‌های گازی موجود در ظرف ۲ برابر شود،  $a$  کدام است؟



$$37 \text{ (2)} \qquad 18/5 \text{ (1)}$$

$$111 \text{ (4)} \qquad 55/5 \text{ (3)}$$

۱۳۰- با توجه به نمودار داده شده چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



- به جای  $a$  می‌توان  $2\text{H}_2$  را قرار داد.

- به یک واکنش ۲ مرحله‌ای مربوط است.

- علامت  $\Delta H$  تشکیل  $\text{N}_2\text{H}_4$  مخالف علامت  $\Delta H$  سوختن  $\text{H}_2$  است.

- مولکول  $\text{N}_2\text{H}_4$  از  $\text{NH}_3$  و  $\text{N}_2$  ناپایدارتر است.

-  $\text{N}_2\text{H}_4$  یا همان هیدرازین مطابق نمودار روبه‌رو در یک واکنش تولید و در

واکنش دیگر مصرف می‌شود.

$$1 \text{ (2)} \qquad \text{صفر (1)}$$

$$3 \text{ (4)} \qquad 2 \text{ (3)}$$



# دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد  
(دوره دوم)  
۱۸ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی، کیارش صانعی، حلما حاجی نقی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

۲۵۱- تصویر زیر به چه نکته‌ای اشاره می‌کند؟



(۱) وقت طلاست.

(۲) برای طمع، هیچ مقداری از پول هرگز کافی نیست.

(۳) دانش نگهدارِ تو است و تو نگهدارِ پولی.

(۴) رنگ رخساره خبر می‌دهد از سرّ ضمیر.

\* در دو پرسش بعدی، بهترین گزینه را برای ترتیب عبارات انتخاب کنید.

۲۵۲-

الف) حکومت ایران در آن زمان، هخامنشیان، زبان فارسی را برای این منظور به عنوان وسیله‌ای برگزیدند که قبایل مختلف ایرانی را متحد کنند.

ب) زبان فارسی به‌خوبی به هدفی که برای آن تعریف شده بود رسید و باعث اتحاد قبایل ساکن در فلات ایران شد.

ج) چنین به نظر می‌رسد که پس از جدایی اولیه‌ی زبان‌های ایرانی از زبان‌های هندواروپایی شرقی، نیاز به یک تفکیک دوباره‌ی زبانی نزد ایرانیان حس شده است.

د) امروزه برخی دسته‌ها و گروه‌های ایرانی تصوّر می‌کنند انتخاب زبان فارسی به عنوان زبان مرکزی عامل ضعف زبان‌های ایشان شده است.

ه) حال آن که اگر زبان فارسی را نه به عنوان جایگزین بلکه به عنوان ابزاری برای تقویت روابط زبانی در نظر بگیریم، نادرستی این استدلال آشکار می‌شود.

(۲) د - ه - الف - ب - ج

(۱) ج - الف - ب - ه - د

(۴) د - ه - الف - ج - ب

(۳) ج - الف - ب - د - ه

۲۵۳-

الف) شنیدم که شاهی به هندوستان / برافروخت بزم از رخ دوستان

ب) یکی گفت کاندلر دیار عرب / یکی جانور دیده‌ام بس عجب

ج) شترپیکری رسته زو بال و پر / ولیکن نه پرنده نی باربر

د) چو طوطی به هر نکته گویا شدند / به نادر خبرها شکرخا شدند

(۲) ب - د - ج - الف

(۱) الف - د - ب - ج

(۴) ب - د - الف - ج

(۳) الف - د - ج - ب



۲۵۴- کدام مورد از مفهوم بیت زیر دریافت می‌شود؟

«عیب ارچه درون پوست بهتر / آیینی دوست، دوست، بهتر»

(۱) عیب را نباید از دوست نهان داشت.

(۲) آیین را توان پنهان کاری نیست.

(۳) بر عیب نهفتن، هیچ ایرادی نیست.

(۴) عیب را باید از دوست نهان داشت.

۲۵۵- مفهوم بیت زیر در کدام مورد آمده است؟

«گر نه ایزد ورا نمودی راه / از خدایی کجا شدی آگاه؟»

(۱) اگر خدای تعالی به خردمندان راه نمی‌نمود، محال بود بتوانند به کنه الهی واقف شوند.

(۲) اگر خداوند عشق را راهنمایی نمی‌کرد، چگونه از حقیقت ذات او آگاه می‌شد؟

(۳) بنده‌ی خردمند با ارشاد خداوند است که می‌تواند به فهم ذات الهی نائل شود.

(۴) به دلیل هدایت الهی است که عقل می‌تواند از هستی او آگاه باشد.

۲۵۶- کمیته انضباطی فدراسیون فوتبال، یکی از دو تیم بزرگ پایتخت را به دلیل رفتار ناشایست یکی از بازیکنانش، مبلغی جریمه کرده و این تیم نسبت

به رفتار ناعادلانه کمیته انضباطی، شکایت کرده است که: «کمیته انضباطی نسبت به تیم ما، سختگیرتر از تیم دیگر پایتخت است.» کمیته انضباطی

در پاسخ، فهرستی از مبالغ جریمه تیم دیگر را منتشر کرده که نشان می‌دهد آن تیم دیگر هم مبالغی جریمه شده است.

کدام استدلال در صورت صحت، استدلال کمیته انضباطی را بیشتر زیر سؤال می‌برد؟

(۱) مجموع جریمه‌هایی که تیم ما پرداخته، بیشتر از جریمه‌هایی است که تیم مقابل پرداخته است.

(۲) تیم ما در پرداخت جریمه‌ها، سریع‌تر از تیم مقابل عمل کرده است.

(۳) مبالغ جریمه‌ها با میزان ناشایست بودن رفتارها متناسب نبوده است.

(۴) مدیریت باشگاه دیگر پایتخت طی سال‌های اخیر دائماً در تغییر و مدیریت باشگاه ما ثابت بوده است.

۲۵۷- «در یک کشور فرضی، پس از برگزاری مسابقات المپیک توکیو، تعداد علاقه‌مندان به ورزش والیبال چهل و تعداد علاقه‌مندان به ورزش فوتبال

بیست درصد افزایش یافت. بنابراین می‌توان گفت هم‌اکنون تعداد علاقه‌مندان به ورزش والیبال از تعداد علاقه‌مندان به ورزش فوتبال بیشتر است.»  
 استدلال بالا استدلالی غلط است، چون کدام گزینه را نادیده گرفته است؟ همه گزینه‌ها را به خودی خود صحیح فرض کنید.

(۱) قبل از المپیک نیز تعداد علاقه‌مندان به ورزش والیبال از تعداد علاقه‌مندان به ورزش فوتبال خیلی بیشتر بود.

(۲) علاقه‌مندان به ورزش والیبال معمولاً در علاقه خود نسبت به این ورزش پایدار نیستند.

(۳) قبل از المپیک تعداد علاقه‌مندان به ورزش والیبال از تعداد علاقه‌مندان به ورزش فوتبال خیلی کمتر بود.

(۴) علاقه‌مندان به ورزش فوتبال معمولاً به سایر ورزش‌های توپی نیز علاقه‌مند هستند.

۲۵۸- در تعدادی از اعداد سه‌رقمی، رقم دهگان از نصف حاصل جمع رقم‌های یکان و صدگان، یکی بیش‌تر است. چندتا از این عددها را اگر در خودشان

ضرب کنیم، یکان عدد دو واحد بیش‌تر می‌شود؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۲

(۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۲۵۹- در سرزمینی فرضی برای محاسبه سن هر شخصی، تعداد ماه هر سال و تعداد روزهای هر ماه را به شماره‌های سال مربوط می‌دانند: سال نخست یک

ماه و هر ماه یک روز دارد، سال دوم دو ماه و هر ماه دو روز دارد و ... فردی که ۱۲۰ روز عمر دارد، چند سال و چند ماه و چند روز دارد؟

(۱) ۶ سال و ۳ ماه و ۱ روز (۲) ۶ سال و ۴ ماه و ۱ روز

(۳) ۷ سال و ۳ ماه و ۱ روز (۴) ۷ سال و ۴ ماه و ۱ روز

۲۶۰- در عبارت زیر  $\square$  و  $\square$  هر کدام یک عدد یک‌رقمی است. حاصل  $(\square \square \times \square \square)$  کدام است؟

(۱)  $\square \square \square \square$  (۲)  $\square \square \square$   
 (۳)  $\square \square \square$  (۴)  $\square \square \square$

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square \\ \hline \square \square \square \square \end{array}$$

۲۶۱- در سمت راست عدد حاصل از عملیات زیر، چند صفر وجود دارد؟

$$1 \times 22 \times 333 \times 4444 \times \dots \times 999999999$$

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۵ (۴) ۹

\* در سه پرسش بعدی، تعیین کنید با کدام داده‌ها می‌توان به سؤال‌ها پاسخ داد.

اگر داده «الف» کفایت گزینه «۱»، اگر داده «ب» کافی است گزینه «۲».

اگر هر دو داده لازم است و با آن‌ها به جواب می‌رسیم گزینه «۳» و اگر هر دو داده توأمان نیز برای پاسخگویی کافی نیستند، گزینه «۴» را انتخاب کنید.

۲۶۲- با کدام داده(ها) می‌توان ماه تولد خریدار تلویزیون را فهمید؟

الف) فروشنده تلویزیون دقیقاً سه ماه از خریدار تلویزیون بزرگ‌تر است.

ب) خریدار تلویزیون، درست سه ماه قبل از تولد فروشنده، تلویزیون را خریده است.

۲۶۳- امیر، امین، ندا و هما چهار فرزند یک خانواده‌اند. با کدام داده‌ها می‌توان فهمید فرزند دوم خانواده پسر است یا دختر؟

الف) اگر فرزندان خانواده به ترتیب سن بایستند، هیچ دو فرزند هم‌جنسیتی کنار هم نخواهند ایستاد.

ب) ندا از هما بزرگ‌تر و از امیر کوچک‌تر است.

۲۶۴- با کدام داده(ها) می‌توان فهمید گزاره  $\square > \bigcirc$  گزاره‌ای درست است یا نادرست؟

الف)  $\square + \bigcirc \geq 2\bigcirc + \square$       ب)  $\square < \square \times \bigcirc$

۲۶۵- عدد حاصل کدام‌یک از گزینه‌های زیر متفاوت است؟ دقت کنید عددها بزرگ و حل معادلات دشوار است ولی روش‌های میان‌بری برای فهم پاسخ

هست.

(۲)  $1231 + 234 \times 9872 - 20$

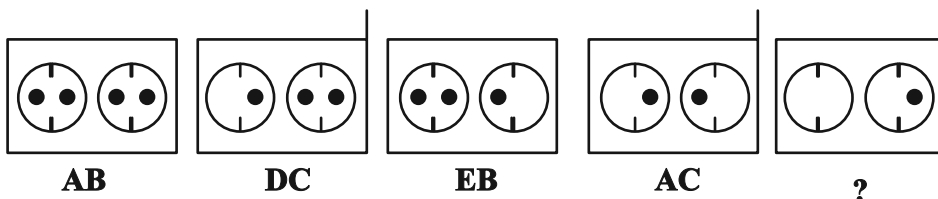
(۱)  $1723 \times 1345 + 8745 - 2$

(۴)  $9898 \times 235 + 246 - 98$

(۳)  $26798 + 3999 \times 575 - 45$

\* در دو پرسش بعدی تعیین کنید در کدگذاری‌های انجام شده کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد.

۲۶۶-

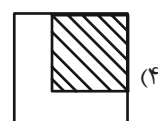
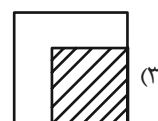
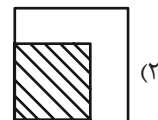
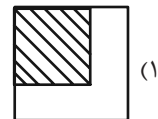
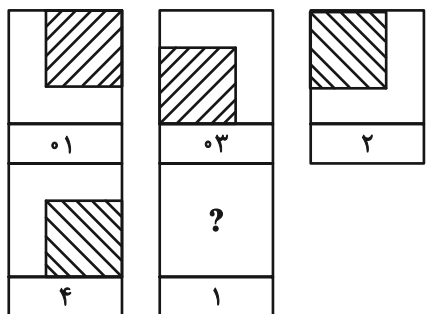


EB (۲)

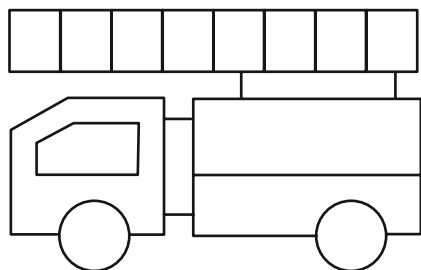
EC (۱)

DB (۴)

DC (۳)



۲۶۸- چند مستطیل در شکل زیر هست؟



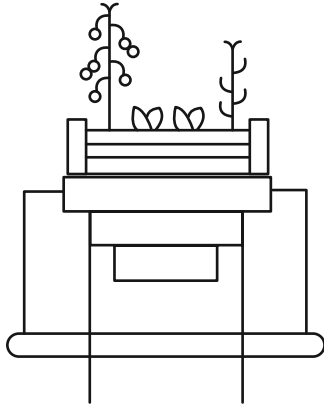
۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

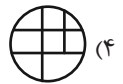
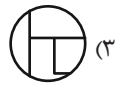
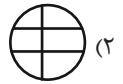
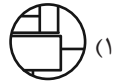
۳۸ (۳)

۳۹ (۴)

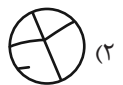
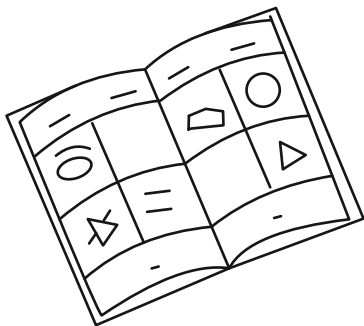
\* در دو پرسش بعدی تعیین کنید کدام گزینه جزئی از شکل رسم شده نیست.



-۲۶۹



-۲۷۰



## خودارزیابی توجه و تمرکز

آزمون ۱۸ آبان ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. هنگام کار روی یک تکلیف یا پروژه، نادیده گرفتن عوامل حواس‌پرتی برای من آسان است.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۲. من می‌توانم در طول برگزاری یک آزمون، متمرکز بمانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۳. من می‌توانم بیش از ۳۰ دقیقه توجه خود را روی یک فعالیت واحد حفظ کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۴. هنگام کار بر روی تکالیف درسی چالش برانگیز به سرعت علاقه خود را از دست نمی‌دهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۵. من می‌توانم به معلم توجه کنم حتی اگر دانش‌آموزان دیگر صحبت کنند.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۶. وقتی می‌خواهم به اطلاعات مهمی گوش دهم، می‌توانم مانع از حواس‌پرتی خودم شوم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۷. من می‌توانم بین انواع مختلف تکالیف بدون از دست دادن تمرکز جابجا شوم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۸. من به راحتی می‌توانم از یک کلاس به کلاس دیگر بروم و متمرکز بمانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۹. من می‌توانم به دستورالعمل‌های درسی معلم گوش دهم و آنها را هم زمان یادداشت کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۸۰. من می‌توانم در حین انجام یک فعالیت، یک تدریس ویدیویی را مشاهده و دنبال کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه



# آزمون ۱۸ آبان ۱۴۰۳

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-داود بوالحسنی-سهیل تقی‌زاده-رضا جعفری-افشین خاصه‌خان-احمدرضا ذاکرزاده محمد رضا راسخ-ستار زواری-مهسان گودرزی-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فاطمه برزویی-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-هومن عقیلی احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیما مهندس	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-احمدرضا فلاح	ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندان-پوریا علاقه‌مند سیاوش فارسی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
هدی بهاری‌پور-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیرحاتمیان-حمید ذبحی-یاسر راش روزبه رضوانی-محمد رضا طاهری‌نژاد-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-آرمان قنواتی-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی فرشید مرادی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	امیرحسین ابومحبوب مهید خالئی امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب مهید خالئی امیرمحمد کریمی محمد خندان	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عیدی کوهی محمدپارسا سبزمای	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان امیرحسین ربیعیان	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان امیرحسین ربیعیان	سینا صالحی ماهان فرمندفر	آرمان قنواتی امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	سهیل تقی‌زاده	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	سینا صالحی	آرمان قنواتی
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد				

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



حسابان ۲

گزینه ۱

(سویل تقی زاده)

با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x) \Rightarrow f(x) = (x-1)q(x) + \delta \quad (1)$$

طبق فرض سؤال خارج قسمت تقسیم، بر  $x+2$  بخش پذیر است، بنابراین:

$$q(-2) = 0 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} (1), (2): f(-2) = \delta &\Rightarrow -8 + 4a - 2b - 1 = \delta \\ \Rightarrow 2a - b &= 7 \\ (1): f(1) = \delta &\Rightarrow 1 + a + b - 1 = \delta \Rightarrow a + b = \delta \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 4, b = 1$$

$$f\left(\frac{ab}{2}\right) = f\left(\frac{4 \times 1}{2}\right) = f(2) = 8 + 16 + 2 - 1 = 25$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه ۳

(داوود بوالمنینی)

ابتدا قضیه تقسیم را می‌نویسیم:

$$f(1-x) = (x-2)Q(x) + R \xrightarrow{x=2} f(-1) = R$$

حال طبق فرض داریم:

$$f(x) = \frac{x^{16} - 1}{2(x+1)}, \quad (x \neq -1)$$

چون  $f$  یک چندجمله‌ای است، پس در تمام نقاط (حتی  $x = -1$  که ریشه مخرج است) پیوسته است، یعنی:

$$\begin{aligned} f(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{16} - 1}{2(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^{15} - x^{14} + x^{13} - \dots - 1)}{2(x+1)} \\ &= \frac{1}{2}(-1 - 1 - 1 - \dots - 1) = \frac{1}{2}(-16) = -8 \Rightarrow R = -8 \end{aligned}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

گزینه ۱

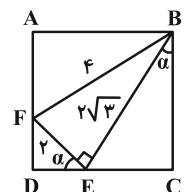
(مهمدرسا، اسخ)

با توجه به این که  $\triangle BEF$  قائم‌الزاویه است، داریم:

$$BE^2 + EF^2 = BF^2 \Rightarrow BE^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow BE = 2\sqrt{3}$$

حال با توجه به شکل زیر داریم:

$$\begin{cases} BC = 2\sqrt{3} \cos \alpha \\ CE = 2\sqrt{3} \sin \alpha \\ DE = 2 \cos \alpha \end{cases} \xrightarrow{BC=CE+DE}$$



$$2\sqrt{3} \cos \alpha = 2\sqrt{3} \sin \alpha + 2 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{3} - 2) \cos \alpha = 2\sqrt{3} \sin \alpha$$

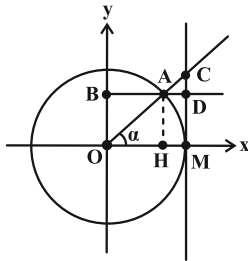
$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه ۲

(غامدر معنوی)

ابتدا طول  $OH$  را به دست می‌آوریم:



$$\left. \begin{aligned} OH = AB \\ HM = AD \end{aligned} \right\} \xrightarrow{AB=2AD} OH = 2HM \quad (1)$$

$$OM = OH + HM = 1 \xrightarrow{(1)} OH + \frac{OH}{2} = 1$$

$$\Rightarrow OH = \frac{2}{3}$$

از طرفی می‌دانیم  $OH = \cos \alpha$  و  $CD = \tan \alpha - \sin \alpha$ ، بنابراین:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \xrightarrow{\begin{matrix} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \cos \alpha = \frac{2}{3} \end{matrix}} \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$CD = \tan \alpha - \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۹)

گزینه ۴

(سیدرضا اسلامی)

ابتدا زاویه‌ای که چرخ عقب (B) می‌چرخد را محاسبه می‌کنیم:

$$L = R\alpha \Rightarrow 94/2 = 35 \times \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{94/2}{35} \text{ rad}$$

از آنجا که چرخ عقب (B) و چرخ دنده متصل به آن (D) دو دایره

هم‌مرکز هستند، چرخ دنده D نیز  $\frac{94/2}{35} \text{ rad}$  می‌چرخد. همچنین دو

چرخ دنده C و D به وسیله زنجیر چرخ به هم متصل بوده و مسافت یکسانی از زنجیر چرخ را می‌پیمایند:

$$R_1 \theta_1 = R_2 \theta_2 \Rightarrow 10 \times \frac{94/2}{35} = 15 \times \theta_2$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{10 \times 94/2}{15 \times 35} = \frac{3/14 \times 300}{7} = \frac{4\pi}{7} \text{ rad}$$

توجه: شعاع چرخ جلو در محاسبات تأثیری ندارد و عملاً داده اضافی به حساب می‌آید.

