

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



## آزمون ۱۲ بهمن ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۱	۲۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	عادی	۱۰	۳۱	۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۵۱	۶۰
	هندسه ۲		۶۱	۷۰
۵	عادی	۱۰	۷۱	۹۰
	پیشروی سریع	۱۰		
	ریاضیات گسسته			

## تحلیل آزمون: کار را که کرد ... آن که تمام کرد

وقتی آزمون به پایان می‌رسد، هنوز یک بخش مهم از برنامه باقی مانده است؛ یعنی تحلیل آزمون. تحلیل آزمون هم یادگیری‌های ناقص شما را کامل می‌کند و جنبه‌ی آموزشی دارد و هم مهارت‌های آزمون‌دانش شما را مورد توجه قرار می‌دهد و دید شما را بازتر می‌کند. در کنار آن تحلیل آزمون می‌تواند در برنامه‌ریزی برای آزمون بعدی هم به شما کمک کند.



## آزمون «۱۲ بهمن ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

# زنگنه سؤال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه  
(از ساعت ۸ صبح تا ۹:۵۰)

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال  
(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس	
۱-۲۰	۱۰	حسابان ۲	عادی
	۱۰		پیشروی سریع
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه	
۳۱-۵۰	۱۰	هندسه ۳	عادی
	۱۰		پیشروی سریع
۵۱-۶۰	۱۰	هندسه ۲	زوج کتاب
۶۱-۷۰	۱۰	هندسه ۱	
۷۱-۹۰	۱۰	ریاضیات گسسته	عادی
	۱۰		پیشروی سریع

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی-داود حسین پور-افشین خاصه خان-سینا خیر خواه-طاهر دادستانی-محمد زنگنه-علی شهبابی-کیان کریمی خراسانی مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس-علیرضا نداف زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحجوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-مصطفی دیداری-سوگند روشنی علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-شبنم غلامی-احمدرضا فلاح-مجتبی مظاهری فرد-مهرداد ملوندی-نیلو فر مهدوی-نیما مهندس سرژ یقیازاریان تبریزی	هندسه و ریاضیات گسسته	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
<b>گزینشگر</b>	نیما مهندس	امیرحسین ابومحجوب	امیرحسین ابومحجوب
<b>گروه ویراستاری</b>	امیرحسین ابومحجوب محمد خندان	امیرحسین ابومحجوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحجوب امیرمحمد کریمی محمد خندان
<b>ویراستاری رتبه های برتر</b>	سیدسپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
<b>مسئول درس</b>	سیدماهد عبیدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
<b>مستند سازی</b>	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
<b>ویراستاران مستندسازی</b>	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمدرضا مهدوی		

### گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

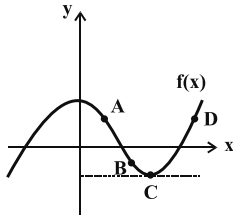
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

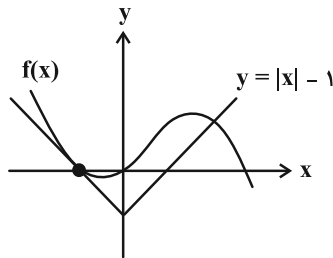
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- در کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار تابع  $f$ ، مقدار  $f'(x)f(x)$  عددی منفی است؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

۲- با توجه به شکل زیر، حاصل حد  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) + f(-1+h) - 2f(-1)}{h}$  کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳ (۴)

۳- اگر خط مماس بر منحنی تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $A(1, -2)$ ، بر خط  $d: 6x - y = 2$  عمود باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x) + 8}{x^2 - 1}$  کدام است؟

- $-\frac{1}{3}$  (۱)
- ۱ (۲)
- $\frac{1}{2}$  (۳)
- $\frac{1}{6}$  (۴)

۴- اگر  $f(x) = [x] + [-x]$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 9}{1 - f(x)}$ ، آنگاه  $g'(3)$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

- ۳ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۳)
- ۶ (۴)

۵- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x+3h) - f''(x-2h)}{-10h} = \frac{1}{x^3}$  باشد حاصل  $8f(2) \cdot f'(2)$  کدام است؟

- $-\frac{1}{8}$  (۱)
- $-\frac{1}{2}$  (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

۶- خط گذرنده از نقاط  $A(1, 0)$  و  $B(-1, k+3)$ ، بر نمودار تابع پیوسته  $f$  در نقطه  $x=2$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x) - 9}{x - 2}$  در

صورت وجود کدام است؟

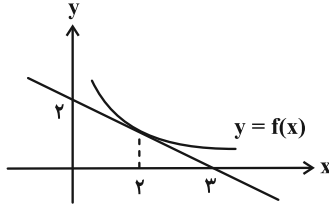
- ۱۶ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۴ (۴)

مشابه سؤالی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - \frac{2}{3}}{h^2 - h} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{2}{3}}{x^2 - 4}$$

۷- شکل زیر نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟



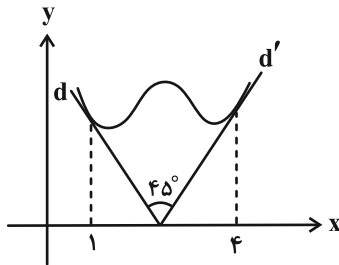
(۱)  $-\frac{13}{6}$

(۲)  $-2$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $-\frac{6}{5}$

۸- در شکل زیر، خطوط  $d$  و  $d'$  بر نمودار تابع  $f$  به ترتیب در  $x=1$  و  $x=4$  مماس است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x) - 2f(x)}{x^2 - 3x + 2} = 4$  مقدار  $f'(4)$  کدام است؟



(۱)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $2$

(۳)  $\frac{5}{2}$

(۴)  $3$

۹- از چند نقطه روی دایره به معادله  $x^2 + y^2 = 2$  می‌توان فقط یک مماس بر تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  رسم کرد؟

(۲)  $4$

(۱)  $6$

(۴) هیچ

(۳)  $2$

۱۰- در نقاطی از بازه  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$  که دو تابع  $f(x) = \sin x + 1$  و  $g(x) = \cos 2x$  با یکدیگر برخورد دارند، مماس‌هایی بر نمودار هر دو تابع رسم کرده‌ایم. مجموع شیب این مماس‌ها کدام است؟ آزمون وی ای پی

