

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۱۶ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	آمار و احتمال	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	آمار و احتمال		۵۱	۶۰	

بازیابی یا بازخوانی؟ در زمان امتحانات چگونه درس می‌خوانید؟

برای امتحانات ابتدا با تمرین نمونه سؤالات امتحانی شروع کنید. با این کار متوجه خواهید شد در چه قسمت‌هایی نیاز به توجه بیشتری دارید و در زمان کمتری می‌توانید مباحث چالشی را بخوانید. تمرین هر نمونه سؤال امتحانی بخشی از چالش‌های شما را مشخص خواهد کرد و از طرفی به شما یادآوری می‌کند که خیلی از مباحث را بلد هستید و اطمینان خاطر شما بیشتر خواهد شد.



آزمون «۱۶ آذر ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	کاظم اجلائی-علی آزاد-سینا خیرخواه-محمد رضا راسخ-محمد زنگنه-علی سلامت-مسعود شفیعی-محمد رضا کشاورزی-مهسان گودرزی-نیما مهندس	
هندسه	اسحاق اسفندیار-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح	
آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی فر-احمد رضا فلاح-امیر حسین ملازینل-نیلوفر مهدوی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان امیر محمد کریمی	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان امیر محمد کریمی
ویراستاری رتبه های برتر	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عیدی	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای
بازنویسی آزمون	محمد رضا راسخ	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

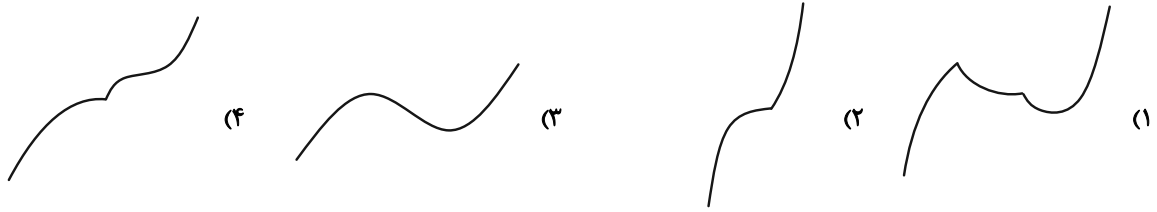
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۵۸ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

۱- نمودار تابع $f(x) = x(x^2 + 3) + 3(x+1)|x-1|$ به کدام صورت است؟



۲- توابع $f(x) = |x-1| - |x-3|$ و $g(x) = \frac{x^3}{m^3} + 2$ مفروض‌اند. حدود m برای این که نمودار توابع f و g^{-1} تنها یک نقطه برخورد داشته باشند، به صورت $(b, +\infty) \cup (-\infty, a)$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳- نمودار تابع $y = -4x^2 + 4x$ ، ابتدا ۱ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. سپس نسبت به محور x ها قرینه کرده و با ضریب $\frac{1}{4}$

در جهت محور افقی منبسط می‌کنیم. نمودار به دست آمده را ۱ واحد به سمت چپ منتقل کرده و آن را $g(x)$ می‌نامیم. در

مورد یکنوایی $y = \log(g(x))$ روی دامنه‌اش کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اکیداً صعودی

(۲) اکیداً نزولی

(۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی

(۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

۴- تابع اکیداً نزولی f با دامنه $[1, +\infty)$ مفروض است. اگر دامنه تابع $y = \sqrt{f(3x-1) - f(4-x)}$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل

$b-a$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{4}$

(۲) $\frac{7}{4}$

(۳) $\frac{7}{12}$

(۴) $\frac{23}{12}$

۵- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = x^{12} - 4x^5 + 3$ بر $(x-1)^2$ کدام است؟

(۱) $-8x + 8$

(۲) -8

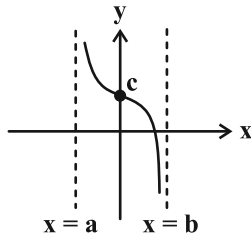
(۳) $8x - 8$

(۴) 8

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = -\tan(4x) + 2$ را نشان می‌دهد. حاصل $\frac{b-a}{c}$ کدام است؟



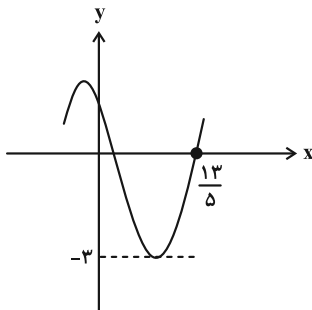
(۱) $\frac{\pi}{4}$

(۲) $\frac{\pi}{8}$

(۳) $\frac{3\pi}{4}$

(۴) $\frac{3\pi}{8}$

۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + \frac{\pi}{5})$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار ab کدام است؟



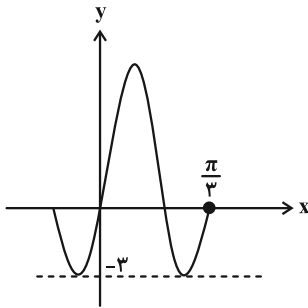
(۱) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۳) $\frac{3\pi}{2}$

(۴) $\frac{2\pi}{3}$

۸- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx - \frac{\pi}{6}) + 3$ است. مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟ ($b > 0$)



(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) $3\sqrt{3} + 3$

(۴) $3\sqrt{2} + 3$

۹- اگر $1 < \tan(\alpha + \frac{\pi}{12}) < \sqrt{3}$ ، مجموعه مقادیر ممکن $\tan \alpha$ کدام است؟

(۲) $(0, 1)$

(۱) $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$

(۴) $(1, \sqrt{3})$

(۳) $(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

۱۰- فرض کنید α و β زاویه‌هایی حاده باشند. اگر $\tan \alpha - \tan \beta = 1$ و $\tan(\alpha + \beta) = -8$ ، مقدار $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{7}$

(۲) $\frac{1}{3}$

۱۱- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{\sin x}} - \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{\cos x}} = 0$ در بازه $(0, 4\pi)$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$

(۲) $\frac{5\pi}{2}$

۱۲- معادلهٔ مثلثاتی $\sin(\frac{\pi}{12} - x) + \sin x = \sin \frac{\pi}{12}$ در محدوده $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{16})} \frac{1}{\cot(2x + \frac{\pi}{8})(\sin 4x + \cos 4x)} = \frac{k}{\sqrt{2}}$ باشد، مقدار $|k|$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) ۱

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos 2x)}{\sin(2\pi \cos x)}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

۱۵- به ازای چند مقدار حقیقی a ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x| & ; |x| \leq 4 \\ \frac{a}{x} & ; |x| > 4 \end{cases}$ تنها در یک نقطه از دامنه‌اش ناپیوسته است؟

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) صفر

(۴) بی‌شمار

۱۶- تابع $f(x) = (x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2})[x^2]$ روی بازه $(k, -\frac{1}{4}]$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟

([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow b^-} \frac{ax}{x+8}$ کدام است؟

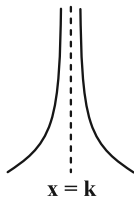
(۱) صفر

(۲) -۶

(۳) $-\infty$

(۴) $+\infty$

۱۸- نمودار تابع $y = \frac{x-1}{3x^2+ax+12}$ در مجاورت مجانب قائم خود به صورت زیر است. مقدار $a+k$ کدام است؟



(۱) -۱۰

(۲) ۱۰

(۳) ۱۴

(۴) -۱۴

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، نمودار تابع $f(x) = \frac{(m+4)x-2}{(m+1)x^2+2x+1-m}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۰- کدام مورد دربارهٔ حد تابع $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}-x^3-1}$ در $x=0$ صحیح است؟

(۲) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$

(۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها + آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۳۹

۲۱- اگر برای ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ داشته باشیم $a_{ij} = \begin{cases} i-2j & , i \geq j \\ 0 & , i < j \end{cases}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های زیر قطر اصلی ماتریس A^3

کدام است؟

(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) -۵

(۴) -۴

۲۲- اگر برای ماتریس وارون پذیر A داشته باشیم $A + A^{-1} = ABA^{-1}$ ، آن گاه ماتریس B برابر با کدام است؟

(۱) $A + A^{-1}$

(۲) $A - A^{-1}$

(۳) $A^{-1} - A$

(۴) چنین ماتریسی وجود ندارد.


۲۳- مجموع درایه‌های ماتریس X از تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = I - 2X$ کدام است؟

(۱) -۵

(۲) ۸

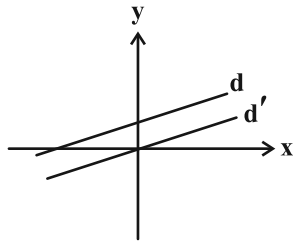
(۳) ۷

(۴) -۹

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۲۴- کدام معادله ماتریسی می‌تواند بیانگر وضعیت نسبی دو خط موازی d و d' باشد؟



$$(1) \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۲۵- معادله $\begin{vmatrix} 0 & x & \log x \\ -x & 0 & x^2 - 1 \\ -\log x & 1 - x^2 & 0 \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه دارد؟

(۲) ۲

(۱) هیچ

(۴) بی‌شمار

(۳) ۳

۲۶- کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقض دارد؟ (A و B ماتریس‌هایی مربعی از مرتبه ۳ و وارون پذیر هستند.)

$$(2) |ABA^{-1} - 2I| = |B - 2I|$$

$$(1) |BA - I| = |AB - I|$$

$$(4) |(A^{-1}BA)^2| = |B|^2$$

$$(3) |A - B| = |B - A|$$

۲۷- در یک صفحه، دو خط L و L' با هم زاویه 60° می‌سازند. مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر هر دو خط مماس‌اند، کدام است؟

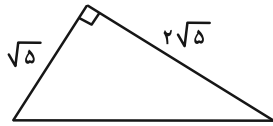
(۲) دو خط عمود بر هم

(۱) دو خط متقاطع با زاویه بین 30°

(۴) ۴ نقطه در صفحه

(۳) دایره‌ای به مرکز محل تقاطع دو خط L و L'

۲۸- چند نقطه درون مثلث قائم‌الزاویه شکل زیر وجود دارد به طوری که فاصله آن از رأس قائمه و وتر برابر ۱ باشد؟



(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) صفر

۲۹- در مثلث ABC ، $AH = 6$ ارتفاع وارد بر ضلع $BC = 12$ است. اگر ضلع BC ثابت باشد، مکان هندسی مرکز ثقل مثلث ABC

با جابه‌جایی رأس A کدام است؟

(۲) دایره‌ای به مرکز وسط BC و شعاع ۴

(۱) دایره‌ای به مرکز وسط BC و شعاع ۲

(۴) دو خط به موازات BC و به فاصله ۴ از آن

(۳) دو خط به موازات BC و به فاصله ۲ از آن

۳۰- چند تا از مجموعه‌های زیر می‌توانند تهی باشند؟

(الف) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع L و L' به یک فاصله و از خط Δ به فاصله ۲ باشند.

(ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ و از نقاط A و B به یک فاصله باشند.

(پ) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط موازی d و d' به یک فاصله و از نقطه M به فاصله ۵ باشند.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۰

۳۱- برای این که ثابت کنیم مربع عددی صحیح به صورت $5+6q$ ، به شکل $1+24k$ است، از اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

استفاده می‌کنیم. اگر q زوج باشد، مجموع ضرایب در چند جمله‌ای k کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۳۲- به ازای مقادیر صحیح a و b ، اگر $\frac{a}{b} + \frac{4}{y}$ عددی صحیح باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

$a|b$ (۱)

$b|y$ (۲)

$y|b$ (۳)

$y|a$ (۴)

۳۳- باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۱۲ برابر ۷ است. اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۳۶ برابر ۱۹ نباشد، چند مقدار طبیعی کوچک‌تر از $\frac{a}{36}$ وجود دارد؟

۵۰۰ برای a وجود دارد؟

۲۵ (۱)

۲۶ (۲)

۲۷ (۳)

۲۸ (۴)

۳۴- چند عدد طبیعی سه رقمی فرد به صورت \overline{aab} وجود دارد که مضرب ۲۳ باشد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)


۳۵- باقی‌مانده تقسیم عدد $41 - 2 \times 6^{52}$ بر ۷۷ کدام است؟

۶ (۱)

۲۱ (۲)

۴۳ (۳)

۶۲ (۴)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر عدد $\overline{a2b3} + \overline{2a3b}$ بر ۹۹ بخش پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام می تواند باشد؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۳۷- می خواهیم یک آزمون شامل ۸۲ تست را با تعدادی دختر و پسر برگزار کنیم، به طوری که به هر پسر ۷ تست و به هر دختر ۴


تست برای حل برسد. کمترین تعداد افراد مورد نیاز کدام است؟

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۳۸- اگر $x = a$ بزرگ ترین عدد طبیعی دو رقمی باشد که در معادله سیاله $9x + 15y = 120$ صدق می کند، آن گاه باقی مانده تقسیم 

عدد a^{1403} بر ۴ کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

صفر (۴)

۳ (۳)


۳۹- معادله سیاله خطی $4x + 7y = 300$ چند دسته جواب طبیعی مضرب ۳ دارد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۴۰- به ازای چند عدد طبیعی کوچک تر از ۳۴۰ برای m ، معادله $152x + 209y = 4m + 2$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟ 

۱۷ (۲)

۱۸ (۱)

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۳۵ تا ۶۸ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- با ارقام ۱ تا ۹، یک عدد چهاررقمی با ارقام متمایز را به صورت تصادفی می‌سازیم. احتمال آن که بزرگ‌ترین رقم این عدد ۸ باشد چقدر است؟

$$(۱) \frac{۷}{۱۸} \quad (۲) \frac{۴}{۹} \quad (۳) \frac{۲}{۹} \quad (۴) \frac{۵}{۱۸}$$

۴۲- از مجموعه $\{۱۴۴, ۲۶, ۲۵, \dots\}$ ، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این عدد مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۷ نباشد چقدر است؟

$$(۱) \frac{۷}{۲۴} \quad (۲) \frac{۲۳}{۱۲۰} \quad (۳) \frac{۱}{۴} \quad (۴) \frac{۱}{۱۰}$$

۴۳- در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه $S = \{a, b, c\}$ ، مقادیر $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. اگر مجموع معکوس احتمال پیشامدهای ساده برابر $\frac{۴۹}{۴}$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار در بین احتمال پیشامدهای ساده کدام است؟

$$(۱) \frac{۴}{۷} \quad (۲) \frac{۲}{۷} \quad (۳) \frac{۳}{۷} \quad (۴) \frac{۵}{۷}$$

۴۴- دو پیشامد A و B به گونه‌ای مفروض‌اند که احتمال رخداد پیشامد B در صورتی که پیشامد A رخ داده باشد، با احتمال رخداد پیشامد A در صورتی که پیشامد B رخ نداده باشد، برابر است. اگر احتمال رخ دادن هر دو پیشامد A و B برابر $\frac{۲}{۹}$

و احتمال رخ ندادن پیشامد A برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، احتمال آن که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد چقدر است؟

$$(۱) \frac{۱۸}{۲۳} \quad (۲) \frac{۶}{۷} \quad (۳) \frac{۱۷}{۱۸} \quad (۴) \frac{۴}{۵}$$

۴۵- اگر فرض کنیم $P(A) = \frac{۲}{۵}$ و $P(B-A) = \frac{۱}{۳}$ ، حاصل $P(A | A \cup B)$ کدام است؟

$$(۱) \frac{۶}{۱۰} \quad (۲) \frac{۷}{۱۰} \quad (۳) \frac{۶}{۱۱} \quad (۴) \frac{۷}{۱۱}$$

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر نوید در امتحان آمار و احتمال تقلب کند، به احتمال $\frac{7}{11}$ نمره قبولی را می‌گیرد. از طرفی اگر در امتحان قبول شود، به احتمال $\frac{6}{11}$ تقلب کرده است. اگر بدانیم احتمال آن که او نه تقلب کند و نه نمره قبولی را بگیرد برابر با $\frac{2}{11}$ باشد، احتمال تقلب کردن او در این امتحان چقدر است؟

(۱) $\frac{4}{11}$ (۲) $\frac{5}{11}$ (۳) $\frac{6}{11}$ (۴) $\frac{7}{11}$

۴۷- در جعبه A سه مهره سفید و دو مهره قرمز و در جعبه B یک مهره سیاه و سه مهره قرمز وجود دارد. به تصادف مهره‌ای از جعبه A برداشته و در جعبه B قرار می‌دهیم. اگر رنگ مهره وارد شده به جعبه B متمایز با رنگ مهره‌های موجود باشد، دو مهره، و در غیر این صورت یک مهره از جعبه B خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ قرمز در مهره‌های خارج شده حتماً وجود خواهد داشت؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{8}{4}$

۴۸- یک تاس داریم که روی وجه‌های آن اعداد ۲، ۲، ۳، ۴، ۴ و ۵ نوشته شده است. اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، با چه احتمالی مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ خواهد بود؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۹- ۲ سکه را به هوا پرتاب می‌کنیم. اگر هر ۲ سکه «رو» آمدند ۲ تاس، اگر تنها ۱ سکه «رو» آمد ۳ تاس و در غیر این صورت ۱ تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر اعداد رو شده در هر کدام از تاس‌ها فرد باشد، چقدر احتمال دارد که هر ۲ سکه «رو» آمده باشند؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{16}$

۵۰- در کیسه‌ای ۳ مهره آبی، ۲ مهره قرمز و ۱ مهره زرد وجود دارد. می‌خواهیم ۲ مهره به‌طور متوالی از این کیسه خارج کنیم. احتمال هم‌رنگ بودن دو مهره در صورتی که مهره‌ها را با جای‌گذاری خارج کنیم، چند برابر احتمال هم‌رنگ بودن دو مهره در حالتی است که مهره‌ها را بدون جای‌گذاری خارج کنیم؟

(۱) $\frac{25}{24}$ (۲) $\frac{24}{35}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{4}{7}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- متغیرهای میزان بارندگی برحسب سانتی‌متر، نوع بارندگی و شدت بارندگی به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۱) کمی گسسته- کیفی اسمی- کیفی ترتیبی

(۲) کمی پیوسته- کیفی ترتیبی- کیفی اسمی

(۳) کمی گسسته- کیفی ترتیبی- کیفی اسمی

(۴) کمی پیوسته- کیفی اسمی- کیفی ترتیبی

۵۲- کدام گزاره کلی نادرست است؟

(۱) در نمونه‌گیری تصادفی ساده، همه واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند.

(۲) در نمونه‌گیری خوشه‌ای واحدهای نمونه‌گیری اولیه، خوشه‌ها هستند و همه واحدهای آماری هر خوشه بررسی می‌شوند.

(۳) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به زیرجامعه‌های مجزا طبقه‌بندی می‌شود و از طبقه‌هایی که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌شود.

(۴) در نمونه‌گیری سامانمند، جامعه به طبقات هم‌اندازه و مجزا تقسیم می‌شود. از طبقه اول واحد آماری به تصادف انتخاب شده و با همان رویه در طبقات دیگر ادامه می‌یابد.

۵۳- می‌خواهیم از بین ۷۱۵ نفر ۶۵ نفر را به روش نمونه‌گیری سامانمند انتخاب کنیم. شماره یکی از افراد انتخاب شده برابر ۶۹ است.

 اگر شماره یکی دیگر از افراد انتخاب شده عدد سه رقمی abc باشد، $c - b + a$ کدام مقادیر مثبت را می‌تواند اختیار کند؟

(۱) فقط ۳

(۲) ۳ یا ۱۴

(۳) فقط ۴

(۴) ۴ یا ۱۵

۵۴- در یک دبیرستان با ۱۲۰ دانش‌آموز، می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه ۳۶ انتخاب کنیم. برای این کار دانش‌آموزان را به ۱۰ قسمت

مساوی تقسیم و سپس ۳ قسمت را به تصادف انتخاب کرده و تمام اعضای آن قسمت‌ها را بررسی می‌کنیم. نام این روش

نمونه‌گیری چیست و احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟

(۱) خوشه‌ای-۰/۳

(۲) سامانمند (سیستماتیک)-۰/۳

(۳) طبقه‌ای-۰/۳۶

(۴) طبقه‌ای-۰/۳

۵۵- در یک دبیرستان برای بررسی وضعیت سلامت جسمی دانش آموزان می خواهیم از هر کلاس یک نفر را برای حضور در نمونه

انتخاب کنیم. کدام یک از روش های زیر نمونه گیری احتمالی است؟

(۱) نفر اول لیست حضور و غیاب هر کلاس را انتخاب کنیم.

(۲) بلندقدترین دانش آموز هر کلاس را انتخاب کنیم.

(۳) بزرگترین دانش آموز هر کلاس از نظر سنی را انتخاب کنیم.

(۴) اولین دانش آموزی از هر کلاس که پس از پایان ساعت مدرسه، از مدرسه خارج می شود را انتخاب کنیم.

۵۶- در انتخاب یک نمونه دوتایی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 79\}$ ، احتمال آن که میانگین نمونه با جامعه یکسان نباشد، چقدر است؟

$$\frac{78}{79} \quad (1) \quad \frac{38}{39} \quad (2) \quad \frac{8}{9} \quad (3) \quad \frac{18}{19} \quad (4)$$

۵۷- یک شرکت پخش مواد غذایی ۵ کارمند دارد که درآمد ماهیانه آن ها به ترتیب ۳۰، ۲۵، ۲۰، ۱۵ و ۱۰ میلیون تومان می باشد.

احتمال برآورد میانگین درآمد ماهیانه ۲۰ میلیون تومان برای نمونه های سه تایی از این جامعه برابر کدام است؟

$$0/1 \quad (1) \quad 0/2 \quad (2) \quad 0/3 \quad (3) \quad 0/4 \quad (4)$$

۵۸- انحراف معیار برآورد میانگین جامعه ای توسط دو نمونه مختلف از جامعه محاسبه شده است. اگر تفاضل تعداد اعضای نمونه اول و

دوم برابر ۴۰۰ بوده و انحراف معیار برآورد میانگین توسط نمونه اول $\frac{5}{3}$ نمونه دوم باشد، تعداد اعضای نمونه اول کدام است؟

$$225 \quad (1) \quad 210 \quad (2) \quad 175 \quad (3) \quad 200 \quad (4)$$

۵۹- در یک برآورد بازه ای میانگین با اطمینان بالای ۹۵٪، بازه اطمینان به صورت $[9/8, 10/2]$ است. اگر انحراف معیار جامعه برابر با

۱۰ باشد، مجموع داده های نمونه کدام است؟

$$10^5 \quad (1) \quad 10^6 \quad (2) \quad 9/5 \times 10^5 \quad (3) \quad 9/5 \times 10^6 \quad (4)$$

۶۰- هر یک از ویژگی های ذکر شده به ترتیب بیانگر کدام روش گردآوری اطلاعات می باشد؟ (از راست به چپ)

- از این روش، بیشتر زمانی استفاده می شود که آمارگیر از همه پاسخ های ممکن اطلاعات کافی ندارد.

- در بسیاری از مؤسسات و سامانه ها، استفاده از این روش گردآوری داده ها به سرعت رواج یافته است.

- این روش مرسوم ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است.

(۱) مشاهده- پرسشنامه- مصاحبه

(۲) مصاحبه- دادگان- پرسشنامه

(۳) مشاهده- دادگان- مصاحبه

(۴) مصاحبه- پرسشنامه- دادگان

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۱۶ آذر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	



آزمون «۱۶ آذر ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

تعداد سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	کامران ابراهیمی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-علی پرزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی‌وند-سعید شرف محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	
شیمی	امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورچاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرحسین حسن‌نژاد پیمان خواجهی‌مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-میلاد شیخ الاسلامی‌خیای-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنون‌ی هادی مهدی‌زاده	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره‌ای
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی ماهان فرهنگدفر	امیرحسین ملازینل آرمان قنواتی ماهان فرهنگدفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	ابراهیم نوری سجاد رضایی	ملینا ملاتی سجاد رضایی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

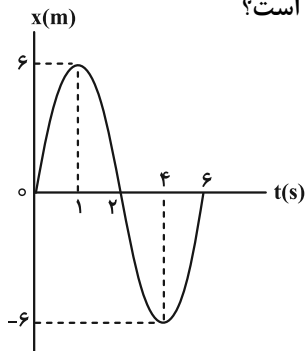
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۶۰

۶۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. در ۶ ثانیه اول حرکت، به ترتیب از



راست به چپ چند ثانیه بردار مکان متحرک و بردار سرعت متحرک در جهت مثبت محور x است؟

۳، ۳ (۱)

۱، ۲ (۲)

۳، ۲ (۳)

۳، ۴ (۴)

۶۲- از ذره‌ای که در راستای محور x حرکت می‌کند، با فاصله زمانی یکسان عکس گرفته‌ایم و از کنار هم گذاشتن عکس‌ها، شکل زیر به دست آمده است. اگر شروع حرکت از سمت چپ به راست باشد، کدام گزینه درباره نحوه حرکت ذره درست است؟



(۱) حرکت همواره تندشونده است.