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

گزینه ۴

(سیدرضا اسلامی)

طرفین رابطه را بر  $\cos^3 x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\delta \tan^3 x + 3 \frac{1}{\cos^3 x} = \delta + \delta \tan x \times \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\Rightarrow \delta \tan^3 x + 3(1 + \tan^2 x) = \delta + \delta \tan x(1 + \tan^2 x)$$





از طرفی با توجه به این که  $f(\frac{25\pi}{24}) = 0$  می‌نویسیم:

$$f(\frac{25\pi}{24}) = -2 \cos(2 \times \frac{25\pi}{24} - \frac{\pi}{4}) + c = 0$$

$$\Rightarrow -2 \cos(\frac{5\pi}{3}) + c = 0 \Rightarrow -2 \cos(2\pi + \frac{2\pi}{3}) + c = 0$$

$$\Rightarrow -2(-\frac{1}{2}) + c = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow c - b = -1 - 2 = -3$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹- گزینه «۱» (رضا جعفری)

از آنجایی که  $0 < c < \frac{\pi}{2}$  است، تابع  $y = \sin(x+c)$  در همسایگی  $x=0$  صعودی است و چون طبق نمودار صورت سؤال، تابع  $f(x) = a \sin(bx+c)$  در همسایگی  $x=0$  نزولی است، پس:

$$ab < 0 \xrightarrow{b>0} a < 0 \quad (1)$$

$$y_{\max} = |a| = \frac{1}{3} \xrightarrow{(1)} a = -\frac{1}{3}$$

$$2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 3 = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$\Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{b>0} b = \frac{2\pi}{3}$$

همچنین با توجه به نمودار داریم:

$$f(\frac{5}{4}) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} \sin(\frac{2\pi}{3} \times \frac{5}{4} + c) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{5\pi}{6} + c) = 0 \xrightarrow{0 < c < \frac{\pi}{2}} c = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{(-\frac{1}{3})(\frac{2\pi}{3})}{\frac{\pi}{6}} = -\frac{4}{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰- گزینه «۲» (جهانفش نیک‌نام)

$$2T = \frac{9\pi}{8} - \frac{\pi}{8} \Rightarrow 2T = \pi \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 2$$

چون در همسایگی صفر تابع نزولی است، پس  $b < 0$  است (چرا؟)، یعنی  $b = -2$ .

$$f(x) = a - \tan 2x \Rightarrow f(\frac{\pi}{8}) = 0 \Rightarrow a - \tan \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - \tan 2x$$

$$(a-b) \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow f(\frac{3\pi}{8}) = 1 - \tan 2(\frac{3\pi}{8})$$

$$= 1 - \tan \frac{3\pi}{4} = 1 - (-1) = 2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

$$\Rightarrow 5 \tan^3 x + 3 \tan^2 x + 3 = 5 \tan^3 x + 5 \tan x + 5$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 x - 5 \tan x - 2 = 0 \Rightarrow \tan x = 2, -\frac{1}{3}$$

پس  $A$  هم دو مقدار می‌تواند داشته باشد:

$$A = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$A = -\frac{1}{3} - 3 = -\frac{10}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۷- گزینه «۱» (ستار زوری)

$$y = a \cos(\frac{b\pi x}{2} + \frac{\pi}{2}) = -a \sin(\frac{b\pi x}{2})$$

با توجه به این که نمودار تابع در مبدأ صعودی است:

$$(-a)(b) > 0 \text{ (چرا؟)} \Rightarrow ab < 0 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به این که بیشترین مقدار تابع ۳ است،  $|a| = 3$ .

$$6 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = 8 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} a = 3 \xrightarrow{(1)} b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a - b = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \\ a = -3 \xrightarrow{(1)} b = \frac{1}{2} \Rightarrow a - b = -3 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۸- گزینه «۴» (شاهر معنوی)

توجه کنید که  $BC = T$  و ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  همان اختلاف ماکزیمم و مینیمم تابع  $f(x)$  است، بنابراین:

$$S_{ABC} = 2\pi \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{|b|} \times (2 - (-2)) = 2\pi$$

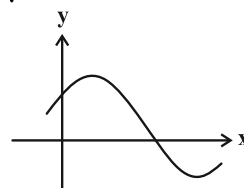
$$\Rightarrow \frac{2}{|b|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

شکل زیر نمودار تابع  $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$  را در همسایگی  $x=0$  نشان می‌دهد که صعودی است. با توجه به شکل صورت سؤال، نمودار تابع

$$f(x) = -2 \cos(bx - \frac{\pi}{4}) + c$$

راست  $x=0$  نزولی است، پس:

$$(-2)(b) < 0 \text{ (چرا؟)} \xrightarrow{|b|=2} b = 2$$



$$\Rightarrow f(x) = -2 \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + c$$



ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۲»

(رضا پعفری)

می‌دانیم اگر  $a$  ریشه  $n$  ام  $b$  باشد، آن‌گاه:  $b = a^n$

بنابراین:  $729 = a^6 \xrightarrow{a < 0} a = -\sqrt[6]{729} = -3$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۸)

۱۲- گزینه «۱»

(یوانیش نیکنام)

ابتدا  $a = -\sqrt{7-4\sqrt{3}}$  را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

$$= -\sqrt{7-4\sqrt{3}} = -\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = -2 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 2$$

اکنون داریم:

$$a - 5a^{-1} + 2 = \sqrt{3} - 2 - \frac{5}{\sqrt{3} - 2} + 2$$

$$= \sqrt{3} + \frac{5}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} + 5(\sqrt{3} + 2) = 10 + 6\sqrt{3}$$

و در نهایت ریشه سوم  $10 + 6\sqrt{3}$  را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^3} = \sqrt{3} + 1$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۸)

۱۳- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

اگر فرض کنیم پس از هر ۲۰ دقیقه، جرم باکتری‌ها  $b$  برابر می‌شود، پس از دو ساعت (۱۲۰ دقیقه) جرم باکتری‌ها  $b^6$  برابر خواهد شد. بنابراین:

$$b^6 = 2 \Rightarrow b = \sqrt[6]{2}$$

از طرفی با توجه به این که ۲۶۰ دقیقه معادل ۱۳ تا ۲۰ دقیقه است، جرم

باکتری‌ها پس از ۲۶۰ دقیقه  $b^{13}$  برابر می‌شود. بنابراین:

$$b^{13} = (\sqrt[6]{2})^{13} = 2^{\frac{13}{6}} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{6}} = 4\sqrt[6]{2}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۴- گزینه «۲»

(داور یوالمنی)

با توجه به این که  $0 < a < 1$  است، پس  $\sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \sqrt[6]{a}$ .

بنابراین:

$$\begin{cases} z = \sqrt[4]{a} \\ y = \sqrt[5]{a} \\ x = \sqrt[6]{a} \end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم هر عدد مثبت دارای دو ریشه با مرتبه زوج (ریشه دوم،

$$\begin{cases} m = -\sqrt[4]{a} \\ n = -\sqrt[6]{a} \end{cases} \quad \text{چهارم، ششم و ... است که قرینه یکدیگرند. پس:}$$

حال درستی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$+ = -\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a} = 0 = -\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{a} = + \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} z + n &= \sqrt[4]{a} - \sqrt[6]{a} < 0 \\ m + x &= -\sqrt[4]{a} + \sqrt[6]{a} > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow z + n < m + x \quad (2)$$

$$m + x = -\sqrt[4]{a} + \sqrt[6]{a} > 0 \quad (3)$$

$$n + y = -\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{a} < 0 \quad (4)$$

پس گزینه «۲» نادرست است.

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۸)

۱۵- گزینه «۴»

(امیررضا ذاکر زاده)

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{3}{(\sqrt[3]{2} + 1)^2} \times \frac{(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)^2}{(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)^2} &= \frac{3(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)^2}{(\sqrt[3]{2})^3 + 1} \\ &= \frac{3(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1 - 2\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2})}{3^2} \\ &= \frac{2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + 1 - 4 + 2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2}}{3} = \frac{3\sqrt[3]{4} - 3}{3} = \sqrt[3]{4} - 1 \end{aligned}$$

پس  $a = 4$ .

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱۶- گزینه «۱»

(اخشین قاصه‌فان)

با توجه به اتحاد  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ، داریم:

$$(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2-x})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2x-x^2} + \sqrt[3]{x^2-4x+4})$$



(سیدرضا اسلامی)

۱۹- گزینه «۴»

به ازای  $b = 0$ ، عبارت داده شده را تجزیه می‌کنیم:

$$A = 2a^2 - 2b^2 + 3ab - a + 2b - 1$$

$$\xrightarrow{b=0} A = 2a^2 - a - 1 = (2a+1)(a-1)$$

به ازای  $b = 0$ ، گزینه‌های «۱» و «۲» یعنی عامل  $a+1$  در عبارت  $A$  وجود ندارد. بنابراین یکی از گزینه‌های «۳» و «۴» پاسخ درست است. این کار را به ازای  $a = 0$  نیز انجام می‌دهیم:

$$A = 2a^2 - 2b^2 + 3ab - a + 2b - 1 \xrightarrow{a=0} A = -2b^2 + 2b - 1 = (b-1)(-2b+1)$$

به ازای  $a = 0$ ، عامل  $b+1$  در عبارت  $A$  وجود ندارد. پس گزینه «۳» نیز رد می‌شود. تجزیه عبارت داده شده به صورت زیر است:

$$A = (2a - b + 1)(2b + a - 1)$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(کاظم ایلالی)

۲۰- گزینه «۲»

با فرض  $A = a^{-\frac{1}{6}}$  و  $B = b^{\frac{1}{6}}$ ، تساوی‌های داده شده به این صورت درمی‌آیند:

$$\begin{cases} B^2 = A^3 - 4 \\ B^2 = A^2 + 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} A^3 - B^2 + A^2 - B^2 = 0$$

$$\Rightarrow (A-B)(A^2 + AB + B^2) + (A-B)(A+B) = 0$$

$$\Rightarrow (A-B)(A^2 + B^2 + AB + A + B) = 0$$

با توجه به این که  $A, B > 0$  هستند، عبارت پراکنش دوم مثبت می‌باشد،

$$A = B$$

بنابراین:

$$B^2 = A^3 - 4 \xrightarrow{A=B} B^2 = B^3 - 4 \Rightarrow B^3 - B^2 - 4 = 0$$

$$B^3 - 8 - (B^2 - 4) = 0$$

$$\Rightarrow (B-2)(B^2 + 2B + 4) - (B-2)(B+2) = 0$$

$$(B-2)(B^2 + B + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} B = 2 \\ B^2 + B + 2 = 0 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\frac{1}{b^6} = 2 \Rightarrow \frac{1}{b^3} = 4 \Rightarrow \frac{1}{b^3} - \frac{1}{b^6} = 4 - 2 = 2 \quad \text{در نتیجه:}$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

$$= x + (2-x) = 2 \xrightarrow{\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 1}$$

$$\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{2x-x^2} + \sqrt[3]{x^2-4x+4} = 2$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(موسان کورزی)

۱۷- گزینه «۲»

$$0 < x < 1 \Rightarrow \frac{1}{x} > x \Rightarrow x - \frac{1}{x} < 0 \quad (1)$$

با توجه به اتحاد  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  داریم:

$$(x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 18 - 2 = 16 \xrightarrow{(1)} x - \frac{1}{x} = -4$$

حال با استفاده از اتحاد  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$  داریم:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)$$

$$= (-4)(18+1) = -4 \times 19 = -76$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(محمدرضا راسخ)

۱۸- گزینه «۲»

$$ab + ac + bc = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} = -4 \quad \text{روش اول:}$$

$$(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2 = (ab + ac + bc)^2 - 2abc(a+b+c)$$

$$= (-4)^2 - 2abc(0) = 16$$

$$a^4 + b^4 + c^4 = (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2((ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2)$$

$$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 = 8^2 - 2(16) = 32$$

روش دوم: با در نظر گرفتن  $c = 0$ ، داریم:

$$a + b = 0 \Rightarrow b = -a \quad (*)$$

$$a^2 + b^2 = 8 \xrightarrow{(*)} 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = b^2 = 4$$

در نتیجه:

$$a^4 + b^4 + c^4 = 16 + 16 + 0 = 32$$

(ریاضی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)



هندسه ۳

گزینه «۱» ۲۱-

(نیما مهندس)

ابتدا دستگاه را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{cases} (2-k)x + y = 0 \\ -3x + ky = 2 \end{cases}$$

معادله در صورتی بی‌شمار جواب دارد که تساوی  $\frac{2-k}{-3} = \frac{1}{k} = \frac{0}{2}$

برقرار باشد، ولی به وضوح معادله  $\frac{1}{k} = \frac{0}{2}$  فاقد جواب است، پس این

دستگاه به ازای هیچ مقدار  $k$  بی‌شمار جواب ندارد.

(هنر سه ۳- صفحه ۲۶)

گزینه «۱» ۲۲-

(سوکندر روشنی)

ابتدا شرط جواب نداشتن دستگاه اول را می‌نویسیم:

$$\frac{k}{4} = \frac{-1}{-k} \neq \frac{1}{2}$$

$$\frac{k}{4} = \frac{1}{k} \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

غ ق ق  $k = 2 \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ق ق  $k = -2 \Rightarrow -\frac{2}{4} \neq \frac{1}{2}$

پس  $k = -2$  است. حال این مقدار را در دستگاه دوم جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} -2x - 3y = 1 \\ 4x - 6y = m + 3 \end{cases}$$

اگر ماتریس ضرایب دستگاه را با  $A$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = (-2)(-6) - (-3) \times 4 = 24 \neq 0$$

پس این دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

(هنر سه ۳- صفحه ۲۶)

گزینه «۴» ۲۳-

(امیررضا فلاح)

دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  از دو خط تشکیل شده است. اگر

$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، شیب دو خط یکسان نبوده و متقاطع هستند. در صورتی که

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، دو خط شیب یکسان و عرض از مبدأ متفاوت دارند، پس

موازی و غیرمنطبق هستند و چنانچه  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، شیب و عرض از مبدأ

دو خط یکسان است و دو خط بر هم منطبق هستند.

$$m = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 8 \\ 4(x - y) = 4(y + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 8 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

از آنجا که  $\frac{-4}{-2} \neq \frac{1}{1}$ ، دو خط متقاطع هستند. از طرفی شیب خط اول برابر

$\frac{1}{4}$  و شیب خط دوم برابر  $\frac{1}{2}$  است و از آنجا که  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \neq -1$ ، پس دو

خط بر هم عمود نیستند.

(هنر سه ۳- صفحه ۲۶)

گزینه «۳» ۲۴-

(سوکندر روشنی)

وارون وارون یک ماتریس، برابر خود آن ماتریس است، پس کافی است

وارون وارون ماتریس ضرایب دستگاه را به دست آورده و در ماتریس

مجهولات ضرب کنیم.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix} \xrightarrow{((A^{-1})^{-1})=A} A = \frac{1}{-\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس مقادیر معلوم دستگاه، برابر  $4 + 3 = 7$

است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)



۲۵- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

دستگاه معادلات دو معادله دو مجهول در صورتی جواب منحصر به فرد دارد که دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه مخالف صفر باشد. بنابراین دستگاهی به ازای تمام مقادیر حقیقی  $m$  دارای جواب منحصر به فرد است که دترمینان آن همواره مخالف صفر باشد.

بررسی گزینه‌ها:

$$A = \begin{bmatrix} m & -1 \\ 1 & -m \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \pm 1 \quad (1)$$

(۲)

$$A = \begin{bmatrix} m & -1 \\ 3 & m-2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = m(m-2) + 3 = m^2 - 2m + 3 = 0$$

معادله فاقد ریشه حقیقی است.  $\Rightarrow \Delta < 0$

(۳)

$$A = \begin{bmatrix} m^2 & 4 \\ m-1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(۴)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & m \\ m & m+2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = (m+2) - m^2 = -m^2 + m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

بنابراین دستگاه معادلات گزینه «۲» به ازای تمام مقادیر حقیقی  $m$ ، دارای

جواب منحصر به فرد است.

(هنر سه - صفحه ۲۶)

۲۶- گزینه «۳»

(سیرمهر رضا حسینی فر)

ابتدا معادلاتی که فاقد  $m$  و  $n$  هستند را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

با جای گذاری در معادلات دیگر داریم:

$$\begin{cases} x + 2my = 4 \\ mx - ny = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 - 2m = 4 \Rightarrow m = -1 \\ 2m + n = m \Rightarrow m + n = 0 \\ m = -1 \rightarrow n = 1 \end{cases}$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:  $n - m = 1 - (-1) = 2$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۲۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

طرفین رابطه ماتریسی را از سمت چپ در ماتریس  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم:

$$AX = A^{-1} - A \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}(A^{-1} - A)$$

$$\Rightarrow X = (A^{-1})^2 - I$$

حال ماتریس  $A^{-1}$  را محاسبه کرده و در رابطه جای گذاری می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} - I = \begin{bmatrix} 13 & -5 \\ -45 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -45 & 17 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  برابر است با:

$$12 - 5 - 45 + 17 = -21$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)



۲۸- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

ابتدا به کمک رابطه داده شده، ماتریس  $A^{-1}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 - 3A + 2I = \bar{O} \Rightarrow -A^2 + 3A = 2I$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}A^2 + \frac{3}{2}A = I \Rightarrow A \underbrace{\left(-\frac{1}{2}A + \frac{3}{2}I\right)}_{A^{-1}} = I$$

$$\Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2}A + \frac{3}{2}I \quad (*)$$

حال طرفین معادله  $AX = A - I$  را از سمت چپ در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم:

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}(A - I)$$

$$\Rightarrow X = I - A^{-1} \xrightarrow{(*)} = I - \left(-\frac{1}{2}A + \frac{3}{2}I\right)$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}I = \frac{1}{2}(A - I)$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۲۹- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

طرفین تساوی را از سمت چپ در ماتریس  $A^{-1}$  و از سمت راست در

ماتریس  $B^{-1}$  ضرب می‌کنیم. بنابراین لازم است ماتریس‌های  $A^{-1}$  و

$B^{-1}$  را پیدا کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$AXB = C \Rightarrow A^{-1}(AXB)B^{-1} = (A^{-1}A)X(BB^{-1}) = A^{-1}CB^{-1}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}CB^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  برابر است با:

$$3 - 9 - 2 + 6 = -2$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۳۰- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومحبوب)

ابتدا از ماتریس  $A$  در سمت چپ تساوی فاکتور می‌گیریم:

$$A \times \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + A \times 3I = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \left( \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

طرفین تساوی را از راست در وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$  ضرب می‌کنیم. در

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

این صورت داریم:

برای دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر و هم‌مرتبه  $C$  و  $D$ ، رابطه

$$(CD)^{-1} = D^{-1}C^{-1}$$

برقرار است. پس با وارون کردن طرفین رابطه فوق داریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \times \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

حال جواب‌های دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow x+y=-2$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم از هر سه عدد متوالی، یکی بر ۳ بخش پذیر است. حال فرض کنیم

$$a \equiv k \pmod{3} \text{ در این صورت داریم:}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$(1) \begin{cases} a + 2 \equiv k + 2 \pmod{3} \\ a + 4 \equiv k + 4 \equiv k + 1 \pmod{3} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a + 3 \equiv k + 3 \equiv k \pmod{3} \\ a + 6 \equiv k + 6 \equiv k \pmod{3} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} a + 5 \equiv k + 5 \equiv k + 2 \pmod{3} \\ a + 10 \equiv k + 10 \equiv k + 1 \pmod{3} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} a + 7 \equiv k + 7 \equiv k + 1 \pmod{3} \\ a + 14 \equiv k + 14 \equiv k + 2 \pmod{3} \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»، سه عدد داده

شده با اعداد متوالی  $k$ ،  $k+1$  و  $k+2$  به پیمانه ۳ هم‌نهشت هستند، پس

یکی قطعاً بر ۳ بخش پذیر است. به عنوان مثال نقض گزینه «۲»، می‌توان

$a = 1$  را در نظر گرفت که هیچ کدام از اعداد ۱، ۴ و ۷ بر ۳ بخش پذیر

نیستند.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۱۷)

۳۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌شان)

ابتدا  $10!$  را به عامل‌های اول آن تجزیه می‌کنیم:

$$10! = 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5)$$

$$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

بنابراین کوچک‌ترین مقدار طبیعی  $m$ ، برای این که  $10! \times m$  مربع کامل

شود، برابر ۷ است.

$$a \equiv b \pmod{7} \Rightarrow a - 2 \times 7 \equiv b \pmod{7} \Rightarrow a - 14 \equiv b$$

نادرستی سایر گزینه‌ها با استفاده از خواص هم‌نهشتی قابل اثبات است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۳- گزینه «۱»

(سوگند روشنی)

با توجه به این که مجموعه اعداد صحیح در رابطه هم‌نهشتی به پیمانه  $m$ ، به

۱۳ کلاس هم‌نهشتی افزاز شده است، پس  $m = 13$  و در نتیجه داریم:

$$\overset{13}{5}a \equiv \overset{13}{5} \Rightarrow 8 + 10a + 500 \equiv \overset{13}{5} \Rightarrow 8 + 10a + 6 \equiv \overset{13}{5}$$

$$\Rightarrow 10a \equiv -9 \pmod{13} \Rightarrow 10a \equiv -9 + 39 \equiv 30 \pmod{13}$$

$$\xrightarrow{+10} \xrightarrow{(10,13)=1} a \equiv 3 \pmod{13} \quad (0 < a < 13) \Rightarrow a = 3$$

$$\overset{13}{a}a \equiv \overset{13}{33} \equiv 7 \pmod{13} \Rightarrow aa \in [7]_{13}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۲)