(۲)  $2$

(۱) صفر

(۴)  $-4$

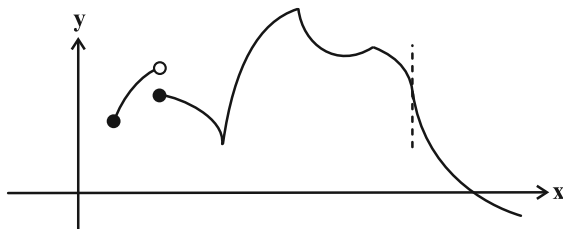
(۳)  $4$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع  $f$  در شکل زیر کدام است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۱۲- در کدام مورد، خط  $x=2$  می‌تواند مماس قائم تابع باشد؟

$$f(x) = \sqrt{|x-2|} \quad (۲)$$

$$f(x) = \sqrt{x-2} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-2} & ; x \geq 2 \\ \frac{1}{x-2} & ; x < 2 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x-2} & ; x \neq 2 \\ 1 & ; x = 2 \end{cases} \quad (۳)$$

۱۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x| & , |x| \geq \cos x \\ \cos x & , |x| < \cos x \end{cases}$  چند نقطه گوشه‌ای دارد؟

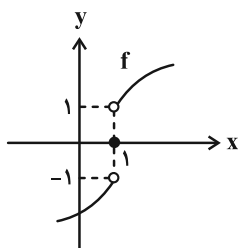
۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۱۴- نمودار تابع  $f(x)$  به شکل زیر است. مشتق تابع  $g(x) = |x-1| \cdot f(x)$  در نقطه به طول  $x=1$  کدام است؟



صفر (۱)

۱ (۲)

-۱ (۳)

(۴) موجود نیست.

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{2x - [x]}$  و  $f'_+(1) - f'_-(1) = 2$  باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) -۶

(۲) ۶

(۳) -۱۲

(۴) ۱۲

۱۶- در تابع  $f(x) = [2x - 1] \cdot \sin ax$ ،  $(a > 0)$ ، اختلاف مشتق چپ و راست در مبدأ مختصات برابر ۶ می‌باشد.  $a$  کدام است؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۱۲

۱۷- تابع  $f(x) = [\sqrt{2x}] - [x^2]$  در بازه (۳، ۱) در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱۰

(۲) ۹

(۳) ۸

(۴) ۶

۱۸- به ازای چند مقدار  $m$  از مجموعه  $\{5, 4, \dots, -4, -5\}$ ، تابع  $f(x) = |x^2 + m|x| - (m+1)|$  دقیقاً در پنج نقطه مشتق ناپذیر است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۹- نقاط گوشه‌ای تابع  $f(x) = \begin{cases} (x^3 - 4x^2 + 4x)[x] & ; |x| < 3 \\ |\log(|x| - 4)| - 1 & ; |x| > 4 \end{cases}$  رؤس یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۱۰

۲۰- نیم خط مماس چپ بر نمودار تابع  $f(x) = |3x - 6| \sqrt{x^2 + ax + b}$  در نقطه گوشه‌ای آن، دو خط مماس قائم بر نمودار همین تابع را

در نقاطی روی نیمسازهای نواحی اول و چهارم قطع می‌کند. مقدار  $a + b$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) ۱ یا -۱

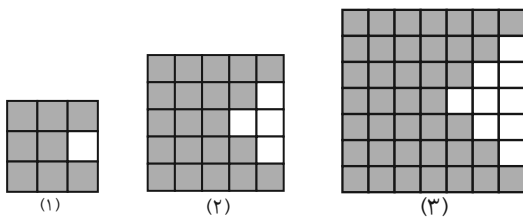
(۴) ۱ یا -۱

ریاضی پایه: ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله + توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۱ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۷ / حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶  
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۲۱- اگر بازه  $U$  باز مجموعه مرجع بوده و متمم مجموعه  $[a-1, a+2]$  به صورت  $(b+3, 3) \cup (-5, -2)$  باشد، آنگاه متمم مجموعه  $[a-2, b+3]$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۲۲- در الگوی مقابل تعداد مربع‌های رنگی در شکل دهم برابر با کدام است؟



(۱) ۳۴۱

(۲) ۳۸۶

(۳) ۲۳۱

(۴) ۲۶۱

۲۳- دو جمله متوالی دنباله  $a_n = \begin{cases} \frac{1}{200}n^2 - \frac{1}{20}n - 1 & ; n \text{ زوج} \\ \frac{3n}{17} & ; n \text{ فرد} \end{cases}$  برابر عدد صحیح  $k$  هستند. مقدار  $\sqrt{k} + (a_{17})^{a_{20}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۲۴- ۲۰ عضو از اعضای مجموعه  $M = \{100, 101, 102, \dots, 150\}$  را انتخاب می‌کنیم به طوری که این اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند.

در چند حالت، قدرنسبت دنباله بزرگ‌تر از صفر است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۳ (۳) ۴۳ (۴) ۴۵

۲۵- جملات اول، پنجم و نهم یک دنباله هندسی صعودی که مجموعشان ۸۴ است، به ترتیب جملات دوم، چهارم و دوازدهم یک

دنباله حسابی هستند. اختلاف واسطه‌های حسابی و هندسی جملات سوم و هشتم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۶- مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی غیر ثابت، برابر  $S_n$  و در دنباله  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_4, S_5, S_6, \dots, S_7, S_8, S_9, \dots, S_{10}$ ، نسبت مجموع

۱۲ جمله اول به مجموع ۶ جمله دوم برابر  $m$  است. حاصل  $\frac{1}{(m-1)^2}$  چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۲) \qquad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۴) \qquad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۳)$$

۲۷- در تساوی  $\sqrt[4]{4-\sqrt{15}} - \sqrt[4]{4+\sqrt{15}} = x(\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{2}})$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۲) \qquad -\sqrt[4]{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt[4]{2} \quad (۴) \qquad -\sqrt{2} \quad (۳)$$