(۲) حرکت همواره کندشونده است.

(۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۶۳- متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، از مسیر خود را با تندی ثابت $\frac{m}{n}$ و بقیه مسیرش را با تندی ثابت $30 \frac{m}{s}$ و $72 \frac{km}{h}$ می‌پیماید. اگر تندی متوسط او در کل مسیر، $25 \frac{m}{s}$ باشد، کدام است؟

می‌پیماید. اگر تندی متوسط او در کل مسیر، $25 \frac{m}{s}$ باشد، کدام است؟

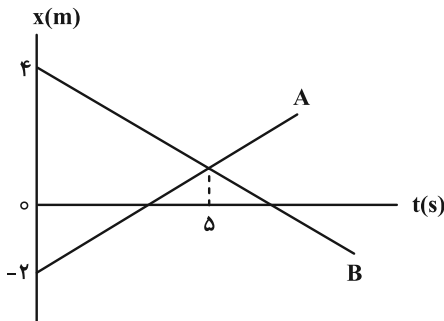
$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۶۴- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. در لحظه $t = 8s$ ، اندازه



فاصله این دو متحرک چند متر می‌شود؟

$3/6$ (۱)

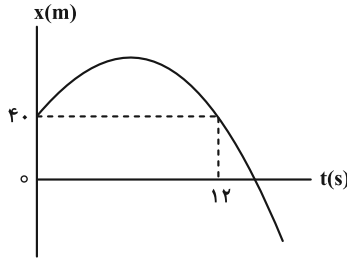
$2/6$ (۲)

$4/6$ (۳)

$5/6$ (۴)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابتی به اندازه $\frac{m}{5s^2}$ روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در لحظه ای



که جهت بردار مکان این متحرک عوض می شود، تندی آن چند متربرثانیه است؟

- (۱) صفر
(۲) ۳
(۳) ۷
(۴) ۹

۶۶- معادله مکان- زمان متحرکی که از لحظه $t=0$ تنها تحت اثر نیروی خالص و ثابت F در حال حرکت بر روی محور x می باشد، در

SI به صورت $x = -4t^2 + 48t + 13$ است. در لحظه $t = 7/5s$ نیروی خالص F قطع می شود. بزرگی جابه جایی متحرک در پنج ثانیه دوم حرکت چند متر است؟ (سطح حرکت فاقد اصطکاک است.)

- (۱) ۳۵
(۲) ۴۳
(۳) ۶۰
(۴) ۵

۶۷- سنگی را از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین در شرایط خلأ رها می کنیم. به ترتیب از راست به چپ، این سنگ پس از چند ثانیه و با

چه تندی بر حسب متربرثانیه به زمین برخورد می کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۷ و ۶۰
(۲) ۷ و ۷۰
(۳) ۶ و ۶۰
(۴) ۶ و ۷۰

۶۸- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع ۶۴۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود. این گلوله مسیر را در چهار بازه زمانی

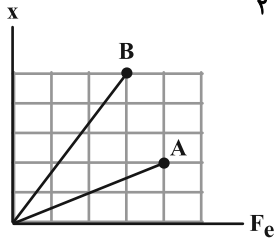
مساوی و متوالی طی می کند. مسافت های طی شده در این بازه های زمانی به ترتیب از راست به چپ بر حسب متر کدام اند؟

- (۱) ۱۶۰، ۱۶۰، ۱۶۰، ۱۶۰
(۲) ۱۰۰، ۱۴۰، ۱۸۰، ۲۲۰
(۳) ۴۰، ۱۲۰، ۲۰۰، ۲۸۰
(۴) ۱۰۵، ۱۲۵، ۱۶۵، ۲۴۵

۶۹- به جسمی به جرم m ، نیروی خالص F_1 وارد شده و به آن شتاب $2a$ می دهد و به جسمی به جرم $2m$ ، نیروی خالص F_2 وارد شده و به

آن شتاب $\frac{a}{3}$ می دهد. اگر دو نیروی خالص F_1 و F_2 به جسمی به جرم $\frac{m}{2}$ وارد شوند، کدام عدد نمی تواند اندازه شتاب جسم باشد؟

- (۱) $\frac{10a}{3}$
(۲) $3a$
(۳) $4a$
(۴) $\frac{a}{2}$



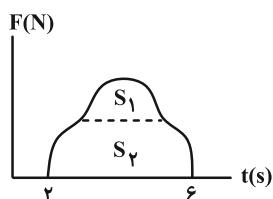
۷۰- نمودار تغییرات طول بر حسب اندازه نیروی کشسانی برای دو فنر A و B مطابق شکل مقابل می باشد. ثابت فنر A چند برابر ثابت فنر B است؟

- (۱) $\frac{4}{6}$
(۲) $\frac{6}{4}$
(۳) $\frac{10}{3}$
(۴) $\frac{3}{10}$

۷۱- گلوله ای به جرم ۲۰۰ گرم از بالای ساختمانی به ارتفاع ۲۰ متر رها شده و با تندی $30 \frac{m}{s}$ به زمین برخورد کرده و باز می گردد. اگر در اثر

این برخورد، ۱۹٪ از انرژی جنبشی اولیه گلوله تلف شود، تکانه جسم در SI پس از برخورد به زمین چند واحد و چگونه تغییر می کند؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

- (۱) کاهش، ۰/۶
(۲) افزایش، ۰/۶
(۳) کاهش، ۵/۴
(۴) افزایش، ۵/۴



۷۲- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است. اگر در بازه زمانی (۲s, ۶s)، اندازه نیروی متوسط وارد بر جسم برابر ۱۰N و $S_2 = 3S_1$ باشد، مساحت ناحیه S_2 چقدر است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

۷۳- در مورد حرکت دایره‌ای یکنواخت یک جسم، کدام موارد زیر درست است؟

الف) بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت دایره‌ای است.

ب) در این حرکت، سرعت جسم ثابت است.

پ) اندازه کار انجام شده توسط نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همواره برابر با صفر است.

- الف (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴)

۷۴- متحرکی با تندی ثابت $20\pi \frac{m}{s}$ روی مسیری دایره‌ای شکل به شعاع 10cm حرکت می‌کند. اندازه شتاب متوسط متحرک در مدت

زمان $\frac{1}{200}$ ثانیه، چند برابر اندازه شتاب مرکزگرای آن است؟ ($\pi = 3$)

- الف (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۷۵- دو متحرک A و B، به ترتیب روی دایره‌هایی به شعاع‌های R_A و R_B با تندی ثابت در حال حرکت هستند. اگر تندی متحرک

A، ۲ برابر تندی متحرک B و اندازه شتاب مرکزگرای متحرک A، ۱۲ برابر اندازه شتاب مرکزگرای B باشد، نسبت $\frac{R_B}{R_A}$

کدام است؟

- الف (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۶ (۴) ۳

۷۶- جسمی به جرم 500g را به فنی که طول اولیه‌اش 60cm است، می‌بندیم و روی یک صفحه افقی در مسیری دایره‌ای شکل با

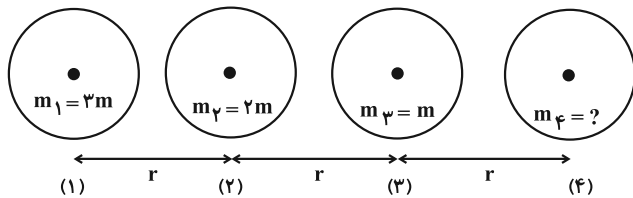
تندی یکنواخت می‌چرخانیم. طول فنر به 80cm می‌رسد. اگر جسم در هر دقیقه ۳۰ دور بزند، ضریب سختی فنر چند نیوتون

بر متر خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$)

- الف (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۷۷- مطابق شکل زیر، اگر برابند نیروهای گرانشی وارد بر کره (۲) از طرف سه کره دیگر برابر با صفر باشد، جرم کره (۴) چند برابر

جرم کره (۲) است؟ (از ابعاد کره‌ها در مقایسه با فاصله آن‌ها چشم‌پوشی شود.)



- الف (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۷۸- در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است، اندازه شتاب گرانش، $\frac{1}{9}$ برابر اندازه شتاب گرانش در سطح زمین

است. n کدام است؟

- الف (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- شعاع زمین $4/5$ برابر شعاع یک سیاره و چگالی این سیاره ۲ برابر چگالی زمین است. اگر اندازه شتاب گرانشی در سطح این

سیاره با اندازه شتاب گرانش زمین در فاصله h از سطح زمین برابر باشد، شعاع زمین چند برابر h است؟

- الف (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۳

۸۰- دوره گردش ماهواره به دور زمین، با کدام یک از گزینه‌های زیر متناسب است؟

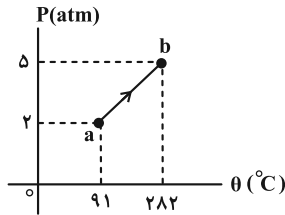
الف (۱) تندی ماهواره

ب (۲) فقط شعاع مسیر دایره‌ای

ج (۳) عکس متکعب تندی ماهواره

د (۴) عکس مکعب شعاع مسیر دایره‌ای

۸۶- نمودار تغییرات فشار بر حسب دمای مقدار معینی از یک گاز کامل به صورت زیر است. حجم گاز در این فرایند، تقریباً چند برابر



می شود؟

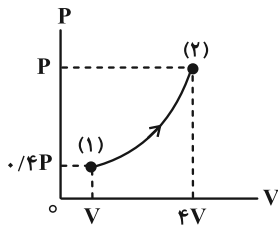
(۱) ۰/۸۱

(۲) ۰/۹۱

(۳) ۰/۶۱

(۴) ۰/۵۱

۸۷- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل طی فرایندی آرمانی از حالت (۱) به حالت (۲) می رسد. در این فرایند می توان گفت قطعاً:



(۱) فرایند هم دما است.

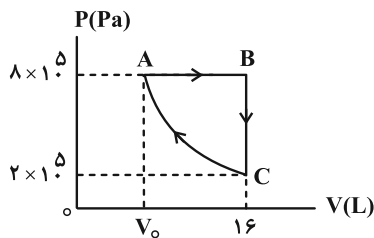
(۲) فرایند بی دررو است.

(۳) گاز گرما دریافت کرده است.

(۴) کار انجام شده روی گاز مثبت است.

۸۸- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل اکسیژن، چرخه ABCA را طی کرده است که در آن فرایند CA هم دما است. این گاز در

مسیر ABC، چند ژول گرما دریافت کرده است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol \cdot K})$



(۱) ۵۷۶۰۰

(۲) ۳۳۶۰۰

(۳) ۲۴۰۰۰

(۴) ۹۶۰۰

۸۹- توان خروجی یک ماشین گرمایی $2/4 kW$ و بازده آن ۲۰ درصد است. اگر این ماشین در هر چرخه $400 J$ گرما به منبع با دمای

پایین بدهد، در هر دقیقه چند چرخه کامل را طی می کند؟

(۴) ۱۹۲۰

(۳) ۱۸۰۰

(۲) ۱۴۴۰

(۱) ۱۱۵۲

۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) ماشین نیوکامن نمونه ای از ماشین های گرمایی برون سوز است.

(۲) اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته شده از منبع دمابالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک نقض نمی شود.

(۳) یخچال با استفاده از کار، گرما را از منبع دمابالا می گیرد و به منبع دماپایین می دهد.

(۴) نقض قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، منجر به نقض قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی می شود.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

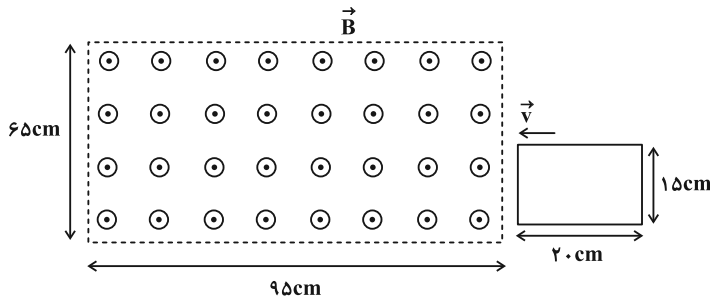
۹۱- سطح پیچیده مسطحی که دارای ۱۰۰ دور است، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 500 G قرار دارد. مساحت پیچه با چه آهنگی بر حسب SI تغییر کند تا اندازه نیروی محرکه القا شده در آن برابر با 0.4 V شود؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) 0.08 (۴) 0.125

۹۲- سطح حلقه‌ای رسانا به مساحت 200 cm^2 که دارای مقاومت $2\ \Omega$ است، با خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی زاویه 30° می‌سازد. اگر در مدت زمان 9 s ، اندازه میدان مغناطیسی از 0.08 T تسلا به 0.04 T تسلا در خلاف جهت اولیه برسد، مقدار بار الکتریکی شارش شده در حلقه چند میلی‌کولن می‌شود؟

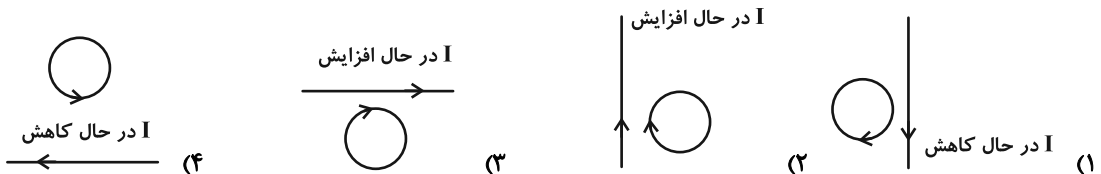
- (۱) 0.6 (۲) 6 (۳) 1.2 (۴) 12

۹۳- مطابق شکل زیر، قاب رسانای مستطیل شکلی به ابعاد $20\text{ cm} \times 15\text{ cm}$ ، با تندی ثابت $17\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ در لحظه $t = 0$ وارد فضای میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 2000 G می‌شود. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در قاب رسانا در بازه زمانی $t = 0$ تا $t_1 = 6\text{ s}$ چند میکروولت است؟ (در لحظه $t = 0$ قاب در آستانه ورود به میدان مغناطیسی است.)

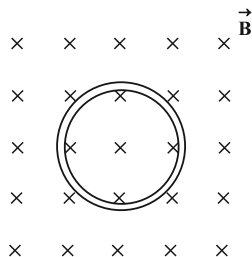


- (۱) صفر
(۲) 650
(۳) 350
(۴) $\frac{1600}{3}$

۹۴- در کدام شکل، جهت جریان القا شده در حلقه درست است؟



۹۵- در شکل زیر، پیچه‌ای شامل 75 دور و مقاومت $5\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو قرار دارد و شار مغناطیسی 0.04 Wb از آن می‌گذرد. اگر در مدت زمان 0.3 s ، شار مغناطیسی عبوری از پیچه به -0.04 Wb برسد، جریان القایی

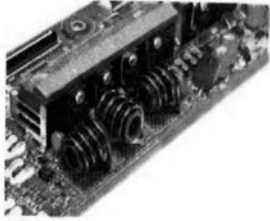


متوسط ایجاد شده در پیچه چند آمپر و در چه جهتی خواهد بود؟

- (۱) 20 ، پادساعتگرد
(۲) 20 ، ساعتگرد
(۳) 4 ، پادساعتگرد
(۴) 4 ، ساعتگرد

محل انجام محاسبات

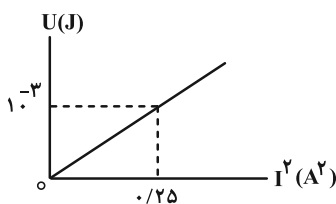
۹۶- مطابق شکل، در بعضی از مدارها که چندین القاگر دارند، ملاحظه می‌شود که سطح دو القاگر مجاور را عمود بر هم قرار می‌دهند.



علت این عمل چیست؟

- (۱) افزایش شار مغناطیسی
- (۲) افزایش ضریب القاوری
- (۳) انتقال بیشتر انرژی از یک القاگر به دیگری
- (۴) به حداقل رساندن تأثیر متقابل القاگرها

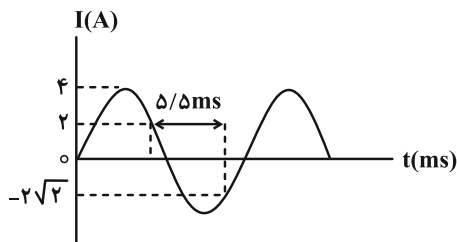
۹۷- شکل زیر، نمودار انرژی ذخیره شده در یک سیملوله آرمانی را برحسب مربع جریان عبوری از آن در SI نشان می‌دهد. اگر سیملوله شامل ۱۰۰۰ حلقه و قطر مقطع سیملوله ۴ سانتی‌متر باشد، طول سیملوله چند سانتی‌متر است؟



$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \text{ و } \pi = 3 \right)$$

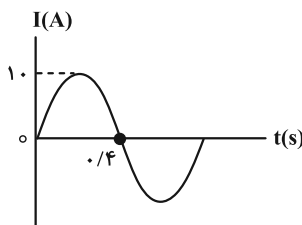
- (۱) ۱/۸
- (۲) ۱۸
- (۳) ۹
- (۴) ۰/۹

۹۸- نمودار جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری 0.4 H برحسب زمان مطابق شکل زیر است. انرژی ذخیره شده در این القاگر در لحظه $t = 8 \text{ ms}$ چند ژول است؟



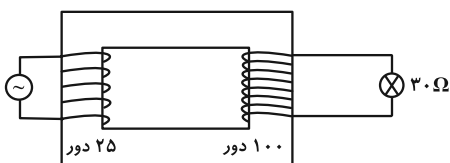
- (۱) ۰/۸
- (۲) ۱/۶
- (۳) ۲/۴
- (۴) ۴/۸

۹۹- شکل زیر، نمودار جریان متناوبی را برحسب زمان که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است، نمایش می‌دهد. اگر بیشترین شار عبوری از پیچۀ این مولد 2000 mWb باشد، شار عبوری از پیچه در لحظه‌ای که جریان ۵ آمپر است، چند وبر می‌باشد؟



- (۱) ۲
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) $\sqrt{3}$

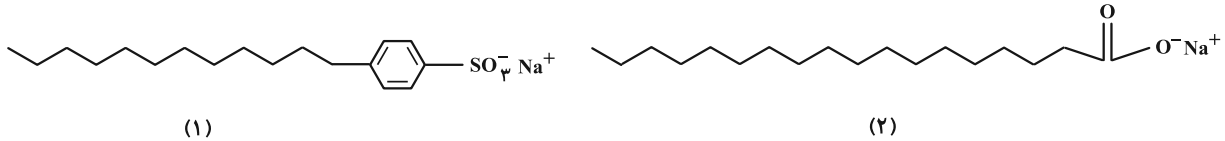
۱۰۰- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر معادله منبع جریان متناوب در SI به صورت $\varepsilon = 60 \sin 80\pi t$ باشد، معادله جریان متناوبی که از لامپ با مقاومت الکتریکی 30Ω می‌گذرد، در SI کدام است؟



- (۱) $I = 8 \sin 80\pi t$
- (۲) $I = 8 \sin 320\pi t$
- (۳) $I = 0.5 \sin 80\pi t$
- (۴) $I = 0.5 \sin 320\pi t$

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تدرستی + آسایش و رفاه در سایه شیمی (فائده‌های واکنش‌های شیمیایی و سفر هدایت شده الکترون): صفحه‌های ۱ تا ۵۰ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۰۱- با توجه به شکل‌های زیر چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟



(۱)

(۲)

الف) ساختار (۲) متعلق به یک پاک‌کننده صابونی جامد است.

ب) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار (۱)، ۶ واحد کمتر از شمار اتم‌ها در ساختار (۲) است.

پ) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در ساختار (۲) بزرگ‌تر از این نسبت در ساختار (۱) است.

ت) قدرت پاک‌کنندگی ساختار (۱) در آب سخت بیشتر از قدرت پاک‌کنندگی ساختار (۲) در همان آب است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

• در دمای ثابت، با ۴ برابر کردن غلظت اولیه یک اسید ضعیف ($K_a < 10^{-4}$)، درصد یونش آن به تقریب نصف می‌شود.

• با افزایش غلظت یک اسید ضعیف، درجه یونش آن کاهش ولی ثابت یونش آن افزایش می‌یابد.

• حجم گاز تولید شده از واکنش ۲ نوار یکسان منیزیم با محلول‌هایی از HCl و HF در شرایط یکسان (دما، حجم و غلظت)، برابر است.

• با تغییر دما، اختلاف pH محلول مولار HCl و HF تغییر نمی‌کند.

• اگر با افزودن آب حجم محلول حاوی یک اسید n برابر شود، pH آن همواره به اندازه log n افزایش می‌یابد.

۲ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۱۰۳- محلولی را شامل ۰/۲ مول اسید ضعیف HX در ۲ لیتر آب در دمای ۲۵° فرض کنید. در صورتی که ثابت تفکیک آن

اسید $K_a = 10^{-5}$ باشد، pH آن به تقریب چند است؟ ($\log 9 = 0.95$)

۰/۴ (۱) ۰/۳ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- کدام موارد از عبارات‌های بیان شده صحیح‌اند؟

الف) آمونیاک توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد و به همین سبب محلول الکترولیت قوی به شمار می‌رود.

ب) بیشتر اسیدها و بازهای شناخته شده ضعیف‌اند.

پ) در دمای یکسان pH محلول ۰/۰۱ مولار استیک اسید از pH محلول ۰/۰۱ مولار فورمیک اسید کوچک‌تر است.

ت) رسانایی الکتریکی محلول نیتریک اسید از رسانایی الکتریکی محلول نیترو اسید در شرایط یکسان، بیشتر است.

الف و پ (۱) ب و ت (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴)

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ) در واکنش نخستین عنصر گروه‌های ۱۲ و ۱۶، عنصر گروه ۱۶ الکترون گرفته و نقش اکسنده دارد.


ب) در گذشته از سوختن دومین فلز دوره دوم به عنوان منبع نور برای عکاسی استفاده می‌شد.

پ) با قرار دادن تیغه‌ای از فلز روی در محلول مس (II) سولفات، شدت رنگ محلول و دمای آن افزایش می‌یابد.

ت) در تمام واکنش‌های اکسایش-کاهش، افزون بر داد و ستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.

ث) در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات، به ازای داد و ستد ۶ مول الکترون، ۳ مول فلز مس تولید می‌شود.

۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

توجه:

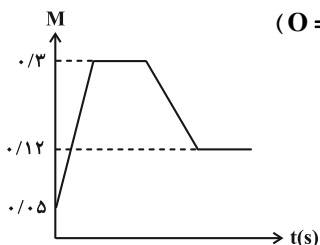
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- با قرار دادن مقداری از خون دو فرد متفاوت در دستگاه گلوکومتر، نمایشگر به ترتیب اعداد ۱۰۸ و ۱۴۴ را نشان می‌دهد. نسبت غلظت گلوکز نمونه اول به غلظت گلوکز نمونه دوم برحسب مولار کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۱۲- به ۲۵۰ میلی‌لیتر از یک محلول ۰/۰۵ مولار از متانول (CH_3OH) در آب، ابتدا x گرم متانول و سپس y میلی‌لیتر آب مقطر اضافه می‌کنیم. اگر نمودار زیر تغییر غلظت مولار متانول این محلول را نشان دهد، x و y به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(از تغییر حجم محلول بر اثر افزودن متانول صرف نظر کنید؛ $\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

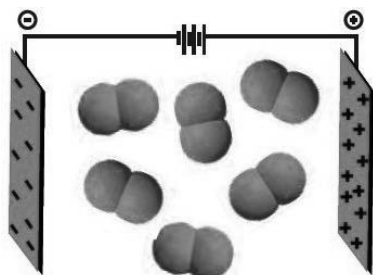


- (۱) ۲/۴ ، ۶۲۵
(۲) ۲/۴ ، ۳۷۵
(۳) ۲ ، ۳۷۵
(۴) ۲ ، ۶۲۵

۱۱۳- محلول سیر شده ۲۰ درصد جرمی نمک فرضی AB در دمای ۲۰°C در اختیار داریم. اگر انحلال پذیری این نمک در دمای ۶۰°C برابر با ۸۵g در ۱۰۰g آب باشد، معادله انحلال پذیری این نمک برحسب دما چگونه خواهد بود؟

(۱) $S = 1/50 - 5$ (۲) $S = 0/60 + 5$ (۳) $S = 1/50 + 55$ (۴) $S = 0/60 + 55$

۱۱۴- شکل زیر رفتار یک ماده با مولکول‌های دو اتمی (X_2) و در حالت گازی را در یک میدان الکتریکی نشان می‌دهد. کدام گزینه درست است؟ (X_2 گازی غیر از هیدروژن می‌باشد.)



- (۱) اگر این ماده در دمای ۲۵°C به حالت جامد باشد، نیروهای بین مولکولی آن ضعیف‌تر از Cl_2 است.
(۲) گشتاور دوقطبی X_2 همانند HX به تقریب برابر صفر است.
(۳) جهت‌گیری مولکول‌های X_2 در میدان الکتریکی نمی‌تواند با جهت‌گیری یک مولکول چند اتمی مشابه باشد.
(۴) اگر نقطه جوش X_2 برابر -۱۸۸°C باشد، نقطه جوش HX می‌تواند بیشتر از صفر درجه سلسیوس باشد.