۳۴- گزینه «۳»

(سیرمهر رضا حسینی‌فر)

ابتدا تمام مقادیر را به سمت چپ رابطه هم‌نهشتی منتقل می‌کنیم:

$$a^m - 2 \equiv 2a^m - a \pmod{m} \Rightarrow a^m - 2a^m + a - 2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow a^m(a - 2) + (a - 2) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow (a - 2)(a^m + 1) \equiv 0 \pmod{m}$$



$n$  عددی دو رقمی است، پس داریم:

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 19k - 7 \leq 99 \Rightarrow 17 \leq 19k \leq 106$$

$$\frac{k \in \mathbb{Z}}{\rightarrow} 1 \leq k \leq 5$$

پس ۵ عدد طبیعی دو رقمی برای  $n$  پیدا می‌شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۴» - ۳۷

باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۵، یکی از اعداد صفر تا ۴ است، پس داریم:

$$a \equiv 0 \Rightarrow a^3 \equiv 0 \Rightarrow a^3 - 3 \equiv -3 \equiv 2$$

$$a \equiv 1 \Rightarrow a^3 \equiv 1 \Rightarrow a^3 - 3 \equiv -2 \equiv 3$$

$$a \equiv 2 \Rightarrow a^3 \equiv 8 \Rightarrow a^3 - 3 \equiv 5 \equiv 0$$

$$a \equiv 3 \Rightarrow a^3 \equiv 27 \Rightarrow a^3 - 3 \equiv 24 \equiv 4$$

$$a \equiv 4 \Rightarrow a^3 \equiv 64 \Rightarrow a^3 - 3 \equiv 61 \equiv 1$$

بنابراین با توجه به فرض سؤال، تنها حالت  $a \equiv 2$  قابل قبول است. در این

صورت داریم:

$$a \equiv 2 \Rightarrow a = 5k + 2 \Rightarrow a - 13 = 5k - 11$$

$k$  در تقسیم بر ۳، به یکی از سه صورت زیر نوشته می‌شود:

$$k = 3t \Rightarrow a - 13 = 15t - 11 \equiv 4$$

$$k = 3t + 1 \Rightarrow a - 13 = 15t - 6 \equiv 9$$

طبق ویژگی ۷ هم‌نهشتی و با توجه به این‌که  $(a^2 + 1, m) = 1$ ، طرفین

رابطه هم‌نهشتی را بر  $a^2 + 1$  تقسیم می‌کنیم (بدون این‌که پیمانه تغییر کند):

$$a - 2 \equiv 0 \Rightarrow m \mid a - 2$$

درستی سایر گزینه‌ها به ازای  $m = 7$  و  $a = 2$  رد می‌شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۲)

(علیرضا شریف‌فطیعی)

گزینه «۱» - ۳۵

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$105 = bq + 15, \quad b > 15$$

$$\Rightarrow 90 = bq \Rightarrow b \mid 90 \quad (1)$$

$$141 = bq' + 21, \quad b > 21$$

$$\Rightarrow 120 = bq' \Rightarrow b \mid 120 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b \mid (90, 120) \Rightarrow b \mid 30 \xrightarrow{b > 21} b = 30$$

پس فقط یک مقدار قابل قبول برای  $b$  وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(علیرضا شریف‌فطیعی)

گزینه «۳» - ۳۶

ابتدا کلاس هم‌نهشتی  $n$  را به پیمانه ۱۹ به دست می‌آوریم:

$$11^2 = 121 = 6 \times 19 + 7 \Rightarrow 11^2 \equiv 7 \xrightarrow{\times 11} 11^3 \equiv 77 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۹}} 11^{27} \equiv 1 \xrightarrow{\times 11^2} 11^{29} \equiv 11^3 \equiv 7$$

$$\Rightarrow 11^{29} + n \equiv 7 + n \Rightarrow 7 + n \equiv 0 \Rightarrow n \equiv -7 \Rightarrow n = 19k - 7$$





$$a^3 - 3a^2 - 4a - 6 \equiv 4^3 - 3 \times 4^2 - 4 \times 4 - 6$$

$$\equiv 1 - (-1) - 2 - (-1) \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(امد رضا فلاح)

۴۰ - گزینه «۲»

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = bq + r \Rightarrow \Delta r = bq + r \Rightarrow \Delta r = bq \quad (*)$$

$$r < b \Rightarrow \Delta r < \Delta b \xrightarrow{(*)} bq < \Delta b$$

$$\Rightarrow q < \Delta \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q_{\max} = 3$$

با جای گذاری  $q = 3$  در رابطه (۱) داریم:

$$\Delta r = bq \xrightarrow{q=3} \Delta r = 3b \Rightarrow 4 \mid 3b$$

$$\Rightarrow 3b \equiv 0 \pmod{4} \xrightarrow{(+3)} b \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 4 \mid b$$

$$\Rightarrow b = 4k \xrightarrow{b < 20} b = 4, 8, 12, 16$$

پس ۴ مقدار برای مقسوم علیه و در نتیجه ۴ مقدار طبیعی برای مقسوم وجود

دارد که این مقادیر عبارتند از:

$$\begin{cases} b = 4 \Rightarrow r = 3 \Rightarrow a = 15 \\ b = 8 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow a = 30 \\ b = 12 \Rightarrow r = 9 \Rightarrow a = 45 \\ b = 16 \Rightarrow r = 12 \Rightarrow a = 60 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۲۲)

$$k = 3t + 2 \Rightarrow a - 13 = 15t - 1 \equiv 14$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای باقی مانده‌ها، برابر  $4 + 9 + 14 = 27$  است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا شریف‌قطبی)

۳۸ - گزینه «۴»

عدد  $7^{10} \times 11^{12}$  عددی فرد است، پس حاصل ضرب سه عدد صحیح  $a$ ،

$b$  و  $c$ ، عددی فرد شده است و در نتیجه هر یک از مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$ ،

عددی فرد هستند. می‌دانیم مربع هر عدد فرد به صورت

$8k + 1$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) نوشته می‌شود، پس داریم:

$$a^2 + 2b^2 + 3c^2 = (8k + 1) + 2(8k' + 1) + 3(8k'' + 1)$$

$$= 8k + 16k' + 24k'' + 6 = 8(\underbrace{k + 2k' + 3k''}_q) + 6 \Rightarrow r = 6$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(امد رضا فلاح)

۳۹ - گزینه «۲»

با توجه به تعریف هم‌نهشتی و کلاس‌های هم‌نهشتی داریم:

$$m \mid 3a - 5 \Rightarrow 3a \equiv 5 \pmod{m} \xrightarrow{\times 4} 12a \equiv 20 \pmod{m}$$

$$4a \in [9]_m \Rightarrow 4a \equiv 9 \pmod{m} \xrightarrow{\times 3} 12a \equiv 27 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 27 \equiv 20 \pmod{m} \Rightarrow m \mid 27 - 20 \Rightarrow m \mid 7 \xrightarrow{m \neq 1} m = 7$$

با فرض  $m = 7$ ، روابط را بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3a \equiv 5 \pmod{7} \\ 4a \equiv 9 \pmod{7} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a \equiv 4 \pmod{7}$$



هندسه ۱

گزینه «۳» - ۴۱

(هومن عقیلی)

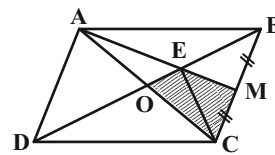
می‌دانیم اقطار متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگرند، یعنی  $OA = OC$ .

از طرفی طبق فرض می‌دانیم که نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  است،

یعنی  $MB = MC$ .

در نتیجه نقطه  $E$  محل هم‌مرسی میانه‌ها و مرکز ثقل مثلث  $ABC$  است و

خواهیم داشت:



$$S_{OEMC} = S_{OEC} + S_{MEC} \xrightarrow{S_{OEC} = S_{MEC} = \frac{1}{6} S_{ABC}} S_{OEMC} = \frac{2}{6} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

$$S_{OEMC} = \frac{2}{6} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

و از طرفی می‌دانیم که  $S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABCD}$ ، پس:

$$S_{OEMC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \xrightarrow{S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABCD}} S_{OEMC} = \frac{1}{9} S_{ABCD}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

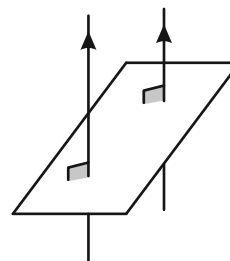
گزینه «۳» - ۴۲

(هومن عقیلی)

گزینه ۳ همواره نادرست است، زیرا اگر دو خط بر یک صفحه عمود شوند با

هم موازی می‌شوند که با فرض متنافر بودن آن‌ها مغایرت دارد. درستی

گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ را خودتان بررسی کنید



(هنرسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

گزینه «۱» - ۴۳

(نیما مهنرس)

دو ساق  $AD$  و  $BC$  را از سمت  $B$  و  $A$  امتداد داده تا یکدیگر را در

نقطه  $M$  قطع کنند. مثلث  $MCD$  متساوی‌الساقین است (چرا؟). مجموع

فواصل هر نقطه روی قاعده مثلث  $MCD$  از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر

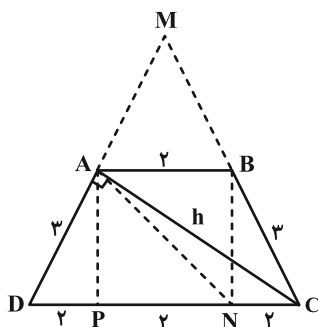
ساق مثلث است. بنابراین مجموع فواصل نقطه  $N$  از  $BC$  و  $AD$  برابر با

ارتفاع وارد بر ساق در مثلث  $MCD$  است.

در شکل از رأس  $A$  نیز بر قاعده بزرگ عمود کرده و پای عمود را  $P$

می‌نامیم. واضح است که:  $AB = DP = PN = NC$ . با استفاده از تعمیم

قضیه تالس داریم:



$$ABCD \xrightarrow{AB \parallel CD} \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MA+3} = \frac{2}{6} \Rightarrow MA = \frac{3}{2}$$

همچنین طبق فیثاغورس داریم:

$$BN^2 = BC^2 - CN^2 = 3^2 - 2^2 \Rightarrow BN = \sqrt{5}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(2+6) \times \sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{5} \quad (*)$$

همچنین از تشابه دو مثلث  $MAB$  و  $MCD$  داریم:

$$\Delta MAB \sim \Delta MCD \Rightarrow \frac{S_{MAB}}{S_{MCD}} = \left(\frac{MA}{MD}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{MCD}} = \frac{8}{9} \quad (*) \rightarrow S_{MCD} = \frac{9\sqrt{5}}{2}$$

$$S_{MCD} = \frac{h \times MD}{2} \xrightarrow{MD = \frac{9}{2}, S_{MCD} = \frac{9\sqrt{5}}{2}} h = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{9\sqrt{5}}{2} = \frac{h \times \frac{9}{2}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{5}$$

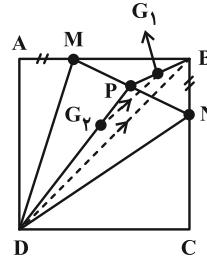
(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)



۴۴ - گزینه «۴»

(مهرردار ملونری)

مرکز ثقل مثلث  $BMN$  (نقطه  $G_1$ ) روی میانه  $BP$  و مرکز ثقل مثلث  $DMN$  (نقطه  $G_2$ ) روی میانه  $DP$  قرار دارد و داریم:



$$\frac{PG_1}{PB} = \frac{PG_2}{PD} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} G_1G_2 \parallel BD$$

حال در مثلث  $PBD$ ، طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{G_1G_2}{BD} = \frac{PG_1}{PB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{BD=a\sqrt{2}} G_1G_2 = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

فرض  $AM = BN$  اضافی بوده و تأثیری در پاسخ ندارد.

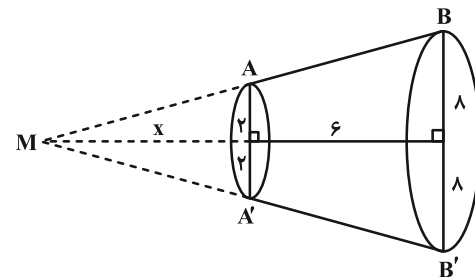
(هندسه ۱- هندسه فضا: صفحه ۶۷)

۴۵ - گزینه «۲»

(فاطمه بزرگی)

روش اول: ساق‌های  $AB$  و  $DC$  را از سمت  $A$  و  $D$  امتداد داده تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع بکنند. شکل نهایی حاصل از دوران به صورت زیر می‌شود:

در مخروط حاصل طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$ABB'A' \text{ دوزنقه} \Rightarrow AA' \parallel BB' \Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{x}{x+6} \Rightarrow x=2$$

سپس حجم مخروط بزرگ و کوچک را محاسبه می‌کنیم:

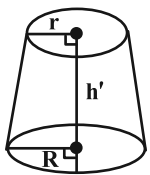
$$V_{\text{مخروط بزرگ}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H \xrightarrow{R=8, H=16} \frac{1}{3} \times \pi \times 64 \times 16 = \frac{512\pi}{3}$$

$$V_{\text{مخروط کوچک}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \xrightarrow{r=2, h=6} \frac{1}{3} \times \pi \times 4 \times 6 = \frac{8\pi}{3}$$

حجم شکل موردنظر (مخروط ناقص) از اختلاف حجم مخروط بزرگ و کوچک به دست می‌آید:

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{512\pi}{3} - \frac{8\pi}{3} = \frac{504\pi}{3} = 168\pi$$

روش دوم: حجم مخروط ناقص از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$V = \frac{\pi h'}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

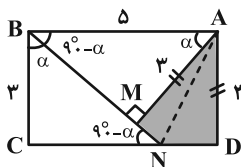
$$\xrightarrow{h'=H-h=6, R=8, r=2} V = \frac{\pi(6)}{3} (8^2 + 2^2 + 8(2))$$

$$= 2\pi(64 + 4 + 16) = 168\pi$$

(هندسه ۱- تبس فضا: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۶ - گزینه «۳»

(سیرمهرضا سپین‌فر)



دو مثلث  $ABM$  و  $BCN$  با همدیگر هم‌نهشت (ض‌ز) هستند و داریم:

$$\left. \begin{aligned} BN = AB = 5 \\ BM = CN = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = ND = 1$$

$$S_{AMND} = 2S_{ADN} = 2 \times \left( \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) = 2$$

توجه: دو مثلث  $AMN$  و  $ADN$  هم‌نهشت هستند.

(هندسه ۱- هندسه فضا: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۴۷ - گزینه «۲»

(مهرردار ملونری)

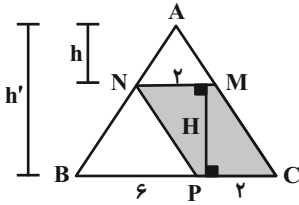
مطابق شکل، سطح مقطع مستطیل شکل  $ABCD$  (شامل قطر  $AC$  و یال

$AB$ ) مورد نظر است. داریم:

(امیررضا فلاح)

گزینه «2» - 49

دو مثلث  $ANM$  و  $ABC$  با یکدیگر متشابه (ز ز) هستند، بنابراین داریم:



$$\frac{MN}{BC} = \frac{h}{h'} = \frac{1}{4} \Rightarrow h' = 4h \Rightarrow H = h' - h = 4h - h = 3h$$

$$\frac{S_{MNPC}}{S_{ABC}} = \frac{PC \times H}{\frac{1}{2} \times BC \times h'} = \frac{2 \times 3h}{\frac{1}{2} \times 6 \times 4h} = \frac{3}{8}$$

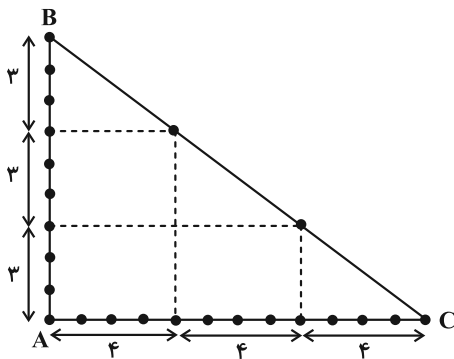
(هنر سه 1- پتر ضلعی ها؛ صفحه های 65 تا 68)

(مهراد ملونری)

گزینه «2» - 50

شکل زیر، مثلث شبکه ای مورد نظر را نشان می دهد و هیچ حالت دیگری که

اضلاع قائمه آن، افقی و قائم نباشد، وجود ندارد. (چرا؟)



با توجه به شکل  $b = 24$  و طبق فرمول پیک برای این مثلث شبکه ای داریم:

$$\begin{cases} S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{24}{2} + i - 1 \\ S = \frac{12 \times 9}{2} = 54 \end{cases}$$

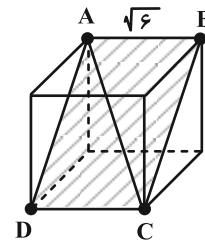
$$\Rightarrow 54 = 11 + i \Rightarrow i = 43 \quad (\text{تعداد نقاط درونی})$$

توجه: خط شامل ضلع  $BC$ ، شیب  $-\frac{3}{4}$  دارد و این بدان معناست که به

ازای هر 4 واحد افقی، 3 واحد عمودی پایین می رویم تا به نقطه ای با

مختصات شبکه ای برسیم.

(هنر سه 1- پتر ضلعی ها؛ صفحه های 69 تا 71)



$$BC = a\sqrt{2} = \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

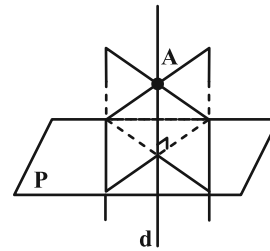
در نتیجه مساحت این سطح مقطع برابر می شود با:

$$S = \sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}$$

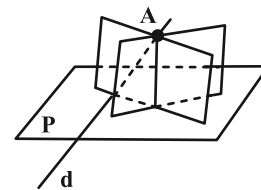
(هنر سه 1- تبسم فضایی؛ صفحه های 92 تا 94)

(اسحاق اسفندیار)

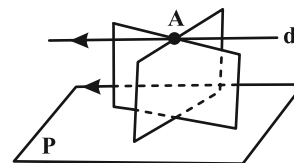
گزینه «4» - 48



گزینه «1»



گزینه «2»



گزینه «3»

طبق شکل های رسم شده، هر سه وضعیت می تواند رخ بدهد.