۲۸- اگر  $A = (\sqrt{5} + \sqrt{21} + \sqrt{5} - \sqrt{21}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$  و  $B = \frac{\frac{6}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$  مقدار  $\frac{A}{B+1}$  کدام است؟

$$1 \quad (۲) \qquad -1 \quad (۱)$$

$$2 \quad (۴) \qquad -2 \quad (۳)$$

۲۹- حاصل عبارت  $M = (16x^2 - 4x + 1)(16x^2 - 1)(16x^2 + 4x + 1) + 1$  به ازای  $x = \sqrt[3]{-\frac{1}{4}}$  کدام است؟

$$256 \quad (۲) \qquad 128 \quad (۱)$$

$$1024 \quad (۴) \qquad 512 \quad (۳)$$

۳۰- اگر  $A = 5(\sqrt{2} + 1)^{-1} + \frac{7 + 4\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}}$  باشد، کدام عدد زیر یک عدد گویاست؟

$$\sqrt{2}A \quad (۲) \qquad 3A + \sqrt{2} \quad (۱)$$

$$A + \sqrt{2} \quad (۴) \qquad A - \sqrt{2} \quad (۳)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان بیضی): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- نقاط  $A(1, 3)$  و  $A'(-5, 3)$  دو سر قطر بزرگ یک بیضی هستند. اگر نقطه  $M$  بیرون این بیضی نباشد، حداکثر

مقدار  $MF + MF'$  کدام است؟ ( $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند).

۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۳۲- دو سر قطر کوچک یک بیضی با خروج از مرکز  $5/0$ ، کانون‌های یک بیضی دیگر است. اگر کانون‌های بیضی اول روی محیط بیضی

دوم باشند، خروج از مرکز بیضی دوم چقدر است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

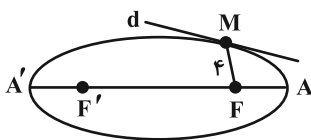
$0.75$  (۲)

$0.25$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)

۳۳- خروج از مرکز بیضی زیر  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  و طول قطر کوچک آن ۸ است. در نقطه  $M$ ، خط  $d$  را مماس بر بیضی رسم می‌کنیم تا امتداد قطر

بزرگ بیضی را در نقطه  $N$  قطع کند، فاصله  $N$  تا دورترین رأس بیضی کدام است؟



$8\sqrt{5} + 6$  (۱)

$8\sqrt{5} + 3$  (۲)

$6\sqrt{5} + 6$  (۳)

$6\sqrt{5} + 3$  (۴)

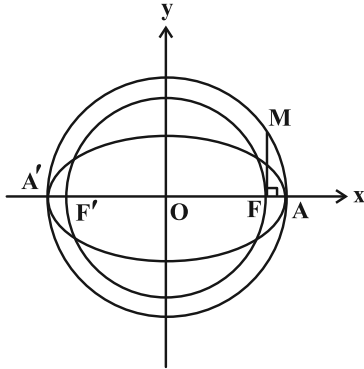
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۳۴- مطابق شکل، دو دایره هم مرکز با بیضی بوده و مماس MF بر محور AA' عمود است. اگر شعاع دایره کوچکتر  $\sqrt{3}$  و نقطه M

آزمون وی ای پی

روی خط  $d: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  قرار داشته باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند).



(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۴)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۳۵- نقطه دلخواه M روی بیضی با کانون‌های F و F' و قطر کوچک به اندازه ۱۰ واحد واقع است. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۲۰

واحد باشد، بیشترین مساحت این مثلث چقدر است؟

(۴)  $\frac{19}{25}$

(۳) ۱۹

(۲)  $\frac{18}{75}$

(۱)  $\frac{18}{5}$

۳۶- اگر بدنه داخلی یک بیضی قائم به طول اقطار ۶ و  $2\sqrt{5}$  آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های آن به مختصات  $(1, -2)$ ، اشعه نوری

بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس نور از کدام نقطه زیر ممکن است بگذرد؟

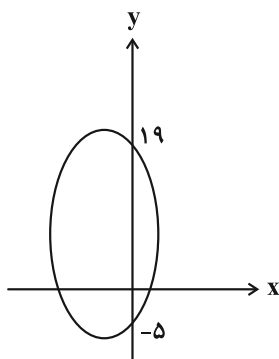
(۴)  $(-2, -3)$

(۳)  $(2, 1)$

(۲)  $(-2, 6)$

(۱)  $(-2, -5)$

۳۷- در بیضی شکل زیر قطر کوچک موازی محور x ها و یکی از کانون‌ها نقطه  $F(-7, 19)$  می‌باشد، طول قطر بزرگ کدام است؟



(۱) ۲۴

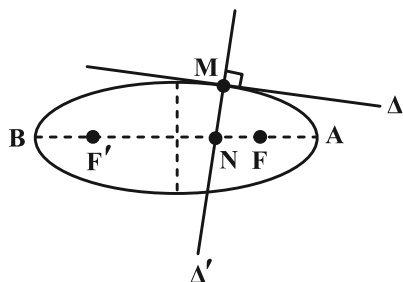
(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

۳۸- اگر مختصات رأس A در بیضی زیر  $(2, 5)$ ، کانون  $F'$  آن  $(2, -4)$  و فاصله رأس A تا کانون F برابر ۳ باشد و خطوط  $\Delta$  و  $\Delta'$  به

ترتیب در نقطه M بر بیضی مماس و عمود شده باشند، حاصل  $\frac{NF}{MF}$  کدام است؟



(۱) ۰/۵

(۲)  $\frac{2}{3}$

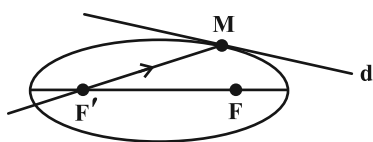
(۳) ۰/۷۵

(۴)  $\frac{1}{3}$

۳۹- خط d در نقطه M بر بیضی شکل زیر به کانون‌های F و  $F'$  مماس بوده و  $MF = 3$  و فاصله کانونی بیضی و اندازه قطر بزرگ به

ترتیب برابر ۷ و ۸ می‌باشد. یک پرتوی نوری از کانون  $F'$  به درون بیضی در نقطه M می‌تابد، زاویه حاده بین پرتوی انعکاس با

خط d چند درجه است؟



(۱) ۳۰

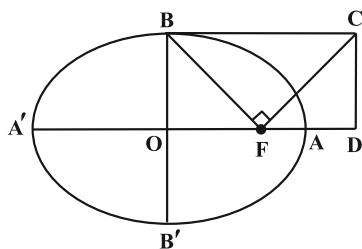
(۲) ۱۵

(۳) ۶۰

(۴) ۴۵

۴۰- در بیضی شکل زیر با قطرهای بزرگ و کوچک به اندازه‌های  $2a$  و  $2b$ ، کانون F، مرکز O و چهارضلعی مستطیل OBCD است.