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) مولکول HCl در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند و جهت‌گیری Cl به سمت قطب منفی است.
ب) نیروی بین مولکولی میان مولکول‌های آب و اتانول از میانگین نیروهای بین مولکولی میان مولکول‌های آب و میان مولکول‌های اتانول بیشتر است.

پ) دمای جوش H_2O از H_2S بیشتر است، زیرا گشتاور دوقطبی H_2O و H_2S به ترتیب $1/85$ و صفر دبای است.

ت) تعداد پیوندهای هیدروژنی که هر مولکول آب با سایر مولکول‌های آب در دمای ۱۰۵°C و ۲۵°C تشکیل می‌دهد با هم متفاوت است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

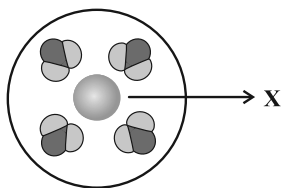
۱۱۶- کدام یک از گزینه‌های زیر درست می‌باشد؟

- (۱) ید با گشتاور دوقطبی تقریباً صفر، در هگزان که یک حلال ناقطبی است، به خوبی حل می‌شود.
- (۲) فرایند انحلال هنگامی امکان‌پذیر است که میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص کمتر از نیروی جاذبه بین حلال و حل‌شونده در محلول باشد.
- (۳) شیمی‌دان‌ها محلول هگزان در آب را حاصل از انحلال مولکولی می‌دانند.
- (۴) استون برخلاف اتانول در یک حلال با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر به خوبی حل می‌شود.

۱۱۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) در برخی از موارد، انحلال‌پذیری مولکول‌های ناقطبی در آب (به عنوان یک حلال قطبی) بیشتر از مواد قطبی خواهد بود.
- (۲) انحلال‌پذیری گاز کربن دی‌اکسید در آب (در دما و فشار ثابت) بیشتر از انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید است.
- (۳) کاهش دمای نمونه‌ای از آب (در فشار ثابت) به نصف مقدار اولیه، انحلال‌پذیری گازهای موجود در آن را دو برابر افزایش می‌دهد.
- (۴) انحلال‌پذیری گاز هیدروژن کلرید در آب بیشتر از انحلال‌پذیری گاز نیتروژن می‌باشد.

۱۱۸- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد فرایند انحلال شکل زیر درست است؟



۱ (۴)

الف) شکل می‌تواند مربوط به انحلال یک ترکیب یونی در آب باشد.

ب) X می‌تواند نمایانگر آنیون سازنده یک ترکیب یونی باشد.

پ) در این فرایند ماده حل‌شونده ویژگی ساختاری خود را از دست می‌دهد.

ت) میان گونه X و مولکول‌های آب جاذبه یون-دوقطبی برقرار شده است.

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۱۹- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟ ($K = 39, Cl = 35.5, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)

الف) میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال حدود 10^6 لیتر است.

ب) میوه‌های خشک طی فرایند اسمز معکوس آب را جذب کرده و متورم می‌شوند.

پ) در فرایند اسمز، چگالی یکی از محلول‌ها با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

ت) مطابق شکل زیر، فرایند اسمز تا جایی پیش می‌رود که حجم محلول KCl،

۵۰ درصد افزایش یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۰- با توجه به نمودار زیر چند مورد نادرست است؟ (جرم مولی هر سه ماده آلی تقریباً با هم برابر است).

الف) انحلال‌پذیری ماده B در هگزان همانند انحلال‌پذیری اتانول در آب است.

ب) برخلاف نیروهای بین مولکولی این مواد، می‌توان از این نمودار برای مقایسه نقطه جوش این مواد استفاده کرد.

پ) در میدان الکتریکی، مولکول‌های ترکیبات A و C به ترتیب بیشترین و کمترین جهت‌گیری را دارند.

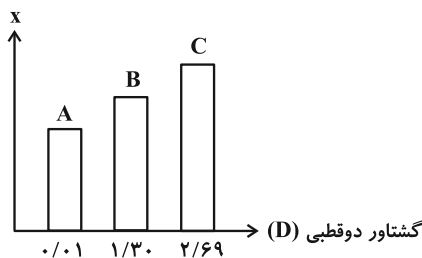
ت) بین مولکول‌های ترکیب A امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

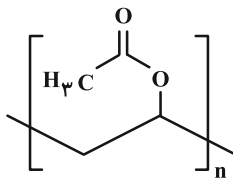
شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) حدود ۵۰ درصد از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.
 - (۲) شمار اتم‌های سازنده هر مولکول گلوکز بسیار زیاد بوده و اندازه مولکول آن بزرگ است.
 - (۳) انسولین، پلی‌اتن و نشاسته گندم درشت مولکول بوده و جرم مولی آن‌ها بسیار زیاد است.
 - (۴) موادی مانند کربن دی‌اکسید، برم، آب و آمونیاک مواد مولکولی محسوب می‌شوند.
- ۱۲۲- پلی‌وینیل استات پلیمری است که در تهیه انواع پاستیل کاربرد دارد. با توجه به ساختار این پلیمر، کدام گزینه درست است؟

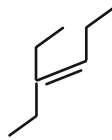


- (۱) مونومر آن وینیل استات با ساختار $\text{CH}_3 - \text{O} - \text{C}(=\text{O}) - \text{CH} = \text{CH}_2$ است.
- (۲) واحد سازنده آن یک ترکیب سیرشده و غیرآروماتیک است.
- (۳) در واحد سازنده آن، دو اتم کربن وجود دارند که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند.
- (۴) فرمول مولکولی مونومر آن $\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_2$ است.

۱۲۳- چند مورد از مطالب زیر درباره استیرن نادرست است؟

- (الف) تعداد پیوندهای اشتراکی در آن با این تعداد در هفتمین عضو خانواده آلکین‌ها برابر است.
 - (ب) پلیمر آن در تهیه ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.
 - (پ) در مولکول آن، شمار پیوندهای دوگانه کربن-کربن با شمار پیوندهای یگانه کربن-کربن برابر است.
 - (ت) تعداد اتم‌های هیدروژن آن با این تعداد در مولکول نفتالن برابر است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۴- در اثر پلیمری شدن کامل ۷۰ گرم از کدام یک از مولکول‌های زیر، شمار گروه‌های CH_3 در ساختار پلیمر به دست آمده بیشتر است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$) (تعداد واحدهای تکرارشونده در پلیمرهای حاصل یکسان است).



(۴)



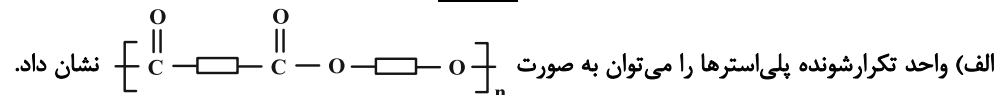
(۳)



(۲)

(۱) $\text{CH}_2 = \text{CH}_2$

۱۲۵- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با پلی‌استرها نادرست‌اند؟



- (ب) می‌توانند از واکنش کربوکسیلیک اسیدهای دو عاملی با الکل‌های دو عاملی در شرایط مناسب تشکیل شوند.
- (پ) در واحد تکرارشونده آن‌ها حداقل ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (ت) در مرحله نخست واکنش تولید آن‌ها، یکی از گروه‌های هیدروکسیل موجود در الکل با یکی از گروه‌های کربوکسیل موجود در اسید ترکیب شده و با تشکیل آب، گروه عاملی استری را ایجاد می‌کنند.

(۴) ۴

(۳) ۱

(۲) ۲

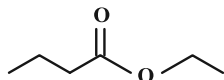
(۱) ۳

۱۲۶- اگر ساختار پلی استری به صورت $\left[\text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{C}_6\text{H}_4 - \text{C} \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \end{array} - \text{O} - (\text{CH}_2)_p - \text{O} \right]_n$ باشد، فرمول مولکولی دی اسید و دی الکل

سازنده آن کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



۱۲۷- با توجه به ساختار زیر کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ ($\text{C} = ۱۲$, $\text{H} = ۱$, $\text{O} = ۱۶$: g.mol^{-1})



(۱) نام آن اتیل بوتانوات بوده و در سیب وجود دارد.

(۲) جرم یک مول از آن ۷۰ گرم از جرم یک مول الکل سازنده آن بیشتر است.

(۳) در ساختار آن ۱۸ پیوند کووالانسی وجود دارد.

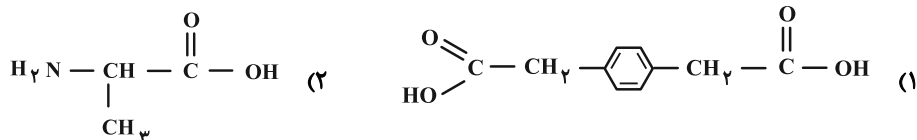
(۴) جرم مولی اسید سازنده آن برابر ۸۶ گرم بر مول است.

۱۲۸- افزایش تعداد کدام مورد در ساختار یک ترکیب آلی، می‌تواند انحلال پذیری آن را در آب به میزان بیشتری افزایش می‌دهد؟

(۱) حلقه‌های آروماتیک (۲) گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار

(۳) پیوندهای دوگانه $\text{C} = \text{C}$ (۴) طول زنجیر هیدروکربنی

۱۲۹- کدام ترکیب را می‌توان به تنهایی به عنوان مونومر تشکیل پلی‌آمید به کار برد؟



۱۳۰- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) پلی‌اتن سبک همانند پلی‌استیرن جزو پلیمرهای زیست تخریب‌ناپذیر محسوب می‌شود.

(ب) در صورت رها شدن پلیمرهای سبز در طبیعت، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند H_2O و CO_2 تجزیه می‌شوند.

(پ) نشاسته جزو پلیمرهای دوست‌دار محیط زیست بوده که برای تجزیه آن به گلوکز، وجود رطوبت الزامی است.

(ت) فراورده‌های حاصل از آبکافت هر مول اتیل بوتانوات، در مجموع ۲۱ پیوند اشتراکی دارند.

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۶ آذر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۳۰ دقیقه

۲۵۱- مفهوم مصراع «سخت می‌گیرد جهان بر مردمان سخت‌کوش» به کدام گزینه نزدیکتر است؟

- (۱) کار دشوار نگیرند بدین آسانی
 (۲) دشوار از آموختن گشت آسان
 (۳) گناه توست که بر خود گرفته‌ای دشوار
 (۴) هر چه آسان یافتی آسان دهی

۲۵۲- کدام ضرب‌المثل مفهوم متفاوتی دارد؟

- (۱) هر که تنهاتر کم‌رنج‌تر
 (۲) تنهایی به خدا برازنده است.
 (۳) اوقات مکن ضایع و تنها بنشین
 (۴) هیچ آفت نرسد گوشه‌ی تنهایی را

۲۵۳- در ترتیب «هار - تان - ییز - ؟» که شامل همین چهار کلمه است، کدام گزینه به جای علامت سؤال می‌نشیند؟

- (۱) هشت
 (۲) دین
 (۳) فند
 (۴) تان

۲۵۴- ابتدا حروف الفبای فارسی را از راست به چپ می‌نویسیم و سپس حروف یک‌چهارم دوم را با همان ترتیب، با حروف یک‌چهارم پایانی جابه‌جا

می‌کنیم. حال سومین حرف سمت راست شانزدهمین حرف الفبا، چند نقطه‌ای است؟

- (۱) یک نقطه‌ای است.
 (۲) دونقطه‌ای است.
 (۳) سه نقطه‌ای است.
 (۴) بی نقطه است.

حروف ابجد

برای ترتیب حروف عربی، شیوه دیگری به جز شیوه معمول و شناخته شده ما هم وجود دارد. در این روش، حروف عربی را به ترتیب «ا ب ج د - ه و ز - ح ط ی - ک ل م ن - س ع ف ص - ق ر ش ت - ث خ ذ - ض ظ غ» مرتب می‌کنند و به هر حرف، عدد خاصی را نسبت می‌دهند. جدایی بین حروفها برای به‌خاطر سپردن راحت‌تر آنها است. ارزش این عددها را در ارزش‌گذاری ابجد کبیر، در جدول زیر می‌بینید:

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ی	ک	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰

صفحه‌های مقدمه برخی کتاب‌ها یا چیدمان برخی عبارت‌ها به شکل «الف، ب، ج، د» بر همین اساس است. همچنین بر این اساس، می‌توان به کلمه‌ها هم عدد نسبت داد، برای مثال:

$$\text{علی} \Leftarrow \text{ع: } ۷۰ \quad \text{ل: } ۳۰ \quad \text{ی: } ۱۰ \quad \Leftarrow \text{علی: } ۷۰ + ۳۰ + ۱۰ = ۱۱۰$$

معمولاً تشدید را نمی‌شماریم. و تنوین‌ها را هم همین‌طور. حروف فارسی «پ چ ژ گ» را نیز به ترتیب معادل «ب ج ز ک» می‌گیریم.

* با توجه به متن بالا به سه سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۵۵- کدام عدد، ارزش عددی کلمه سه‌حرفی نام هیچ گل یا درختی نیست؟

- (۱) ۶
 (۲) ۲۴
 (۳) ۷۱
 (۴) ۲۶۶

۲۵۶- ارزش عددی نام کدام حیوان عددی بزرگتر است؟

- (۱) خرچنگ
 (۲) کرگدن
 (۳) گراز
 (۴) گورکن

۲۵۷- روی سنگ مزار شاعری مشهور به نام «اهلی شیرازی» ابیات زیر از قول یکی از دوستانش نوشته شده است:

«در میان شعرا و فضلا / پیر با صدق و صفا بود اهلی

رفت با مهر علی از عالم / پیرو آل عبا بود اهلی

سال فوتش ز خرد جستم گفت: / «پادشاه شعرا بود اهلی»»

بر این اساس اهلی شیرازی در کدام سال هجری وفات یافته است؟

- (۱) ۹۲۱
 (۲) ۹۴۲
 (۳) ۹۶۳
 (۴) ۹۸۴

۲۵۸- میرزاحمود که برای اولین بار در پنجاهسالگی پدربزرگ شده بود، اکنون در هشتادسالگی چهار نوه دارد که اولی دو سال از دومی، دومی سه سال از

سومی و سومی چهار سال از چهارمی بزرگتر است. میانگین سن نوه‌های میرزاحمود اکنون کدام است؟

- (۱) ۲۳
 (۲) ۲۴
 (۳) ۲۵
 (۴) ۲۶

۲۵۹- کاری را که مینا، نرگس، هما و الهه با هم در دو ساعت انجام می‌دهند، نرگس به تنهایی در ده ساعت و الهه به تنهایی در دوازده ساعت انجام

می‌دهند. این کار را مینا و هما با هم تقریباً در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) ۶

۲۶۰- محلولی بیست لیتری از سه ماده «الف»، «ب» و «ج» داشتیم که نسبت حجم «الف» به «ب» سه به پنج و نسبت حجم «ب» به «ج» پنج به دو

بود. شخصی به خطا این محلول را در ظرفی ریخت که یازده لیتر از ماده «ب» در آن بود. حال اگر بخواهیم حجم ماده «ج» معادل یک چهارم از

حجم کل محلول باشد، بدون تغییر در حجم ماده «الف»، چند لیتر ماده «ج» را باید به ظرف اضافه کنیم؟

- (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) ۶

۲۶۱- حاصل عبارت زیر برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{84} + \frac{1}{204} + \frac{1}{374} + \frac{1}{594}$$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۱) $\frac{5}{54}$

(۴) $\frac{5}{14}$

(۳) $\frac{1}{2}$

۲۶۲- دو واحد پولی «الف» و «ب» ارزش یکسانی داشتند. ولی ارزش واحد پولی «الف» نسبت به واحد پولی «ج» به مرور بیست درصد کاهش و ارزش

پول «ب» نسبت به واحد پولی «ج» به مرور ده درصد افزایش یافته است. اکنون نسبت ارزش واحد پولی «الف» به «ب» کدام است؟

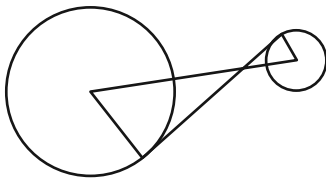
(۲) $\frac{8}{11}$

(۱) $\frac{7}{10}$

(۴) $\frac{5}{7}$

(۳) $\frac{3}{4}$

۲۶۳- در دو دایره به شکل زیر، خط بین مرکزها و خطی مماس بر دایره‌ها رسم کرده‌ایم. برای دانستن نسبت مساحت دایره بزرگ به مساحت دایره



کوچک، به کدام داده (ها) احتیاج داریم؟

(الف) شعاع دایره بزرگ سه برابر شعاع دایره کوچک است.

(ب) طول خط رسم شده بین دو مرکز یک‌ونیم برابر طول خط مماس مشترک است.

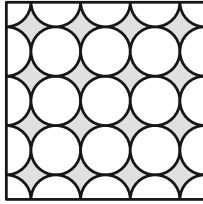
(۱) با هر یک از داده‌ها به تنهایی به پاسخ می‌رسیم.

(۲) فقط با یکی از داده‌ها به پاسخ می‌رسیم.

(۳) فقط اگر هر دو داده را داشته باشیم به پاسخ می‌رسیم.

(۴) با هر دو داده هم به پاسخ نمی‌رسیم.

۲۶۴- مساحت قسمت رنگی مربع زیر، چه کسری از کل شکل است؟ منحنی‌ها ربع دایره، نیم‌دایره یا دایره هستند.



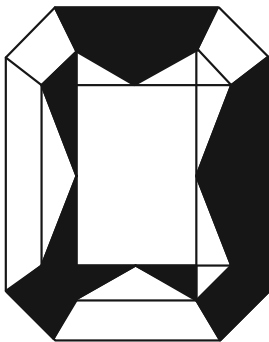
(۱) $1 - \frac{\pi}{16}$

(۲) $\frac{\pi}{16}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$

(۴) $1 - \frac{\pi}{4}$

۲۶۵- اگر مساحت مستطیل کاملاً سفید درون شکل زیر، $\frac{3}{7}$ از کل مساحت شکل رسم شده باشد، چه کسری از کل شکل رنگی است؟ شکل کاملاً



مقارن است.

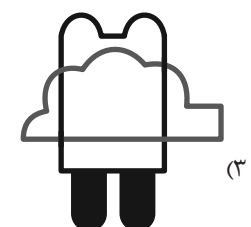
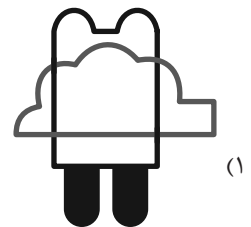
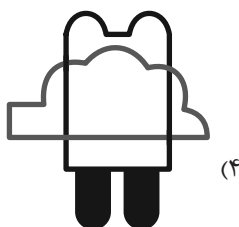
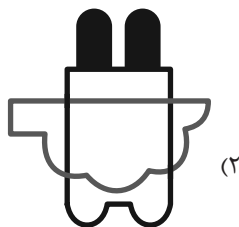
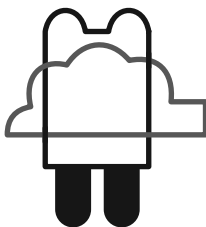
(۱) $\frac{1}{7}$

(۲) $\frac{3}{14}$

(۳) $\frac{2}{7}$

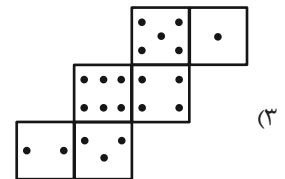
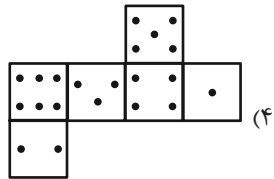
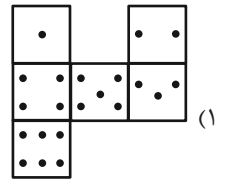
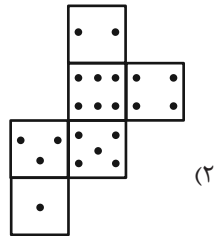
(۴) $\frac{3}{7}$

۲۶۶- چشم رسم شده زیر که پشت مجسمه است، مجسمه را به کدام شکل می‌بینند؟

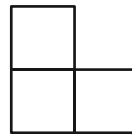
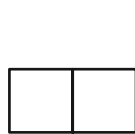
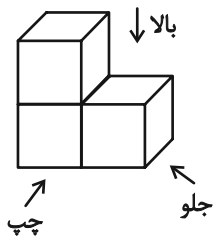


۲۶۷- در یک تاس استاندارد، مجموع تعداد نقاط دو وجهِ روبه‌روی یکدیگر عدد هفت است. از برگهٔ کدام گزینه یک تاس استاندارد ساخته

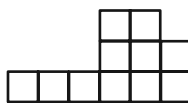
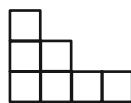
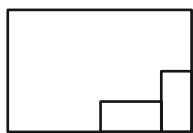
می‌شود؟



۲۶۸- در تصویر زیر، نمای شکلی سه بُعدی از سه جهت نشان داده شده است.



سه نمای حجم دیگری را به شکل زیر داریم:



حجم داده شده حداقل از چند مکعب واحد تشکیل شده است؟

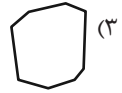
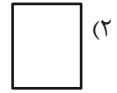
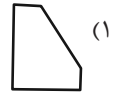
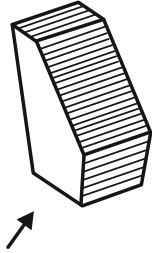
۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

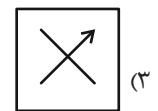
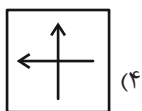
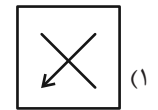
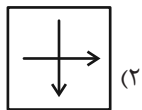
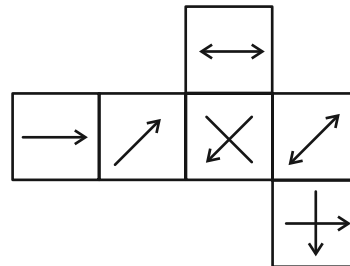
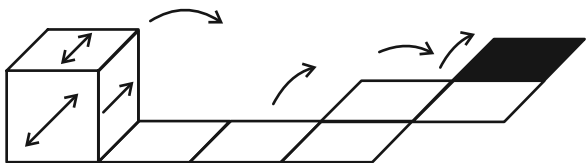
۳۰ (۲)

۲۷ (۱)

۲۶۹- در پرسش زیر گزینه‌ای را انتخاب کنید که تصویر سایه حجم صورت سؤال را روی دیوار، دقیق‌تر نشان می‌دهد. دقت کنید پرتوهای نور عمود به سطوح می‌تابند.



۲۷۰- از شکل گسترده زیر مکعبی ساخته‌ایم. اگر مکعب را طبق طرح زیر روی مسیر مشخص شده بغلتانیم و حرکت دهیم و در شکل نهایی بگذاریم، کدام گزینه وجه بالایی آن خواهد بود؟ پشت برگه کاملاً سفید است.