(هنر سه 1- تبسم فضایی؛ صفحه های 78 تا 86)

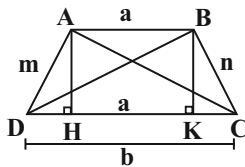
شعاع دایره محیطی مثلث از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{2} = 2R \Rightarrow R = \frac{5}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۹۰ تا ۹۷)

(هومن عقیلی)

گزینه «۴» -۵۳



طبق قضیه کسینوسها در مثلث ADC داریم:

$$AC^2 = m^2 + b^2 - 2mb \cos \hat{D} \quad (1)$$

همچنین طبق قضیه کسینوسها در مثلث BDC داریم:

$$BD^2 = n^2 + b^2 - 2nb \cos \hat{C} \quad (2)$$

از جمع کردن تساویهای (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$AC^2 + BD^2 = m^2 + n^2 + 2b^2 - 2b(\underbrace{m \cos \hat{D}}_{DH} + \underbrace{n \cos \hat{C}}_{KC})$$

$$\xrightarrow{DH+KC=b-a} AC^2 + BD^2 = m^2 + n^2 + 2b^2 - 2b(b-a)$$

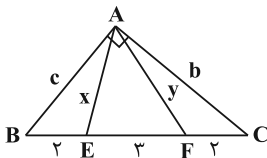
$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = m^2 + n^2 + 2ab$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۹۴ تا ۹۶)

(هومن عقیلی)

گزینه «۲» -۵۴

طبق قضیه استوارت در مثلث ABF داریم:



$$2c^2 + 2y^2 = 5(6+x^2) \Rightarrow 2c^2 + 2y^2 = 30 + 5x^2 \quad (1)$$

همچنین طبق قضیه استوارت در مثلث AEC داریم:

$$2b^2 + 2x^2 = 5(6+y^2) \Rightarrow 2b^2 + 2x^2 = 30 + 5y^2 \quad (2)$$

هندسه ۲

گزینه «۱» -۵۱

(فاطمه برزویی)

طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow a^2 = (\sqrt{2}+1)^2 + (\sqrt{2}-1)^2 - 2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow a^2 = (3+2\sqrt{2}) + (3-2\sqrt{2}) - 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5}$$

سپس با توجه به قضیه سینوسها داریم:

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sin \hat{B}}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}-\sqrt{15}}{10}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۹۰ تا ۹۶)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۲» -۵۲

طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 20 = 12 + 2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \Rightarrow 2AB \times AC \times \cos \hat{A} = -8$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-4}{AB \times AC} \quad (1)$$

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = 4 \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{8}{AB \times AC} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \tan \hat{A} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$\frac{1}{\cos^2 \hat{A}} = 1 + \tan^2 \hat{A} = 5 \Rightarrow \cos^2 \hat{A} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 \hat{A} = \frac{4}{5}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} 0 < \hat{A} < 180^\circ \\ \sin \hat{A} > 0 \end{matrix}} \sin \hat{A} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



از جمع کردن تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$(1)+(2) \rightarrow 3c^2 + 3b^2 + 2y^2 + 2x^2 = 60 + 5x^2 + 5y^2$$

$$b^2 + c^2 = 7^2 \rightarrow 3 \times 7^2 = 60 + 3x^2 + 3y^2$$

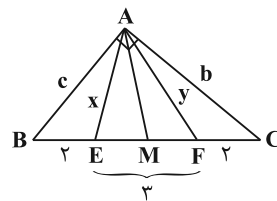
$$\Rightarrow 147 - 60 = 3(x^2 + y^2) \Rightarrow 29 = x^2 + y^2 = AE^2 + AF^2$$

راه حل دوم: در مثلث  $ABC$ ، میانه  $AM$  را رسم می‌کنیم. چون

$$AM = \frac{BC}{2}, \hat{A} = 90^\circ$$

با نوشتن قضیه میانه‌ها در مثلث  $AEF$

خواهیم داشت:



$$AE^2 + AF^2 = \frac{EF^2}{2} + 2AM^2 \xrightarrow{\substack{AM = \frac{BC}{2} \\ EF = 3}}$$

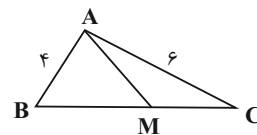
$$AE^2 + AF^2 = \frac{9}{2} + 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{9}{2} + \frac{49}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

$$\Rightarrow AE^2 + AF^2 = 29$$

(هنر سه ۲- صفحه ۶۷)

(فرزانه فاکپاش)

گزینه «۲» - ۵۵



اگر  $\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ$  باشد، پس  $\hat{A} = 120^\circ$  است. بنابراین ابتدا به کمک

قضیه کسینوس‌ها، طول ضلع  $BC$  را پیدا می‌کنیم.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 76$$

ضلع  $BC$  (رو به رو به زاویه  $120^\circ$ ) بزرگ‌ترین ضلع مثلث است، پس میانه

وارد بر آن کوتاه‌ترین میانه مثلث خواهد بود. حال طبق قضیه میانه‌ها داریم:

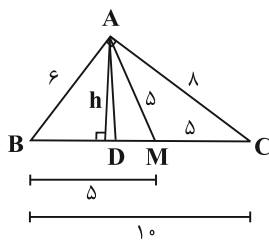
$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 4^2 + 6^2 = 2AM^2 + \frac{76}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 14 \Rightarrow AM^2 = 7 \Rightarrow AM = \sqrt{7}$$

(هنر سه ۲- صفحه ۶۷)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۳» - ۵۶



اضلاع مثلث اعداد فیثاغورسی هستند، پس مثلث قائم‌الزاویه است.

در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس:

$AM = BM = CM = 5$ . همچنین طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} BD = 3k \\ CD = 4k \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC = 7k \Rightarrow 10 = 7k \Rightarrow k = \frac{10}{7}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{10}{7} \times 3 = \frac{30}{7}$$

$$DM = BM - BD \Rightarrow DM = 5 - \frac{30}{7} = \frac{5}{7}$$

سپس با استفاده از رابطه مساحت در مثلث  $ABC$ ، ارتفاع وارد بر وتر

$BC$  را می‌یابیم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} BC \times h \Rightarrow 6 \times 8 = 10 \times h \Rightarrow h = \frac{24}{5}$$

در نتیجه داریم:

$$S_{ADM} = \frac{h \times DM}{2} = \frac{\frac{24}{5} \times \frac{5}{7}}{2} = \frac{24}{2 \times 7} = \frac{12}{7}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

$$\Delta ABC: AC^2 = BC^2 - AB^2 = 25^2 - 15^2 = 400 \Rightarrow AC = 20$$

مساحت مثلث ADC را با داشتن طول اضلاع آن و به کمک قضیه هرون پیدا می کنیم:

$$P_{ADC} = \frac{11+13+20}{2} = 22$$

$$S_{ADC} = \sqrt{22(22-11)(22-13)(22-20)}$$

$$= \sqrt{22 \times 11 \times 9 \times 2} = \sqrt{22^2 \times 3^2} = 22 \times 3 = 66$$

طول ارتفاع DH برابر است با:

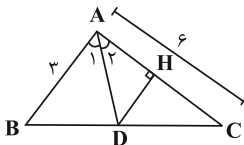
$$S_{ADC} = \frac{1}{2} DH \times AC \Rightarrow 66 = \frac{1}{2} DH \times 20 \Rightarrow DH = 6.6$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۷۱ و ۷۲)

(فرازانه کاپاش)

۶۰- گزینه «۱»

ابتدا طول نیمساز AD را بر حسب  $\cos \hat{A}$  می نویسیم:



$$AD = \frac{bc}{b+c} \times 2 \cos \frac{\hat{A}}{2}$$

حال در مثلث قائم الزاویه AHD داریم:

$$\sin \hat{A}_2 = \frac{DH}{AD} \Rightarrow DH = AD \times \sin \hat{A}_2$$

$$\frac{\hat{A}_2}{2} = \frac{\hat{A}}{2} \rightarrow DH = AD \cdot \sin \frac{\hat{A}}{2}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{bc}{b+c} \times 2 \cos \frac{\hat{A}}{2} \times \sin \frac{\hat{A}}{2} = \frac{3 \times 6}{3+6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه ۷۴)

۵۷- گزینه «۴»

(سیرمهر شا سینی فرد)

طبق رابطه طول نیمساز داخلی، حاصل BD.CD را به دست می آوریم:

$$AD^2 = AB.AC - BD.DC \Rightarrow 3^2 = 3 \times 4 - BD.DC$$

$$\Rightarrow BD.DC = 3$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AD.DM = BD.DC \Rightarrow 3 \times DM = 3 \Rightarrow DM = 1$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۵۸- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)

فرض کنید  $a=12$ ،  $b=17$  و  $c=25$  باشد. طبق قضیه هرون در این

مثلث داریم:

$$P = \frac{12+17+25}{2} = 27$$

$$S = \sqrt{27(27-12)(27-17)(27-25)}$$

$$= \sqrt{3^3 \times (3 \times 5) \times (2 \times 5) \times 2} = \sqrt{2^2 \times 3^4 \times 5^2} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

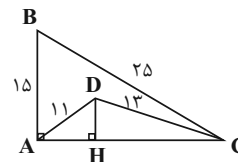
شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{90}{27} = \frac{10}{3}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۷۱ و ۷۲)

۵۹- گزینه «۳»

(امیر حسین ابومصوب)



ابتدا به کمک قضیه فیثاغورس، طول ضلع AC را محاسبه می کنیم.

$$\Delta AB = 3BC = 75 \Rightarrow \begin{cases} AB = 15 \\ BC = 25 \end{cases}$$



**فیزیک ۳**

۶۱- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

با استفاده از معادله داده شده و مقایسه آن با معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 4t + 16 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 4 \frac{m}{s} \\ a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \\ x_0 = 16 m \end{cases}$$

با داشتن سرعت اولیه و ثانویه و نیز شتاب متحرک، با استفاده از معادله سرعت-جابجایی، جابجایی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_2 = 32 \frac{m}{s}, v_1 = v_0 = 4 \frac{m}{s}} 32^2 - 4^2 = 2 \times 4 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow 8\Delta x = (32 + 4)(32 - 4) \Rightarrow \Delta x = 126 m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶۲- گزینه «۱»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به این که معادله داده شده یک معادله درجه ۲ است، حرکت با شتاب ثابت صورت می‌گیرد. ابتدا با مقایسه معادله با معادله حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه و مکان اولیه متحرک را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -2t^2 + 8t + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 8 \frac{m}{s} \\ x_0 = 12 m \end{cases}$$

چون سرعت اولیه در خلاف جهت شتاب است، پس حرکت متحرک در ابتدا کندشونده است و در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. بنابراین لحظه تغییر جهت حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = -4 \frac{m}{s^2}, v_0 = 8 \frac{m}{s}} v = -4t + 8$$

$$\xrightarrow{v=0} t = 2s \text{ لحظه تغییر جهت حرکت}$$

پس برای محاسبه مسافت طی شده در بازه ۱s تا ۵s، جابجایی‌ها را در بازه ۱s تا ۲s و ۲s تا ۵s محاسبه کرده و اندازه آن‌ها را جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_{1s} = -2 \times 1 + 8 \times 1 + 12 = 18 m \\ x_{2s} = -2 \times 4 + 8 \times 2 + 12 = 20 m \\ x_{5s} = -2 \times 25 + 8 \times 5 + 12 = 2 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = x_{2s} - x_{1s} = 20 - 18 = 2 m \\ \Delta x_2 = x_{5s} - x_{2s} = 2 - 20 = -18 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l_{(1s \text{ تا } 5s)} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 2 + 18 = 20 m \\ l_{(1s \text{ تا } 5s \text{ صفر تا } 1s)} = |x_1 - x_0| = |18 - 12| = 6 m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{l_{(1s \text{ تا } 5s)}}{l_{(1s \text{ تا } 5s \text{ صفر تا } 1s)}} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۳- گزینه «۴»

(علی بزرگر)

شتاب حرکت با توجه به نمودار همواره مقداری ثابت و منفی است. با توجه به این موضوع، حالات زیر ممکن است رخ دهد:

الف) اگر متحرک با سرعت اولیه مثبت شروع به حرکت کند، آن‌گاه حرکت آن ابتدا کندشونده و پس از توقف و تغییر جهت تندشونده خواهد بود.

ب) اگر متحرک بدون سرعت اولیه شروع به حرکت کند، حرکت آن تندشونده خواهد بود.

پ) اگر متحرک با سرعت اولیه منفی شروع به حرکت کند، در این صورت حرکت آن تندشونده خواهد بود.

لذا نوع حرکت متحرک به سرعت اولیه آن بستگی دارد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۴»

(امیرامیر میرسعید)

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط از رابطه  $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$  به دست می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_{av}(4s \text{ تا } 0) = v_{av}(0/5s \text{ تا } 0) + 14 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v_4 + v_0}{2} - \frac{v_0/5 + v_0}{2} = 14$$





در آخر با استفاده از معادله به دست آمده داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_2 = 8 \text{ s} \Rightarrow v_2 = -2 \times 8 + 10 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{10 + (-6)}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

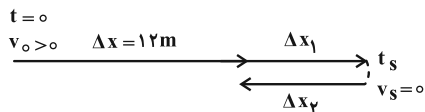
(علیرضا جباری)

گزینه «۲»

ابتدا جابه‌جایی متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta t = 6 \text{ s}} \Rightarrow \Delta x = 12 \text{ m}$$

در حرکت بر روی خط راست، وقتی در یک بازه زمانی معین، مسافت طی شده ( $\ell$ ) و جابه‌جایی متحرک ( $\Delta x$ ) با هم برابر نیستند، یعنی متحرک در یک لحظه مانند  $t_s$  متوقف شده و جهت حرکت آن تغییر کرده است. با توجه به این که در لحظه  $t = 0$  جهت حرکت در سوی مثبت محور  $x$  بوده است، داریم:



$$\Delta x_1 = \frac{\ell - \Delta x}{2} = \frac{13 - 12}{2} = 0.5 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = -\Delta x_1 = -0.5 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه مستقل از سرعت اولیه می‌توان نوشت:

$$\Delta x + \Delta x_1 = -\frac{1}{2} a t_s^2 + v_s t \xrightarrow{\Delta x = 12 \text{ m}, \Delta x_1 = 0.5 \text{ m}, v_s = 0}$$

$$12.5 = -\frac{1}{2} a t_s^2 \quad (A)$$

همچنین با توجه به معادله جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a (t - t_s)^2 + v_s (t - t_s) \xrightarrow{\Delta x_2 = -0.5 \text{ m}, v_s = 0}$$

$$-0.5 = \frac{1}{2} a (6 - t_s)^2 \quad (B)$$

$$\frac{v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \rightarrow \frac{v_2 + 10}{2} - \frac{v_0/5 + 10}{2} = 14$$

$$\Rightarrow v_2 + 10 - v_0/5 - 10 = 28 \Rightarrow v_2 - v_0/5 = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در گام بعدی از رابطه شتاب متوسط استفاده می‌کنیم، دقت کنید چون شتاب ثابت است، شتاب متوسط برابر با شتاب متحرک در هر لحظه است:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0/5}{4 - 0/5} = \frac{28}{3/5} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

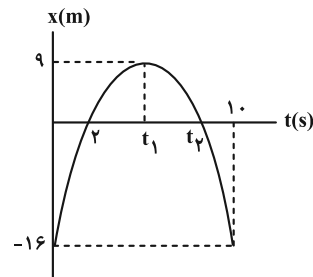
(سین الهی)

گزینه «۴»

ابتدا با توجه به تقارن سهمی، لحظات  $t_1$  و  $t_2$  را می‌یابیم، دقت کنید چون نمودار مکان-زمان به صورت سهمی است، حرکت جسم با شتاب ثابت است.

$$t_1 = \frac{0 + 10}{2} = 5 \text{ s}$$

$$t_1 = \frac{2 + t_2}{2} \xrightarrow{t_1 = 5 \text{ s}} \Rightarrow t_2 = 8 \text{ s}$$



اکنون با استفاده از بازه زمانی  $t = 0 \text{ s}$  تا  $t = 5 \text{ s}$  و جابه‌جایی متحرک در آن، سرعت اولیه متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \xrightarrow{\Delta x = x_2 - x_1 = 9 - (-16) = 25 \text{ m}, \Delta t = 5 \text{ s}, v_2 = 0, v_1 = v_0} \Rightarrow 25 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 5$$

$$\Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در این قسمت، شتاب حرکت و به دنبال آن معادله سرعت-زمان متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t = 5 \text{ s}, v = 0, v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow 0 = 5a + 10 \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow v = -2t + 10$$



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \begin{cases} v_{0A} = -12 \frac{m}{s} \rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times 4t^2 + (-12)t + 3 \\ \Rightarrow x_A = 2t^2 - 12t + 3 \\ v_{0B} = 0 \rightarrow x_B = \frac{1}{2}(1)t^2 + 0 + 3 \\ \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t^2 + 3 \end{cases}$$

اکنون می‌توانیم فاصله دو متحرک از یکدیگر را در لحظه  $t = 6s$  پیدا کنیم:

$$|x_B - x_A| = \left| \frac{1}{2}t^2 + 3 - (2t^2 - 12t + 3) \right| = \left| -\frac{3}{2}t^2 + 12t \right|$$

$$\xrightarrow{t=6s} |x_B - x_A| = \left| -\frac{3}{2}(6)^2 + 12 \times 6 \right|$$

$$= |-54 + 72| = 18 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(معمداً نام منشاری)

۶۸ - گزینه «۳»

مسافتی را که متحرک از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل می‌پیماید، با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی می‌یابیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\substack{v_1 = 10 \frac{km}{h} = 3 \frac{m}{s} \\ v_2 = 0, a = -10 \frac{m}{s^2}}} 0 - (3)^2 = 2(-10)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 45 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(زهره آقاممردی)

۶۹ - گزینه «۴»

ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌یابیم. توجه کنید که حرکت متحرک A با سرعت ثابت و حرکت متحرک B با شتاب ثابت است؛ زیرا نمودار سرعت - زمان B به صورت خط راست شیبدار و نمودار A به صورت خط افقی است.

$$\begin{cases} a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - (-20)}{\Delta} = 8 \frac{m}{s^2} \\ v_{0B} = -20 \frac{m}{s} \\ x_{0B} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = 4t^2 - 20t$$

$$\begin{cases} v_A = 20 \frac{m}{s} \\ x_{0A} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = 20t$$

روابط A و B را بر هم تقسیم می‌کنیم تا لحظه توقف را به دست آوریم:

$$\frac{12/5}{-0/5} = \frac{-\frac{1}{2}at_s^2}{\frac{1}{2}a(6-t_s)^2} \Rightarrow 25 = \frac{t_s^2}{(6-t_s)^2}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{t_s}{6-t_s} \Rightarrow t_s = 5s$$

اکنون می‌توانیم شتاب حرکت را حساب کنیم:

$$12/5 = -\frac{1}{2}at_s^2 \xrightarrow{t_s=5s} 12/5 = -\frac{1}{2}a(5^2) \Rightarrow a = -1 \frac{m}{s^2}$$

همچنین سرعت اولیه متحرک را نیز پیدا می‌کنیم:

$$v_s = at_s + v_0 \xrightarrow{v_s=0, a=-1 \frac{m}{s^2}, t_s=5s} 0 = -1 \times 5 + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = 5 \frac{m}{s}$$

در پایان تندی متحرک را در لحظه  $t = 3s$  حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\substack{a = -1 \frac{m}{s^2}, t = 3s \\ v_0 = 5 \frac{m}{s}}} v = -1 \times 3 + 5 = 2 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow s = |v| = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا بیاری)

۶۷ - گزینه «۲»

ابتدا شتاب هر یک از دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{4 - (-12)}{4 - 0} = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{4 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

از آنجا که نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک به صورت خط راست است،

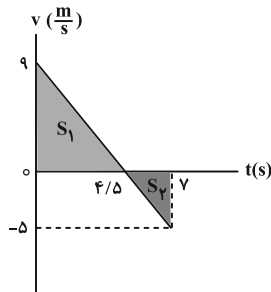
حرکت هر دو با شتاب ثابت است. معادله مکان - زمان هر یک از آن دو را

می‌نویسیم:



برای محاسبه مسافتی که متحرک در مدت ۷ ثانیه طی می‌کند، کافی است نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم کرده و اندازه سطح زیر نمودار را در مدت ۷ ثانیه محاسبه کنیم که برای این منظور ابتدا باید معادله سرعت- زمان متحرک را بنویسیم:

$$v = at + v_0 \quad \begin{matrix} a = -\frac{2}{5} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 9 \frac{m}{s} \end{matrix} \Rightarrow v = -2t + 9$$



$$v = 0 \Rightarrow 0 = -2t + 9 \Rightarrow t = 4.5s$$

$$t = 7s \Rightarrow v = -2 \times 7 + 9 = -5 \frac{m}{s}$$

$$l = |S_1| + |S_2| = \frac{9 \times 4.5}{2} + \frac{2.5 \times 5}{2} = \frac{81}{4} + \frac{25}{4}$$

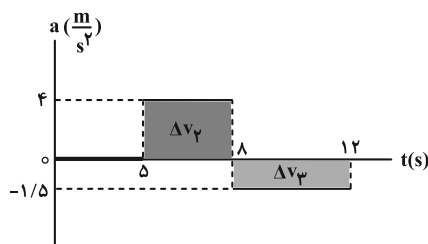
$$\Rightarrow l = 26.5m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا جباری)

۷۱- گزینه «۴»

در نمودار شتاب- زمان، مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان در هر بازه زمانی، برابر با تغییر سرعت ( $\Delta v$ ) در آن بازه زمانی است. برای سطحی که بالای محور زمان است،  $\Delta v > 0$  و برای سطحی که زیر محور زمان است،  $\Delta v < 0$  در نظر گرفته می‌شود.



$$\Delta v_1 = 0$$

$$\Delta v_2 = 4(8-0) = 32 \frac{m}{s}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند،  $x_A = x_B$  است:

$$x_A = x_B \Rightarrow 2 \cdot t = 4t^2 - 2 \cdot t \Rightarrow 4 \cdot t = 4t^2 \Rightarrow t = 1 \cdot s$$

توجه کنید چون متحرک B تغییر جهت داده است، مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی برابر نیست، بنابراین اندازه جابه‌جایی آن را تا لحظه تغییر جهت و پس از آن محاسبه می‌کنیم. ابتدا لحظه تغییر جهت حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_B = at + v_0 = 8t - 2 \cdot 0 \xrightarrow{v=0} 8t - 2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow t = 2/5s$$

$$0 \leq t \leq 2/5s \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times (2/5)^2 - 2 \cdot 0 \times 2/5 = -25m$$

$$2/5s < t \leq 1 \cdot s \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times (1 \cdot 0 - 2/5)^2 = 225m$$

توجه کنید که سرعت اولیه بازه  $2/5s$  تا  $1 \cdot s$  برابر صفر است. (چون سرعت در لحظه  $2/5s$  برابر صفر است). بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 250m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{250}{1 \cdot 0} = 25 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(مهران اسماعیلی)

۷۰- گزینه «۳»