اگر  $\widehat{BFC} = 90^\circ$  و خروج از مرکز بیضی برابر e باشد، اندازه OD کدام است؟



(۱) ae

(۲)  $\frac{a}{e}$

(۳) be

(۴)  $\frac{b}{e}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان انتقال (محورها)): صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- خطی به موازات خط هادی سهمی به معادله  $(y-1)^2 = x+1$ ، نمودار آن سهمی را در دو نقطه قطع می‌کند. اگر این دو نقطه به

همراه رأس سهمی، تشکیل مثلث متساوی‌الاضلاع دهند، طول ضلع این مثلث کدام است؟

- ۳ (۱)      ۶ (۲)      ۲√۳ (۳)      ۳√۳ (۴)

۴۲- کانون یک سهمی قائم روی خط  $d: y = 2x+1$  قرار دارد. اگر سهمی در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس باشد، آن گاه این

سهمی محور y را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- ۱/۴ (۱)      ۱/۵ (۲)      ۲/۵ (۳)      ۳/۴ (۴)

۴۳- در یک سهمی قائم که دهانه آن رو به بالا باز می‌شود، مختصات نقطه برخورد محور سهمی و خط هادی  $A(2, -2)$  می‌باشد. اگر

نقطه  $M(4, 0)$  روی سهمی قرار داشته باشد، فاصله کانون سهمی تا محور x ها کدام است؟

- صفر (۱)      ۱ (۲)      ۱/۲ (۳)      ۲ (۴)

۴۴- در سهمی به معادله  $(y-1)^2 = -4(x+1)$ ، قرینه رأس سهمی نسبت به کانون F را نقطه D می‌نامیم. از D خطی عمود بر محور

سهمی رسم می‌کنیم تا نمودار سهمی را در نقاط M و N قطع کند، طول MN کدام است؟

- ۸√۲ (۱)      ۶√۲ (۲)      ۴√۲ (۳)      ۲√۲ (۴)

۴۵- یک منحنی که نقاط واقع بر آن از خط  $x = -4$  و نقطه  $(2, -2)$  به یک فاصله‌اند، محورهای مختصات را در نقاط A، B و C قطع

می‌کند. مساحت مثلث ABC برابر کدام است؟

- ۲√۲ (۱)      ۲√۳ (۲)      ۴√۲ (۳)      ۴√۳ (۴)

۴۶- تمام دایره‌های به مرکز نقطه دلخواه  $M(x, y)$  واقع بر سهمی به معادله  $2y = (x-1)^2$  و گذرنده از کانون سهمی، بر کدام یک از خطوط

زیر همواره مماس هستند؟

(۱)  $6x + 1 = 0$

(۲)  $6y + 1 = 0$

(۳)  $5x - 6 = 0$

(۴)  $5y - 6 = 0$

۴۷- نقاط  $S(m, n)$  و  $F(m+4, 3)$  به ترتیب رأس و کانون یک سهمی افقی می‌باشند. اگر این سهمی از نقطه  $(0, -1)$  بگذرد، معادله

خط هادی سهمی کدام است؟

(۱)  $x = -5$

(۲)  $x = -4$

(۳)  $x = 3$

(۴)  $x = 4$

۴۸- خط  $x = -8$  سهمی به معادله  $(y+1)^2 = -8(x-2)$  را در دو نقطه  $M$  و  $N$  قطع کرده است. اگر  $F$  کانون این سهمی باشد،

مقدار  $\tan(\widehat{MFN})$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) ۲

(۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۴۹- یک سهمی با محور تقارن به معادله  $y = 4$  و خط هادی به معادله  $x = 4$  از نقطه  $A(9, 7)$  می‌گذرد. فاصله کانونی این سهمی

کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱

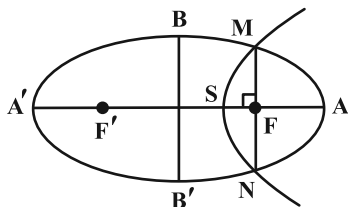
(۲)  $0/5$

(۳) ۲

(۴)  $2/5$

۵۰- در شکل زیر  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند و کانون سهمی بر نقطه  $F$  منطبق است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک بیضی به

ترتیب برابر ۱۲ و ۸ باشد، فاصله کانونی سهمی کدام است؟



(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۱ تا ۵۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در مثلث  $ABC$  با طول اضلاع  $AB = ۱۷$  و  $AC = ۲۵$ ، ارتفاع  $AH$  به طول  $۸$  واحد را رسم می‌کنیم طوری که نقطه  $H$  بین دو رأس  $B$

و  $C$  قرار دارد. اگر  $AB'$  بازتاب یافته ضلع  $AB$  نسبت به خط  $AH$  باشد، طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث  $AB'C$  تقریباً کدام است؟

(۱) ۲

(۲)  $2/7$

(۳)  $3/4$

(۴) ۴

۵۲- دایره  $C(O, a-۱)$  را با بردار انتقال  $\vec{v}$  بر دایره  $C'(O', \gamma-a)$  تصویر می‌کنیم. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر ۴

باشد، اندازه وتر مشترک دو دایره کدام است؟

(۱) ۴

(۲)  $2\sqrt{5}$

(۳) ۵

(۴)  $2\sqrt{6}$

۵۳- اگر پاره‌خط  $A'B'$  دوران یافته پاره‌خط  $AB$  به مرکز نقطه‌ای غیرواقع بر  $AB$  (و یا امتداد آن) باشد، مرکز دوران کدام است؟

( $A'$  و  $B'$  به ترتیب دوران یافته  $A$  و  $B$  هستند.)