خودارزیابی توجه و تمرکز

آزمون ۱۶ آذر ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. من می‌توانم هنگام مطالعه در یک محیط شلوغ، تمرکز خودم را حفظ کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۲. وقتی که معلم سوالی را مطرح می‌کند، می‌توانم به سرعت به آن پاسخ دهم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۳. در طول کلاس، می‌توانم به راحتی به موضوعات مختلف توجه کنم بدون اینکه سرگردان شوم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۴. وقتی که در حال مطالعه برای امتحان هستم، می‌توانم به راحتی اطلاعات را به خاطر بسپارم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۵. وقتی که در یک فعالیت گروهی شرکت می‌کنم، می‌توانم به راحتی بر روی وظایف خود تمرکز کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۶. من می‌توانم بدون از دست دادن تمرکز، هم زمان درس بخوانم و به صحبت‌های کسی هم گوش دهم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۷. وقتی که با حجم زیادی از تکالیف مواجه می‌شوم، می‌توانم بدون احساس استرس به آن‌ها رسیدگی کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۸. هنگام نزدیک شدن به امتحانات، می‌توانم احساس استرس را کنترل کرده و آرام بمانم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه
۲۷۹. آیا مایل هستید با کتاب جدید " پرورش توجه و تمرکز " برای بهبود دقت ، توجه و تمرکز خودتان آشنا شوید ؟
۱. خیر، نیازی ندارم ۲. شاید ۳. قبلاً آشنا شده ام ۴. بله، بسیار علاقه مندم
۲۸۰. آیا مایل هستید فایل های صوتی و آموزشی برای بهبود توجه و تمرکز و کاهش استرس دریافت کنید ؟
۱. خیر، نیازی ندارم ۲. شاید ۳. بله ، اگر مفید و با کیفیت باشد ۴. بله، بسیار علاقه مندم



آزمون ۱۶ آذر ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی-علی آزاد-سینا خیرخواه-محمد رضا راسخ-محمد زنگنه-علی سلامت-مسعود شفیعی-محمد رضا کشاورزی مهسان گودرزی-نیما مهندس
هندسه	اسحاق اسفندیار-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی احمد رضا فلاح
آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی فر-احمد رضا فلاح-امیر حسین ملازینل-نیلوفر مهدوی
فیزیک	کامران ابراهیمی-حسین الهی-بهزاد آزاد فر-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-وند سعید شرق محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیر احمد میر سعید-سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
شیمی	امیر علی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-محمد رضا چمشیدی-امیر حاتمیان-امیر حسین حسن نژاد پیمان خواجوی مجد-حمید ذبچی-یاسر راش-میلاد شیخ الاسلامی خیابوی-امیر حسین طیبی-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنون هادی مهدی زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان امیر محمد کریمی	امیر حسین ابومحبوب محمد خندان امیر محمد کریمی	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی امیر حسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عبدی	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	امیر حسین ملازینل سپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	امیر حسین ملازینل آرمان قنوتی ماهان فرهمندفر
بازنویسی آزمون	محمد رضا راسخ	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	-----	-----
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار				ملینا ملانی سجاد رضایی محمد صدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(کلمه اهلای)

با کمک تعیین علامت عبارت قدرمطلق، ضابطه تابع را به صورت یک تابع قطعه‌ای بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x + 3(x+1)(x-1) & ; x \geq 1 \\ x^3 + 3x - 3(x+1)(x-1) & ; x < 1 \end{cases}$$

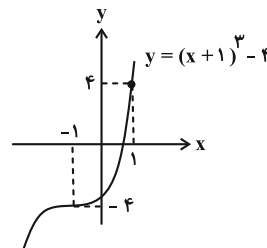
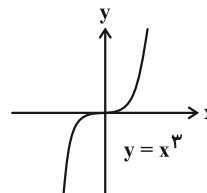
$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x + 3x^2 - 3 & ; x \geq 1 \\ x^3 + 3x - 3x^2 + 3 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 - 4 & ; x \geq 1 \\ (x-1)^3 + 4 & ; x < 1 \end{cases}$$

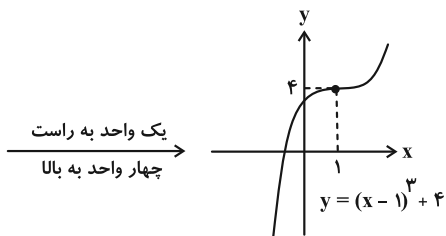
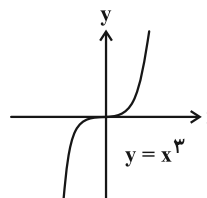
حال توجه کنید که نمودار توابع $y = (x+1)^3 - 4$ و

$y = (x-1)^3 + 4$ ، به کمک قوانین انتقال از روی نمودار تابع $y = x^3$

به صورت زیر رسم می‌شوند:

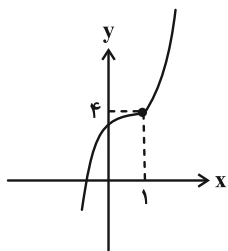


یک واحد به چپ
چهار واحد به پایین



یک واحد به راست
چهار واحد به بالا

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر است:



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(ممد رضا، اسخ)

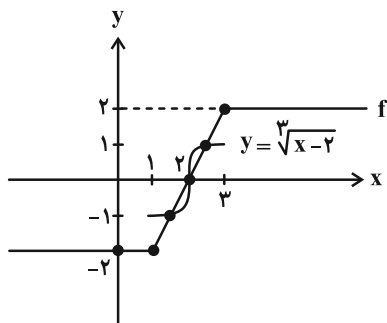
۲- گزینه «۲»

ابتدا ضابطه وارون تابع g را به دست می‌آوریم:

$$y = \left(\frac{x}{m}\right)^3 + 2 \Rightarrow y - 2 = \left(\frac{x}{m}\right)^3 \Rightarrow x = m\sqrt[3]{y-2}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = m\sqrt[3]{x-2}$$

حال نمودار توابع f و $y = \sqrt[3]{x-2}$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم که مطابق شکل ۳ نقطه برخورد در بازه $[1, 3]$ دارند.



با توجه به نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x-2}$ ، اگر $m < 0$ باشد، نمودار تابع نسبت به محور x قرینه می‌شود و در نتیجه f و g^{-1} فقط در نقطه $x = 2$ برخورد دارند.

همچنین اگر $g^{-1}(3) > 2$ (یا معادل آن $g^{-1}(1) < -2$) باشد، نیز نمودارهای توابع فقط در $x = 2$ برخورد دارند:

$$g^{-1}(3) > 2 \Rightarrow m\sqrt[3]{3-2} > 2 \Rightarrow m > 2$$



(کاملاً ابدالی)

۵- گزینه «۱»

ابتدا توجه کنید که $P(1) = 1 - 4 + 3 = 0$ ، بنابراین $P(x)$ بر $(x-1)$ بخش پذیر است. پس $x-1$ یکی از عامل‌های $P(x)$ است. در نتیجه:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^{12} - 1 - 4x^5 + 4 = (x^{12} - 1) - 4(x^5 - 1) \\ &= (x-1)(x^{11} + x^{10} + \dots + x + 1) - 4(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \\ &= (x-1)(x^{11} + x^{10} + \dots + x + 1 - 4(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)) \\ &= (x-1)Q(x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(x) = (x-1)Q(x)$$

حال کافی است باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ را بر $(x-1)$ پیدا کنیم که برابر است با:

$$R = Q(1) = \underbrace{1+1+\dots+1}_{12 \text{ تا}} - 4(1+1+1+1+1) = -8$$

$$Q(x) = (x-1)q(x) - 8 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow P(x) = (x-1)((x-1)q(x) - 8)$$

$$= (x-1)^2 q(x) - 8(x-1)$$

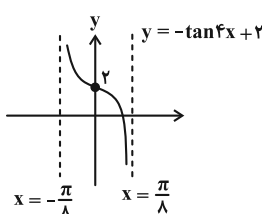
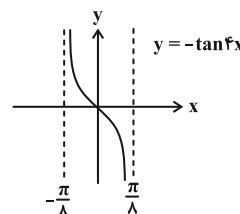
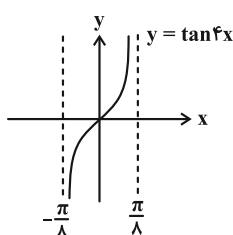
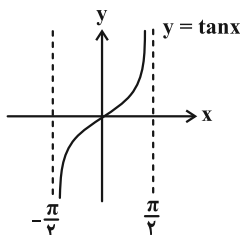
$$r(x) = -8(x-1) = -8x + 8 \quad \text{بنابراین باقی‌مانده تقسیم برابر است با:}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

(مهم: نکته)

۶- گزینه «۲»

به کمک نمودار تابع $y = \tan(x)$ که به صورت زیر است، نمودار تابع $y = -\tan(4x) + 2$ را رسم می‌کنیم.



بنابراین حدود m ، به صورت $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ است و داریم:

$$a + b = 0 + 2 = 2$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۱)

۳- گزینه «۴» (مهم: رضا پاسخ)

ابتدا ضابطه $y = -4x^2 + 4x$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = -(4x^2 - 4x + 1) + 1 = -(2x-1)^2 + 1$$

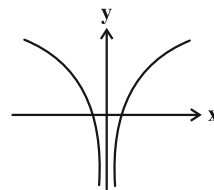
قرینه نسبت به محور x ها $y = -(2x-1)^2$ واحد به سمت پایین

$$y = (2x-1)^2 \xrightarrow{\text{انبساط افقی با ضریب } \frac{1}{2}} y = (x-1)^2$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به چپ}} y = x^2 \Rightarrow g(x) = x^2$$

حال نمودار تابع $y = \log x^2$ را رسم می‌کنیم:

$$y = \log x^2 = 2 \log |x|$$



این تابع روی دامنه‌اش ابتدا نزولی و سپس صعودی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۴- گزینه «۳» (سینا فیرواه)

با توجه به دامنه تابع f ، ورودی‌های توابع $y = f(3x-1)$ و $y = f(4-x)$ باید بزرگ‌تر یا مساوی ۱ باشد:

$$3x-1 \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3} \quad \text{(I)} \quad \text{و} \quad 4-x \geq 1 \Rightarrow x \leq 3 \quad \text{(II)}$$

همچنین زیر رادیکال با فرجه زوج همواره باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$f(3x-1) \geq f(4-x) \xrightarrow{\text{ف اکیداً نزولی}} 3x-1 \leq 4-x$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{5}{4} \quad \text{(III)}$$

حال از اشتراک (I)، (II) و (III) داریم:

$$D_y = \left[\frac{2}{3}, \frac{5}{4} \right] \Rightarrow b - a = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸ و ۲۲)



(مسعود شفیعی)

۸- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، تابع از مبدأ مختصات عبور می کند، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 = 0 \Rightarrow -\frac{a}{2} + 3 = 0 \Rightarrow a = 6$$

حال با توجه به نمودار تابع، دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{3}$ است، در نتیجه:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = 6 \xrightarrow{b > 0} b = 6$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 6 \sin\left(6x - \frac{\pi}{6}\right) + 3$ است و داریم:

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 6 \sin\left(6 \times \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6}\right) + 3 = 6 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + 3$$

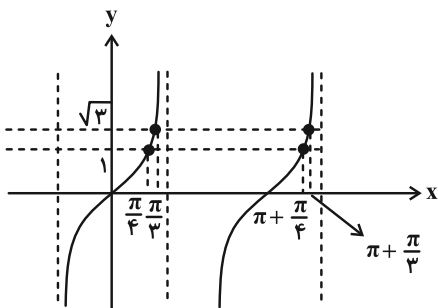
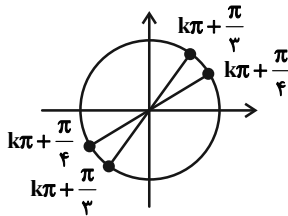
$$= 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 3 = 3\sqrt{3} + 3$$

(مسابقان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

(کاملاً ایملی)

۹- گزینه «۱»

با توجه به دایره مثلثاتی و نمودار $y = \tan x$ ، اگر $1 < \tan x < \sqrt{3}$ ، آن گاه داریم:



$$1 < \tan x < \sqrt{3} \Rightarrow k\pi + \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{\pi}{3}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین:

$$k\pi + \frac{\pi}{4} < \alpha + \frac{\pi}{12} < k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow k\pi + \frac{\pi}{6} < \alpha < k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{\pi}{\lambda} \\ b = \frac{\pi}{\lambda} \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-a}{c} = \frac{\frac{\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{\lambda}}{2} = \frac{\pi}{\lambda}$$

(مسابقان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۲)

(کاملاً ایملی)

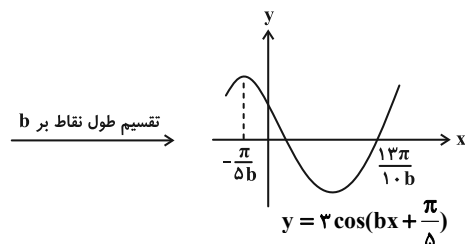
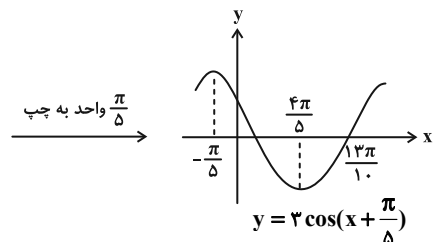
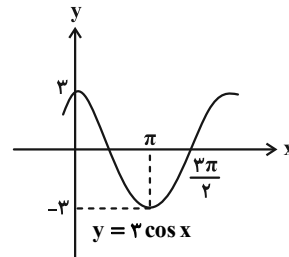
۷- گزینه «۳»

نمودار تابع محور y ها را نقطه ای با عرض مثبت قطع کرده است:

$$f(0) = a \cos \frac{\pi}{\delta} > 0 \Rightarrow a > 0$$

کمترین مقدار تابع برابر ۳- است، پس: $-|a| = -3 \xrightarrow{a > 0} a = 3$

اکنون توجه کنید که نمودار تابع f به صورت زیر رسم می شود:



$$\frac{13\pi}{10b} = \frac{13}{\delta} \Rightarrow b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow ab = \frac{3\pi}{2}$$

بنابراین:

(مسابقان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)



از معادله (۱) معلوم است که باید مقادیر $\sin x$ و $\cos x$ مثبت باشند، پس جواب‌های واقع در ناحیه سوم مثلثاتی قابل قبول نیستند. در نتیجه معادله تنها

دو جواب $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{9\pi}{4}$ را در بازه $(0, 2\pi)$ دارد که مجموع

$$\frac{\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

آن‌ها برابر است با:

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۲- گزینه «۴» (معمردرضا، پاسخ)

به کمک روابط مثلثاتی 2α و سینوس تفاضل دو زاویه، معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin \frac{\pi}{12} \cos x - \sin x \cos \frac{\pi}{12} + \sin x - \sin \frac{\pi}{12} = 0$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} (\cos x - 1) + \sin x (1 - \cos \frac{\pi}{12}) = 0$$

$$-2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x (1 - \cos \frac{\pi}{12}) = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{12}) = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \sin \frac{\pi}{12}$$

معادله اخیر را به صورت زیر در محدوده $[0, 2\pi]$ حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sin \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow x = 0, 2\pi & \checkmark \\ \sin \frac{x}{2} \neq 0 \Rightarrow \cos \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{12}) = \sin \frac{x}{2} \sin \frac{\pi}{12} & (*) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \tan \frac{x}{2} = \frac{2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}{2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = \tan \frac{\pi}{24}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \quad \checkmark$$

بنابراین معادله در محدوده مورد نظر دارای سه جواب $0, \frac{\pi}{12}, 2\pi$ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

$$\Rightarrow \tan(k\pi + \frac{\pi}{6}) < \tan \alpha < \tan(k\pi + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} < \tan \alpha < 1$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۰- گزینه «۴» (کامظم ابلالی)

با توجه به فرضیات مسئله داریم: $\tan \beta = \tan \alpha - 1$ (*)

$$\tan(\alpha + \beta) = -1 \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -1$$

با فرض $\tan \alpha = x$ و رابطه (*) داریم:

$$\frac{x + x - 1}{1 - x(x - 1)} = -1 \Rightarrow \frac{2x - 1}{1 - x^2 + x} = -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 1 = -1 + x - x^2 \Rightarrow 3x^2 - 3x = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و از رابطه (*) داریم:

$$\tan \beta = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

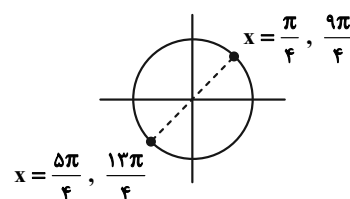
۱۱- گزینه «۲» (سینا فیرواه)

با توجه به اتحادها $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$ و

$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{2 \sin^2 x}{\sin x}} = \sqrt{\frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}} \Rightarrow \sqrt{2 \sin x} = \sqrt{2 \cos \frac{x}{2}} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \sin x = \cos \frac{x}{2} \quad x \in (0, 2\pi) \rightarrow$$



حالت اول:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{3} = 3 \Rightarrow a = 9 \\ \lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = f(-3) \Rightarrow -\frac{a}{3} \neq 3 \Rightarrow -\frac{9}{3} \neq 3 \quad \checkmark \end{array} \right.$$

حالت دوم:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = f(-3) \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{-3} = 3 \Rightarrow a = -9 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \Rightarrow \frac{a}{3} \neq 3 \Rightarrow \frac{-9}{3} \neq 3 \quad \checkmark \end{array} \right.$$

بنابراین به ازای دو مقدار $a = \pm 9$ تابع f فقط در یک نقطه از دامنه اش ناپیوسته است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

(علی آزار)

۱۶- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$f(x) = (x-1)(x-\sqrt{2})[x^2]$$

توابع شامل براکت در نقاطی که داخل براکت، عددی صحیح شود ناپیوسته هستند. به جز نقاطی که مینیمم عبارت داخل براکت باشد یا به صورت عامل صفر کننده ای در پشت براکت باشد:

$$-\frac{1}{2} \leq x < k \xrightarrow{|k| > \frac{1}{2}} 0 \leq x^2 < k^2$$

پیوسته است زیرا نقطه مینیمم است. $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

$$x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow \text{پیوسته است زیرا عامل صفر کننده دارد.} \\ x = -1 \rightarrow \text{در دامنه نیست.} \end{cases}$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \rightarrow \text{پیوسته است زیرا عامل صفر کننده دارد.} \\ x = -\sqrt{2} \rightarrow \text{در دامنه نیست.} \end{cases}$$

$$x^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \rightarrow \text{ناپیوسته است.} \\ x = -\sqrt{3} \rightarrow \text{در دامنه نیست.} \end{cases}$$

بنابراین اولین نقطه ناپیوستگی تابع f ، $x = \sqrt{3}$ است و بیشترین مقدار k باید برابر $\sqrt{3}$ باشد و این نقطه شامل دامنه تابع نیست.

توجه: به ازای $\frac{1}{2} \leq |k|$ ، تابع f روی بازه $(-\frac{1}{2}, k)$ پیوسته است.

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۱۳- گزینه «۱»

(نیما مهندس)

حد خواسته شده را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{16})} \frac{\tan(\sqrt{x + \frac{\pi}{8}})}{\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{16})} \frac{\tan(\sqrt{x + \frac{\pi}{8}})}{\sqrt{2} \sin(\sqrt{x} + \frac{\pi}{4})} = \frac{0}{0}$$

با در نظر گرفتن $t = \sqrt{x} + \frac{\pi}{8}$ داریم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan(t)}{\sqrt{2} \sin \sqrt{2} t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \sin t \cos t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2} \cos \sqrt{2} t} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{k}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow [k] = 0$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(کامران ابلالی)

۱۴- گزینه «۴»

با فرض $t = \sqrt{2} \pi \cos x - \sqrt{2} \pi$ داریم:

$$\cos x = \frac{t + \sqrt{2} \pi}{\sqrt{2} \pi} \Rightarrow \cos \sqrt{2} x = \sqrt{2} \cos^2 x - 1 = \sqrt{2} \left(\frac{t + \sqrt{2} \pi}{\sqrt{2} \pi} \right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \cos \sqrt{2} x = \frac{t^2 + 4\pi t + 2\pi^2}{2\pi^2} \Rightarrow \pi \cos \sqrt{2} x = \pi + \sqrt{2} t + \frac{t^2}{\sqrt{2} \pi}$$

چون $x \rightarrow 0$ پس $t \rightarrow 0$ و حد مورد نظر به صورت زیر درمی آید:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi + \sqrt{2} t + \frac{t^2}{\sqrt{2} \pi})}{\sin(t + \sqrt{2} \pi)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin(\sqrt{2} t + \frac{t^2}{\sqrt{2} \pi})}{\sin t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-(\sqrt{2} t + \frac{t^2}{\sqrt{2} \pi})}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} -(\sqrt{2} + \frac{t}{\sqrt{2} \pi}) = -\sqrt{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(مهمربنا کشاورزی)

۱۵- گزینه «۱»

با توجه به ضابطه تابع f ، نقاط $x = 3$ و $x = -3$ کاندیداهای نقاط ناپیوستگی تابع f هستند.



۱۷- گزینه «۴»

(مهمربنا کشاورزی)

با توجه به فرض سؤال، حاصل حد مخرج وقتی $x \rightarrow 1$ ، برابر صفر است، بنابراین باید حد صورت کسر نیز برابر صفر باشد تا حاصل حد کسر، موجود

و برابر عددی حقیقی باشد: $\sqrt{a+b} = 2 \Rightarrow a+b = 4$ (*)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{ax+b}+2}{\sqrt{ax+b}+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+b-4}{(x-1)(x+1)(\sqrt{ax+b}+2)}$$

$$\xrightarrow{(*)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+4-a-4}{(x-1)(x+1)(4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{(x-1)(2)(4)} = \frac{a}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a = 12 \xrightarrow{(*)} b = -8$$

حال با توجه به مقادیر a و b ، حاصل حد خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-8)^-} \frac{12x}{-x+8} = \frac{-96}{0^-} = +\infty$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۵)

۱۸- گزینه «۱»

(موسان کورزی)

با توجه به نمودار تابع در اطراف مجانب قائم، مخرج کسر باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4(3)(12) = 0 \Rightarrow a = 144 \Rightarrow a = \pm 12$$

اگر $a = 12$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{x-1}{3(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{3(x+2)^2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

اگر $a = -12$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{x-1}{3(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{3(x-2)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

بنابراین $a = -12$ و $k = 2$ داریم:

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۹- گزینه «۴»

(علی سلامت)

(حالت ۱): اگر $m = -1$ باشد، آن‌گاه:

$$f(x) = \frac{3x-2}{2x+2} \Rightarrow \text{فقط } x = -1 \text{ مجانب قائم است}$$

(حالت ۲): اگر $m \neq -1$ ، آن‌گاه:

$$(m+1)x^2 + 2x + 1 - m = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m-1}{m+1} \end{cases}$$

حالت (۲-۱): اگر $x_1 = x_2$ ، آن‌گاه $m = 0$:

$$f(x) = \frac{4x-2}{x^2+2x+1} \Rightarrow \text{فقط } x = -1 \text{ مجانب قائم است}$$

حالت (۲-۲): اگر $x_1 = -1$ ، ریشه صورت باشد:

$$(m+4)(-1)-2=0 \Rightarrow m = -6$$

$$f(x) = \frac{-2x-2}{-5x^2+2x+7} \Rightarrow \text{فقط } x = \frac{7}{5} \text{ مجانب قائم است}$$

حالت (۲-۳): اگر $x_2 = \frac{m-1}{m+1}$ ، ریشه صورت باشد:

$$(m+4)\left(\frac{m-1}{m+1}\right)-2=0 \Rightarrow m^2+m-6=0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = -3 \Rightarrow f(x) = \frac{x-2}{-2x^2+2x+4} \Rightarrow \text{فقط } x = -1 \text{ مجانب قائم است}$$

$$m = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{6x-2}{3x^2+2x-1} \Rightarrow \text{فقط } x = -1 \text{ مجانب قائم است}$$

بنابراین به ازای پنج مقدار $2, -3, -6, 0, -1, m$ ، نمودار تابع فقط یک مجانب قائم دارد.

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۲۰- گزینه «۲»

(کظم ایلالی)

حول $x = 0$ مثلاً در بازه $(-1, 1)$ ، $x \in$ هم‌ارزی‌های زیر معادل هم‌اند:

$$\sqrt{x^2+1}-x^3-1 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > x^3+1$$

$$\Leftrightarrow x^2+1 > x^6+2x^3+1 \Leftrightarrow x^6+2x^3-x^2 < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^4+2x-1) < 0$$

در یک همسایگی محذوف $x = 0$ ، عبارت x^2 مثبت و عبارت

x^4+2x-1 منفی است، بنابراین نابرابری بالا برقرار است و یعنی در این

همسایگی (حول $x = 0$)، مخرج $f(x)$ ، مثبت است. در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}-x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۸)



هندسه ۳

گزینه ۱» ۲۱-

(اعدمرضا فلاح)

ابتدا ماتریس A را طبق فرض پیدا می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

سپس براساس قوانین ضرب ماتریس‌ها، ماتریس A^3 را می‌یابیم:

$$A^3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 5 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 13 & -19 & -27 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های زیر قطر اصلی برابر است با: $0 + 13 - 19 = -6$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۱» ۲۲-

(کیوان دارابی)

از سمت چپ، ماتریس A^{-1} و از سمت راست، ماتریس A را در عبارت فرض سؤال ضرب می‌کنیم:

$$A^{-1}(A + A^{-1})A = A^{-1}(ABA^{-1})A$$

$$\Rightarrow (I + (A^{-1})^2)A = I \Rightarrow A + A^{-1} = B$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه ۲» ۲۳-

(سیرمهمرضا عسینی فرد)

طبق فرض داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = I - 2X$$

$$\Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + 2I \right) X = I - \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

حال باید وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ را از سمت چپ در طرفین ضرب کنیم:

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -8 & 20 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های X برابر ۸ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه ۳» ۲۴-

(اخشین فاصه‌فان)

d و d' دو خط موازی با شیب‌های مثبت هستند که فقط یکی از آن‌ها از مبدأ عبور می‌کند. لذا در معادله ماتریسی متناظر، دترمینان ماتریس ضرایب بایستی صفر بوده و فقط یکی از درایه‌های ماتریس مقادیر معلوم نیز صفر می‌باشد. پس گزینه‌های «۱» و «۴» حذف می‌شوند. همچنین در گزینه «۲» شیب هر دو خط منفی است. (درایه‌های سطرها هم علامت‌اند.)