۳ ثانیه دوم حرکت شتابدار متحرک مربوط به بازه زمانی  $t_1 = 3s$  تا  $t_2 = 6s$  است. چون جابه‌جایی متحرک در این بازه برابر صفر است، می‌توان نتیجه گرفت مکان- زمان متحرک در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  یکسان است. با توجه به معادله مکان- زمان متحرک داریم:

$$\frac{1}{2} at_1^2 + v_0 t_1 + x_0 = \frac{1}{2} at_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \quad \begin{matrix} t_1 = 3s, t_2 = 6s \\ v_0 = 9 \frac{m}{s} \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2} a \times 3^2 + 9 \times 3 + x_0 = \frac{1}{2} a \times 6^2 + 9 \times 6 + x_0$$

$$\frac{9}{2} a + 27 = 18a + 54 \Rightarrow \frac{27}{2} a = -27 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$



$$v_1^2 - 16 = 2(2)(6) \xrightarrow{v_1 > 0} v_1 = \sqrt{40} \frac{m}{s}$$

سپس سرعت متحرک را در مکان  $x = 10 \text{ m}$  به دست می‌آوریم:

$$v_1^2 - v_1^2 = 2a_1 \Delta x_1 \xrightarrow{v_1 = \sqrt{40} \frac{m}{s}} \\ a_1 = -\frac{4}{s^2}, \Delta x_1 = 4 \text{ m}$$

$$v_1^2 - 40 = 2(-4)(4) \xrightarrow{v_1 > 0} v_1 = \sqrt{8} \frac{m}{s}$$

و در نهایت، مکان تغییر جهت حرکت متحرک ( $x$ ) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_1^2 - v_1^2 = 2a_1 \Delta x_1 \xrightarrow{v_1 = 0} \\ a_1 = -1 \frac{m}{s^2}, v_1 = \sqrt{8} \frac{m}{s}$$

$$0 - 8 = 2(-1)(x - 10) \Rightarrow x = 14 \text{ m}$$

دقت کنید در مکان‌های  $x = 6 \text{ m}$  و  $x = 10 \text{ m}$ ، با توجه به نمودار، متحرک در حال حرکت در جهت محور  $x$  است. به همین دلیل فقط مقادیر مثبت سرعت را پذیرفتیم.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۳ - گزینه «۱» (مسعود فخرانی)

در سقوط آزاد که نوعی حرکت شتابدار با شتاب ثابت  $g$  است، شتاب متوسط همواره برابر با  $g$  است.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۴ - گزینه «۱» (مسین الهی)

ابتدا لحظه‌ای را که سنگ با سطح آب رودخانه برخورد می‌کند، مشخص می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -10 = -5t^2 \Rightarrow t^2 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{2} = 1/\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ s}$$

برای محاسبه زمان رسیدن صدای برخورد تا شخص داریم:

$$\Delta y = v \times \Delta t \Rightarrow 10 = 300 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{10}{300} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

بنابراین زمان خواسته شده برابر است با:

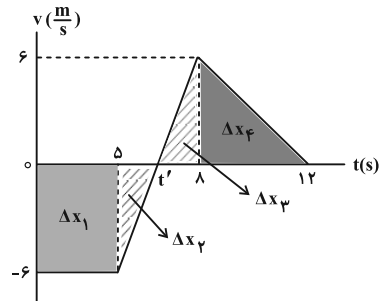
$$\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{30} = \frac{42+1}{30} = \frac{43}{30} \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$\Delta v_3 = -1/5(12 - 8) = -6 \frac{m}{s}$$

بر این اساس و با توجه به این که  $v_0 = -6 \frac{m}{s}$  است، نمودار سرعت-زمان

متحرک را در ۱۲ ثانیه اول حرکت رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار داریم:



$$t' = \frac{5+8}{2} = 6/5 \text{ s}$$

مساحت سطح بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان در هر بازه زمانی، برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازه است.

$$\Delta x_1 = -6(5-0) = -30 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{(6/5 - 5)(-6)}{2} = -4/5 \text{ m}$$

$$\Delta x_3 = \frac{(8-6/5)6}{2} = 4/5 \text{ m}$$

$$\Delta x_4 = \frac{(12-8)6}{2} = 12 \text{ m}$$

در پایان، جابه‌جایی متحرک در ۱۲ ثانیه اول و سرعت متوسط آن را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \\ = -30 - 4/5 + 4/5 + 12 = -18 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-18}{12-0} = -1/5 \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av} = (-1/5 \frac{m}{s}) \vec{i}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۲ - گزینه «۳» (مجتبی نگوئیان)

ابتدا با استفاده از رابطه سرعت-جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متحرک را در مکان  $x = 6 \text{ m}$  به دست می‌آوریم:

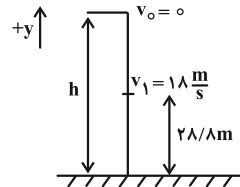
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \xrightarrow{a_1 = 2 \frac{m}{s^2}} \\ \Delta x_1 = 6 \text{ m}, v_0 = 4 \frac{m}{s}}$$



۷۵- گزینه «۱»

(امیراعمر میرسعید)

با توجه به چشم‌پوشی از مقاومت هوا، حرکت متحرک از نوع سقوط آزاد است و اندازه شتاب آن برابر با  $g$  است. رابطه سرعت- جابه‌جایی را نوشته و سرعت سنگ هنگام برخورد به زمین را محاسبه می‌کنیم:



$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$$

$$v_2^2 - 324 = -2 \times (+10) \times (-28/\lambda) \Rightarrow v_2 = -30 \frac{m}{s}$$

در گام بعدی برای محاسبه زمان کل حرکت، از رابطه  $v = -gt$  استفاده می‌کنیم:

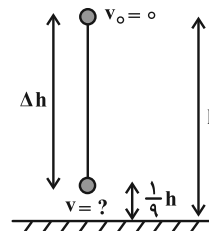
$$v_2 = -10 \times t \Rightarrow -30 = -10t \Rightarrow t = 3s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۶- گزینه «۴»

(سیاوش خارسی)

با صرف نظر از مقاومت هوا، می‌توان حرکت جسم را به صورت سقوط آزاد در نظر گرفت. با فرض این‌که جهت مثبت محور رو به بالا باشد، داریم:



$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$$

$$v_0 = 0, \Delta y = -\frac{1}{9}h \rightarrow v^2 = -2g \times -\frac{1}{9}h \Rightarrow v^2 = \frac{16}{9}gh$$

چون جهت محور را بالا در نظر گرفتیم و جسم رو به پایین حرکت می‌کند،  $v < 0$  است:

$$v = -\frac{4}{3}\sqrt{gh} \Rightarrow s = |v| = \frac{4}{3}\sqrt{gh}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۷- گزینه «۴»

(زهرا آقاممیری)

فرض می‌کنیم جهت مثبت محور رو به بالا باشد، از آنجا که در سقوط آزاد تغییر جهت نداریم، در هر بازه زمانی تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است. چون جسم رو به پایین حرکت می‌کند، داریم:

$$|v_{av}| = 25 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{av} = -25 \frac{m}{s}$$

اگر سرعت جسم در لحظه برخورد را  $v$  و در ۳ ثانیه قبل از آن را  $v_0$  در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{3 - 0} = \frac{v - v_0}{3}$$

$$\Rightarrow v_0 = v + 30 \frac{m}{s}$$

در آخر داریم:

$$s_{av} = 25 \frac{m}{s} \xrightarrow{v_{av} < 0} v_{av} = -25 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{v + v + 30}{2} = -25 \Rightarrow \frac{v + v + 30}{2} = -25$$

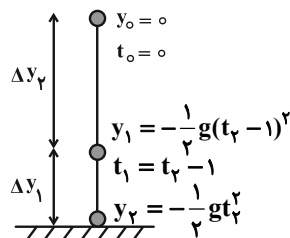
$$\Rightarrow v = -40 \frac{m}{s} \Rightarrow s = |v| = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۸- گزینه «۱»

(بوزار آزارفر)

جهت مثبت محور را رو به بالا و محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان در نظر می‌گیریم. با توجه به این نکات، معادله مکان- زمان گلوله را نوشته و جابه‌جایی آن را در بازه‌های زمانی خواسته شده به دست می‌آوریم:



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = t_r - 1 \rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}g(t_r - 1)^2 \\ t = t_r \rightarrow y_r = -\frac{1}{2}gt_r^2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow +15t - 11/25 = 41/25$$

$$\Rightarrow 15t = 52/5 \Rightarrow t = \frac{52/5}{15} = 3/5s$$

بنابراین داریم:

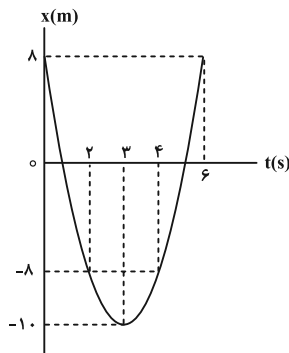
$$\Rightarrow t_A = 3/5s, \quad t_B = t_A - 1/5 = 3/5 - 1/5 = 2/5s$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(سراسری ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۳)

۸- گزینه «۳»

با استفاده از معادله مکان-زمان، معادله سرعت-زمان را به دست می‌آوریم و لحظه تغییر جهت را می‌یابیم:



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 2t^2 - 12t + 8 \end{cases}$$

$$\frac{a = \frac{m}{s^2}}{v_0 = -12 \frac{m}{s}} \rightarrow v = 4t - 12 \xrightarrow{v=0} t = 3s \quad (\text{لحظه تغییر جهت})$$

$$\Rightarrow x = 2 \times 9 - 12 \times 3 + 8 = -10m$$

$$x = -8 \Rightarrow 2t^2 - 12t + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 4s \end{cases}$$

طبق نمودار مکان-زمان، در بازه زمانی صفر تا ۲s و ۴s تا ۶s فاصله متحرک از مبدأ محور کمتر یا مساوی ۸ متر می‌باشد.

$$\Delta t_{کل} = 2s + (6-4)s = 4s$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

$$\begin{cases} t_T - 1 \text{ تا } 0: \Delta y_1 = y_1 - y_0 = -\frac{1}{2}g(t_T - 1)^2 - 0 \\ = -\frac{1}{2}g(t_T - 1)^2 \quad (1) \\ t_T \text{ تا } t_T - 1: \Delta y_2 = y_2 - y_1 = -\frac{1}{2}gt_T^2 - \left(-\frac{1}{2}g(t_T - 1)^2\right) \\ = -\frac{1}{2}gt_T^2 + \frac{1}{2}g(t_T - 1)^2 \quad (2) \end{cases}$$

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{9}{16} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{-\frac{1}{2}gt_T^2 + \frac{1}{2}g(t_T - 1)^2}{-\frac{1}{2}g(t_T - 1)^2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 16t_T^2 - 16(t_T - 1)^2 = 9(t_T - 1)^2 \Rightarrow 16t_T^2 = 25(t_T - 1)^2$$

$$\Rightarrow 4t_T = 5t_T - 5 \Rightarrow t_T = 5s$$

در آخر، با استفاده از معادله سرعت-زمان، سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = -gt \xrightarrow{g = 9.8 \frac{N}{kg}, t = 5s} v = -49 \frac{m}{s} \Rightarrow s = |v| = 49 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

اگر زمان سقوط گلوله A در این سوال را با t نشان دهیم، زمان سقوط گلوله B برابر با  $t - 1/5s$  خواهد بود. بر این اساس، نقطه رها شدن گلوله‌ها را به عنوان مبدأ مکان در نظر گرفته و معادله مکان هر یک از آنها را می‌نویسیم: ( $y_0 = 0$ )

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 \xrightarrow{t_A = t, g = 10 \frac{m}{s^2}} y_A = -5t^2$$

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow{t_B = t - 1/5s, g = 10 \frac{m}{s^2}} y_B = -5(t - 1/5)^2$$

اکنون فاصله دو گلوله از یکدیگر را برابر با  $41/25m$  قرار می‌دهیم و

$$y_B - y_A = 41/25m$$

را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow -5(t - 1/5)^2 - (-5t^2) = 41/25$$

$$\Rightarrow -5(t^2 - 3t + 2/25) + 5t^2 = 41/25$$



فیزیک ۱

گزینه ۴

(علیرضا جباری)

رابطه انرژی جنبشی برای این جسم را در هر دو حالت می‌نویسیم و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم تا  $v_1$  به دست آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$K_2 = K_1 + 15 \Rightarrow K_1 + 15 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{v_2 = v_1 + 3}{m = 50 \cdot g = \frac{1}{2}kg} \rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} [(v_1 + 3)^2 - v_1^2]$$

$$\Rightarrow 60 = v_1^2 + 6v_1 + 9 - v_1^2 \Rightarrow 60 = 6v_1 + 9$$

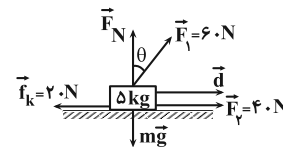
$$\Rightarrow 51 = 6v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{51}{6} = 8.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

گزینه ۲

(امیراحمد میرسعید)

مجموع کار همه نیروهای وارد بر جسم برابر با ۶۸۰ ژول است، پس می‌توان نوشت:



$$W_{کل} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} \xrightarrow{W_{mg}=0, W_{F_N}=0}$$

$$680 = F_1 \times d \times \cos(90^\circ - \theta) + F_2 \times d \times \cos 0^\circ + f_k \times d \times \cos 180^\circ$$

$$680 = 60 \times 10 \times \cos(90^\circ - \theta) + 40 \times 10 \times 1 + 20 \times 10 \times (-1)$$

$$480 = 600 \cos(90^\circ - \theta) \Rightarrow \cos(90^\circ - \theta) = 0.8$$

$$90^\circ - \theta = 37^\circ \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

گزینه ۴

(ممدکرم منشاری)

نیروی عمودی سطح، در هر لحظه بر جابه‌جایی جسم عمود است. بنابراین

$\theta = 90^\circ$  بوده و خواهیم داشت:

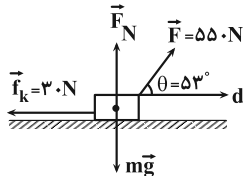
$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} W = Fd \cos 90^\circ = Fd \times 0 = 0$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

گزینه ۳

(سیاوش فارسی)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده بر جسم، برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است. همچنین کار کل، برابر با مجموع کار تک تک نیروها است. حال داریم:



$$\Delta K = W_t = W_{f_k} + W_F + W_{F_N} + W_{mg}$$

$$\xrightarrow{W_{F_N} = W_{mg} = 0} \Rightarrow \Delta K = W_{f_k} + W_F$$

$$\xrightarrow{W = Fd \cos \theta} \Rightarrow \Delta K = f_k d \cos \alpha + Fd \cos \theta$$

$$\xrightarrow{f_k = 30 \cdot N, F = 55 \cdot N, d = 20 \cdot m} \alpha = 180^\circ, \theta = 53^\circ$$

$$\Delta K = 30 \cdot (20) \cdot (\cos 180^\circ) + 55 \cdot (20) \cdot (\cos 53^\circ) \Rightarrow \Delta K = 6000 \cdot J$$

حال با داشتن تغییر انرژی جنبشی، سرعت ثانویه جسم را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

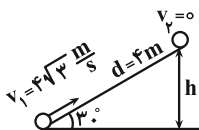
$$\xrightarrow{m = 20 \cdot kg, v_1 = 0, \Delta K = 6000 \cdot J} \rightarrow 6000 = \frac{1}{2} \times 20 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۵۵ تا ۶۳)

گزینه ۱

(زهرا آقاممیری)

ابتدا ارتفاع گلوله در لحظه توقف را محاسبه می‌کنیم:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 2m$$

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

چون جسم بالا می‌رود کار نیروی وزن بر روی جسم برابر  $W_{mg} = -mgh$  است. از طرفی نیروی اصطکاک خلاف جهت جابه‌جایی است. بنابراین داریم:

$$-mgh + f_k d \cos 180^\circ = -\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow mgh + f_k d = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{m = 1 \cdot kg, v_1 = 4\sqrt{3} \frac{m}{s}} \xrightarrow{h = 2 \cdot m, d = 4 \cdot m, g = 10 \frac{N}{kg}}$$

$$1 \times 10 \times 2 + f_k \times 4 = \frac{1}{2} \times 1 \times 48 \Rightarrow f_k = 1N$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸)



۸۶- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

می‌دانیم در نبود نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم بایسته است. یعنی انرژی مکانیکی در سطح زمین برابر با انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج است. بنابراین انرژی مکانیکی جسم در سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$E_{\text{سطح زمین}} = K + U \xrightarrow{h \Rightarrow U=0} E_{\text{سطح زمین}} = K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{\text{سطح زمین}} = \frac{1}{2} \times 8 \times (20)^2 = 4 \times 400 = 1600 \text{ J}$$

$$\Rightarrow E_{\text{اوج}} = E_{\text{سطح زمین}} = 1600 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۸۷- گزینه «۱»

(مهم مقرر)

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{v_1 = \frac{m}{s}} K_1 = \frac{1}{2}m \times 8^2 = 32 \text{ m}$$

بعد از آن که جسم روی سطح بالا رفت و متوقف شد، فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی می‌باشد. در این حالت داریم:

$$h_{\text{max}} = \ell \sin 53^\circ \Rightarrow h_{\text{max}} = 3 \times \sin 53^\circ = 2 / 4 \text{ m}$$

$$E_p = U_p = mgh_p \Rightarrow U_p = m \times 10 \times 2 / 4 = 24 \text{ m}$$

انرژی تلف شده برابر اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و ثانویه است.

$$E_p - E_1 = U_p - K_1$$

$$\Rightarrow \text{اتلاف انرژی} = 24 \text{ m} - 32 \text{ m} = -8 \text{ m}$$

درصد اتلاف انرژی نیز از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\text{درصد اتلاف انرژی} = \frac{-8 \text{ m}}{32 \text{ m}} \times 100 = -25\%$$

که علامت منفی نشان‌دهنده هدررفت انرژی است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۸۸- گزینه «۲»

(مسام ناری)

می‌دانیم بازده یک سامانه به صورت نسبت کار خروجی به کار ورودی تعریف می‌شود، پس داریم: ( $\eta$  نماد بازده است).

$$\eta_1 = \frac{W_1}{W'} \times 100 = 60 \Rightarrow W_1 = 0.6 W'$$

$$\eta_2 = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = 20 \Rightarrow W_2 = 0.2 W_1$$

$$\eta_3 = \frac{W_3}{W_2} \times 100 = 10 \Rightarrow W_3 = 0.1 W_2$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W_3}{W'} \times 100 = \frac{0.1 \times 0.2 \times 0.6 W'}{W'} \times 100 = 1.2\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

۸۹- گزینه «۲»

(مسام ناری)

به بررسی تمام موارد می‌پردازیم:

(الف) درست؛ اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد، می‌توان گفت زاویه بین بردار غیر صفر برآیند نیروها و بردار جابه‌جایی  $90^\circ$  بوده است که  $\cos 90^\circ = 0$  می‌باشد. بنابراین این گزاره الزاماً درست است.

(ب) نادرست؛ اگر کار کل وارد بر یک جسم صفر باشد، انرژی جنبشی آغازین و پایانی جسم یکسان بوده است و این بدین معناست که تندی آغازین و پایانی جسم نیز یکسان است. توجه شود که سرعت کمیت برداری است و می‌تواند تغییر جهت دهد اما اندازه آن ثابت بماند.

(پ) درست؛ اگر انرژی جنبشی جسمی در ابتدا و انتهای مسیر حرکتش یکسان باشد، کار برآیند نیروهای وارد بر آن در این مسیر صفر است:

$$W_{F_{\text{net}}} = \Delta K = K_f - K_i = 0$$

(ت) درست؛ نیروی عمودی سطح در هر لحظه بر جابه‌جایی جسم عمود است، بنابراین  $\theta = 90^\circ$  بوده و داریم:

$$W = F_N d \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} W = F_N d \cos 90^\circ = 0$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۹۰- گزینه «۲»

(مسام ناری)

ابتدا توان مفید موتور آسانسور که ناشی از کار آن برای غلبه بر نیروی گرانش است را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\text{تندی ثابت است}} W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{\text{mg}} = -(-mgh) = mgh$$

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{mgh}{t} \quad m=460+4360=700 \text{ kg} \rightarrow h=24 \text{ m}, t=20 \text{ s}$$

$$P_{\text{av}} = \frac{700 \times 10 \times 24}{20} = 8400 \text{ W}$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8400}{P_{\text{مصرفی}}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 10500 \text{ W} = 10.5 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸ و ۷۳ تا ۷۷)



$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow I_s = -\frac{b}{2a} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

$$I_s = \frac{I_1 + I_2}{2} \Rightarrow I_s = \frac{10}{2} = 5A$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{2r} = 5 \Rightarrow \varepsilon = 10r$$

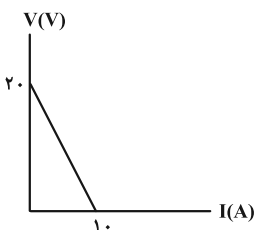
از طرفی به ازای جریان ۲A، توان مفید برابر با ۳۲W است:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow 32 = \varepsilon \times 2 - r \times (2)^2$$

$$\Rightarrow 32 = 20r - 4r \Rightarrow r = 2\Omega$$

$$\varepsilon = 10r \xrightarrow{r=2\Omega} \varepsilon = 20V$$

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = 20 - 2I$$

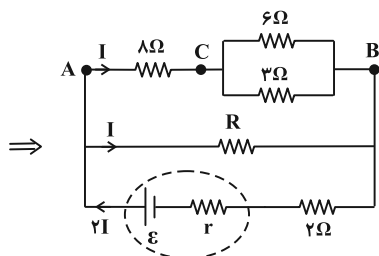
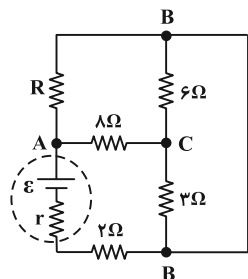


(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

(زهرة آقاممدری)

گزینه «۴» - ۹۳

ابتدا با نام گذاری نقاط هم پتانسیل، مدار را ساده می کنیم:



چون جریان عبوری از مقاومت‌های ۸Ω و R یکسان است، پس مقاومت

معادل سه مقاومت ۶Ω، ۳Ω و ۲Ω برابر با R است. بنابراین داریم:

(مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω موازی و معادل آن‌ها با ۸Ω سری است.)