(۱) محل تلاقی  $AB$  و  $A'B'$

(۲) محل تلاقی عمودمنصف‌های  $AB$  و  $A'B'$

(۳) محل تلاقی  $AA'$  و  $BB'$

(۴) محل تلاقی عمودمنصف‌های  $AA'$  و  $BB'$

محل انجام محاسبات

۵۴- مستطیل ABCD را با تجانسی به مرکز محل تلاقی قطرهای و نسبت  $(-\frac{1}{3})$  بر مستطیل A'B'C'D' تصویر می‌کنیم. اگر مساحت

بین این دو مستطیل برابر ۶۴ واحد مربع و طول قطر مستطیل بزرگ‌تر برابر  $6\sqrt{5}$  باشد، محیط مستطیل کوچک‌تر کدام است؟

۶ (۱) ۹ (۲)

۱۲ (۳) ۱۸ (۴)

۵۵- دوزنقه متساوی‌الساقین به طول قاعده‌های ۳ و ۵ و اندازه ارتفاع ۴ مفروض است. در تجانس نسبت به هر یک از نقاط متمایز M

و N قاعده کوچک بر قاعده بزرگ تصویر می‌شود. اندازه MN کدام است؟

۶ (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)

$\frac{7}{5}$  (۳) ۸ (۴)

۵۶- دو دایره به شعاع‌های ۶ و ۳ و طول خط‌المركزین ۲، مجانس یکدیگرند. مرکز تجانس مستقیم دو دایره، قطر دایره بزرگ‌تر را به

چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

$\frac{1}{5}$  (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

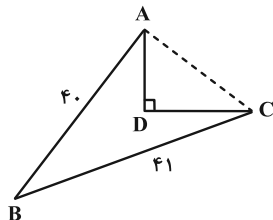
۵۷- تبدیل S از دو بازتاب متوالی، ابتدا نسبت به محور x ها و سپس نسبت به خط  $y = -x$  تشکیل شده است. تبدیل S کدام است؟

(۱) بازتاب نسبت به خط  $y = x$  (۲) دوران به مرکز مبدأ و زاویه  $90^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت

(۳) بازتاب نسبت به محور y ها (۴) دوران به مرکز مبدأ و زاویه  $135^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت

۵۸- زمینی مطابق شکل زیر در اختیار داریم به طوری که مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  قائم الزاویه و  $\hat{B}AD = 15^\circ$  است. می خواهیم بدون

تغییر در تعداد اضلاع و محیط این زمین، مساحت آن را تا حد ممکن افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت چقدر است؟



(۱) ۲۰/۲۵

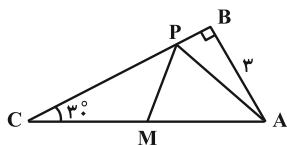
(۲) ۲۵

(۳) ۱۵

(۴) ۲۲/۵

۵۹- در مثلث قائم الزاویه شکل زیر،  $M$  وسط وتر و  $P$  نقطه‌ای دلخواه روی ضلع  $BC$  است. کمترین مقدار برای محیط مثلث  $APM$

چقدر است؟



(۱)  $3(\sqrt{3} + 1)$

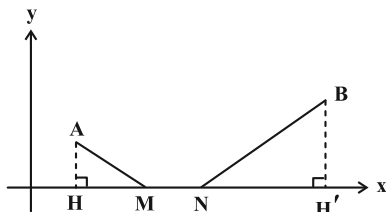
(۲) ۶

(۳)  $3 + 2\sqrt{3}$

(۴) ۹

۶۰- مطابق شکل زیر، نقاط  $A(4, 6)$  و  $B(20, 9)$  در صفحه مختصات مفروض اند. نقاط  $M$  و  $N$  را روی محور  $x$  ها، به فاصله ۴ از

یکدیگر، چنان انتخاب می کنیم که طول مسیر  $AMNB$  حداقل مقدار ممکن باشد. حاصل  $|MH - NH'|$  کدام است؟



(۱) ۴/۴

(۲) ۴/۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۲/۴



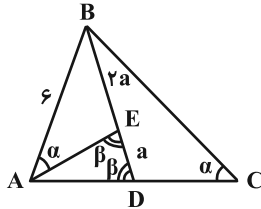
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن + چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۶۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- در مثلث شکل زیر، طول ضلع BC چقدر است؟



۱۲ (۱)

۱۰/۵ (۲)

۹ (۳)

۷/۵ (۴)

۶۲- طول اضلاع یک مستطیل برابر  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{6}$  است. فاصله نقطه وسط ضلع بزرگ‌تر از قطر مستطیل کدام است؟

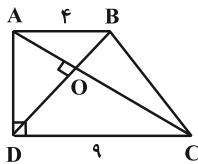
$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

۶۳- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، قطرهای بر هم عمودند. مساحت مثلث OAB کدام است؟



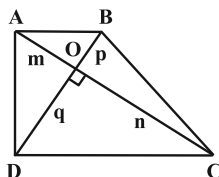
$\frac{48}{13}$  (۲)

$\frac{24}{5}$  (۱)

$\frac{36}{13}$  (۴)

$\frac{12}{5}$  (۳)

۶۴- در دوزنقه شکل زیر، اگر  $AB = 20$ ،  $CD = 35$  و  $AC \perp BD$  باشد، حاصل  $mn + pq$  کدام است؟



۳۰۰ (۱)

۳۵۰ (۲)

۶۰۰ (۳)

۷۰۰ (۴)

۶۵- روی وتر AB از مثلث قائم‌الزاویه ABC، مربع ABEF را خارج مثلث رسم می‌کنیم. اگر  $AC = 6$  و  $BC = 8$  باشد، طول

پاره‌خط CF کدام است؟

$2\sqrt{58}$  (۴)

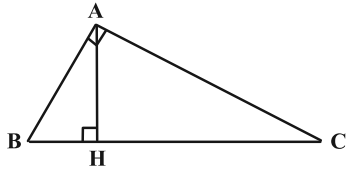
$\sqrt{58}$  (۳)

$4\sqrt{29}$  (۲)

$\sqrt{29}$  (۱)

محل انجام محاسبات

۶۶- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، ارتفاع وارد بر وتر، آن وتر را به نسبت ۱ به  $k$  تقسیم می‌کند. نسبت دو ضلع قائمه این مثلث برابر با



(۲)  $\frac{1}{k}$

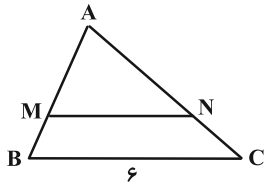
(۴)  $\frac{1}{k^2}$

کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{k}}$

(۳)  $\frac{1}{k+1}$

۶۷- نسبت مساحت دو مثلث شکل زیر برابر  $\frac{9}{4}$  و پاره خط  $MN$  موازی ضلع مثلث است. اگر محیط‌های دوزنقه و مثلث کوچک تر با هم



برابر باشند، محیط مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۱

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷

۶۸- کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً یک چندضلعی محدب را مشخص نمی‌کند؟

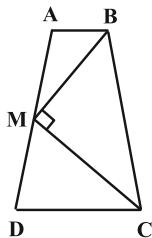
(۱) هر زاویه داخلی آن کمتر از  $180^\circ$  است.