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

گزینه ۴» ۲۵-

(فرشاد صدیقی فرد)

با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & \log x \\ -x & 0 & x^2 - 1 \\ -\log x & 1 - x^2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left(0 - x(x^2 - 1)\log x - x(1 - x^2)\log x \right) - (0 + 0 + 0) = 0$$

دترمینان فوق همواره به ازای $x > 0$ (دامنه تعریف لگاریتم) برابر صفر است؛ پس معادله بی‌شمار جواب دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۳» ۲۶-

(اسحاق اسفندیار)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست $|BA - I| = |BA - BB^{-1}| = |B| |A - B^{-1}|$

$$= |A - B^{-1}| |B| = |AB - I|$$

(۲) درست $|ABA^{-1} - 2I| = |ABA^{-1} - 2AA^{-1}|$

$$= |A| |B - 2I| |A^{-1}| = |B - 2I|$$

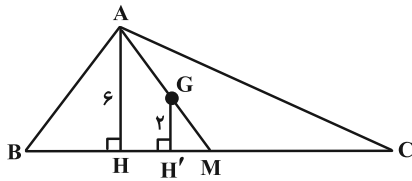
(۳) نادرست؛ برای ماتریس‌های مربعی A و B از مرتبه ۳ داریم:

$$|A - B| = |-(B - A)| = (-1)^3 |B - A| = -|B - A|$$

(۴) درست

$$|(A^{-1}BA)^T| = |A^{-1}B^T A| = |A^{-1}| |B^T| |A| = |B|^T$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

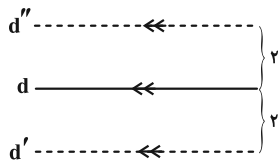
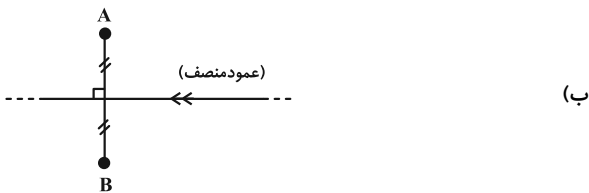


در نتیجه مکان هندسی مرکز ثقل مثلث ABC برابر دو خط به موازات BC و به فاصله ۲ از آن خواهد بود.

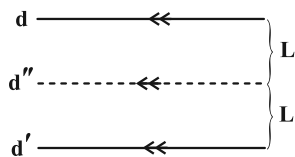
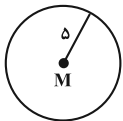
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۰- گزینه «۲» (سیرممد رضا حسینی فر)

الف) مکان هندسی حاصل، تقاطع دو نیمساز عمود بر هم و دو خط موازی می‌باشد و هرگز نمی‌تواند تهی باشد. (در بهترین حالت اگر $\Delta \parallel L$ ، آن‌گاه $\Delta \perp L'$ و بنابراین با هم متقاطع خواهند بود.)



اگر عمودمنصف AB یک خط موازی d و d' (و غیرمنطبق بر آن‌ها) باشد، مجموعه جواب تهی است.



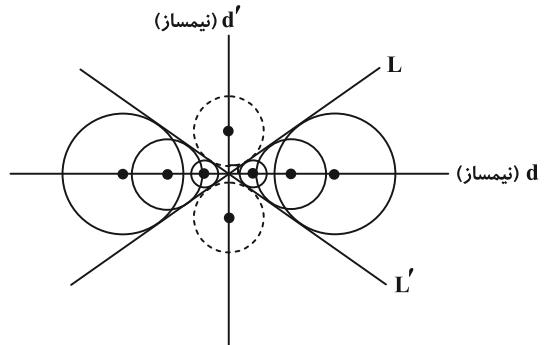
مطابق شکل دایره و خط d'' نقطه مشترک ندارد و در نتیجه مجموعه جواب تهی است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۷- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

مطابق شکل، مرکز دایره‌هایی که بر دو خط متقاطع، مماس هستند روی نیمسازهای داخلی و خارجی دو خط قرار می‌گیرد. (d و d' عمود بر هم)

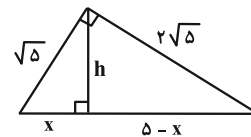


(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۸- گزینه «۱»

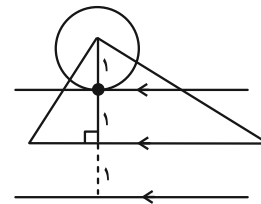
(اخشین فاضله‌فان)

با توجه به معلومات مسئله، طول وتر برابر ۵ است. حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$(\sqrt{5})^2 = 5x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow h^2 = 1 \times (5-1) \Rightarrow h = 2$$

اکنون به مرکز رأس قائم و شعاع ۱ دایره‌ای رسم می‌کنیم. همچنین دو خط به موازات وتر و به فاصله ۱ واحد از آن رسم می‌کنیم. چون طول ارتفاع وارد بر وتر برابر ۲ واحد است، لذا مطابق نمودار، تعداد نقاط تقاطع دو خط و دایره ۱ نقطه خواهد بود.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۹- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

چون فاصله رأس A تا ضلع BC همواره برابر ۶ است، مکان هندسی رأس A دو خط به موازات BC و به فاصله ۶ از آن می‌باشد. همچنین می‌دانیم فاصله مرکز ثقل هر مثلث از هر ضلع آن، $\frac{1}{3}$ طول ارتفاع وارد بر آن ضلع می‌باشد، بنابراین:

$$GH' = \frac{1}{3} AH = 2$$

آن ضلع می‌باشد، بنابراین:



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

(مصطفی درباری)

طبق فرض می‌دانیم q عددی زوج است، پس:

$$q = 2t \Rightarrow (6q + 5)^2 = (12t + 5)^2 = 144t^2 + 120t + 25$$

$$= 24 \underbrace{(6t^2 + 5t + 1)}_k + 1 = 24k + 1$$

بنابراین مجموع ضرایب جمله‌ها در چندجمله‌ای k برابر است با:

$$6 + 5 + 1 = 12$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳ و ۵)

۳۲- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

طبق فرض سؤال می‌دانیم:

$$\frac{a}{b} + \frac{4}{7} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{7a + 4b}{7b} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7b \mid 7a + 4b$$

از طرفی می‌دانیم $7b \mid 7b$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 7b \mid 7b - xa \rightarrow 7b \mid 7ab \\ 7b \mid 7a + 4b - xb \rightarrow 7b \mid 7ab + 4b^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 7b \mid 4b^2 \Rightarrow 7 \mid 4b \xrightarrow{\times 2} 7 \mid 8b \xrightarrow{7 \mid 7b} 7 \mid b$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۳- گزینه «۴»

(مصطفی درباری)

$$a = 12q + 7$$

طبق قضیه تقسیم داریم:

برای این که مقسوم علیه تبدیل به ۳۶ شود، برای q سه حالت در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} q = 3k \Rightarrow a = 12(3k) + 7 = 36k + 7 \\ q = 3k + 1 \Rightarrow a = 12(3k + 1) + 7 = 36k + 19 \\ q = 3k + 2 \Rightarrow a = 12(3k + 2) + 7 = 36k + 31 \end{cases}$$

از آنجا که باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۳۶ نباید برابر ۱۹ باشد، پس a باید به صورت $36k + 7$ یا $36k + 31$ باشد:

$$\begin{cases} 1 \leq 36k + 7 < 500 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 13 \\ 1 \leq 36k + 31 < 500 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 13 \end{cases}$$

پس در مجموع ۲۸ عدد قابل قبول برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۴- گزینه «۲»

(سیرمهرضا حسینی فر)

عدد aab را در پیمانه ۲۳ به صورت گسترده می‌نویسیم:

$$aab \equiv 0 \Rightarrow 100a + 10a + b \equiv 0 \Rightarrow 110a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow -5a + b \equiv 0 \Rightarrow 5a \equiv b$$

با توجه به این که b فرد و $1 \leq a, b \leq 9$ می‌باشد، داریم:

$$* b = 1 \Rightarrow 5a \equiv 1 \Rightarrow 5a \equiv 70 \xrightarrow{+5} a \equiv 14 \pmod{(5, 23)=1}$$

$$\Rightarrow a = 14, 27, \dots \quad *$$

$$* b = 3 \Rightarrow 5a \equiv 3 \Rightarrow 5a \equiv -20 \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 19$$

$$\Rightarrow a = 19, 42, \dots \quad *$$

$$* b = 5 \Rightarrow 5a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a = 1 \quad \checkmark$$

$$* b = 7 \Rightarrow 5a \equiv 7 \Rightarrow 5a \equiv 30 \Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow a = 6 \quad \checkmark$$

$$* b = 9 \Rightarrow 5a \equiv 9 \Rightarrow 5a \equiv 55 \Rightarrow a \equiv 11$$

$$\Rightarrow a = 11, 34, \dots \quad *$$

بنابراین دو عدد مطلوب ۱۱۵ و ۶۶۷ به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۳۵- گزینه «۱»

(مصطفی درباری)

نکته: می‌دانیم اگر $a \equiv b$ و $a \equiv b$ ، آن‌گاه $a \equiv b \pmod{[m, n]}$.

از آنجا که $77 = 7 \times 11$ ، پس باقی‌مانده تقسیم عدد داده شده را بر ۷ و ۱۱ به دست می‌آوریم:

$$2 \times 6^{53} - 41 \equiv 2 \times (-1)^{53} - 41 = -43 \equiv 6$$

$$6^2 \equiv 3 \xrightarrow{\text{توان } 2} 6^4 \equiv 9 \xrightarrow{\times 6} 6^5 \equiv 54 \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 10} 6^{50} \equiv 1 \xrightarrow{\times 6^3} 6^{53} \equiv 6^3 = 216 \equiv 7$$

$$\Rightarrow 2 \times 6^{53} - 41 \equiv 2 \times 7 - 41 \equiv 6$$

بنابراین اگر عدد داده شده را A در نظر بگیریم، کافی است سمت راست دو همنهشتی را یکسان کنیم:

$$\begin{cases} A \equiv 6 \pmod{7} \\ A \equiv 6 \pmod{11} \end{cases} \xrightarrow{[7, 11]=77} A \equiv 6 \pmod{77}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۳۶- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

عبارت داده شده را به پیمانه ۹۹ به صورت گسترده می‌نویسیم:

$$a^9 b^3 + 2a^3 b \equiv 1000a + 200 + 10b + 3 + 2000 + 100a + 30 + b$$

$$\equiv 1100a + 11b + 2233 \equiv 11a + 11b - 44 \equiv 0$$



(اسم: رضا خواجه)

گزینه «۲» - ۳۹

طبق فرض می‌دانیم که اعداد طبیعی x و y به صورت $3k$ و $3k'$ هستند و داریم:

$$4x + 7y = 300 \Rightarrow 4(3k) + 7(3k') = 300$$

$$\Rightarrow 4k + 7k' = 100 \quad (k, k' \in \mathbb{N}) \quad (*)$$

معادله سیاله به دست آمده را می‌توان به یک معادله همنهشتی تبدیل کرد:

$$7k' \equiv 100 \xrightarrow{4 \times 25 = 100} 7k' \equiv 0 \xrightarrow{+7} k' \equiv 0 \pmod{(7, 4)=1}$$

$$\Rightarrow k' = 4q \quad (q \in \mathbb{N})$$

$$(*) : 4k + 7(4q) = 100 \Rightarrow k = 25 - 7q$$

از آنجا که k و k' اعدادی طبیعی هستند، داریم:

$$\begin{cases} k \geq 1 \Rightarrow 25 - 7q \geq 1 \Rightarrow q \leq \frac{24}{7} & (1) \\ k' \geq 1 \Rightarrow 4q \geq 1 \Rightarrow q \geq \frac{1}{4} & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{4} \leq q \leq \frac{24}{7} \quad q \in \mathbb{N} \Rightarrow q = 1, 2, 3$$

مقادیری که برای x و y به دست می‌آید عبارتند از:

$$\begin{cases} x = 54, y = 12 \\ x = 33, y = 24 \\ x = 12, y = 36 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

(نیلوفر معروی)

گزینه «۱» - ۴۰

نکته: شرط آن که معادله سیاله $ax + by = c$ در مجموعه اعداد صحیح

دارای جواب باشد، آن است که: $(a, b) | c$

$$(152, 209) | 4m + 2 \Rightarrow (19 \times 8, 19 \times 11) | 4m + 2$$

$$\Rightarrow 19 | 4m + 2 \Rightarrow 4m + 2 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 4m \equiv -2 \pmod{19} \Rightarrow 4m \equiv 36 \pmod{19}$$

$$\xrightarrow{+4} m \equiv 9 \pmod{(4, 19)=1} \Rightarrow m = 19k + 9 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$1 \leq m < 340 \Rightarrow 1 \leq 19k + 9 < 340 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 17$$

بنابراین ۱۸ مقدار طبیعی و کوچک‌تر از ۳۴۰ برای m یافت می‌شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

$$\Rightarrow 11(a+b) \equiv 44 \xrightarrow{+11} a+b \equiv 4 \pmod{(11, 99)=11}$$

از آنجا که $0 \leq a+b < 20$ ، مقادیر ممکن برای $a+b$ اعداد ۴ و ۱۳ هستند که تنها مقدار ۴ در گزینه‌ها وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

(فرشاد صریقی‌فر)

گزینه «۱» - ۳۷

$$\begin{cases} \text{تعداد پسرها : } x \Rightarrow 7x + 4y = 82 \Rightarrow 7x \equiv 82 \pmod{4} \Rightarrow 3x \equiv 2 \pmod{4} \\ \text{تعداد دخترها : } y \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 2 \pmod{(7, 4)=1} \Rightarrow x = 4k + 2$$

با جای‌گذاری x در معادله اولیه داریم:

$$7(4k + 2) + 4y = 82 \Rightarrow 4y = -28k + 68$$

$$\xrightarrow{+4} y = -7k + 17$$

می‌دانیم x و y اعدادی بزرگ‌تر یا مساوی صفر هستند، بنابراین:

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 4k + 2 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \\ y \geq 0 \Rightarrow -7k + 17 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{17}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{17}{7} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \text{ یا } 1 \text{ یا } 2$$

بنابراین مقادیر ممکن برای x و y عبارتند از:

$$\begin{cases} x = 2, y = 17 \Rightarrow x + y = 19 \\ x = 6, y = 10 \Rightarrow x + y = 16 \\ x = 10, y = 3 \Rightarrow x + y = 13 \end{cases} \text{ (کمترین تعداد افراد)}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

(سیرمهر رضا عسینی‌فر)

گزینه «۳» - ۳۸

ابتدا به کمک معادله همنهشتی، مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$9x + 15y = 120 \xrightarrow{+3} 3x + 5y = 40 \Rightarrow 3x \equiv 40 \pmod{5}$$

$$\xrightarrow{5 \times 8 = 40} 3x \equiv 0 \pmod{(3, 5)=1} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

پس بزرگ‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی x برابر $a = 5 \times 19 = 95$ بوده و داریم:

$$a^{1403} \equiv 95^{1403} \xrightarrow{95 \equiv -1} a^{1403} \equiv (-1)^{1403} \equiv -1 \equiv 3 \pmod{4}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)



آمار و احتمال

۴۱- گزینه «۴»

(کیوان داری)

احتمال رخداد پیشامد مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} \times 4!}{\binom{9}{4} \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{24 \times 5}{6 \times 9 \times 8} = \frac{5}{18}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه ۱۳۶)

۴۲- گزینه «۱»

(نیلوغر مهروی)

اگر پیشامد مضرب ۳ بودن را با A و پیشامد مضرب ۷ بودن را با B نشان دهیم، داریم:

$$P(A) = \frac{\left[\binom{144}{3} \right] - \left[\binom{24}{3} \right]}{120} = \frac{48 - 8}{120} = \frac{40}{120}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\binom{144}{21} \right] - \left[\binom{24}{21} \right]}{120} = \frac{6 - 1}{120} = \frac{5}{120}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{40}{120} - \frac{5}{120} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴۳- گزینه «۱»

(مصطفی دیداری)

مقادیر P(a), P(b) و P(c) را به ترتیب برابر k, kq و kq² فرض می‌کنیم. حال داریم:

$$\begin{cases} k + kq + kq^2 = 1 & (1) \\ \frac{1}{k} + \frac{1}{kq} + \frac{1}{kq^2} = \frac{49}{4} \Rightarrow \frac{kq^2 + kq + k}{k^2 q^2} = \frac{49}{4} & (2) \end{cases}$$

از تقسیم تساوی (۱) بر تساوی (۲) داریم:

$$k^2 q^2 = \frac{4}{49} \xrightarrow{k, q > 0} kq = \frac{2}{7}$$

حال با جای گذاری مقدار kq در تساوی (۱) داریم:

$$k + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}q = 1 \Rightarrow k = \frac{5}{7} - \frac{2}{7}q \xrightarrow{k = \frac{2}{7}q}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{5}{7} - \frac{2}{7}q \xrightarrow{\times 7} 2 = 5q - 2q^2$$

$$\Rightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Rightarrow (2q - 1)(q - 2) = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2} \text{ یا } 2$$

بنابراین مقادیر P(a), P(b) و P(c) به صورت‌های زیر می‌توانند باشند:

$$\begin{cases} q = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{4}{7} \Rightarrow P(a) = \frac{4}{7}, P(b) = \frac{2}{7}, P(c) = \frac{1}{7} \\ q = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{7} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{7}, P(b) = \frac{2}{7}, P(c) = \frac{4}{7} \end{cases}$$

در هر دو حالت مذکور بیشترین مقدار ممکن برای احتمال یک پیشامد ساده

برابر $\frac{4}{7}$ می‌باشد.

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۴- گزینه «۳»

(نیلوغر مهروی)

طبق فرض داریم:

$$P(B|A) = P(A|B') \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \\ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{2}{9} \\ P(A') = 1 - P(A) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{9}}{1 - P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{6}$$

حال با توجه به (*) داریم:



حال اطلاعات مسئله را برحسب پیشامدهای A و B بازنویسی می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} P(A|B) = 0.7 &\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{7}{10} \\ \Rightarrow \frac{1}{7} P(A \cap B) = P(B) &\quad (1) \\ P(B|A) = 0.6 &\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{6}{10} \\ \Rightarrow \frac{5}{3} P(A \cap B) = P(A) &\quad (2) \\ P(A' \cap B') = 0.2 &\Rightarrow P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = \frac{2}{10} \\ \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{8}{10} &\quad (3) \end{aligned} \right.$$

حال داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow{(1), (2), (3)}$$

$$\begin{aligned} \frac{8}{10} &= \frac{5}{3} P(A \cap B) + \frac{1}{7} P(A \cap B) - P(A \cap B) \\ \Rightarrow \frac{4}{5} &= \frac{44}{21} P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4 \times 21}{5 \times 44} = \frac{21}{55} \\ \xrightarrow{(1)} P(B) &= \frac{21}{55} \times \frac{10}{7} = \frac{6}{11} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

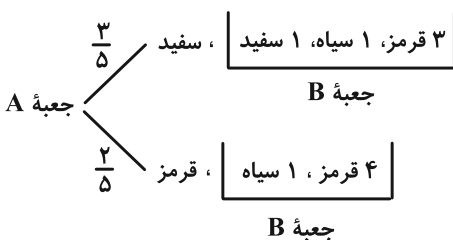
(افشین فاضل‌فان)

گزینه «۴» -۴۷

مهره‌های موجود در جعبه‌های A و B به صورت زیر است:

$$A \begin{cases} 3 \text{ سفید} \\ 2 \text{ قرمز} \end{cases} \quad B \begin{cases} 1 \text{ سیاه} \\ 3 \text{ قرمز} \end{cases}$$

قسمت اول نمودار درختی مربوط به این سؤال، به شکل زیر است:



بنابراین احتمال آن که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد برابر

$P(A \cup B)$ است و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{17}{18}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ و ۵۰)

(علیرضا شریف‌فطیپی)

گزینه «۳» -۴۵

یادآوری: طبق قانون جذب در مجموعه‌ها داشتیم:

$$A \cap (A \cup B) = A$$

نکته:

$$\begin{cases} A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A') = A \cup B \\ A \cap (B - A) = A \cap B \cap A' = \emptyset \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B - A) = P(A \cup B) \quad (*)$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} \quad (*)$$

$$\frac{P(A)}{P(A) + P(B - A)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{11}{15}} = \frac{20}{55} = \frac{4}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ و ۵۰)

(کیوان دارابی)

گزینه «۳» -۴۶

پیشامدهای A و B را به گونه زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} A : \text{پیشامد قبول شدن نوید} \\ B : \text{پیشامد تقلب کردن نوید} \end{cases}$$



احتمال مطلوب سؤال برابر است با:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{\binom{3}{2} + \binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}}\right) + \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{9}{10}\right) + \frac{8}{25} = \frac{27}{50} + \frac{8}{25} = \frac{43}{50} = 0.86 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۸ - گزینه «۳»

(سیرممدرضا حسینی فرد)

فضای نمونه این آزمایش ۳۶ عضو دارد و حالت‌هایی که مجموع دو تاس

برابر ۷ می‌شود در جدول زیر مشخص شده است:

	۲	۲	۳	۴	۴	۵
۲						۷
۲						۷
۳				۷	۷	
۴			۷			
۴			۷			
۵	۷	۷				

بنابراین احتمال رخ دادن پیشامد خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴۹ - گزینه «۳»

(امدرضا فلاح)

پیشامدهای B_1 ، B_2 و B_3 را به گونه زیر تعریف کرده و احتمال هر یک

را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} B_1: \text{سکه ۲ آمدن هر ۲ سکه} \Rightarrow P(B_1) = \frac{1}{4} \\ B_2: \text{سکه ۱ آمدن تنها ۱ سکه} \Rightarrow P(B_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ B_3: \text{سایر حالات} \Rightarrow P(B_3) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

اگر A پیشامد فرد آمدن تاس‌ها باشد، طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

اکنون می‌توان طبق قانون بیز، احتمال خواسته شده را به دست آورد:

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۵۰ - گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

در صورتی که مهره‌ها را با جای‌گذاری خارج کنیم، پیشامدهای خروج ۲

مهره مستقل از یکدیگرند و در نتیجه داریم:

$$P(\text{دو مهره هم‌رنگ}) = \underbrace{\frac{3}{6} \times \frac{3}{6}}_{\text{آبی}} + \underbrace{\frac{2}{6} \times \frac{2}{6}}_{\text{قرمز}} + \underbrace{\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}}_{\text{زرد}} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

در صورتی که مهره‌ها را بدون جای‌گذاری خارج کنیم، آن‌گاه طبق قانون

ضرب احتمال داریم:

$$P(\text{دو مهره هم‌رنگ}) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

(تذکر: دقت کنید که در این حالت احتمال خروج ۲ مهره زرد وجود ندارد.)

بنابراین نسبت این دو احتمال برابر است با:

$$\frac{\frac{7}{18}}{\frac{4}{15}} = \frac{7 \times 15}{4 \times 18} = \frac{35}{24}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ و ۶۳ تا ۶۸)



آمار و احتمال

گزینه «۴» ۵۱

(امیرحسین ابومصوب)

میزان بارندگی برحسب سانتی‌متر، متغیر کمی پیوسته، نوع بارندگی (باران، برف و تگرگ) متغیر کیفی اسمی و شدت بارندگی (کم، متوسط و زیاد) متغیر کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

گزینه «۳» ۵۲

(افشین فاضل‌نار)

مطابق تعریف در نمونه‌گیری طبقه‌ای، از همه طبقه‌ها یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌شود. (طبقه‌ها به صورت تصادفی انتخاب نمی‌شوند).

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه «۲» ۵۳

(مصطفی درباری)

از آنجا که $\frac{715}{65} = 11$ ، پس افراد به ۶۵ گروه ۱۱ تایی تقسیم شده‌اند.