فیزیک ۲

گزینه «۱» - ۹۱

(علیرضا جباری)

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V = RI \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} V = \frac{R\varepsilon}{R+r}$$

حال رابطه  $V = \frac{R\varepsilon}{R+r}$  را در دو حالت می نویسیم و آن‌ها را بر یکدیگر

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1\varepsilon}{R_1(R_1+r)} = \frac{R_2\varepsilon}{R_2(R_2+r)} = \frac{R_2(R_1+r)}{R_1(R_2+r)}$$

تقسیم می کنیم:

$$\frac{V_1=15V, V_2=16V, r=1\Omega}{R_1=R_2+2\Omega} \rightarrow \frac{16}{15} = \frac{(R_1+3)(R_1+1)}{R_1(R_1+3+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{15} = \frac{R_1^2 + 4R_1 + 3}{R_1^2 + 4R_1}$$

$$\Rightarrow 16R_1^2 + 64R_1 = 15R_1^2 + 60R_1 + 45$$

$$\Rightarrow R_1^2 + 4R_1 - 45 = 0 \Rightarrow (R_1 - 5)(R_1 + 9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 5\Omega & \text{ق ق} \\ R_1 = -9\Omega & \text{غ ق} \end{cases}$$

اکنون می توانیم با معلوم بودن  $R_1$ ، نیروی محرکه باتری ( $\varepsilon$ ) را به دست آوریم:

$$V_1 = \frac{R_1\varepsilon}{R_1+r} \xrightarrow{V_1=15V, R_1=5\Omega, r=1\Omega}$$

$$15 = \frac{5\varepsilon}{5+1} \Rightarrow \varepsilon = 18V$$

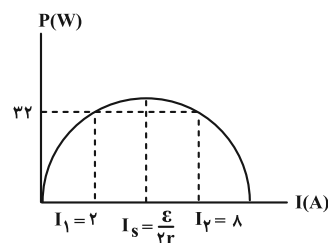
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(بوزاد آزادفر)

گزینه «۱» - ۹۲

با توجه به رابطه توان خروجی باتری که درجه دوم است و با استفاده از روابط

رأس سهمی و قضیه تقارن در سهمی‌ها، داریم:





$$\frac{4\varepsilon}{\gamma R} - I' = \frac{2\varepsilon}{\gamma R} + I' \Rightarrow 2I' = \frac{2\varepsilon}{\gamma R} \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{\gamma R}$$

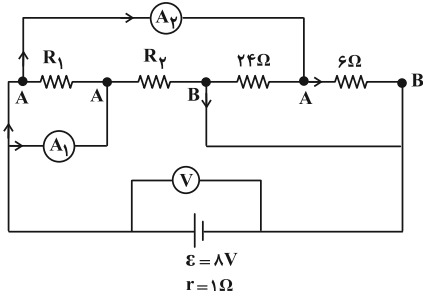
پس آمپرسنج A، جریان  $I' = \frac{\varepsilon}{\gamma R}$  را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۱)

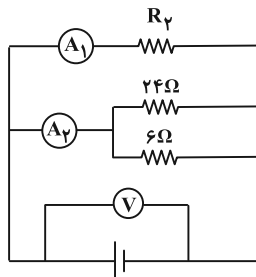
(سیرمدر علی موسوی)

۹۵- گزینه «۴»

با توجه به شکل، هر سه مقاومت  $6\Omega$ ،  $24\Omega$  و  $R_2$  بین دو نقطه A و B قرار دارند. بنابراین با هم موازی هستند و  $R_1$  به واسطه قرار گرفتن بین دو نقطه یکسان A، اتصال کوتاه می‌شود.



ساده شده مدار و توزیع جریان آن به شکل زیر است:



طبق قاعده انشعاب تمام جریان عبوری از مدار برابر با مجموع جریان عبوری

از آمپرسنج ۱ و ۲ است:  $I = 0 + 2.5 + 1/7.5 = 2A$

ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین از

رابطه  $V = \varepsilon - Ir$  داریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 8 - (2)(1) = 6V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۴ و ۷۰ تا ۷۱)

(علی بزرگر)

۹۶- گزینه «۴»

در حالت اول که کلید k باز است، مقاومت  $R_4$  از مدار خارج است و باقی

مقاومت‌ها به صورت متوالی به یکدیگر بسته شده‌اند. لذا داریم:

$$R = 8 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 8 + \frac{18}{9} = 10\Omega$$

از طرفی طبق قاعده انشعاب، جریان عبوری از مقاومت  $2\Omega$  و باتری، برابر

$2I$  است. بنابراین نسبت توان مصرفی مقاومت  $R$  به توان مصرفی مقاومت

۲ اهمی برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{10}{2} \times \left(\frac{I}{2I}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(پوریا علاقه‌مند)

۹۴- گزینه «۳»

ابتدا مقاومت کل مدار را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  موازی

و مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  نیز موازی‌اند. همچنین مقاومت معادل  $R_1$  و

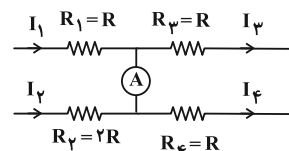
$R_2$  با مقاومت معادل  $R_3$  و  $R_4$  به صورت سری است:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2R \times R}{2R + R} + \frac{R \times R}{R + R} = \frac{\gamma}{6} R$$

اکنون می‌توان جریان کل مدار را به دست آورد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{r=0, R_{eq}=\frac{\gamma}{6}R} I = \frac{\varepsilon}{\frac{\gamma}{6}R} = \frac{6\varepsilon}{\gamma R}$$

حال تمام جریان‌های  $I_1$  تا  $I_4$  را برحسب  $I = \frac{6\varepsilon}{\gamma R}$  به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} I_1 + I_2 = \frac{6\varepsilon}{\gamma R} \Rightarrow I_1 = \frac{4\varepsilon}{\gamma R}, I_2 = \frac{2\varepsilon}{\gamma R} \\ RI_1 = 2RI_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_3 + I_4 = \frac{6\varepsilon}{\gamma R} \Rightarrow I_3 = \frac{2\varepsilon}{\gamma R}, I_4 = \frac{2\varepsilon}{\gamma R} \\ RI_3 = RI_4 \end{cases}$$

با توجه به عددهای به دست آمده برای جریان‌ها، باید مقداری جریان از سیم

حاوی آمپرسنج به امتداد جریان  $I_4$  اضافه شود تا جریان‌های  $I_3$  و  $I_4$

برابر شوند. اگر این مقدار جریان را  $I'$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$I_3 = I_4 \Rightarrow I_1 - I' = I_2 + I' \xrightarrow{I_1 = \frac{4\varepsilon}{\gamma R}, I_2 = \frac{2\varepsilon}{\gamma R}}$$

بنابراین تغییر توان مقاومت  $R_p$  برابر است با:

$$\Rightarrow P'_p - P_p = \frac{4}{5} - \frac{5}{4} = \frac{16 - 25}{20} = -\frac{9}{20} \text{ W} = -0.45 \text{ W}$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت  $R_p$ ، ۰/۴۵ وات کاهش می‌یابد.

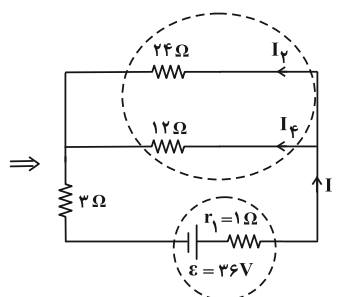
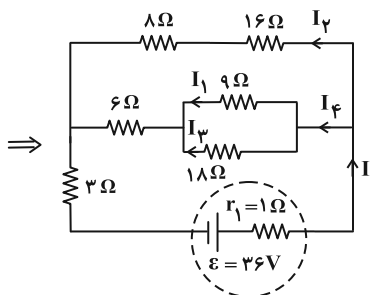
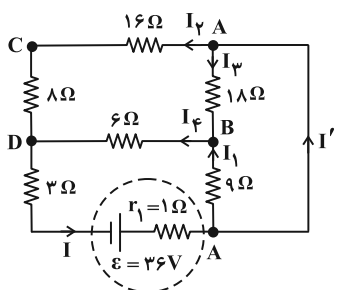
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۸)

(میشی نکوتیان)

۹۷ - گزینه «۳»

ابتدا مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم تا متوالی یا موازی بودن

مقاومت‌های مدار را تشخیص دهیم:

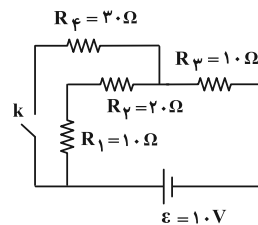


حال جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 11\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{36}{11 + 1} = 3 \text{ A}$$

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت جریان

آنها برابر نسبت وارون مقاومت آنها است. پس:

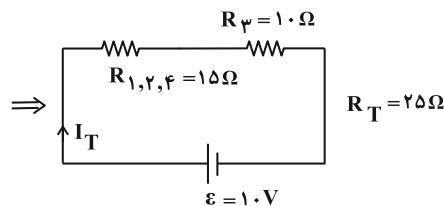
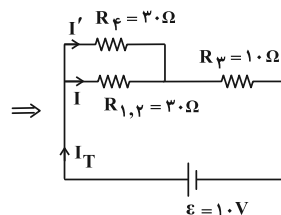
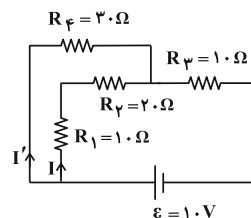


$$R_T = R_1 + R_p + R_p = 1.0 + 2.0 + 1.0 = 4.0\Omega$$

$$I_1 = I_p = I_p = I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{1.0}{4.0} = \frac{1}{4} \text{ A}$$

$$\frac{I_p = \frac{1}{4} \text{ A}}{R_p = 2.0\Omega} \rightarrow P_p = R_p I_p^2 = 2.0 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{2.0}{16} = \frac{5}{4} \text{ W}$$

بعد از بسته شدن کلید  $k$ ، ابتدا باید مقاومت معادل مدار را به دست آوریم:



حال جریان کل و جریان مقاومت  $R_p$  را به دست می‌آوریم:

$$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{V = \varepsilon = 1.0 \text{ V}}{R_T = 2.5\Omega} \rightarrow I_T = \frac{1.0}{2.5} = \frac{2}{5} \text{ A}$$

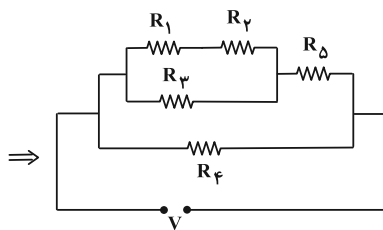
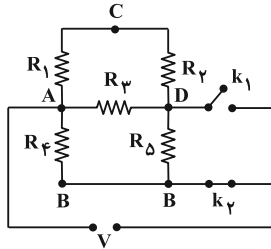
$$\frac{R_p = R_{1,\phi}}{I_T = I + I'} \rightarrow I = I' \Rightarrow I_T = 2I = \frac{2}{5} \text{ A} \Rightarrow I = \frac{1}{5} \text{ A}$$

$$\Rightarrow P'_p = R_p I^2 = 2.0 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{2.0}{25} = \frac{4}{5} \text{ W}$$



$$P_1 = \frac{V^2}{R_{eq1}} \xrightarrow{R_{eq1}=1\Omega} P_1 = V^2$$

در حالت دوم نیز مانند حالت اول داریم:



در این حالت برای به دست آوردن مقاومت معادل، ابتدا مقاومت معادل

شاخه بالا را به دست می‌آوریم:

$$R_{1,2,3,5} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + R_5 = \frac{(2+2)(2)}{6} + 2 = \frac{10}{3} \Omega$$

و در نهایت:

$$R_{eq1} = \frac{R_{1,2,3,5} \times R_6}{R_{1,2,3,5} + R_6} = \frac{\frac{10}{3} \times 2}{\frac{10}{3} + 2} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} \Omega$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_{eq2}} \xrightarrow{R_{eq2}=\frac{5}{4}\Omega} P_2 = \frac{4}{5} V^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V^2}{\frac{4}{5} V^2} = \frac{5}{4}$$

حال داریم:

هنگامی که هر دو کلید باز باشند، هیچ جریانی از مدار عبور نمی‌کند. بنابراین

توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها صفر بوده و مجموع آن‌ها نیز صفر است. در

آخر می‌توان نوشت:

$$\frac{5}{4} - 0 = \frac{5}{4}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۸)

$$\begin{cases} \frac{I_f}{I_2} = \frac{24}{12} = 2 \\ I = I_2 + I_f = 3A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_f = 2A \end{cases}$$

سهم هر کدام از مقاومت‌های  $9\Omega$  و  $18\Omega$  را از جریان  $2A$  به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \frac{I_1}{I_3} = \frac{18}{9} = 2 \\ I_f = I_1 + I_3 = 2A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{4}{3} A \\ I_3 = \frac{2}{3} A \end{cases}$$

و در نهایت جریان  $I'$  را با توجه به قاعده انشعاب به دست می‌آوریم:

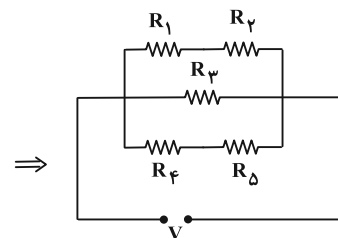
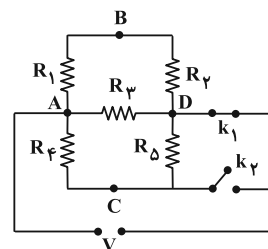
$$I = I_1 + I' \Rightarrow 3 = \frac{4}{3} + I' \Rightarrow I' = \frac{5}{3} A$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

(ممدکاتم منشاری)

۹۸- گزینه «۱»

ابتدا مدار در حالت اول را ساده کرده و مقاومت معادل آن را به دست می‌آوریم:



با توجه به مدار ساده، مقاومت معادل برابر است:

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{4,5}}$$

$$\xrightarrow{R_{1,2}=R_1+R_2=4\Omega, R_3=2\Omega, R_{4,5}=R_4+R_5=4\Omega} \frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow R_{eq1} = 1\Omega$$

طبق قانون پایستگی انرژی، مجموع توان مصرفی تمام مقاومت‌ها با توان

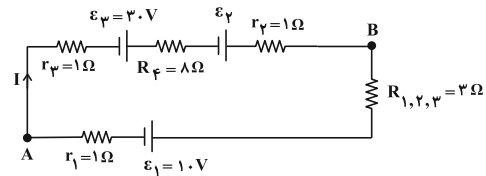
مصرفی مقاومت معادل آن‌ها برابر است:



۹۹- گزینه «۱»

(مسعود شذرانی)

از رابطه  $V_B - V_A = 18V$  نتیجه می شود  $V_B > V_A$  و به دنبال آن جریان الکتریکی در مدار ساعتگرد است. ابتدا برای به دست آوردن  $I$  کل و  $\mathcal{E}_\gamma$  مدار را ساده کرده و به جای مقاومت  $R_1$ ،  $R_\gamma$  و  $R_\psi$  معادل آن ها را قرار می دهیم:



$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\gamma} + \frac{1}{R_\psi} \rightarrow R_{1,2,3} = 3\Omega$$

در حالت اول، به صورت پادساعتگرد از A تا B می رویم تا  $I$  کل به دست آید:

$$V_A + Ir_1 + \mathcal{E}_1 + IR_{1,2,3} = V_B \rightarrow \mathcal{E}_1 = 1.0V, V_B - V_A = 18V$$

$$4I + 1.0 = 18 \Rightarrow I = 2A$$

بار دیگر، به صورت ساعتگرد از A به B می رویم تا  $\mathcal{E}_\gamma$  به دست آید:

$$V_A - r_\gamma I + \mathcal{E}_\gamma - R_\psi I + \mathcal{E}_\gamma - r_\gamma I = V_B$$

$$\mathcal{E}_\gamma = 3.0V, I = 2A, V_B - V_A = 18V \rightarrow R_\psi = 8\Omega, r_\gamma = 1\Omega, r_1 = 1\Omega$$

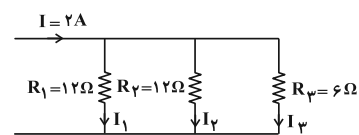
$$3.0 + \mathcal{E}_\gamma - 2 - 16 - 2 = 18 \Rightarrow \mathcal{E}_\gamma = 18V$$

چون باتری  $\mathcal{E}_\gamma$  در جهت جریان قرار دارد و آن را تأمین می کند، توان آن از

$$\text{رابطه } P = \mathcal{E}I - rI^2 \text{ به دست می آید:}$$

$$P = \mathcal{E}I - rI^2 \rightarrow \frac{I=2A, r=1\Omega}{\mathcal{E}_\gamma=18V} \rightarrow P = 2(18) - 4(1) = 12W$$

اکنون جریان  $I_\psi$  را به دست می آوریم:



$$\begin{cases} I_1 + I_\gamma + I_\psi = I = 2A & (1) \\ R_1 I_1 = R_\psi I_\psi \rightarrow \frac{R_\psi = 6\Omega}{R_1 = 12\Omega} \rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_\psi & (2) \\ R_\gamma I_\gamma = R_\psi I_\psi \rightarrow \frac{R_\psi = 6\Omega}{R_\gamma = 12\Omega} \rightarrow I_\gamma = \frac{1}{2} I_\psi & (3) \end{cases}$$

$$(1), (2), (3) \rightarrow 2I_\psi = 2A \Rightarrow I_\psi = 1A$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۷ تا ۷۸)

۱۰۰- گزینه «۳»

(مسام تاری)

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از لامپ ها را قبل و بعد از بستن کلید k محاسبه می کنیم. (توجه کنید که دو مقاومت (لامپ) B و C با یکدیگر موازیند و معادلشان با لامپ A به صورت سری متصل شده است.)

$$k \text{ قبل از بستن کلید } \Rightarrow \begin{cases} R_{B,C} = \frac{R}{2} \\ R_A = R \end{cases} \rightarrow V = RI, I_A = I_{B,C} \rightarrow V_A = 2V_{B,C}$$

$$V_{\text{کل}} = V_A + V_{B,C} \xrightarrow{V_{\text{کل}} = \mathcal{E}} \begin{cases} V_A = \frac{2\mathcal{E}}{3} \\ V_{B,C} = \frac{\mathcal{E}}{3} \text{ موازی C و B} \\ V_B = V_C = \frac{\mathcal{E}}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  بعد از بستن کلید k

$\Rightarrow V_B = V_C = 0$  اتصال کوتاه می شوند

$$V_{\text{کل}} = V_A + V_{B,C} \xrightarrow{\frac{V_{\text{کل}} = \mathcal{E}}{V_{B,C} = 0}} V_A = \mathcal{E}$$

حال درصد تغییر پتانسیل الکتریکی هر یک لامپ ها را در این دو حالت محاسبه

می کنیم:

$$\text{لامپ B: } \frac{\Delta V_B}{V_B} \times 100 = \frac{0 - \frac{\mathcal{E}}{3}}{\frac{\mathcal{E}}{3}} \times 100 = -100\%$$

$$\text{لامپ C: } \frac{\Delta V_C}{V_C} \times 100 = \frac{0 - \frac{\mathcal{E}}{3}}{\frac{\mathcal{E}}{3}} \times 100 = -100\%$$

$$\text{لامپ A: } \frac{\Delta V_A}{V_A} \times 100 = \frac{\mathcal{E} - \frac{2}{3}\mathcal{E}}{\frac{2}{3}\mathcal{E}} \times 100 = +50\%$$

با توجه به اعداد به دست آمده، موارد (ب) و (ت) درست هستند.