(۲) سایر رأس‌های چندضلعی در یک طرف خطی قرار می‌گیرند که شامل هر کدام از ضلع‌های آن باشد.

(۳) یک قطر چندضلعی، آن را به دو چندضلعی محدب تقسیم می‌کند.

(۴) تمام نقاط پاره‌خطی که دو نقطه دلخواه درون چندضلعی را به هم وصل می‌کند، درون چندضلعی قرار دارد.

۶۹- در دوزنقه متساوی‌الساقین شکل زیر،  $M$  وسط ساق  $AD$ ،  $AM = 4$  و  $\widehat{BMC} = 90^\circ$  است. محیط دوزنقه  $ABCD$  کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۵

(۳) ۲۲

(۴) ۲۸

۷۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ )، اندازه زاویه  $C$ ،  $5$  برابر اندازه زاویه  $B$  است. از نقطه  $H$  پای ارتفاع وارد بر وتر، دو

عمود  $HM$  و  $HN$  به ترتیب بر اضلاع  $AB$  و  $AC$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$  چند برابر مساحت

چهارضلعی  $AMHN$  است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی (تا پایان کار در کلاس صفحه ۴۷): صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- یک گراف ساده مرتبه ۵ که عدد احاطه‌گری آن ۳ باشد، حداکثر چند رأس از درجه  $\Delta$  دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۲- در گراف  $C_7$  چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم شامل رأس مشخص  $v_1$  وجود دارد؟

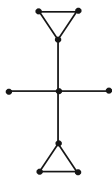
۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

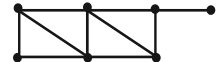
۷ (۴)

۷۳- عدد احاطه‌گری کدام گراف با بقیه متفاوت است؟

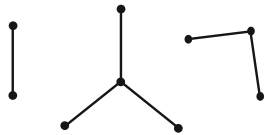


(۳)  $\bar{C}_n$  (با شرط  $n \geq 4$ ) (۴)

(۱)  $C_6$  (۲)



۷۴- در گراف شکل مقابل، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال کدام است؟



۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۴ (۴)

۷۵- گراف مقابل چند مجموعه احاطه‌گر حداکثر ۴ رأسی دارد؟

۴۲ (۱)

۵۰ (۲)

۶۲ (۳)

۵۶ (۴)



مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۷۶- فرض کنید  $H, G, F, E, D, C, B, A$  شهرهای یک استان بوده و فاصله‌های مستقیم این شهرها از یکدیگر دوبه‌دو مطابق جدول است. می‌خواهیم تعدادی ایستگاه رادیویی در برخی شهرهای این استان تأسیس کنیم. هر ایستگاه رادیویی تا ۵۰ کیلومتر اطراف خود را پوشش می‌دهد. حداقل چند ایستگاه رادیویی باید تأسیس کنیم تا همه شهرهای استان از پوشش امواج رادیویی برخوردار گردند؟

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	۰	۳۵	۵۵	۶۰	۷۰	۲۰	۸۰	۹۰
B	۳۵	۰	۴۰	۶۰	۷۵	۱۵	۸۵	۹۵
C	۵۵	۴۰	۰	۵۵	۶۵	۷۳	۱۰	۸۳
D	۶۰	۶۰	۵۵	۰	۵	۸۶	۵	۷۶
E	۷۰	۷۵	۶۵	۵	۰	۱۰	۱۰۰	۱۵
F	۲۰	۱۵	۷۳	۸۶	۱۰	۰	۵۹	۶۹
G	۸۰	۸۵	۱۰	۵	۱۰۰	۵۹	۰	۱۸
H	۹۰	۹۵	۸۳	۷۶	۱۵	۶۹	۱۸	۰

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۷۷- گراف  $G$  از مرتبه  $p$ ، دارای  $p$  مجموعه احاطه‌گر تک عضوی است. تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر این گراف کدام می‌تواند باشد؟

۵۱۱ (۴)

۶۵ (۳)

۱۲۸ (۲)

۲۵۴ (۱)

۷۸- گراف ۳-منتظم ناهمبند از مرتبه ۸، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

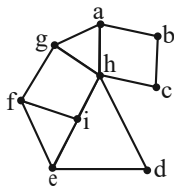
۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۷۹- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، برای گراف  $G$  در شکل مقابل، مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم است؟



$A_1 = \{b, d, f, h\}$  (الف)

$A_2 = \{a, d, i\}$  (ب)

$A_3 = \{b, c, h, i\}$  (پ)

$A_4 = \{c, d, f, g\}$  (ت)

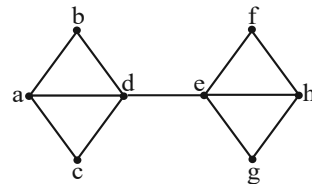
۴ (۴)

۳ (۳)

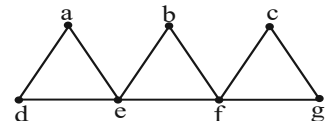
۲ (۲)

۱ (۱)

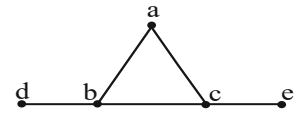
۸۰- چه تعداد از گراف‌های زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال یکتا دارد؟



(ب)



(الف)



(پ)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۷ تا ۵۴

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- گراف ساده  $G$  از مرتبه ۶ فقط یک  $\gamma$ -مجموعه به اندازه یک دارد. حداکثر اندازه  $G$  کدام است؟

۱۴ (۱)

۱۳ (۲)

۱۲ (۳)

۱۱ (۴)

۸۲- در کدام گراف  $n$  رأسی، عدد احاطه گری لزوماً برابر کران پایین  $\gamma(G)$  نیست؟