همچنین چون $69 \equiv 3 \pmod{11}$ ، پس شماره اولین نفر انتخاب شده برابر ۳ و قدرنسبت شماره‌های انتخابی برابر ۱۱ است و در نتیجه شماره‌های انتخاب شده به صورت

$$3 + 11k \text{ بوده و باقی‌مانده آن‌ها بر } 11 \text{ برابر } 3 \text{ است؛ پس داریم:}$$

$$abc \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow c - b + a \equiv 3 \pmod{11} \quad \leftarrow \begin{matrix} 11 \\ -8 \leq c - b + a \leq 18 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} c - b + a = -8 & \text{غ ق ق} \\ c - b + a = 3 & \text{مثال} \rightarrow 113 \\ c - b + a = 14 & \text{مثال} \rightarrow 707 \end{cases}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه ۱۰۱)

گزینه «۱» ۵۴

(امیررضا فلاح)

این نوع نمونه‌گیری، «نمونه‌گیری خوشه‌ای» نام دارد. در این روش نمونه‌گیری کل جامعه در قالب چند گروه یا خوشه در نظر گرفته می‌شوند. این خوشه‌ها به عنوان واحدهای آماری اولیه در نظر گرفته می‌شوند و تعدادی از آن‌ها انتخاب می‌شوند؛ سپس همه واحدهای آماری آن خوشه‌ها به عنوان نمونه در نظر گرفته شده و بررسی می‌شوند. در این روش نمونه‌گیری اگر تعداد کل خوشه‌ها n و تعداد خوشه‌های انتخاب m باشد، احتمال انتخاب

هر عضو جامعه $\frac{m}{n}$ خواهد بود:

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 10 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{3}{10} = 0.3$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه «۴» ۵۵

(امیرحسین ابومصوب)

در بین روش‌های بیان شده، تنها روش نمونه‌گیری در گزینه «۴» یک روش نمونه‌گیری احتمالی است و همه دانش‌آموزان هر کدام از کلاس‌ها شانس معلومی برای انتخاب شدن در نمونه را دارند و روشی تصادفی برای انتخاب افراد به کار رفته است. در سایر گزینه‌ها، فقط یک نفر مشخص در هر کلاس شانس انتخاب در نمونه را پیدا می‌کند و نمونه‌گیری احتمالی نیست.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۴)

گزینه «۱» ۵۶

(نیلوفر مهروی)

میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{1+2+\dots+79}{79} = \frac{79 \times 80}{79} = 40$$



$$\frac{1}{n_1} = \frac{25}{9} \times \frac{1}{n_1 + 400} \Rightarrow 9n_1 + 3600 = 25n_1$$

$$\Rightarrow 16n_1 = 3600 \Rightarrow n_1 = 225$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۱۵)

۵۹- گزینه «۱» (کیوان دارایی)

در جامعه‌ای با انحراف معیار σ و میانگین \bar{x} ، برای نمونه‌ای با اندازه n ،

بازه با اطمینان بیش از ۹۵٪ به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ می‌باشد.

در این جامعه $\sigma = 10$ می‌باشد، بنابراین:

$$[\bar{x} - \frac{20}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{20}{\sqrt{n}}] = [9/8, 10/2]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{40}{\sqrt{n}} = 0/4 \Rightarrow \sqrt{n} = 100 \Rightarrow n = 10000 \\ \bar{x} - \frac{20}{\sqrt{n}} = 9/8 \Rightarrow \bar{x} - 0/2 = 9/8 \Rightarrow \bar{x} = 10 \end{cases}$$

بنابراین مجموع داده‌های نمونه برابرند با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow x_1 + \dots + x_n = n\bar{x} = 10^4 \times 10 = 10^5$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۶۰- گزینه «۲» (امیرمسین ملازینل)

مطابق با تعاریف صفحه ۱۰۷ کتاب درسی، زمانی از مصاحبه استفاده می‌شود

که آمارگیر از همه پاسخ‌هایی ممکن اطلاعات کافی نداشته باشد، در بسیاری

از مؤسسات و سامانه‌ها استفاده از روش دادگان برای جمع‌آوری اطلاعات به

سرعت رواج یافته و پرسشنامه مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم

می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۷)

میانگین جامعه برابر ۴۰ است پس برای آن که میانگین یک نمونه دوتایی

نظیر $\{a, b\}$ برابر ۴۰ شود، باید $a + b = 80$ بشود؛ بنابراین مقادیر

ممکن برای $\{a, b\}$ عبارتند از: $\{1, 79\}$, $\{2, 78\}$, ..., $\{39, 41\}$

که تعداد آن‌ها برابر ۳۹ است. احتمال آن که میانگین نمونه با جامعه یکسان

نباشد برابر است با:

$$1 - \frac{39}{\binom{79}{2}} = 1 - \frac{39}{79 \times 39} = 1 - \frac{1}{79} = \frac{78}{79}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۵۷- گزینه «۲» (افشین فاضل‌ن)

چون نمونه‌ها سه‌تایی هستند لذا تعداد کل انتخاب‌ها برابر است با $\binom{5}{3} = 10$

و چون برآورد میانگین ۲۰ میلیون تومان است، مجموعه‌های سه‌عضوی‌ای که

مجموع اعضای آن‌ها برابر ۶۰ می‌باشند را مشخص می‌کنیم:

$$\{10, 20, 30\}, \{15, 20, 25\}$$

پس احتمال برآورد میانگین ۲۰ میلیون تومان برابر با $\frac{2}{10} = 0/2$ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۵۸- گزینه «۱» (امیررضا فلاح)

نکته: انحراف معیار برآورد میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار σ توسط

نمونه‌ای با اندازه n از دستور $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ محاسبه می‌شود. چون هر دو

نمونه متعلق به یک جامعه می‌باشند، σ آن‌ها یکسان است.

$$\begin{cases} n_2 - n_1 = 400 \\ \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_1 + 400}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n_1}} = \frac{1}{\sqrt{n_1 + 400}} \end{cases}$$



فیزیک ۳

گزینه ۳» ۶۱-

(مسئله سلماسیوند)

در نمودار $x-t$ شیب خط مماس بر نمودار بیانگر سرعت متحرک است، بنابراین در بازه‌های زمانی $(t=0$ تا $t=1$ s) و $(t=4$ s تا $t=6$ s) که شیب خط مماس بر نمودار مقداری مثبت است، سرعت نیز مثبت خواهد بود. در نمودار $x-t$ تا زمانی که نمودار بالای محور t است، بردار مکان در جهت مثبت خواهد بود. بنابراین در بازه زمانی $(t=0$ تا $t=2$ s) بردار مکان متحرک مثبت خواهد بود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

گزینه ۴» ۶۲-

(مسئله فندانی)

چون فاصله زمانی عکس‌ها یکسان است و مسافت پیموده شده بین دو لحظه ابتدا کاهش (کاهش تندی) و سپس افزایش (افزایش تندی) می‌یابد؛ پس حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه ۳» ۶۳-

(علیرضا جباری)

اگر متحرکی مسافت l_1 را با تندی ثابت v_1 و پس از آن مسافت l_2 را با تندی ثابت v_2 پیماید، تندی متوسط آن در کل مسیر برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}}$$

$$P = \frac{m}{n}, v_1 = 30 \frac{m}{s}, s_{av} = 25 \frac{m}{s}$$

$$v_1 = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}, l = l_1 + l_2$$

برای ساده‌تر شدن محاسبات $\frac{m}{n}$ را برابر P فرض می‌کنیم:

$$25 = \frac{Pl + (1-P)l}{\frac{Pl}{20} + \frac{(1-P)l}{30}} = \frac{1}{\frac{P}{20} + \frac{(1-P)}{30}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}P + \frac{5}{6}(1-P) = 1 \Rightarrow \frac{5}{4}P + \frac{5}{6} - \frac{5}{6}P = 1$$

$$\Rightarrow \frac{15P - 10P}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5P}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow P = \frac{2}{5}$$

$$\frac{P = \frac{m}{n}}{\rightarrow} \frac{m}{n} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۱» ۶۴-

(بوزار آزارخر)

طبق نمودار مکان- زمان متحرک‌ها که خط راست است، حرکت یکنواخت است، پس:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = v_A t - 2$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = v_B t + 4$$

در لحظه $t = 5$ s دو متحرک به هم می‌رسند.

$$x_A = x_B \xrightarrow{t=5s} 5v_A - 2 = 5v_B + 4 \Rightarrow v_A - v_B = 1/2$$

برای فاصله دو متحرک در لحظه $t = 8$ s داریم:

$$|x_A - x_B| = |(v_A t + x_{0A}) - (v_B t + x_{0B})|$$

$$= |8v_A - 2 - 8v_B - 4| = |8(v_A - v_B) - 6|$$

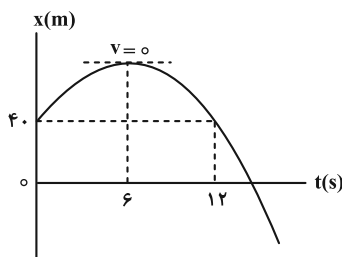
$$= |8(1/2) - 6| = |4 - 6| = 2/6 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۳» ۶۵-

(علیرضا جباری)

با توجه به تقارن موجود در نمودار سهمی، در لحظه $t = 6$ s که در رأس سهمی قرار دارد، سرعت متحرک صفر است.



$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=6s} v_0 = 0, a = -\frac{0-4}{6^2} = -\frac{1}{9} \frac{m}{s^2}$$

(توجه داشته باشید که گودی سهمی نمودار مکان- زمان، رو به پایین است)

بنابراین شتاب حرکت منفی است.)

$$0 = -\frac{1}{9} \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{2}{3} \frac{m}{s}$$

لحظه‌ای که جهت بردار مکان عوض می‌شود، همان لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد. با استفاده از رابطه سرعت- جابه‌جایی می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0 = \frac{2}{3} \frac{m}{s}, a = -\frac{1}{9} \frac{m}{s^2}} \Delta x = 0 - 20 = -40 \text{ m}$$



حال از معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \xrightarrow[v_0=0]{g=1 \cdot \frac{m}{s^2}} v^2 = -2 \times 10 \times (-245) = 4900$$

$$\Rightarrow |v| = 70 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(ممبرکاتم منشاری)

۶۸ - گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \Delta y_1, t & \quad |\Delta y_1| = \frac{1}{2}gt^2 \\ \Delta y_2, t & \quad |\Delta y_2| = (|\Delta y_1| + |\Delta y_2|) - |\Delta y_1| \\ \Delta y_3, t & \quad |\Delta y_3| = (|\Delta y_1| + |\Delta y_2| + |\Delta y_3|) - (|\Delta y_1| + |\Delta y_2|) \\ & \quad = \frac{1}{2}g(\tau t)^2 - \frac{1}{2}g(\tau t)^2 = \frac{\Delta g t^2}{2} \\ \Delta y_4, t & \quad |\Delta y_4| = (|\Delta y_1| + |\Delta y_2| + |\Delta y_3| + |\Delta y_4|) \\ & \quad - (|\Delta y_1| + |\Delta y_2| + |\Delta y_3|) \\ & \quad = \frac{1}{2}g(\tau t)^2 - \frac{1}{2}g(\tau t)^2 = \frac{\nu g t^2}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\Delta y_1| + |\Delta y_2| + |\Delta y_3| + |\Delta y_4| = \Delta g t^2 = 640 \text{ m}$$

$$\Rightarrow g t^2 = 80 \Rightarrow \begin{cases} |\Delta y_1| = 40 \\ |\Delta y_2| = 120 \\ |\Delta y_3| = 200 \\ |\Delta y_4| = 280 \end{cases}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(سعیر شرق)

۶۹ - گزینه «۴»

قانون دوم نیوتون را برای هر دو نیرو می‌نویسیم:

$$F_1 = \tau ma \quad ; \quad \text{نیروی } F_1$$

$$F_2 = (\tau m) \times \frac{a}{3} = \frac{\tau}{3} ma \quad ; \quad \text{نیروی } F_2$$

حداکثر شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که دو نیروی F_1 و F_2 هم‌جهت و در یک راستا وارد شوند:

$$F_1 + F_2 = \tau ma + \frac{\tau}{3} ma = \frac{4}{3} ma$$

$$F_{net1} = ma_{max} \Rightarrow \frac{4}{3} ma = \left(\frac{m}{3}\right) \times a_{max} \Rightarrow a_{max} = \frac{16a}{3}$$

حداقل شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که دو نیروی F_1 و F_2 خلاف جهت و در یک راستا وارد شوند:

$$F_1 - F_2 = \tau ma - \frac{\tau}{3} ma = \frac{2}{3} ma$$

$$v^2 - 9 = 2(-0/5)(-40) \Rightarrow v^2 = 49 \Rightarrow v = \pm 7 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار $v = -7 \frac{m}{s}$ است، اما تندی متحرک برابر

$$\text{با } |v| = 7 \frac{m}{s} \text{ می‌باشد.}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

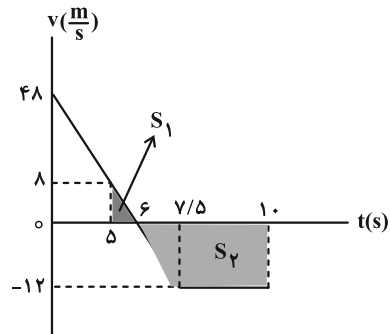
(مقتبی نگوئیان)

۶۶ - گزینه «۱»

با توجه به این که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، معادله سرعت - زمان آن را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v = at + v_0 \end{cases} \xrightarrow[v_0=48 \frac{m}{s}]{a=-8 \frac{m}{s^2}} v = -8t + 48$$

از آنجا که در لحظه $t = 7/5 \text{ s}$ ، نیروی خالص F قطع می‌شود، می‌توان گفت که از این لحظه به بعد حرکت متحرک، حرکت با سرعت ثابت می‌شود. پس نمودار سرعت - زمان این متحرک را می‌توان به صورت زیر رسم کرد:



مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان با محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:

$$\Delta x_1 = S_1 - S_2 = \frac{1}{2}(7)(8) - \frac{1}{2}\left(\frac{13}{2}\right)(12) = -35 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست و دینامیک و حرکت دایره‌ای؛

صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱، ۲۹ تا ۳۳)

(علی بزرگ)

۶۷ - گزینه «۲»

با استفاده از معادله مکان - زمان در سقوط آزاد داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -245 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 49 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$



(مسام تارری)

۷۳- گزینه «۴»

موارد (الف) و (پ) درست‌اند. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت جسم است و توجه کنید که جهت بردار سرعت تغییر می‌کند اما اندازه آن ثابت است، یعنی در حرکت دایره‌ای یکنواخت بردار سرعت جسم تغییر جهت می‌دهد اما تندی جسم ثابت است (علت نادرستی (ب)). همچنین توجه کنید که نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همواره به سمت مرکز دایره و در نتیجه عمود بر مسیر و جابه‌جایی جسم است. پس کار انجام شده توسط آن برابر با صفر است:

$$(W = Fd \cos 90^\circ = 0)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

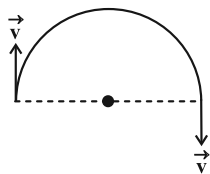
(امیرامهر میرسعید)

۷۴- گزینه «۲»

با توجه به رابطه تندی جسم در حرکت دایره‌ای، می‌توان نوشت:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi(0/1)}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \text{ s}$$

دوره تناوب $\frac{1}{100}$ ثانیه است و زمان $\frac{1}{200}$ ثانیه معادل $\frac{T}{2}$ است، در نتیجه متحرک روی دایره، نیم‌دور می‌چرخد. می‌توان شتاب متوسط را به روش زیر به دست آورد.



$$|a_{av}| = \left| \frac{v - (-v)}{\Delta t} \right| \Rightarrow |a_{av}| = \frac{2\pi + 2\pi}{\frac{1}{200}} = \frac{4\pi}{\frac{1}{200}} = 800\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_c = \frac{(2\pi)^2}{0/1} = 4000\pi^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$\frac{|a_{av}|}{a_c} = \frac{800\pi}{4000\pi^2} = \frac{2}{\pi} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

(سیده‌ملیحه میرصالحی)

۷۵- گزینه «۴»

از رابطه $a_c = \frac{v^2}{r}$ داریم:

$$\frac{a_A}{a_B} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right) \Rightarrow 12 = 4 \times \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 3$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

$$F_{net \tau} = ma_{min} \Rightarrow \frac{fma}{3} = \left(\frac{m}{2}\right) \times a_{min} \Rightarrow a_{min} = \frac{2a}{3}$$

گزینه «۴» یعنی $\frac{a}{2}$ میان حداقل و حداکثر شتاب قرار ندارد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۷۰- گزینه «۳» (معمور منصور)

با توجه به قانون هوک داریم:

$$F_e = kx \Rightarrow k = \frac{F_e}{x}$$

حال با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\frac{F_{eA}}{x_A}}{\frac{F_{eB}}{x_B}} = \frac{4}{3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۷۱- گزینه «۱» (معمور منصور)

تکانه در حالت اول:

$$p_1 = mv_1 \xrightarrow{m=0/2 \text{ kg}, v_1=20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} p_1 = 0/2 \times 20 = 4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه سرعت ثانویه داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \xrightarrow{K_2=K_1=0/19 K_1=0/81 K_1} \rightarrow$$

$$\frac{p_2}{6} = \sqrt{\frac{0/81 K_1}{K_1}} \Rightarrow \frac{p_2}{6} = 0/9 \Rightarrow p_2 = 5/4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 5/4 - 6 = -0/6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین تکانه گلوله $0/6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کاهش یافته است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۲- گزینه «۳» (معمورکاتم منشاری)

مساحت سطح زیر نمودار نیرو- زمان با محور زمان برابر با تغییر تکانه است، از طرفی:

$$\Delta p = F_{av} \Delta t \Rightarrow$$

$$\text{مساحت سطح زیر نمودار نیرو- زمان} = F_{av} \Delta t$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 10 \times 4 = 40 \Rightarrow 4S_1 = 40 \Rightarrow S_1 = 10 \Rightarrow S_2 = 3S_1 = 30$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)



۷۶- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

نیروی فنر نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می کند و چون فنر در نهایت با طول ۸۰ cm می چرخد، پس شعاع مسیر دایره ای برابر ۸۰ cm می شود. لذا

$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{مرکزگرا}} \Rightarrow k\Delta L = \frac{mv^2}{r}$$

می توان نوشت:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{30} = 2s \quad \text{طبق رابطه } T = \frac{t}{n} \text{ می توان نوشت:}$$

$$\text{از طرفی در رابطه } v = \frac{2\pi r}{T} \text{ داریم:}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{r=0.8m, T=2s} v = \frac{2\pi \times 0.8}{2} = 0.8\pi \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v^2 = 0.64\pi^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

با جای گذاری در رابطه اول خواهیم داشت:

$$k\Delta x = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{\substack{x=0.2m, v^2=0.64\pi^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 \\ r=0.8m, m=\frac{1}{2}kg}} k(0.2) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(0.64\pi^2\right)}{0.8}$$

$$\Rightarrow k = 2\pi^2 \xrightarrow{\pi^2=10} k = 20 \frac{N}{m}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

۷۷- گزینه «۳»

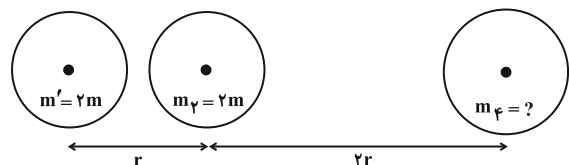
(مهمرکلام منشادی)

با توجه به برابر بودن فاصله بین مراکز کره های (۱) و (۳) با مرکز کره (۲) و

$$F_{12} = 3F_{23} \quad \text{طبق رابطه } F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ نتیجه می شود}$$

است. پس می توان به جای کره های (۱) و (۳)، کره ای فرضی به جرم

$$m' = 2m \text{ در جای کره (۱) گذاشت:}$$



اکنون نیروهای وارد بر مرکز کره (۲) از طرف دو کره دیگر برابرند:

$$\frac{Gm'm_2}{r^2} = \frac{Gm_3m_2}{(2r)^2} \Rightarrow \frac{2m}{r^2} = \frac{m_3}{4r^2}$$

$$\Rightarrow m_3 = 8m \Rightarrow \frac{m_3}{m_2} = 4$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۷۸- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

با توجه به رابطه شتاب گرانشی داریم:

$$g' = \frac{1}{9}g \Rightarrow \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{9} \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\Rightarrow (R_e + h)^2 = 9R_e^2 \Rightarrow R_e + h = 3R_e \Rightarrow h = 2R_e$$

$$\Rightarrow n = \frac{h}{R_e} = 2$$

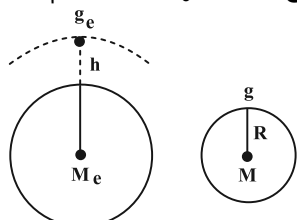
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۷۹- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

شتاب گرانش در سطح سیاره ای به شعاع R را با g و شتاب گرانش زمین

در فاصله h از سطح زمین را با g_e نشان می دهیم:



$$g_e = g \Rightarrow \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} = \frac{GM}{R^2}$$

$$\frac{M_e = \rho_e V_e = \rho_e \times \frac{4}{3}\pi R_e^3}{M = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow \frac{\rho_e \times \frac{4}{3}\pi R_e^3}{(R_e + h)^2} = \frac{\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2}$$

$$\frac{\rho = 2\rho_e}{\rho_e R_e^3} \rightarrow \frac{\rho_e R_e^3}{(R_e + h)^2} = 2\rho_e R \xrightarrow{R_e = 4/\Delta R}$$

$$\frac{R_e^3}{(R_e + h)^2} = \frac{2R_e}{4/\Delta} \Rightarrow \frac{R_e^3}{(R_e + h)^2} = \frac{\Delta}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow 2R_e = 2R_e + 2h$$

$$\Rightarrow R_e = 2h \Rightarrow \frac{R_e}{h} = 2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۸۰- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

نیروی مرکزگرا برابر با نیروی گرانش وارد به ماهواره از طرف زمین خواهد بود.

$$F_e = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{mM_e}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{G \cdot M_e}{v^2}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow{r = \frac{GM_e}{v^2}} T = \frac{2\pi GM_e}{v^3} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow T \propto \frac{1}{v^3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۵۳ تا ۵۶)



فیزیک ۱

گزینه «۲» -۸۱

(مسین الهی)

موارد (ب) و (ت) نادرست می‌باشند که شکل درست آن‌ها به صورت زیر است:

(ب) اگر فشار و دمای گازی در تمام نقاط آن یکسان باشد می‌گوییم گاز در حالت تعادل قرار دارد.

(ت) متغیرهای ترمودینامیکی از یکدیگر مستقل نیستند و با یکدیگر طبق معادله حالت رابطه دارند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

گزینه «۱» -۸۲

(بهزاد آزادفر)

طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_2 - U_1 = Q + W$$

$$1900 - 900 = 2400 + W \Rightarrow W = -1400 \text{ J}$$

$$W' = -W = 1400 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۱)

گزینه «۴» -۸۳

(بهزاد آزادفر)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_2} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \xrightarrow{V_1 > V_2} T_1 > T_2 \Rightarrow U_1 > U_2 \Rightarrow \Delta U < 0$$

$$T_1 > T_2 \Rightarrow U_1 > U_2 \Rightarrow \Delta U < 0$$

انرژی درونی کاهش می‌یابد.

$$\Delta U < 0, V_1 > V_2 \xrightarrow{\text{فرايند تراكمي است.}} W > 0$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q + W < 0 \xrightarrow{W > 0} Q < 0$$

و طبق قانون اول ترمودینامیک گرما از دست می‌دهد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

گزینه «۴» -۸۴

(علی بزرگر)

در فرایند هم‌فشار داریم:

$$W = -P \Delta V = -nR \Delta T$$

$$\frac{n=2/\Delta \text{ mol}}{W=-415 \text{ J}} \rightarrow -415 = -2/5 \times 8/3 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 20 \text{ K}$$

$$\Delta T = \Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \theta_2 - 30 = 20 \Rightarrow \theta_2 = 50^\circ \text{ C}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

گزینه «۲» -۸۵

(سیده‌ملیحه میرصالحی)

چون پیستون جابه‌جا نشده است، حجم گاز در دو حالت با هم برابر است:

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} P_1 = P_0 + \frac{mg}{A} = 1.0^5 + \frac{5 \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \\ T_1 = \theta_1 + 273 = 300 \text{ K} \\ V_1 \end{cases}$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} P_2 = P_0 + \frac{m'g}{A} = 1.0^5 + \frac{20}{5 \times 10^{-4}} = 2/4 \times 10^5 \text{ Pa} \\ V_2 = V_1 \\ T_2 = ? \end{cases}$$

$$\text{از رابطه } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \text{ داریم:}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \times 10^5 \times V_1}{300} = \frac{2/4 \times 10^5 \times V_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{300 \times 2/4 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 360 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_2 = \theta_2 + 273 \xrightarrow{T_2=360 \text{ K}} \theta_2 = 87^\circ \text{ C}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)



۸۶- گزینه «۳»

(بوزار آزادخر)

براساس قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_b V_b}{T_b} \Rightarrow \frac{V_b}{V_a} = \frac{P_a T_b}{P_b T_a}$$

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{2(2773 + 282)}{5(2773 + 91)} = \frac{2 \times 555}{5 \times 366} = \frac{111}{182} \approx 0.61$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۸۷- گزینه «۳»

(مسعود خندانی)

بررسی گزینه‌ها:

$$\begin{cases} P_1 V_1 = 0 / 4 PV \\ P_2 V_2 = 4 PV \end{cases} \Rightarrow \text{فرایند هم‌دما نیست} \quad (1)$$

$$P_1 V_1 < P_2 V_2 \Rightarrow T_2 > T_1 \quad (2)$$

در انبساط بی‌دررو دما کاهش می‌یابد، پس فرایند بی‌دررو نیست.