(فیزیک ۲- صفحه های ۷۰ تا ۷۸)



## شیمی ۳

## گزینه «۲» ۱۰۱-

(عمید زبئی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) رسانایی الکتریکی محلول‌های الکترولیت به غلظت اولیه الکترولیت نیز بستگی دارد. همچنین می‌دانیم که HCl اسید قوی و HF اسیدی ضعیف می‌باشد ولی میزان یون تفکیک شده HCl و HF وابسته به غلظت اولیه آن‌ها است.

۳) برای مثال رسانایی الکتریکی محلول یک مولار NaCl و Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> در دمای یکسان با هم برابر نیست.

۴) در ساختار NaCl(s)، یون‌ها آزادی حرکت ندارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

## گزینه «۴» ۱۰۲-

(سعید تیزرو)

با توجه به مقادیر ثابت یونش در جدول صفحه ۲۳ کتاب درسی هیدروکلریک اسید قوی‌تر از نیتریک اسید است. در شرایط یکسان هر چه یک اسید قوی‌تر باشد، قطعاً غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر خواهد بود.

بررسی برخی گزینه‌ها:

فرمول کربوکسیلیک اسیدها با R سیر شده به صورت C<sub>n</sub>H<sub>2n</sub>O<sub>2</sub>

می‌باشد و نسبت تعداد کربن به هیدروژن در آن‌ها همواره برابر  $\frac{1}{2}$  می‌باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

## گزینه «۴» ۱۰۳-

(محمدرضا یمشیری)

با توجه به رابطه  $K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$ ، K<sub>a</sub> بین K<sub>a</sub> و غلظت اسید (M).

رابطه مستقیمی وجود ندارد و K<sub>a</sub> فقط به دما وابسته است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

## گزینه «۳» ۱۰۴-

(مهمر عظیمیان زواره)

عبارت‌های (پ)، (ت) و (ث) درست می‌باشند.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

الف) سرانجام مقدار واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌شود ولی لزوماً با هم برابر نمی‌شود.

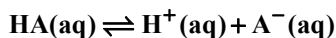
ب) HNO<sub>3</sub> (نیتریک اسید) یک اسید قوی است و واکنش یونش آن تعادلی نمی‌باشد.

پ) ثابت تعادل (K) یک واکنش تعادلی فقط تابع دما است.

ت) در باران معمولی H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> و در باران اسیدی که فقط H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> پروتونه است در باران اسیدی اسیدهای قوی HNO<sub>3</sub> و H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> وجود دارند.

ث) زیرا در شرایط یکسان قدرت اسیدی استیک اسید از فورمیک اسید کمتر است و هر چه قدرت اسیدی کمتر باشد، در شرایط یکسان، مجموع شمار یون‌ها و مولکول‌ها کمتر است.

مجموع غلظت یون‌ها و مولکول‌های یک اسید ضعیف:



غلظت اولیه : M - -

غلظت ثانویه : M - Mα Mα Mα

$$\Rightarrow (M - M\alpha) + M\alpha + M\alpha = M + M\alpha$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

## گزینه «۴» ۱۰۵-

(یاسر راش)

ابتدا ثابت یونش و درجه یونش اسید فرضی HA را قبل از رقیق شدن

حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \alpha_{HA} = \frac{2}{2+8} = 0.2, \\ M_{HA} = \frac{n}{V} = \frac{10 \times 0.03}{0.6} = 0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ K_a = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha} = \frac{(0.2)^2 \times 0.5}{1-0.2} = \frac{1}{40} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{cases}$$



حال برای محاسبه غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاصل از مخلوط آنها

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{\text{mol } H^+}{\text{حجم کل محلول}} \quad \text{داریم:}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \times 0.2 L + 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \times 0.3 L}{(0.2 + 0.3) L}$$

$$= 9/2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

برای محاسبه pH محلول داریم:

$$pH = -\log[H^+]$$

$$pH = -\log(9/2 \times 10^{-5})$$

$$pH = -(\log 9 + \log 10^{-5}) = -(\log 9 + \log 10^{-5})$$

$$= (-2) \times 0.48 + 5 = 4.04 \approx 4$$

توجه: مقدار عددی  $\log 9/2$  با  $\log 9$  اختلاف بسیار کمی دارد، پس به

جای  $\log 9/2$ ،  $\log 9$  را محاسبه می‌کنیم.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۳۳ تا ۳۶)

(روزبه رضوانی)

۱۰۸ - گزینه «۱»

$$pH \text{ لوله بازکن} = 13/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-13/4} = 10^{-3.25} \approx 10^{-3.25} \times 10^{-1} = 4 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$= 4 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH \text{ شیشه پاک‌کن} = 10/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-10/7} = 10^{-1.43} \approx 10^{-1.43} \times 10^{-11} = 2 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$= 2 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

محلول لوله‌بازکن pH بزرگ‌تری دارد و از طرفی محلول لوله‌بازکن باز

قوی NaOH است ولی در شیشه‌پاک‌کن  $NH_3$  وجود دارد که یک باز

ضعیف است.

$$\frac{[H^+]_{\text{لوله بازکن}}}{[H^+]_{\text{شیشه پاک‌کن}}} = \frac{4 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-11}} = 0.002$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

با افزایش صد در صدی  $\alpha$ ، مقدار آن به  $0.4$  می‌رسد. از آنجا که دما

ثابت است،  $K_a$  بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین در محلول رقیق داریم:

$$\alpha_{HA} = 0.4 \Rightarrow K_a = \frac{(0.4)^2 \times M_{HA}}{1 - 0.4} = \frac{1}{40}$$

$$\Rightarrow M_{HA} = \frac{3}{32} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

بنابراین در محلول رقیق غلظت محلول به  $\frac{3}{32}$  مولار می‌رسد. با توجه به

رابطه  $M_1 V_1 = M_2 V_2$  می‌توان نوشت:

$$0.5 \times 600 = \frac{3}{32} \times V_2 \Rightarrow V_2 = 3200 \text{ mL}$$

$$\Rightarrow \text{حجم آب مقطر افزوده شده} = 3200 - 600 = 2600 \text{ mL}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲ و ۳۳ تا ۳۶)

(امیرمهد کنگرانی)

۱۰۶ - گزینه «۲»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) پاک‌کننده‌های خورنده ممکن است اسیدی یا بازی باشند و pH کمتر

یا بیشتر از ۷ داشته باشند.

(۳) رسوب‌های چربی دارای خاصیت اسیدی هستند و در اثر واکنش با بازها

فرآورده‌های محلول در آب تولید می‌کنند.

(۴) گاز هیدروژن ایجاد شده با ایجاد فشار فیزیکی، قدرت پاک‌کنندگی را

افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۲۸ تا ۳۲)

(ممنون مینونی)

۱۰۷ - گزینه «۲»

برای حل سؤال ابتدا باید غلظت یون هیدرونیوم را در هر دو محلول اولیه

محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \text{HA در } [H^+] = 10^{-3.7} \\ \Rightarrow [H^+] = 10^{0.3} \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \\ \text{HB در } [H^+] = 10^{-4.7} = 10^{0.3} \times 10^{-5} = 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \end{cases}$$

۱۰۹ - گزینه «۲»

(فرضیه مرادی)

شمار مول یون‌ها در محلول باز اولیه:

$$\text{pH} = 13/5 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13/5} \text{ mol.L}^{-1}$$

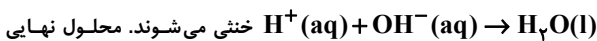
$$\frac{[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}}{\Rightarrow [\text{OH}^-]} = 10^{-0/5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0/5} = 10^{-1} \times 10^{0/5} = 0/3 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = [\text{Na}^+] = 0/3 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{mol OH}^- = \text{mol Na}^+$$

$$= 0/3 \times V \times 10^{-3} \text{ mol}$$

می‌دانیم که اسیدها و بازهای قوی در مخلوط شدن با همدیگر طبق واکنش



خاصیت بازی دارد در نتیجه  $\text{mol OH}^- > \text{mol H}^+$  می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} \text{mol OH}^- &= \left( \frac{3}{10} \times V \times 10^{-3} \right) - \frac{1}{10} \\ \text{mol Na}^+ &= \frac{3}{10} \times V \times 10^{-3} \\ \text{mol Cl}^- &= \frac{1}{10} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{مجموع مول تمام یون‌ها} = \frac{6}{10} \times V \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{مجموع مول یون‌ها} = \frac{\text{مجموع غلظت یون‌ها}}{\text{حجم نهایی}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{6}{10} \times V \times 10^{-3}}{(\frac{500}{10} + V) \times 10^{-3}} = \frac{0/6V}{500 + V} = 0/36$$

$$180 + 0/36V = 0/6V \Rightarrow 180 = 0/24V \Rightarrow V = 750 \text{ mL}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

$$\text{pH} = 1/5 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/5} = 10^{-2} \times 10^{0/5}$$

$$= 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{0/3}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$0/03 - 0/002 = 0/028 \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\times 0/5L} 0/014 \text{ mol H}^+$$

$$\sim 0/014 \text{ mol HCl}$$

$$0/014 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mg NaHCO}_3}{1 \text{ g NaHCO}_3} = 1176 \text{ mg NaHCO}_3$$

$$\frac{0/014}{1} = \frac{x \times 10^{-3}}{1 \times 84} \Rightarrow x = 1176 \text{ mg NaHCO}_3 \quad \text{راه دوم:}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۱۰ - گزینه «۳»

(امیرمسین طبیی)

می‌دانیم گل ادریسی در خاک‌های با pH بازی به رنگ سرخ شکوفا

می‌شود. در نتیجه محلول نهایی بازی است.

شمار مول یون‌ها در محلول اسید اولیه:

$$\text{pH} = 0/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0/7} = 10^{-1} \times 10^{0/3} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = [\text{Cl}^-] = 0/2 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{mol H}^+ = \text{mol Cl}^-$$

$$= 0/2 \times \frac{1}{2} = 0/1$$





شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(ممید زبئی)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) اغلب گازها نامرئی بوده و به‌طور معمول وجود آن‌ها را در اطراف خود حس نمی‌کنیم.

ب) تغییرات دما در هواکره دلیلی بر لایه‌ای بودن آن است (نه تغییرات فشار)

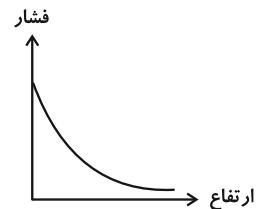
پ)  $273 + 12 = 285 \text{ K}$  دما در ابتدای تروپوسفر برحسب کلونینت)  $-60 \text{ K} = -60 \times 100 = -6000$  تغییرات دما تا ارتفاع ۱۰ کیلومتری

$$\text{درصد تغییرات دما} = \frac{-60}{285} \times 100 \Rightarrow -21\%$$

ت) طبق شکل صفحه ۴۷ کتاب درسی و نمودار زیر، با توجه به کاهش شیب

نمودار با افزایش ارتفاع نتیجه می‌گیریم تغییرات فشار همانند فشار، با

افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.



(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۵۲)

۱۱۲- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

منابع زمینی هلیوم از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب‌ترند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گاز  $\text{CO}_2$  توسط جانوران تولید می‌شود.۲) گاز  $\text{N}_2$  در ساختار خود پیوند سه‌گانه دارد.  $:\text{N} \equiv \text{N}:$ ۳) گاز  $\text{Ar}$  در تولید لامپ‌های رشته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد.

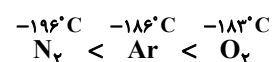
(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱۱۳- گزینه «۱»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در شرایط یکسان، نقطه جوش گازها به صورت زیر است:



ت) هلیوم نمی‌سوزد و به صورت آزاد همراه محصولات حاصل از سوختن خارج می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱۱۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

اطلاعات صحیح هر ردیف:

(۱) (۲ غلط)

الکترون مبادله شده  $2 \times 3 \Rightarrow$  آهن (II) فسفات  $\text{Fe}_2(\text{PO}_4)_3 \Rightarrow$ 

(۲) (۲ غلط)

 $\text{CO} \Rightarrow$  کربن مونوکسید  $\text{C} \equiv \text{O}:$ 

(۳) (۱ غلط)



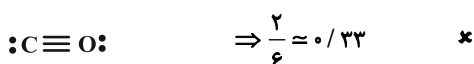
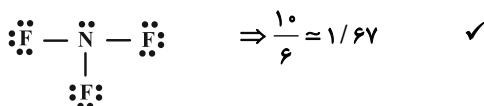
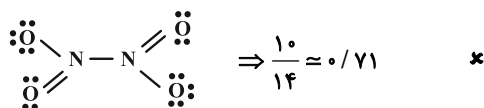
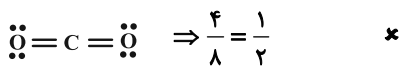
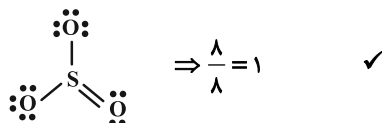
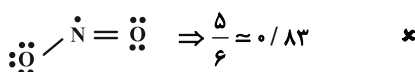
(۴) (بدون غلط)

الکترون مبادله شده  $1 \times 3 \Rightarrow$  اسکاندیم نیتريد  $\text{ScN} \Rightarrow$ 

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۱۵- گزینه «۳»

(ممس مینونی)



با توجه به ساختار لوویس مولکول‌ها گزینه «۳» صحیح است.

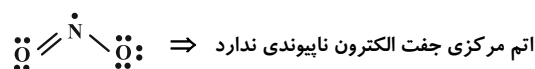
(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)



## ۱۱۶- گزینه «۲»

(یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) منظور نیتروژن است. ساختار لوویس  $\text{NO}_2$  به صورت زیر است:(۲) منظور گوگرد است که دارای دو نوع اکسید ( $\text{SO}_2$  و  $\text{SO}_3$ ) است. $\text{SO}_2$  به همراه اکسیدهای نیتروژن ( $\text{NO}_x$ )، در نهایت باعث ایجاد باران

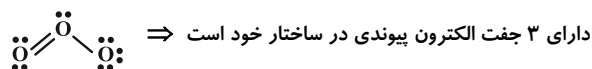
اسیدی می‌شوند.

(۳) منظور کربن است که میزان اکسید آن یعنی  $\text{CO}_2$  در سده اخیر در

هواکره به میزان قابل توجهی افزایش داشته است.

(۴) منظور اکسیژن است. مولکول مورد نظر  $\text{O}_3$  خواهد بود که ساختار

لوویس آن به صورت زیر است:



(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

## ۱۱۷- گزینه «۳»

(آرمان قنوتی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) این گزینه در صورتی صحیح است که ظرف واکنش سر باز نباشد.

(۲) نماد « $\xrightarrow{\Delta}$ » برای شروع واکنش باید مخلوط واکنش دهنده‌ها گرم شوند.

(۳) واکنش شیمیایی را می‌توان تغییر شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر در نظر گرفت چرا که عناصر طی واکنش تغییر نمی‌کنند و صرفاً شیوه اتصال آن‌ها به هم تغییر می‌کند.

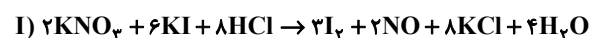
(۴) هدف از موازنه واکنش‌ها برابر شدن جرم (یا تعداد اتم‌ها) در دو طرف واکنش است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

(سعیر تیزرو)

واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



براساس واکنش‌های موازنه شده، ضریب هر سه گونه در واکنش (I) بیشتر

از واکنش (II) است.

نکته: با توجه به موازنه عنصر Cl، ضرایب HCl و KCl در هر واکنش با هم برابر است. در نتیجه اگر ضریب HCl در واکنش (I) بیشتر یا کمتر از واکنش (II) باشد، ضریب KCl هم به همان صورت است. در نتیجه تنها گزینه «۴» می‌تواند پاسخ سؤال باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

## ۱۱۹- گزینه «۱»

(فرشید مراری)

تمام عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) بخار آب آلاینده هواکره محسوب نمی‌شود.

(ب) استفاده از سشوار به عنوان منبع مصرف‌کننده جریان برق روی مقدار

 $\text{CO}_2$  تولیدی نقش داشته و باعث افزایش گرمای جهانی می‌شود.

(پ) استفاده از گاز طبیعی به جای نفت خام برخلاف استفاده از انرژی

خورشید به جای گرمای زمین، مقدار  $\text{CO}_2$  تولیدی را کاهش می‌دهد.(ت) رابطه افزایش مقدار  $\text{CO}_2$  با میانگین جهانی دمای سطح کره زمین

مستقیم، اما رابطه مساحت سطح برف در نیم کره شمالی با میانگین جهانی

سطح آب‌های آزاد معکوس است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

## ۱۲۰- گزینه «۲»

(مهدی رضا جمشیری)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به  $18^\circ\text{C}$ -

کاهش می‌یافت.

(پ) بخش عمده‌ای از پرتوهای تابیده شده از سمت خورشید به وسیله زمین

جذب می‌شود.

(ت) انرژی پرتوهای بازتابیده از زمین نسبت به پرتوهای تابیده شده از سمت

خورشید، کمتر است و در نتیجه طول موج بیشتری دارد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)



شیمی ۲

گزینه ۳»

(ممد عظیمیان زواره)

بیشترین اختلاف میان سرانه مصرف مواد غذایی در ایران و جهان مربوط به شیر می باشد.

(شیمی ۲- صفحه های ۵۳ تا ۵۷)

گزینه ۲»

(امیر شامیان)

عبارت های (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) نان و سیب زمینی هر دو تقریباً از نشاسته تشکیل شده و سرعت هم دما شدن آن ها با محیط به میزان آب موجود در آن ها بستگی دارد و از آنجایی که مقدار آب در نان کمتر از سیب زمینی است بنابراین تکه نان زودتر با محیط هم دما می شود.

(ب) خوردن بستنی و آزاد شدن انرژی از آن در طی دو مرحله اتفاق می افتد. فرایند اول، فرایند هم دما شدن بستنی با بدن بوده که فرایندی گرماگیر است؛ سپس بستنی هم دما شده در طی یک فرایند گرماده با آزاد کردن انرژی، تبدیل به فرآورده های حاصل از گوارش بستنی می شود.

(پ) گرما هم ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در دما جاری می شود.

(ت) از میان دو جسم مختلف با جرم یکسان، به ازای دادن گرمای یکسان به آن ها، آن ماده ای که ظرفیت گرمایی ویژه بیشتری دارد، افزایش دمای کمتری پیدا می کند.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \uparrow c = \frac{Q}{m\Delta\theta \downarrow}$$

(شیمی ۲- صفحه های ۵۳ و ۵۶ تا ۶۱)

گزینه ۲»

(آرمان قنوتی)

بررسی موارد نادرست:

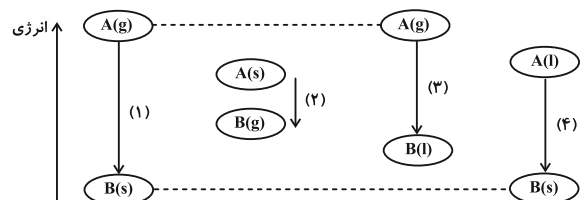
(الف) شیمی دان ها گرمای جذب شده یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به طور عمده (نه کاملاً) وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فرآورده می دانند.

(ت) گرما از ویژگی های یک نمونه ماده نیست و نباید برای توصیف آن به کار رود. (شیمی ۲- صفحه های ۵۷، ۵۸، ۶۲ و ۶۳)

گزینه ۱»

(هدی بهاری پور)

با توجه به مشابه بودن حالت فیزیکی X در گزینه ها نتیجه به وضعیت A و B بستگی دارد.

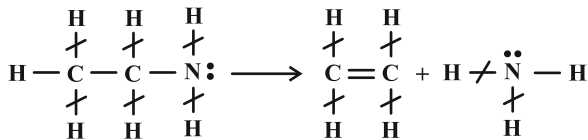


با توجه به نمودار، انرژی آزاد شده در واکنش گزینه ۱» بیشترین مقدار است.

(شیمی ۲- صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه ۲»

(ممد رضا طاهری نژاد)



ابتدا ۴ پیوند C-H و ۲ پیوند N-H که در دو طرف واکنش تکرار شده اند را ساده می کنیم.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده} \right]$$

$$\Rightarrow 45 = (\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C}-\text{C}) + \Delta H(\text{C}-\text{N}))$$

$$\rightarrow -(\Delta H(\text{C}=\text{C}) + \Delta H(\text{N}-\text{H})) - \frac{1}{4}\Delta H(\text{C}-\text{N}) = \Delta H(\text{N}-\text{H})$$

$$45 = (415 + 348 + \frac{\Delta H(\text{N}-\text{H})}{1/4}) - (614 + \Delta H(\text{N}-\text{H}))$$

$$\Rightarrow \Delta H(\text{N}-\text{H}) = 364 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه ۲»

(امیر علی بیات)

مورد سوم و چهارم نادرست هستند.

بررسی هر یک از موارد:

(الف) در ساختار این مولکول حلقه بنزن دیده می شود که همانند ضد بید (نفتالن) جزو دسته آروماتیک به حساب می آیند.