$P_n$  (۱)

$C_n$  (۲)

$K_n$  (۳)

$k$ -منتظم (۴)

۸۳- در گراف  $G$  از مرتبه ۷ با بیشترین تعداد یال ممکن، عدد احاطه گری برابر ۲ است. حاصل  $\sum_{i=1}^7 |N_G[v_i]|$  کدام است؟

۴۰ (۱)

۴۱ (۲)

۴۳ (۳)

۵۵ (۴)

۸۴- عدد احاطه گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه ۱۱ برابر ۵ است. این گراف دوری با کدام طول را نمی تواند داشته باشد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

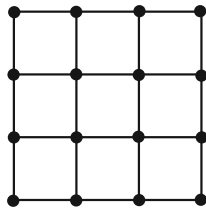
۸۵- عدد احاطه گری گراف شکل زیر کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)



محل انجام محاسبات

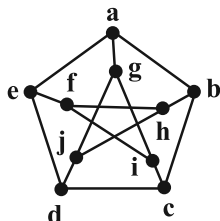
۸۶- گراف  $P_{12}$  مجموعه احاطه‌گر مینیمال از اندازه  $n$  دارد. مجموع مقادیر ممکن برای  $n$  کدام است؟

- (۱) ۹  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۱  
(۴) ۱۵

۸۷- گراف همبند  $G$  فقط یک رأس از درجه  $\Delta = 3$  دارد. اگر  $\gamma(G) = 4$  باشد،  $G$  حداکثر چند رأس دارد؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۳  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۶

۸۸- عدد احاطه‌گری گراف  $G$  در شکل زیر، با افزودن حداقل چند یال، یک واحد کاهش می‌یابد؟



- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۸۹- یک گراف  $P_n$ ، ۷ یال کمتر از گراف  $K_4$ -منتظم هم‌مرتبه‌اش دارد. حاصل  $\gamma(C_n) - q(K_n)$  کدام است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۳  
(۳) ۲۳  
(۴) ۲۶

۹۰- اگر مجموع مرتبه و اندازه گراف  $K_n$ ، برابر ۲۸ باشد، آن‌گاه تعداد  $\gamma$ -مجموعه‌ها در گراف  $P_n$  کدام است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۸



## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



## آزمون ۱۲ بهمن ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
			۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
			۱۶۱	۱۷۰





# آزمون « ۱۲ بهمن ۱۴۰۳ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

## دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه  
(از ساعت ۹:۵۰ صبح تا ۱۱)

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال  
(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس	
۹۱-۱۱۰	۱۰	فیزیک ۳	عادی
	۱۰		پیشروی سریع
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲	زوج کتاب
		فیزیک ۱	
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	شیمی ۳	عادی
			پیشروی سریع
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۲	زوج کتاب

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهران اسماعیلی-حسین الهی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-معصومه شریعت‌ناصری-مهدی شریفی-مصطفی کیانی محمد مقدم-محمدکاظم منشادی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورچاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی حمید ذبحی-یاسر راش-حسن رحمتی کوکنده-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-حسین شاهسواری-امیرحسین طیبی رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنون-آرمین محمدی چیرانی-هادی مهدی زاده	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم محمدرضا جمشیدی
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی اوستا عباسی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	کیان مکی ابراهیم نوری پرهام مهرآرا	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

### گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح‌اله‌زاده	حروف‌نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

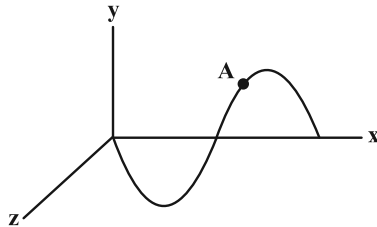
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج (تا پایان موج طولی و مشخصه‌های آن): صفحه‌های ۶۹ تا ۷۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- شکل زیر، نمودار تغییرات میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که در صفحه  $xOy$  و در جهت محور  $x$



منتشر می‌شود. جهت میدان مغناطیسی در نقطه  $A$  کدام است؟

- (۱)  $\odot$
- (۲)  $\otimes$
- (۳)  $\uparrow$
- (۴)  $\downarrow$

۹۲- اختلاف طول موج دو موج الکترومغناطیسی  $A$  و  $B$  که در خلأ منتشر می‌شوند، برابر با  $6\text{nm}$  بوده و بسامد موج  $A$ ،  $4$  برابر

بسامد موج  $B$  است. بسامد موج  $A$  چند هرتز است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

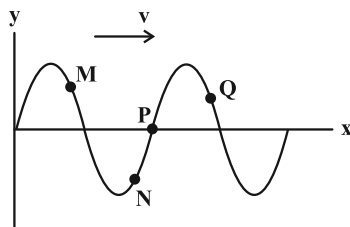
- (۱)  $\frac{3}{8} \times 10^{17}$
- (۲)  $1/5 \times 10^{17}$
- (۳)  $\frac{2}{3} \times 10^{17}$
- (۴)  $\frac{1}{3} \times 10^{17}$

۹۳- سرعت انتشار موج عرضی در یک تار،  $80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است. نیروی کشش این تار را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا سرعت انتشار

موج در آن به  $96 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  برسد؟

- (۱)  $20$  - افزایش
- (۲)  $20$  - کاهش
- (۳)  $44$  - افزایش
- (۴)  $44$  - کاهش

۹۴- در شکل زیر، نقش یک موج عرضی در حال انتشار در یک ریسمان در لحظه  $t = 0$  رسم شده است. کدام گزاره‌ها در مورد این



موج در این لحظه درست است؟ آزمون وی ای پی

(الف) حرکت ذره  $M$  رو به پایین و تندشونده است.

(ب) بزرگی آهنگ تغییرات سرعت ذره  $M$  بیشتر از ذره  $P$  است.

(پ) ذره  $P$  ساکن است.

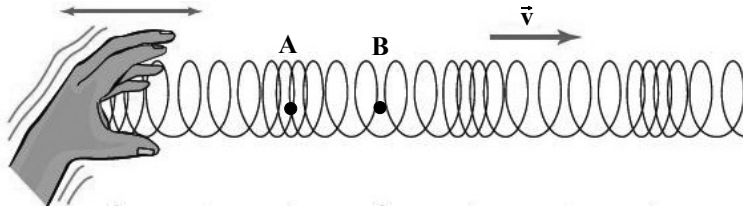
(ت) شتاب ذره  $Q$  منفی و سرعت آن مثبت است.