(۳ و ۴)

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow \begin{cases} W < 0 \\ \Delta U > 0 \end{cases} \text{ در انبساط کار روی گاز منفی است.}$$

با توجه به علامت W و ΔU ، $Q > 0$ است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۸۸- گزینه «۴»

(ریاضی فارغ ۹۹)

تغییرات انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل طی یک چرخه کامل برابر با

صفر است، بنابراین:

$$\Delta U_{ABCA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ABC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{CA}=0]{\text{فرایند هم‌دما است. CA}} \Delta U_{ABC} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{ABC} + W_{AB} + W_{BC} = 0$$

$$\xrightarrow[W_{BC}=0]{\text{فرایند هم‌حجم است. BC}} Q_{ABC} = -W_{AB}$$

$$\xrightarrow{\text{فرایند هم‌فشار است. AB}} Q_{ABC} = P_A (V_B - V_A)$$

$$= P_A V_B - P_A V_A \xrightarrow[V_B=V_C]{P_A V_A = P_C V_C}$$

$$Q_{ABC} = P_A V_C - P_C V_C = V_C (P_A - P_C)$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 16 \times 10^{-3} \times (8 \times 10^5 - 2 \times 10^5)$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 9600 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۳، ۱۳۹ و ۱۴۰)

۸۹- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

با استفاده از بازده و با معلوم بودن گرمای تلف شده در هر چرخه، کاری را

که ماشین گرمایی در هر چرخه روی محیط انجام می‌دهد به دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|Q_L| + |W|} \xrightarrow[\eta=0.2]{|Q_L|=400 \text{ J}}$$

$$0.2 = \frac{|W|}{400 + |W|} \Rightarrow |W| = 80 + 0.2 |W|$$

$$\Rightarrow 0.8 |W| = 80 \Rightarrow |W| = 100 \text{ J}$$

اکنون کار کل ماشین گرمایی در هر دقیقه (W_t) را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{|W_t|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=1 \text{ min}=60 \text{ s}]{P=2/4 \text{ kW}=2400 \text{ W}} 2400 = \frac{|W_t|}{60}$$

$$\Rightarrow |W_t| = 2400 \times 60 \Rightarrow |W_t| = 144000 \text{ J}$$

در پایان تعداد چرخه‌ها (N) را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{|W_t|}{|W|} = \frac{144000}{100} = 1440$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

۹۰- گزینه «۳»

(مسام ناری)

یخچال با استفاده از کار، گرما را از منبعی دما پایین می‌گیرد و به منبعی

دمابالا می‌دهد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴۱، ۱۴۶ و ۱۴۷)

فیزیک ۲

گزینه ۳» ۹۱ -

(معمود منضوری)

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، خواهیم داشت:

$$|\varepsilon_{av}| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = NB \cos\theta \left| \frac{\Delta A}{\Delta t} \right|$$

$$\xrightarrow{N=100, \varepsilon=0.4V, B=500G=0.05T, \cos\theta=1} 0.4 = 100 \times 0.05 \times \cos\theta \times \left| \frac{\Delta A}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta A}{\Delta t} \right| = \frac{0.4}{5} = 0.08 \frac{m^2}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

گزینه ۲» ۹۲ -

(مسئله سلما سوند)

از ترکیب روابط، رابطه زیر را نتیجه می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{av} &= -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ I &= \frac{\varepsilon}{R} \\ I &= \frac{\Delta q}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = - \frac{N \Delta\Phi}{R \Delta t}$$

$$\xrightarrow{\Delta t > 0} |\Delta q| = \frac{N |\Delta\Phi|}{R} \quad (*)$$

در محاسبه $\Delta\Phi$ باید حواسمان باشد، زاویه اولیه 30° درجه بوده و در نهایت میدان به خلاف جهت اولیه خود رسیده است.

$$\Delta\Phi = AB_2 \cos\theta_2 - AB_1 \cos\theta_1 \xrightarrow{\theta_1=90^\circ-30^\circ=60^\circ, \theta_2=180^\circ-60^\circ=120^\circ}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2} \times \cos 120^\circ - 2 \times 10^{-2} \times 8 \times 10^{-2} \times \cos 60^\circ$$

$$\Delta\Phi = -12 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\xrightarrow{(*)} \Delta q = \frac{-12 \times 10^{-4}}{2} = 6 \times 10^{-4} \text{ C} = 0.6 \text{ mC}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

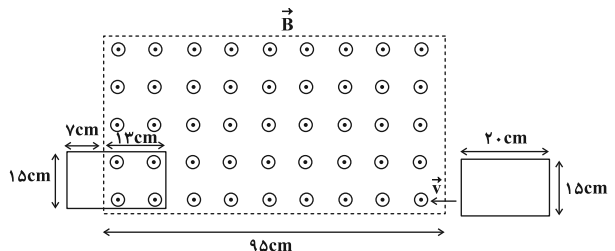
گزینه ۲» ۹۳ -

(مبتنی نکلوتیان)

با توجه به رابطه حرکت با تندی ثابت بر روی خط راست، جابه‌جایی قاب رسانا را در مدت زمان $6s$ به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = vt \xrightarrow{v=17 \frac{cm}{s}, t=6s} \Delta x = (17)(6) = 102 \text{ cm}$$

بنابراین موقعیت قاب رسانا پس از $6s$ مطابق با شکل زیر است:



طبق رابطه تغییر شار مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$\Delta\Phi = B(\Delta A) \cos\theta = B(A_2 - A_1) \cos\theta$$

$$\xrightarrow{A_1=0, A_2=15cm \times 12cm=180cm^2=1.8 \times 10^{-2} m^2, B=2 \times 10^{-2} T, \theta=0}$$

$$\Delta\Phi = (2 \times 10^{-2})(1.8 \times 10^{-2})(1) = 3.6 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

و در نهایت با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = \frac{3.6 \times 10^{-4}}{6} = 6 \times 10^{-5} \text{ V} = 60 \mu\text{V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

گزینه ۱» ۹۴ -

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱ خارج کشور)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «با توجه به کاهش جریان عبوری از سیم راست، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال کاهش است، بنابراین طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشد تا با کاهش شار مخالفت کند، بنابراین جریان القایی در حلقه ساعتگرد خواهد بود.

در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در خلاف جهت رسم شده در گزینه‌ها است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

گزینه ۴» ۹۵ -

(علیرضا جباری)

ابتدا نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد شده در پیچ را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t}$$

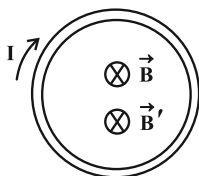
$$\xrightarrow{N=75, \Phi_2=-0.04 \text{ Wb}, \Phi_1=0.04 \text{ Wb}, \Delta t=0.3 \text{ s}} \varepsilon_{av} = -75 \times \frac{-0.04 - 0.04}{0.3}$$

$$= 75 \times \frac{0.08}{0.3} = 20 \text{ V}$$

اکنون می‌توانیم جریان القایی متوسط ایجاد شده در پیچ را حساب کنیم:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \xrightarrow{\varepsilon_{av}=20V, R=5\Omega} I_{av} = \frac{20}{5} = 4 \text{ A}$$

جهت جریان القا شده در پیچ را به کمک قانون لنز مشخص می‌کنیم. از آنجا که شار مغناطیسی عبوری از پیچ به صورت کاهش می‌تغییر می‌کند، میدان مغناطیسی القایی \vec{B}' با میدان مغناطیسی \vec{B} همسو می‌شود تا از این طریق با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند. بنابراین با توجه به قاعده دست راست، جریان پیچ باید ساعتگرد باشد.



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)



۹۶ - گزینه «۴»

(نکولور تیر ۱۳۰۳)

در برخی از مدارهایی که از چندین القاگر به وجود آمده است، تغییرات جریان در یک القاگر می‌تواند نیروهای محرکه ناخواسته‌ای را در القاگرهای مجاور القا کند. به همین دلیل، در برخی از مدارهای الکتریکی، القای متقابل می‌تواند مزاحم باشد. برای هر چه کمتر کردن این اثر ناخواسته، باید سطح حلقه‌های القاگرهای مجاور را به‌طور عمود بر یکدیگر قرار داد (شکل سوال) در این صورت اثر القای متقابل تا حد امکان کوچک می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۹۷ - گزینه «۲»

(امیراحمد میرسعید)

گام اول: از رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، ضریب القاوری را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{2} \times L \times 0 / 25 \Rightarrow L = 8 \times 10^{-3} \text{ H}$$

گام دوم: از رابطه ضریب القاوری، طول سیم‌لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{\mu_0 N^2 A}{L}$$

$$\ell = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times (1000)^2 \times \pi \times 4 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-3}}$$

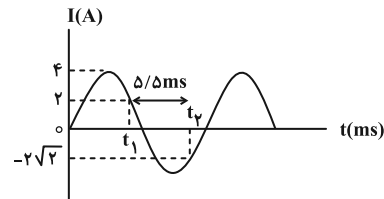
$$\Rightarrow \ell = 18 \times 10^{-2} \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۹۸ - گزینه «۳»

(مجتبی نکوئیان)

متناسب با شکل زیر و با توجه به رابطه جریان متناوب بر حسب زمان داریم:



$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$t = t_1 \xrightarrow{I=2A} 2 = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_1\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\Delta\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\Delta}{12} T \quad (1)$$

$$t = t_2 \xrightarrow{I=-2\sqrt{2}A} -2\sqrt{2} = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t_2\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{7\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{7}{8} T \quad (2)$$

$$t_2 - t_1 = \Delta / \Delta \text{ms} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{7}{8} T - \frac{\Delta}{12} T = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{24} T = \frac{11}{2} \Rightarrow T = 12 \text{ ms}$$

بنابراین جریان عبوری از القاگر در لحظه $t = 8 \text{ ms}$ برابر است با:

$$I = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{12} (8)\right) = 4 \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2\sqrt{3} \text{ A}$$

و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{\substack{L=0/4H \\ I=-2\sqrt{3}A}} U = \left(\frac{1}{2}\right)(4 \times 10^{-1})(12) = 2 / 4 \text{ J}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۹۹ - گزینه «۴»

(مسین الهی)

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

روش اول: می‌دانیم:

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{10} = \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6}$$

$$\Phi = \Phi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\Rightarrow \Phi = \Phi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 2000 \times 10^{-3} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \text{ Wb}$$

روش دوم: روابط زیر برقرارند:

$$\left(\frac{\Phi}{\Phi_M}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_M}\right)^2 = \left(\frac{\Phi}{\Phi_M}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_M}\right)^2 = 1$$

بنابراین داریم:

$$\left(\frac{\Delta}{10}\right)^2 + \left(\frac{\Phi}{2000 \text{ mWb}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \Phi = \sqrt{3} \text{ Wb}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۱۰۰ - گزینه «۱»

(علیرضا بیاری)

ابتدا بیشینه اختلاف پتانسیل دو سر منبع جریان متناوب که به مدار اولیه مبدل متصل شده است را به دست می‌آوریم، سپس بیشینه اختلاف پتانسیل دو سر لامپ، در مدار ثانویه مبدل را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_{1m} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \\ \varepsilon = 60 \sin 80\pi t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{1m} = 60 \text{ V}, \quad \frac{2\pi}{T} = 80\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در یک مبدل آرمانی داریم:

$$\frac{\varepsilon_{2m}}{\varepsilon_{1m}} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow{N_2=100, \varepsilon_{1m}=60\text{V}, N_1=25} \frac{\varepsilon_{2m}}{60} = \frac{100}{25}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{2m} = 240 \text{ V}$$

اکنون می‌توانیم بیشینه جریان عبوری از لامپ را در مدار ثانویه مبدل حساب کنیم:

$$I_m = \frac{\varepsilon_{2m}}{R} \xrightarrow{\varepsilon_{2m}=240\text{V}, R=30\Omega} I_m = \frac{240}{30} = 8 \text{ A}$$

در پایان، معادله جریان متناوب گذرنده از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{\substack{I_m=8A \\ \frac{2\pi}{T}=80\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}} I = 8 \sin 80\pi t$$

دقت کنید در یک مبدل، دوره تناوب جریان تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

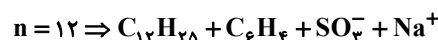
شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

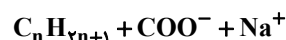
(امیر هاتمیان)

ابتدا فرمول ساختارهای ۱ و ۲ را به دست می آوریم:

پاک کننده غیرصابونی (۱)



پاک کننده صابونی جامد (۲)



بررسی عبارت ها:

الف) درست؛ ساختار (۲) متعلق به یک پاک کننده صابونی جامد است.

$$35 - 29 = 6$$

ب) درست؛

$$\text{ب) درست؛} \quad \frac{\text{تعداد C}}{\text{تعداد O}} = \frac{18}{3} = 6 \quad \text{در ساختار (۱)}$$

$$\text{ت) درست؛ ساختار (۱) یک پاک کننده غیرصابونی بوده و قدرت پاک کنندگی آن در آب سخت بیشتر از قدرت پاک کنندگی ساختار (۲) در همان آب است.} \quad \frac{\text{تعداد C}}{\text{تعداد O}} = \frac{17+1}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

(۹ > ۶)

ت) درست؛ ساختار (۱) یک پاک کننده غیرصابونی بوده و قدرت پاک کنندگی آن در آب سخت بیشتر از قدرت پاک کنندگی ساختار (۲) در همان آب است.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۶ و ۹ تا ۱۱)

۱۰۲- گزینه «۴»

(علیرضا بیانی)

موارد اول و سوم درست می باشند.

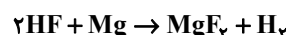
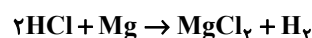
مورد اول: با توجه به رابطه $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ و این که در اسیدهای ضعیف با

$K_a \leq 10^{-4}$ از K_a مخرج صرف نظر می شود، به رابطه $K_a = M\alpha^2$ می رسیم:

$$K_a = M\alpha^2 \xrightarrow{\text{ثابت } K_a} M\alpha^2 = 4M\alpha^2 \Rightarrow \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{1}{2}$$

مورد دوم: ثابت یونش فقط با دما تغییر می کند.

مورد سوم: حجم گاز تولید شده ربطی به قدرت اسیدی ندارد و فقط به غلظت و حجم اسید وابسته بوده و یک مسئله استوکیومتری می باشد.



مورد چهارم: یونش اسیدهای قوی (در اینجا HCl) در هر دمایی به تقریب کامل انجام می شود ولی اسیدهای ضعیف (HF) با افزایش دما، بیشتر به یون تبدیل می شوند و در نتیجه اختلاف pH آن ها کاهش می یابد.

مورد پنجم: این رابطه برای اسیدهای قوی صدق می کند ولی برای اسیدهای

ضعیف رابطه تقریبی $\frac{1}{2} \log n$ صادق می باشد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

۱۰۳- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

ابتدا باید مقدار pH محلول اسیدی را محاسبه کنیم. غلظت اولیه اسید برابر است با:

$$\frac{0.2 \text{ mol}}{2L} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

چون اسید ضعیف است و K_a آن کوچک است ($K_a < 10^{-4}$) می توان از عبارت H^+ در مخرج کسر K_a صرف نظر کرد:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \xrightarrow{\text{تقریب}} K_a = \frac{[H^+]^2}{M}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a \cdot M} \Rightarrow \sqrt{10^{-5} \times 0.1} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$H^+ \text{ غلظت} \Rightarrow -\log[H^+] = pH = -\log 10^{-3} = 3$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۲۳، ۲۵، ۲۷)

۱۰۴- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

موارد (ب) و (ت) صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) آمونیاک یک باز ضعیف است و به طور جزئی یونیده می شود و به همین علت یک الکترولیت ضعیف به شمار می رود.

پ) در دمای یکسان pH محلول ۰/۰۱ مولار استیک اسید از pH محلول ۰/۰۱ مولار فورمیک اسید بزرگ تر است، چراکه استیک اسید، ضعیف تر از فورمیک اسید می باشد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۲۳ تا ۲۹)

۱۰۵- گزینه «۴»

(مهمد عظیمیان زواره)

آ) درست؛ در واکنش Zn با اکسیژن، عنصر اکسیژن الکترون گرفته، کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

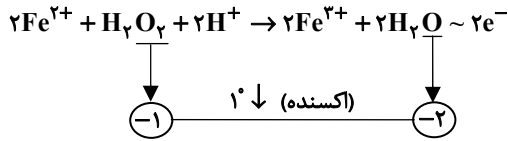
ب) نادرست؛ برای این منظور از منیزیم (دومین فلز گروه دوم یا دومین فلز دوره سوم) استفاده می شده است.



(یاسر راش)

۱۰۸- گزینه «۴»

همة عبارتها درست هستند. معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



بیشترت به صورت طبیعی $\text{emf} = 1/76 - 0/77 = 0/99 > 0 \Rightarrow$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(سعید تیزرو)

۱۰۹- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) پسماندهای الکترونیکی نباید در طبیعت دفن یا رها شوند، زیرا سمی بوده و موجب آلودگی محیط زیست می‌شوند.

(۲) لیتیوم در میان فلزها، دارای کمترین چگالی و کمترین E^0 می‌باشد.

(۳) سالانه از میلیاردها باتری لیتیومی درون دستگاه‌های الکترونیک در سرتاسر جهان استفاده می‌شود.

(۴) در تمامی باتری‌ها (از جمله باتری‌های لیتیومی)، با انجام واکنش‌های شیمیایی الکتریسته تولید می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

(پیمان فواوی میبد)

۱۱۰- گزینه «۲»

با مصرف $0/05$ مول A ، $0/15$ مول الکترون مبادله شده است، پس نیم‌واکنش اکسایش به صورت $A \rightarrow A^{3+} + 3e^-$ است. با توجه به نیم‌واکنش کاهش $(\text{Cu}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Cu})$ معادله کلی واکنش به صورت $2A + 3\text{Cu}^{2+} \rightarrow 2A^{3+} + 3\text{Cu}$ خواهد بود.

$$0/75 = \frac{M_A}{64} \Rightarrow M_A = 48 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$0/15 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol } e^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 4/8 \text{ g Cu}$$

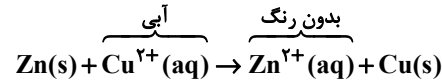
$$0/05 \text{ mol A} \times \frac{48 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}} = 2/4 \text{ g A}$$

پس جرم آند به $22/6 - (25 - 2/4) = 7/2$ گرم و جرم کاتد به $29/8 - (25 + 4/8) = 7/2$ گرم می‌رسد.

$$\text{تفاوت جرم آند و کاتد} = 29/8 - 22/6 = 7/2 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(ب) نادرست؛ به دلیل انجام واکنش زیر با مصرف یون‌های $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ شدت رنگ آبی ناشی از محلول مس (II) سولفات کاهش و دمای آن افزایش می‌یابد.



(ت) نادرست؛ در برخی واکنش‌های اکسایش-کاهش انرژی آزاد می‌شود. (ث) درست؛



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

۱۰۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) ضمن کارکرد سلول گالوانی روی-مس، فلز موجود در الکتروود آند با جرم مولی $65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ مصرف و فلز موجود در الکتروود کاتد با جرم مولی $64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ تولید می‌شود. در نتیجه به دلیل تفاوت در جرم مولی فلز مصرفی و تولیدی و با توجه به یکسان بودن ضرایب این مواد در معادله موازنه شده، مجموع جرم مواد جامد رفته کاهش می‌یابد.

(۲) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی سلول گالوانی از آند به کاتد است. (۳) در نیم‌سلول SHE از محلولی استفاده می‌شود که غلظت H^+ آن یک مولار باشد. استیک اسید، اسیدی ضعیف است، پس غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۱ مولار آن کمتر از $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ خواهد بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(امیرمسین حسن‌نژاد)

۱۰۷- گزینه «۴»

همة موارد بیان شده صحیح هستند.

بررسی برخی موارد:

مورد دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی استاندارد سلول برابر (پتانسیل استاندارد آند- پتانسیل استاندارد کاتد) است. بنابراین داریم:

$$1/66 - (-0/34) = 2V$$

مورد سوم: طبق واکنش $2\text{Al} + 3\text{Cu}^{2+} \rightarrow 2\text{Al}^{3+} + 3\text{Cu}$ داریم:

$$? \text{ g Cu} = 8/1 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol Al}}$$

$$\times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 28/8 \text{ g Cu}$$

مورد چهارم: در سلول‌های گالوانی استفاده از غشاء متخلخل برای جلوگیری از واکنش مستقیم میان گونه‌های موجود در محلول الزامی است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)



شیمی ۱

گزینه «۲» - ۱۱۱

(عمید زبئی)

می‌دانیم دستگاه گلوکومتر غلظت گلوکز خون را بر حسب $\frac{mg}{dL}$ (میلی‌گرم بر دسی‌لیتر) نمایش می‌دهد. پس:

مول حل‌شونده = غلظت مولار
لیتر محلول
(فرضی) $100 mL =$ حجم هر دو محلول
 $108 mg =$ جرم حل‌شونده نمونه اول
 $144 mg =$ جرم حل‌شونده نمونه دوم

$$M_1 = \frac{108 mg}{\frac{180 g \cdot mol^{-1}}{1000 L}} = 6 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

$$M_2 = \frac{144 mg}{\frac{180 g \cdot mol^{-1}}{1000 L}} = 8 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

$$\frac{6 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{3}{4} = \text{نسبت غلظت گلوکز در دو نمونه}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

گزینه «۳» - ۱۱۲

(امیرمسین طیبی)

پس از افزودن متانول، غلظت مولی محلول از 0.5 به 0.3 رسیده است به این معنی که x گرم متانول افزوده شده، باعث افزایش غلظت به اندازه $0.25 mol \cdot L^{-1}$ شده است.

$$x g \text{ متانول} : 250 mL \text{ محلول} \times \frac{1 L}{1000 mL} \times \frac{0.25 mol CH_3OH}{1 L \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{32 g CH_3OH}{1 mol CH_3OH} = 2 g CH_3OH$$

آب مقطر افزوده شده باعث کاهش غلظت مولی از طریق افزایش حجم محلول می‌شود.

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = MV \Rightarrow M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\Rightarrow 0.3 \times 250 = 0.12 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{0.3 \times 250}{0.12} = 625 mL$$

$$\Rightarrow \text{آب افزوده شده} = 625 mL - 250 mL = 375 mL$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

گزینه «۱» - ۱۱۳

(مهمدرضا پورچاویر)

برای تعیین معادله انحلال‌پذیری لازم است دو نقطه از آن را داشته باشیم. در دمای $60^\circ C$ انحلال‌پذیری برابر $85 g$ بوده و در دمای $20^\circ C$ انحلال‌پذیری برابر خواهد بود با:

$$M \Rightarrow \left(\frac{M}{M+100} \right) \times 100 = 20 \Rightarrow M = 25 g$$

به این ترتیب برای تعیین معادله انحلال‌پذیری خواهیم داشت:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 25 = \frac{85 - 25}{60 - 20} (\theta - 20)$$

$$\Rightarrow S - 25 = \frac{3}{2} (\theta - 20) \Rightarrow S - 25 = \frac{3}{2} \theta - 30$$

$$\Rightarrow S = \frac{3}{2} \theta - 5$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

گزینه «۴» - ۱۱۴

(یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در دمای $25^\circ C$ ، Cl_4 به حالت گاز است و نیروهای بین مولکولی آن از یک ماده با مولکول‌های دو اتمی و ناقطبی که در دمای $25^\circ C$ به حالت جامد است (مثل I_4)، کمتر است.

(۲) HX یک مولکول دو اتمی با اتم‌های سازنده متفاوت و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر است.

(۳) مولکول‌های X_4 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده‌اند. مولکول‌های ترکیب‌های چند اتمی CO_2 و CH_4 نیز در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(۴) اگر مولکول‌های X_4 را به F_4 نسبت دهیم، HF به دلیل توانایی در تشکیل پیوند هیدروژنی، دارای نقطه جوش $19^\circ C$ خواهد بود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

گزینه «۳» - ۱۱۵

(امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (ت) درست می‌باشند.

بررسی موارد:

الف) مطابق شکل‌های کتاب درسی Cl در HCl به سمت قطب مثبت جهت‌گیری می‌کند.

ب) چون اتانول در آب حل می‌شود، پس:

نیروی بین مولکولی نیروی بین مولکولی نیروی بین مولکولی
(جاذبه هیدروژنی) + (جاذبه هیدروژنی) (جاذبه هیدروژنی)
آب-آب اتانول-اتانول آب و اتانول >



پ) گشتاور دوقطبی H_2S بزرگ‌تر از صفر است.

ت) در دمای $25^\circ C$ که آب به حالت مایع می‌باشد، هر مولکول آب با ۲ پیوند هیدروژنی به سایر مولکول‌ها متصل می‌شود. در دمای $105^\circ C$ آب به حالت گاز بوده و بین مولکول‌های آن تقریباً پیوند هیدروژنی وجود ندارد. (شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۹)

۱۱۶- گزینه «۲» (معمراً جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

۱) مولکول I_2 یک مولکول ناقطبی است و گشتاور آن دقیقاً برابر صفر است.

۳) هگزان به دلیل این که یک مولکول ناقطبی است، در آب که یک حلال قطبی است، حل نمی‌شود.