(ب) در ساختار این مولکول گروه های عاملی آمین، اسید و ... حضور دارد که می توانند به صورت درون مولکولی با هم پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. همچنین این مولکول می تواند با مولکول های آب نیز پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

(پ) مولکول کلسترول دارای گروه عاملی هیدروکسیل (-OH) می باشد.

(ت) این مولکول شامل ۳ پیوند دوگانه C=C می باشد پس در شرایط STP با ۶۷/۲ لیتر H<sub>۲</sub> سیر می شود.

$$3 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol دوگانه}} \times \frac{22.4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 67.2 \text{ L H}_2$$

(شیمی ۲- صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

گزینه ۳»

(ممد رضا پورباویر)

اگر درصد جرمی کربوهیدرات، چربی و پروتئین موجود در این ماده غذایی را به ترتیب X، Y و Z در نظر بگیرید، با توجه به این که ۱۰٪ از این ماده غذایی شامل مواد دیگری است، می توان گفت:

$$x + y + z = 90$$

از طرفی طبق اطلاعات داده شده در صورت مسئله Z = 3Y خواهد بود.

ضمن آن که با توجه به رابطه تعیین ارزش سوختی مواد غذایی خواهیم داشت:

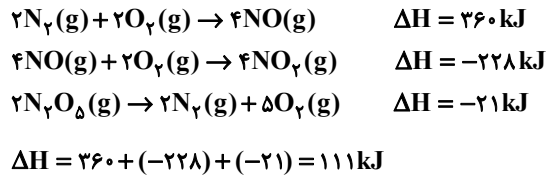


۱۲۹- گزینه «ا»

(امیرمسین طبی)



برای به دست آوردن  $\Delta H$  واکنش داده شده باید واکنش اول و دوم را قرینه و ۲ برابر کنیم و واکنش سوم را فقط قرینه کنیم.



$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$	۰	۰	۰
مقادیر اولیه :	۰/۵	۰	۰
تغییرات :	-۲x	+۴x	+x
مقادیر نهایی :	۰/۵-۲x	۴x	x

$\Rightarrow \frac{\text{شمار مول‌های گازی نهایی}}{\text{شمار مول‌های گازی اولیه}} = \frac{0/5 - 2x + 4x + x}{0/5} = 2$

$\Rightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow Q = 2 \times \frac{1}{6} \text{ mol } N_2O_5$  مصرف شده

انرژی مصرف شده  $111 \text{ kJ}$  گرما  $\frac{111 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } N_2O_5} = 18/5 \text{ kJ}$  مصرف شده

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

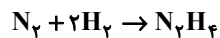
۱۳۰- گزینه «ا»

(امیرعلی بیات)

همه موارد درست هستند.

بررسی برخی از موارد:

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر می‌باشند:



- مورد سوم: علامت  $\Delta H$  تشکیل هیدرازین (+) است و علامت  $\Delta H$  سوختن (-) پس این عبارت صحیح است.

- مورد چهارم: مولکول  $N_2H_4$  به دلیل این که سطح انرژی بالاتری دارد، ناپایدارتر است.

- مورد پنجم: مطابق واکنش‌های نوشته شده  $N_2H_4$  در یک واکنش تولید و در واکنش دیگری مصرف می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

= ارزش سوختی ماده غذایی

$(\frac{x}{100} \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}) + (\frac{y}{100} \text{ g} \times 38 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}) + (\frac{z}{100} \text{ g} \times 17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}) = 16/35 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$   
 $\Rightarrow 1635 = 17x + 38y + 17z$

به این ترتیب برای تعیین مقادیر x، y و z باید دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} 17x + 38y + 17z = 1635 & z=3y \\ 17x + 38y + 17(3y) = 1635 & \Rightarrow 17x + 89y = 1635 \\ x + y + z = 90 & z=3y \rightarrow x + 4y = 90 \end{cases}$$

با توجه به دو معادله جدید به دست آمده می‌توان گفت:

$$\begin{cases} 17x + 89y = 1635 \\ x + 4y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17x + 89y = 1635 \\ -17x - 68y = -1530 \end{cases}$$

$21y = 105 \Rightarrow y = 5\%$

حال می‌توان درصد جرمی پروتئین و کربوهیدرات موجود در این ماده غذایی را نیز به دست آورد:

$z = 3y = 3 \times 5 = 15\%$

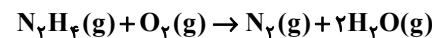
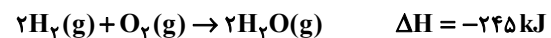
$x + y + z = 90 \Rightarrow x + 5 + 15 = 90 \Rightarrow x = 70\%$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۱۲۸- گزینه «ا»

(ممنون مینونی)

ابتدا باید با استفاده از واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش مدنظر را به دست آوریم. بر این اساس با توجه به ترکیب‌های  $H_2O$  و  $N_2H_4$ ، واکنش‌های ۱ و ۲ را تغییر نمی‌دهیم. واکنش ۳ را هم قرینه می‌کنیم تا گاز  $N_2$  را هم در واکنش داده شده ایجاد کنیم:



$\Delta H = -245 - 190 + 90 = -345 \text{ kJ}$

به ازای تولید ۶۴ گرم فراورده  $(28 + 2 \times 18)$ ،  $345 \text{ kJ}$  گرما آزاد شده است. پس با یک تناسب ساده می‌توان جرم فراورده تولید شده به ازای آزاد شدن  $1380 \text{ kJ}$  گرما را به دست آورد:

$\frac{64 \text{ g فراورده}}{x \text{ g فراورده}} = \frac{345 \text{ kJ}}{1380 \text{ kJ}} \Rightarrow x = 256 \text{ g}$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)



# دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد  
(دوره دوم)  
۱۸ آبان

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی، کیارش صانعی، حلما حاجی نقی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۲»

(ممد اصفوانی)

در تصویر، فردی ثروتمند به همان اندازه به پول می‌اندیشد که فردی فقیر. این یعنی پول - برای شخص طماع - هرگز کافی نیست. تصویر به نوعی انتقادی است از جایگاه پول در جوامع امروزی، که از ابزار به هدف تبدیل شده است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳»

(ممد اصفوانی)

شکل درست متن:

ج) چنین به نظر می‌رسد که پس از جدایی اولیه‌ی زبان‌های ایرانی از زبان‌های هندواروپایی شرقی، نیاز به یک تفکیک دوباره‌ی زبانی نزد ایرانیان حس شده است.

الف) حکومت ایران در آن زمان، هخامنشیان، زبان فارسی را برای این منظور به عنوان وسیله‌ای برگزیدند که قبایل مختلف ایرانی را متحد کنند.

ب) زبان فارسی به‌خوبی به هدفی که برای آن تعریف شده بود رسید و باعث اتحاد قبایل ساکن در فلات ایران شد.

د) امروزه برخی دسته‌ها و گروه‌های ایرانی تصور می‌کنند انتخاب زبان فارسی به عنوان زبان مرکزی عامل ضعف زبان‌های ایشان شده است.

ه) حال آن که اگر زبان فارسی را نه به عنوان جایگزین بلکه به عنوان ابزاری برای تقویت روابط زبانی در نظر بگیریم، نادرستی این استدلال آشکار می‌شود.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱»

(ممد اصفوانی)

شکل درست متن:

الف) شنیدم که شاهی به هندوستان / برافروخت بزم از رخ دوستان

د) چو طوطی به هر نکته گویا شدند / به نادر خبرها شکرخا شدند

ب) یکی گفت کاندر دیار عرب / یکی جانور دیده‌ام بس عجب

ج) شترپیکری رسته زو بال و پر / ولیکن نه پرند نه نی باربر

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۱»

(کنکور کارشناسی ارشد زبان و ادبیات فارسی)

در بیت صورت سؤال، شاعر می‌گوید درست است که عیب، بهتر است پنهانی باشد نه آشکار، اما اگر دوست همچون آینه باشد و عیب دوست را به او گوشزد کند، بهتر است. این یعنی عیب را نباید از دوست نهان داشت.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۴»

(کنکور کارشناسی ارشد زبان و ادبیات فارسی)

در بیت صورت سؤال، «خدایی» یعنی «یک خدا». دقت کنید گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» همگی از واژه‌ها و عبارات «کنه»، «حقیقت» و «ذات» استفاده کرده‌اند که در صورت سؤال نیست، بیت تنها به «هستی» خداوند اشاره می‌کند و نه چیستی او. «اگر خدا او را راهنمایی نمی‌کرد، کی به وجود خدا آگاه می‌شد؟»

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

استدلال کمیته انضباطی در متن صورت سؤال ناقص است، چرا که تعداد و مبلغ جریمه‌ها به شرطی تعیین کننده است که میزان خطاها یکسان بوده باشد. عبارت گزینه ۳» به خوبی این موضوع را آشکار می‌کند: اگر مبالغ جریمه‌ها با میزان ناشایست بودن رفتارها متناسب نبوده باشد، مبالغ جریمه‌ها تعیین کننده عدالت یا بی‌عدالتی کمیته انضباطی نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

اگر قیمت کالایی ۱۰۰۰ تومنی را بیست درصد افزایش دهیم، می‌شود ۱۲۰۰ تومن. اگر قیمت کالایی ۲۰۰۰ تومنی را ده درصد افزایش دهیم، می‌شود ۲۲۰۰ تومن. همچنان قیمت کالای دوم بیشتر است، هرچند درصد افزایش قیمت آن کمتر بوده است. استدلال صورت سؤال نادرست است چون بیشتر بودن تعداد هواداران اولیه فوتبال از والیبال را در نظر نگرفته است.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۳»

(ملما هاجی تقی)

در آن عددی سه رقمی (□○Δ) که صورت سؤال وصف می‌کند، رابطه

$$-1 = \frac{\square + \Delta}{2} = \bigcirc$$

برقرار است. پس حاصل  $\square + \Delta$  باید زوج باشد تا

$$\frac{\square + \Delta}{2}$$

حاصل عدد طبیعی باشد. در ثانی، باید عددی حاصل شود که اگر

آن را در خودش ضرب کنیم، یکان آن دو واحد بیش‌تر شود. همه ده رقم را برای یکان امتحان می‌کنیم:

یکان فرضی عدد فعلی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
یکان فرضی عدد نهایی	۰	۱	۴	۹	۶	۵	۶	۹	۴	۱

که تنها در سه حالت این اتفاق ممکن است رخ دهد. حال با توجه به مقدمه بالا می‌توانیم اعداد را حدس بزنیم:

$$\Delta = 2 \Rightarrow \frac{\square + 2}{2} = \bigcirc - 1 \Rightarrow \square = 2 \bigcirc - 4 \Rightarrow$$

{ $\bigcirc = 3, \square = 2$ }, { $\bigcirc = 4, \square = 4$ } : حالت‌های ممکن

$$\Rightarrow 1010 \circ^2 + 201 \circ \square + 10 \square^2 = 1010 \circ + 101 \square$$

اگر سمت راست تساوی بزرگ‌ترین مقدار خود را داشته باشد، یعنی  $\circ = 9$  و  $\square = 8$  باشد، حاصل آن ۹۸۹۸ خواهد بود. این در حالی است که عبارت  $1010 \circ^2$  در سمت چپ حتی به ازای  $\circ^2 = 9$  برابر  $9090$  خواهد بود که عددی بسیار بزرگ‌تر از عبارت سمت راست خواهد شد. این یعنی  $\circ$  را کمینه می‌گیریم و  $\square$  را حدس می‌زنیم.  $\circ$  نمی‌تواند صفر باشد. پس  $\circ = 1$  را می‌آزماییم:

$$1010 + 201 \square + 10 \square^2 = 1010 + 10 \square$$

که تنها به ازای  $\square = 0$  صحیح است:  $10 \square^2 = -191 \square$   
پس عبارت‌ها به شکل زیر است:

$$101$$

$$\times 10$$

$$1010$$

و حاصل  $\circ \square \times \circ \square$ ، برابر حاصل  $10 \times 10 = 100$  یعنی  $\circ \square \square$  خواهد بود.

(هوش منطقی ریاضی)

(فرزاد شیرمحمدی)

### ۲۶۱- گزینه «۱»

تعداد صفرهای سمت راست عدد حاصل برابر است با تعداد دفعاتی که می‌توان عدد را بر عدد ۱۰ تقسیم کرد و همچنان یک عدد درست طبیعی به دست می‌آید. به عبارت دیگر، تعداد  $2 \times 5$  هاست که تعیین‌کننده است. در عبارت صورت سؤال، تنها عدد ۵۵۵۵۵ است که عامل اول ۵ دارد، آن هم یکی، پس یک رقم صفر در سمت راست عدد حاصل وجود دارد.

(هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه اسخ)

### ۲۶۲- گزینه «۴»

نه ماه دقیق خرید تلویزیون معلوم است و نه ماه تولد خریدار و نه ماه تولد فروشنده. در واقع با این داده‌ها می‌توانیم هر ماهی را پاسخ بدانیم.

(هوش ریاضی)

(فاطمه اسخ)

### ۲۶۳- گزینه «۳»

با داده «الف» به تنهایی نمی‌توان به پاسخ رسید، چرا که ترتیب زیر ممکن است: دختر - پسر - دختر - پسر - پسر - دختر - پسر - دختر - پسر - دختر

با داده «ب» نیز به تنهایی نمی‌توان به پاسخ رسید، ترتیب زیر را در نظر بگیرد.

امیر - ندا - هما - امین

امیر - امین - ندا - هما

اما اگر هر دو داده را داشته باشیم، فقط یک حالت ممکن است که در آن فرزند دوم پسر نیست: امیر - ندا - امین - هما

(هوش منطقی ریاضی)

$$\{\circ = 5, \square = 6\}, \{\circ = 6, \square = 8\}$$

$$\Delta = 4 \Rightarrow \frac{\square + 4}{2} = \circ - 1 \Rightarrow \square = 2\circ - 6 \Rightarrow$$

حالت‌های ممکن:  $\{\circ = 4, \square = 2\}, \{\circ = 5, \square = 4\}$

$$\{\circ = 6, \square = 6\}, \{\circ = 7, \square = 8\}$$

$$\Delta = 7 \Rightarrow \frac{\square + 7}{2} = \circ - 1 \Rightarrow \square = 2\circ - 9 \Rightarrow$$

حالت‌های ممکن:  $\{\circ = 5, \square = 1\}, \{\circ = 6, \square = 3\}$

$$\{\circ = 7, \square = 5\}, \{\circ = 8, \square = 7\}, \{\circ = , \square = \}$$

پس عددهای ممکن عبارتند از:

$$\{232, 442, 652, 862, 244, 454, 664, 874, 157, 367, 577, 787, 997\}$$

(هوش منطقی ریاضی)

(کیارش صانعی)

### ۲۵۹- گزینه «۲»

تعداد روزهای هر سال و تعداد کل روزهای عمر هر شخص را محاسبه می‌کنیم:

روزهای عمر شخص تا پایان سال	تعداد ماه‌ها ضرب در تعداد روزهای هر ماه	سال
۱	$1 \times 1 = 1$	۱
$1 + 4 = 5$	$2 \times 2 = 4$	۲
$5 + 9 = 14$	$3 \times 3 = 9$	۳
$14 + 16 = 30$	$4 \times 4 = 16$	۴
$30 + 25 = 55$	$5 \times 5 = 25$	۵
$55 + 36 = 91$	$6 \times 6 = 36$	۶
$91 + 49 = 140$	$7 \times 7 = 49$	۷

پس معلوم است که شخصی که ۱۲۰ روز دارد، در هفتمین سال زندگی‌اش است، چرا که  $140 > 120$  است.

بنابراین از عمر این شخص، ۹۱ روز در ۶ سال سپری شده است و  $120 - 91 = 29$  روز در سال هفتم، در سال هفتم، هر ماه ۷ روز دارد، پس این فرد طبق تقسیم  $1 + (7 \times 4) = 29$  چهار ماه و یک روز در سال هفتم زندگی خود زیسته است.

(هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه اسخ)

### ۲۶۰- گزینه «۲»

برای درست بودن عبارت صورت سؤال داریم:

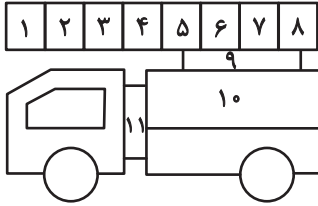
$$(100 \circ + 10 \square + \circ) \times (10 \circ + \square) = 1000 \circ + 100 \square + 10 \circ + \square$$

$$\Rightarrow 1000 \circ^2 + 100 \circ \square + 10 \circ \square + 10 \square^2$$

$$+ 10 \circ^2 + \circ \square = 1010 \circ + 101 \square$$

با ادامه این الگو، تعداد مستطیل‌ها معلوم می‌شود:

$$11 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 39$$

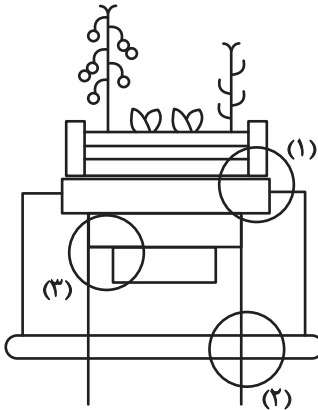


(هوش غیرکلامی)

(سیار ممبرنزار)

۲۶۹- گزینه «۴»

قسمت‌های مشخص شده:

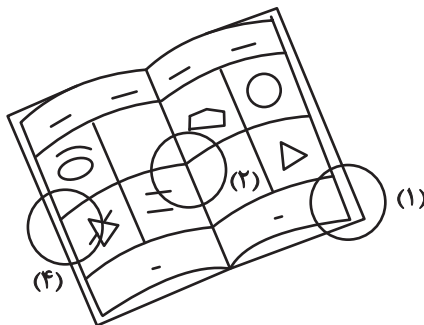


(هوش غیرکلامی)

(ممیدکنی)

۲۷۰- گزینه «۳»

قسمت‌های مشخص شده:



(هوش غیرکلامی)

(فاطمه اسخ)

۲۶۴- گزینه «۴»

با داده «الف» داریم:

$$2\Box + \bigcirc \geq 2\bigcirc + \Box \Rightarrow \Box \geq \bigcirc$$

که معلوم نیست  $\Box = \bigcirc$  است یا  $\Box > \bigcirc$

با داده «ب» نیز هیچ قیاسی بین  $\Box$  و  $\bigcirc$  نداریم، پس پاسخ گزینه «۴» است.

(هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه اسخ)

۲۶۵- گزینه «۲»

از طریق یکان می‌توان به راحتی به پاسخ رسید:

$$\text{گزینه «۱»}: 1723 \times 1345 + 8745 - 2 \Rightarrow 3 \times 5 + 5 - 2 \Rightarrow 5 + 3 \Rightarrow 8$$

$$\text{گزینه «۲»}: 1231 + 234 \times 9872 - 20 \Rightarrow 1 + 4 \times 2 - 0 \Rightarrow 1 + 8 = 9$$

$$\text{گزینه «۳»}: 26798 + 3999 \times 573 - 45 \Rightarrow 8 + 9 \times 5 - 5 \Rightarrow 8 + 0 = 8$$

$$\text{گزینه «۴»}: 9898 \times 235 + 246 - 98 \Rightarrow 8 \times 5 + 6 - 8 \Rightarrow 46 - 8 \Rightarrow 8$$

(هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه اسخ)

۲۶۶- گزینه «۴»

واضح است که کدهای C در شکل‌هایی است که پاره‌خطی اضافه دارند و کدهای B در شکل‌هایی است که پاره‌خط اضافه ندارند. همچنین A کد شکل‌هایی است که تعداد نقطه‌های دایره‌های آن‌ها برابر است، D کد شکل‌هایی که دایره سمت راست آن‌ها بیش‌تر از دایره سمت چپ دارد و E شکل‌هایی که دایره سمت چپ آن‌ها نقاط بیش‌تری نسبت به دایره سمت راست دارد.



(هوش غیرکلامی)

(غریزاد شیرممدلی)

۲۶۷- گزینه «۴»

در دو شکل صورت سؤال، هاشورها به شکل



«صفر» دارند. هاشورهای دیگر به شکل



صفر ندارند. همچنین تفاوت دیگر شکل‌ها در جایگاه هاشور خورده است:



(هوش غیرکلامی)

(فاطمه اسخ)

۲۶۸- گزینه «۴»

یازده مستطیل در نگاه اول در شکل هست، اما از ترکیب مستطیل‌ها نباید غافل شد:

هفت تا  $\rightarrow (1,2), (1,2,3), \dots, (1,2,3,\dots,8)$

شش تا  $\rightarrow (2,3), (2,3,4), \dots, (2,3,4,8)$

⋮



**AzmoonFree.ir**



هرچی برای کنکور و امتحانات نهایی لازم  
داری رو کاملا رایگان برات فراهم میکنیم.

+

**پخش سوالات آزمون های آزمایشی**

**AzmoonFree.ir**

برای ورود به سایت کلیک کن