۴) استون همانند اتانول در یک حلال قطبی مانند آب حل می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۱)

۱۱۷- گزینه «۳» (معمراً پوریاویر)

هر چند کاهش دمای آب موجب افزایش انحلال‌پذیری گازها در آن می‌شود، اما رابطه خطی بین آن‌ها وجود ندارد و نصف کردن دمای آب ممکن است انحلال‌پذیری را به میزان دو برابر، کمتر و یا بیشتر افزایش دهد. در رابطه با عبارت اول توجه داشته باشید که گاهی اوقات با چنین شرایطی مواجه می‌شویم؛ به عنوان مثال انحلال‌پذیری CO_2 (ناقطبی) از NO (قطبی) در آب بیشتر است، چراکه CO_2 با آب واکنش شیمیایی می‌دهد و کربنیک اسید تولید می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۱۸- گزینه «۱» (سعید تیزرو)

تمامی موارد درست هستند.

چون مولکول‌های آب از سر هیدروژن‌ها دور یون X جمع شده‌اند، این یون دارای بار منفی است. در فرایند انحلال ترکیب‌های یونی، ماده حل‌شونده ویژگی ساختاری خود را حفظ نکرده و یون‌های سازنده شبکه بلور یونی، تفکیک و آب پوشیده می‌شوند. همچنین نیروی جاذبه برقرار شده بین یون X و مولکول‌های آب در شکل، جاذبه یون-دوقطبی نام دارد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۹- گزینه «۳» (سعید زبئی)

بررسی موارد:

الف) درست

پ) نادرست؛ میوه‌های خشک طی فرایند اسمز، آب را جذب می‌کنند.

پ) درست

ت) درست؛ ابتدا غلظت مولی هر دو محلول را حساب می‌کنیم:

$$C_{NaCl} = \frac{5/85g}{\frac{200L}{1000}} = 0.58 mol.L^{-1}$$

$$C_{KCl} = \frac{7/45g}{\frac{100L}{1000}} = 1.56 mol.L^{-1}$$

فرایند اسمز تا جایی پیش می‌رود که غلظت محلول‌ها در دو طرف غشا برابر

بشوند. فرض می‌کنیم x لیتر آب از محلول رقیق (NaCl با غلظت 0.5

مولار) به سمت محلول غلیظ (KCl با غلظت 1 مولار) انتقال می‌یابد.

$$M_{NaCl} = M_{KCl} \Rightarrow \frac{0.5}{0.2-x} = \frac{1}{0.1+x}$$

$$\Rightarrow 0.5(0.1+x) = 1(0.2-x) \Rightarrow x = 0.05L$$

بنابراین مقدار آب انتقال یافته به محلول KCl برابر با $50mL$ است.

$$\frac{50}{100} \times 100 = 50\% \quad \text{KCl حجم محلول}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۱۲۰- گزینه «۴»

(مسن مینوبی)

همه موارد نادرست‌اند.

بررسی موارد:

الف) با توجه به گشتاور دوقطبی ماده B که برابر $1/30$ است، این ماده قطبی می‌باشد، در نتیجه در هگزان که یک ماده ناقطبی است نامحلول است.

ب) نقطه جوش ارتباط مستقیمی با نیروهای بین مولکولی مواد دارد، پس مقایسه نقطه جوش همان مقایسه نیروهای بین مولکولی است.

پ) از آنجا که ماده C بیشترین و ماده A کمترین گشتاور دوقطبی را دارند، پس در میدان الکتریکی بیشترین جهت‌گیری را ماده C و کمترین جهت‌گیری را ماده A دارد.

ت) اسیدهای چرب گشتاور دوقطبی کوچکی دارند ولی امکان برقراری پیوند هیدروژنی در بین مولکول‌های آن‌ها ممکن است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹ و ۱۲۰ تا ۱۲۲)



شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)
شمار اتم‌های سازنده هر مولکول سلولز بسیار زیاد بوده و اندازه مولکول آن بزرگ است.

بررسی عبارت‌های درست:
۱) حدود نیمی (حدود ۵۰٪) از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

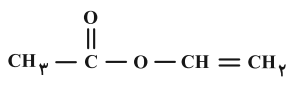
۳) درشت مولکول‌ها بسیار بزرگ بوده و جرم مولی و شمار اتم‌های سازنده آن‌ها بسیار زیاد است.

۴) زیرا ذره‌های سازنده آن‌ها مولکول‌ها هستند و در ساختار آن‌ها یون وجود ندارد.

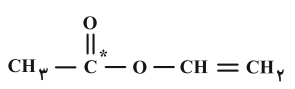
(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۲۲- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)
بررسی سایر گزینه‌ها:
۱) مونومر سازنده این پلیمر، وینیل استات با ساختار زیر است:



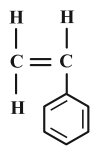
۲) مونومر آن غیر آروماتیک است و سیر نشده می‌باشد.
۳) در واحد سازنده این پلیمر، تنها یک اتم کربن وجود دارد که به هیچ هیدروژنی متصل نمی‌باشد.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۲۳- گزینه «۲»

(علیرضا بیاتی)
فرمول استیرن به صورت C_8H_8 و ساختار آن به صورت زیر می‌باشد.



بررسی موارد:
الف) استیرن ۲۰ پیوند کووالانسی دارد.

$$\text{C}_8\text{H}_8 \Rightarrow \text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{8 \times 4 + 8 \times 1}{2} = 20$$

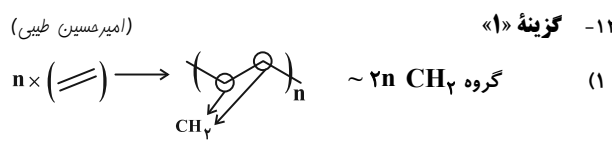
و هفتمین عضو خانواده آلکین‌ها C_8H_{14} می‌باشد که ۲۳ پیوند کووالانسی دارد.

$$\text{تعداد پیوند کووالانسی} = \frac{8 \times 4 + 14 \times 1}{2} = 23$$

ب) پلی‌استیرن در تهیه ظروف یک بار مصرف به کار می‌رود.
پ) با توجه به ساختار، تعداد پیوند دوگانه کربن-کربن و یگانه کربن-کربن مساوی و هر دو برابر ۴ می‌باشند.
ت) فرمول نفتالن C_{10}H_8 بوده که تعداد H آن با استیرن برابر می‌باشد. بنابراین تنها مورد الف نادرست می‌باشد.

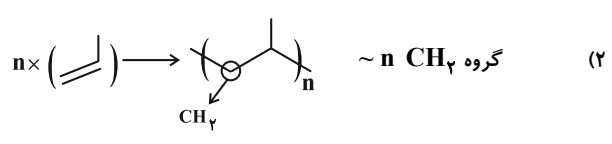
(شیمی ۲- صفحه ۱۰۶)

۱۲۴- گزینه «۱»



$$70 \text{ g } \text{C}_7\text{H}_{14} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_7\text{H}_{14}}{98 \text{ g } \text{C}_7\text{H}_{14}} = 0.71 \text{ mol } \text{C}_7\text{H}_{14}$$

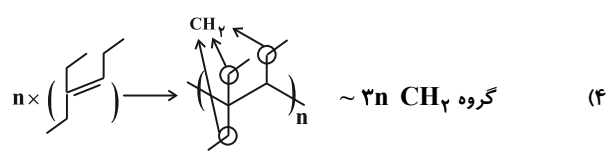
$$\text{گروه } \text{CH}_2 \text{ گروه } \text{C}_7\text{H}_{14} = 0.71 \text{ mol } \times 2 = 1.42 \text{ mol } \text{CH}_2$$



$$70 \text{ g } \text{C}_7\text{H}_{14} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_7\text{H}_{14}}{98 \text{ g } \text{C}_7\text{H}_{14}} = 0.71 \text{ mol } \text{C}_7\text{H}_{14}$$

$$\text{گروه } \text{CH}_2 \text{ گروه } \text{C}_7\text{H}_{14} = \frac{0.71 \text{ mol}}{3} = 0.24 \text{ mol } \text{CH}_2$$

۳) در ساختار این پلیمر گروه CH_2 وجود ندارد.

$$n \times (\text{CH}_2) \rightarrow \left(\text{CH}_2 \right)_n$$


$$70 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{16} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{16}}{112 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{16}} = 0.62 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{16}$$

$$\text{گروه } \text{CH}_2 \text{ گروه } \text{C}_8\text{H}_{16} = \frac{0.62 \text{ mol} \times 3}{8} = 0.23 \text{ mol } \text{CH}_2$$

در نتیجه شمار گروه‌های CH_2 در ساختار ۷۰ گرم از پلیمر بیشتر از باقی گزینه‌ها است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)



۱۲۵- گزینه «۳»

(هاری مهری زاره)

فقط مورد (پ) نادرست است.

بررسی مورد نادرست:

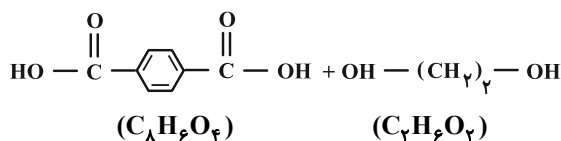
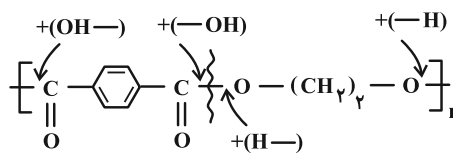
(پ) در واحد تکرارشونده پلی استرها، حداقل ۴ اتم اکسیژن وجود دارد که هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است. بنابراین در هر واحد تکرارشونده پلی استرها، حداقل ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۱۲۶- گزینه «۱»

(هاری مهری زاره)

واکنش آبکافت این پلی استر به صورت زیر است:



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶ و ۱۱۹)

۱۲۷- گزینه «۲»

(ممسن مهنونی)

فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_7$ است.

$$\text{جرم مولی ترکیب} = 6 \times 12 + 12 \times 1 + 7 \times 16 = 116 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

الکل سازنده این استر، اتانول می‌باشد که جرم مولی آن $46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. تفاوت جرم مولی استر و الکل برابر است با:

$$116 - 46 = 70 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نام این استر اتیل بوتانوات است و در آناناس وجود دارد.

(۳) در ترکیب $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_7$ ، ۲۰ پیوند کووالانسی وجود دارد.

$$\text{تعداد پیوندهای کووالانسی} = \frac{6 \times 4 + 12 \times 1 + 7 \times 2}{2} = 20$$

(۴) اسید سازنده این استر، بوتانوئیک اسید است که فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ می‌باشد و جرم مولی آن برابر است با:

$$4 \times 12 + 8 \times 1 + 2 \times 16 = 88 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۵)

۱۲۸- گزینه «۲»

(یاسر راش)

گروه‌های عاملی بخش‌های قطبی یک ترکیب آلی را تشکیل می‌دهند و افزایش تعداد این گروه‌ها در ساختار ترکیب‌های آلی، نسبت به سایر موارد گفته شده، انحلال‌پذیری ترکیب‌های آلی را در آب، به میزان بیشتری افزایش می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۱۲۹- گزینه «۲»

(پیمان فواپوی میر)

برای تشکیل پلی آمیدها به ماده‌ای نیاز است که هم گروه عاملی آمین و هم گروه عاملی کربوکسیل داشته باشد. برای این کار باید یا دو واکنش‌دهنده (یک دی اسید و یک دی آمین) یا یک واکنش‌دهنده (شامل گروه عاملی‌های آمین و اسید) داشته باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۳۰- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

بررسی موارد:

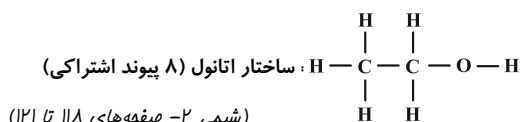
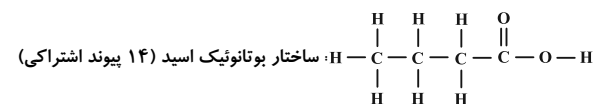
(الف) درست؛ پلیمرهای حاصل از آلکن‌ها و هیدروکربن‌های سیرنشده نظیر پلی اتن و پلی استیرن، زیست تخریب‌ناپذیرند.

(ب) درست؛ مطابق متن صفحه ۱۲۱ کتاب درسی درست است.

(پ) درست؛ پلیمرهای طبیعی مانند نشاسته زیست تخریب‌پذیر هستند. مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب به آرامی به مونومرهای سازنده (گلوکز) تبدیل می‌شوند.

(ت) نادرست؛ از آبکافت اتیل بوتانوات، مولکول‌های اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و

بوتانوئیک اسید ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{C}(=\text{O})\text{OH}$) تولید می‌شوند که در مجموع دارای ۲۲ پیوند اشتراکی هستند.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۶ آذر

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۵- گزینه «۱»

(ممیر اصفهانی)

اگر قرار باشد حاصل جمع سه عدد طبیعی برابر شش باشد، ممکن است که آن سه عدد «چهار، یک، یک» یا «سه، دو، یک» یا «دو، دو، دو» باشند که در هیچ حالتی با حروف «ا، ب، ج، د» با ترتیب‌های بالا، نمی‌توان نام گل یا درخت ساخت. در دیگر گزینه‌ها:

$$\begin{aligned} \text{ک} [= ۲۰] + \text{ا} [= ۱] + \text{ج} [= ۳] & \text{کاج: } ۲۴ \\ \text{ا} [= ۱۰] + \text{ا} [= ۱] + \text{س} [= ۶۰] & \text{یاس: } ۷۱ \\ \text{ا} [= ۶۰] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{و} [= ۶] & \text{سرو: } ۲۶۶ \end{aligned}$$

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۱»

(ممیر اصفهانی)

می‌توانیم با حذف حروف مشترک، سریعتر به پاسخ برسیم. با این حال عدد همهی کلمات:

$$\begin{aligned} \text{خ} [= ۶۰۰] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{چ} [= ۳] + \text{ا} [= ۵۰] + \text{ن} [= ۵۰] + \text{ک} [= ۲۰] & \text{خرچنگ: } ۸۷۳ \\ \text{ک} [= ۲۰] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{ک} [= ۲۰] + \text{د} [= ۴] + \text{ا} [= ۵۰] + \text{ن} [= ۵۰] & \text{کرگدن: } ۲۹۴ \\ \text{ک} [= ۲۰] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{ا} [= ۱] + \text{ز} [= ۷] & \text{گراز: } ۲۲۸ \\ \text{ک} [= ۲۰] + \text{و} [= ۶] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{ک} [= ۲۰] + \text{ا} [= ۵۰] & \text{گورکن: } ۲۹۶ \end{aligned}$$

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)

در گزینه‌ها، عددهای یکان یکسان نیست. پس می‌توانیم تنها با محاسبه‌ی عدد یکان ارزش عددی مصراع «پادشاه شعرا بود اهلی» به پاسخ برسیم. با این حال ارزش کل مصراع ۹۴۲ است:

$$\begin{aligned} & \text{ا} [= ۱۰] + \text{و} [= ۶] + \text{د} [= ۴] + \text{ا} [= ۱] + \text{ه} [= ۵] + \text{ل} [= ۳۰] + \text{ا} [= ۱۰] \\ & + \text{ه} [= ۵] + \text{ا} [= ۱] + \text{ش} [= ۳۰۰] + \text{ع} [= ۷۰] + \text{ر} [= ۲۰۰] + \text{ا} [= ۱] + \text{ب} [= ۲] \\ & \text{پ} [= ۲] + \text{ا} [= ۱] + \text{د} [= ۴] + \text{ا} [= ۱] + \text{ش} [= ۳۰۰] + \text{ا} [= ۱] \end{aligned}$$

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۴»

(ممیر کنهی)

وقتی میرزامحمود ۵۰ ساله بوده است اولین نوه او به دنیا آمده است. پس وقتی میرزامحمود ۸۰ ساله باشد، اولین نوه او سی ساله است. حال سن سه نوه دیگر هم معلوم است:

$$\begin{aligned} ۳۰ & \xrightarrow{-۲} ۲۸ \xrightarrow{-۳} ۲۵ \xrightarrow{-۴} ۲۱ \\ \text{پس میانگین سن نوه‌ها برابر است:} \\ \frac{۳۰ + ۲۸ + ۲۵ + ۲۱}{۴} & = \frac{۱۰۴}{۴} = ۲۶ \end{aligned}$$

(منطقی و ریاضی)

۲۵۱- گزینه «۳»

(ممیر اصفهانی)

مصراع «سخت می‌گیرد جهان بر مردمان سخت‌کوش» توصیه است به سخت‌نگرفتن، توصیه به آسان‌گیری. در گزینه «۳» هم همین توصیه هست: اگر بر خودت دشوار گرفته‌ای، گناه خودت است. در دیگر گزینه‌ها: گزینه «۱»: کارهای سخت را آسان نگیر. گزینه «۲»: کار دشوار با یادگیری آسان می‌شود.

گزینه «۴»: اگر چیزی آسان به دست بیاید، ارزش آن دانسته نمی‌شود و آسان از دست می‌رود.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)

همه گزینه‌ها به تنهایی و تنها ماندن توصیه می‌کنند، به جز گزینه «۲» که تنهایی را برآزنده خدا می‌داند.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۴»

(ممیر اصفهانی)

سه حرف پایانی چهار فصل سال در صورت سؤال آمده است: بهار، تابستان، پاییز، زمستان

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۱»

(ممیر اصفهانی)

سی‌ودو حرف الفبا داریم که یک‌چهارم دوم، یعنی حرف‌های ث تا شانزده و یک‌چهارم پایانی یعنی حرف‌های بیست‌وپنج تا سی‌ودو:

الف ب پ ت ث ج چ ح خ د ذ ر ز س ش ص ض ط ظ ع غ ف ق ک گ
ل م ن و ه ی

ترتیب مدنظر:

الف ب پ ت ث ج چ ح ک گ ل م ن و ه ی ص ض ط ظ ع غ ف ق خ د
ذ ر ز س ش

سومین حرف سمت راست شانزدهمین حرف الفبا، سیزدهمین حرف الفباست که در ترتیب بالا حرف یک‌نقطه‌ای «ن» است.

(هوش کلامی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(فاطمه، اسخ)

m را کار مینا، n را کار نرگس و h را کار هما و e را کار الهه می‌گیریم. کسر کار انجام شده را به می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} m+n+h+e &= \frac{1}{2} \\ n &= \frac{1}{10}, e = \frac{1}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m + e = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12}\right)$$

$$m + e = \frac{30 - (6+5)}{60} = \frac{19}{60} \Rightarrow$$

پس کل کار به دست مینا و هما در $\frac{60}{19} \approx 3$ ساعت انجام می‌شود.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۳»

در ظرف اولیه:

	نسبت به حجم	حجم به لیتر
الف	۳	
ب	۵	
ج	۲	
مجموع	۱۰	۲۰

\Rightarrow $\times 2$

	نسبت به حجم	حجم به لیتر
الف	۳	۶
ب	۵	۱۰
ج	۲	۴
مجموع	۱۰	۲۰

$\times 2$

حال یازده لیتر ماده «ب» اضافه داریم و باید بدون تغییر حجم ماده «الف»، حجم ماده «ج» را افزایش دهیم. این میزان افزایش حجم را X می‌نامیم. داریم:

	ظرف اول	ظرف دوم
الف	۶	۶
ب	۱۰	۱۰+۱۱=۲۱
ج	۴	۴+X
مجموع	۲۰	۶+۲۱+۴+X

$$\frac{4+X}{6+21+4+X} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{X+4}{X+31} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4X+16 = X+31$$

$$\Rightarrow 3X = 15 \Rightarrow X = 5$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۱»

(فاطمه، اسخ)

$$\frac{1}{14} = \frac{1}{7 \times 2} = \left(\frac{7-2}{7 \times 2}\right) \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{84} = \frac{1}{7 \times 12} = \left(\frac{12-7}{12 \times 7}\right) \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{12}\right) \times \frac{1}{5}$$

همچنین:

$$\frac{1}{204} = \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{17}\right) \times \frac{1}{5}, \frac{1}{374} = \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{22}\right) \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{594} = \left(\frac{1}{22} - \frac{1}{27}\right) \times \frac{1}{5}$$

پس عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{1}{5} \times \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{17}\right) + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{22}\right) \right]$$

$$+ \left(\frac{1}{22} - \frac{1}{27}\right) = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{27}\right) = \frac{1}{5} \times \frac{27-2}{2 \times 27} = \frac{25}{5 \times 2 \times 27} = \frac{5}{54}$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

فرض کنیم در گذشته «ج» = ۱۰۰ = ب و الف» بوده است.

اکنون «ج» = ۸۰ = الف» و «ج» = ۱۱۰ = ب» است. پس:

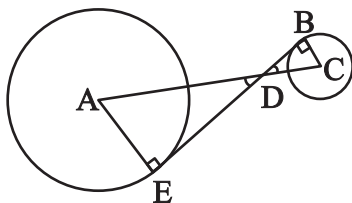
$$\frac{\text{الف}}{\text{ب}} = \frac{80}{110} = \frac{8}{11}$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۲»

(عمیر کنی)

دو مثلث DBC و DEA را در نظر بگیرید. چون خط مماس بر دایره بر شعاع دایره عمود است، هر دو مثلث قائم‌الزاویه‌اند. همچنین به دلیل تساوی زوایای متقابل به رأس D در دو مثلث، این دو مثلث متشابه هستند. پس اگر نسبت تشابه را بدانیم، نسبت مساحت هم معلوم می‌شود.



از داده «الف» نسبت ضلع‌های AE و BC با هم، معلوم است. پس نسبت مساحت‌ها برابر مربع این عدد است. از داده «ب» به نتیجه خواسته شده نمی‌رسیم.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۴»

(کتاب استعدادتفیلی هوش کلامی)

شعاع دایره‌ها را r می‌گیریم:

$$\text{اندازه مساحت مربع} = 8r \times 8r = 64r^2$$

$$\text{اندازه مساحت هر دایره} = \pi r^2$$

$$\text{تعداد کل دایره‌ها} = (9 \times 1) + (12 \times \frac{1}{2}) + (4 \times \frac{1}{4}) = 16$$

$$\text{اندازه مساحت رنگی} = 64r^2 - 16\pi r^2 = (64 - 16\pi)r^2$$

$$\frac{\text{اندازه مساحت رنگی}}{\text{اندازه مساحت کل مربع}} = \frac{(64 - 16\pi)r^2}{64r^2} = \frac{64 - 16\pi}{64} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

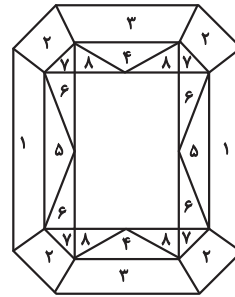
(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

مستطیل سفید درون شکل، $\frac{3}{7}$ از مساحت کل شکل است. در $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

که باقی‌مانده است، از هر دو قسمت، یکی رنگی است. یعنی $\frac{4}{7} \div 2 = \frac{2}{7}$



(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

دقت کنید برای فردی که از پشت به مجسمه نگاه می‌کند، شکل وارون جانبی است. بدیهی است بین دو شکل، آنچه برای ما جلوتر است برای چشم رسم شده عقب‌تر است و برعکس.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۲»

(هاری زمانیان)

از شکل گسترده گزینه «۱» مکعب کاملی ساخته نمی‌شود، وجه‌های ۱ و ۲ روی هم می‌افتند و روبه‌روی وجه ۶ قرار می‌گیرند، وجه‌های ۳ و ۴ نیز روبه‌روی یکدیگر هستند ولی وجهی روبه‌روی وجه ۵ قرار نمی‌گیرد.

در گزینه «۳» یا باید جای عددهای ۲ و ۳ با هم عوض شود و یا جای عددهای ۴ و ۵.

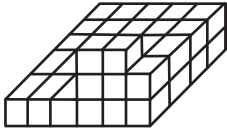
در گزینه «۴» یا باید جای عددهای ۱ و ۴ با هم عوض شود یا جای عددهای ۳ و ۶.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

حجم داده شده، در کف از $6 \times 4 = 24$ مکعب و در لایه‌های بعدی از ۶ مکعب تشکیل شده است. پس در کل حداقل $24 + 6 = 30$ مکعب دارد.



(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۱»

(کتاب استعدادتفیلی هوش غیرکلامی)

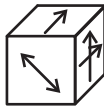
دقت کنید پستی و بلندی در تصویر سایه تأثیر ندارد.

(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۱»

(هاری زمانیان)

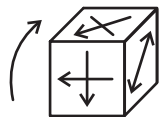
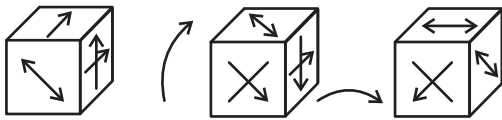
مکعب صورت سؤال در حرکت خود، ابتدا سه بار نود درجه ساعتگرد



می‌چرخد. در نتیجه، به شکل

چرخش نود درجه پادساعتگرد مکعب است.

حال سه چرخش دیگر داریم:



(هوش غیرکلامی)

AzmoonFree.ir



هرچی برای کنکور و امتحانات نهایی لازم
داری رو کاملا رایگان برات فراهم میکنیم.

+

پخش سوالات آزمون های آزمایشی

AzmoonFree.ir

برای ورود به سایت کلیک کن