- (۱) الف و پ
- (۲) ب و ت
- (۳) الف، ب و ت
- (۴) همه موارد

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۹۵- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از انتشار موج طولی در یک فنر را نشان می‌دهد. با توجه به این تصویر چند مورد از موارد زیر صحیح

می‌باشد؟ (نقاط B و A به ترتیب دقیقاً در وسط کشیدگی و فشردگی روی فنر هستند.)



الف) تندی لحظه‌ای نقطه B بیشینه است.

ب) شتاب نقطه A بیشینه می‌باشد.

ج) بین نقاط A و B یک نقطه وجود دارد

که دارای بیشترین فاصله از مرکز تعادل است.

د) تندی لحظه‌ای نقطه A از نقطه B بیشتر است.

ه) نقطه B و A دارای بیشترین انرژی جنبشی هستند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۹۶- در یک زلزله، تندی موج P برابر با  $7/8 \text{ km/s}$  و تندی موج S با آن  $3/6 \text{ km/s}$  اختلاف دارد. اگر فاصله محل زمین لرزه تا محل

لرزه‌نگار  $1638 \text{ km}$  باشد، این دو موج با اختلاف زمانی چند ثانیه به محل لرزه‌نگار می‌رسند؟

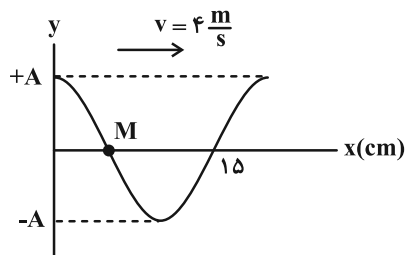
۲۱۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

۴۵۵ (۴)

۱۸۰ (۳)

۹۷- شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد. در بازه زمانی  $t_1 = 0.075 \text{ s}$



تا  $t_1 = 0.09 \text{ s}$ ، نوع حرکت ذره M چگونه است؟

(۱) پیوسته تندشونده

(۲) پیوسته کندشونده

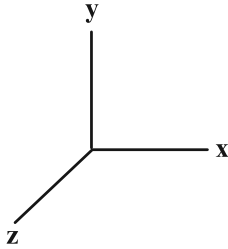
(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

محل انجام محاسبات

۹۸- یک موج الکترومغناطیسی سینوسی در جهت محور  $y$  ها منتشر می‌شود. اگر در یک لحظه، میدان الکتریکی در جهت محور  $x$  و

برابر با  $E_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2}$  و در حال کاهش باشد، در زمان  $\frac{T}{4}$  بعد از این لحظه، جهت میدان مغناطیسی چگونه و چند برابر  $B_{\max}$  است؟



(۱) در جهت  $z$  و در حال افزایش،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

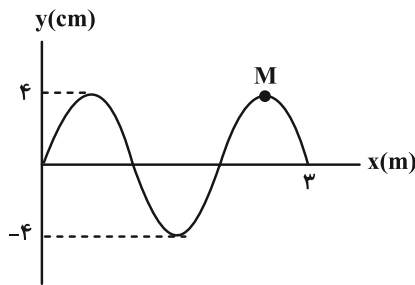
(۲) در جهت  $z$  و در حال افزایش،  $\frac{1}{2}$

(۳) خلاف جهت  $z$  و در حال کاهش،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) خلاف جهت  $z$  و در حال کاهش،  $\frac{1}{2}$

۹۹- شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در یک تار همگن کشیده در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد. اگر نیروی کشش تار  $80\text{N}$ ، چگالی

تار  $\frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}}$  و سطح مقطع تار  $5 \text{mm}^2$  باشد، بزرگی سرعت متوسط نقطه  $M$  از تار در بازه زمانی  $t_1 = \frac{1}{600} \text{s}$  تا  $t_2 = \frac{1}{200} \text{s}$



چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۶

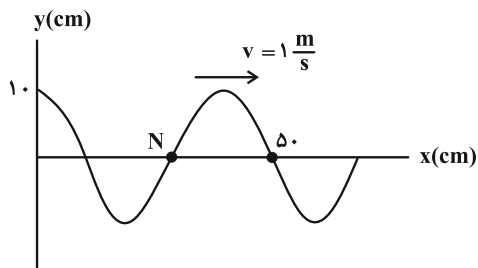
(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۱۰۰- نقش یک موج عرضی که در یک تار منتشر شده است، در لحظه  $t = 0$  مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه بر حسب ثانیه، برای

اولین بار شتاب ذره  $N$  در  $\text{SI}$  به صورت  $\vec{a} = -12/5 \vec{j}$  است؟ ( $\pi^2 = 10$ )



(۱)  $\frac{7}{30}$

(۲)  $\frac{1}{30}$

(۳)  $\frac{5}{30}$

(۴)  $\frac{1}{15}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر صحیح‌اند؟

الف) ارتفاع صوت و بلندی صوت به ترتیب به درک انسان از شدت و بسامد صوت گفته می‌شود.

ب) اگر یک دیپازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، صداهایی با بلندی یکسان حس می‌کنیم.

پ) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره  $2000\text{ Hz}$  تا  $5000\text{ Hz}$  است در حالی که گوش انسان قادر به شنیدن تن صداهای  $20\text{ Hz}$  تا  $20000\text{ Hz}$  است.

ت) اثر دوپلر نه تنها برای امواج صوتی بلکه برای امواج الکترومغناطیسی نیز برقرار است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۲- شخصی با چکش به انتهای میله باریک بلندی ضربه‌ای می‌زند. تندی صوت در این میله ۵ برابر تندی صوت در هوا است. شخص

دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است، دو صدا را که یکی از میله می‌آید و دیگری از هوای اطراف میله،

با اختلاف زمانی  $0.08\text{ s}$  می‌شنود. اگر تندی صوت در هوا  $340\frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، طول میله چند متر است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۳۴ (۳) ۶۸ (۴) ۳۴۰

۱۰۳- تراز شدت صوت در یک کتابخانه ۳۰ دسی‌بل و در یک خیابان شلوغ ۷۰ دسی‌بل است. شدت صوت در خیابان شلوغ چند برابر

شدت صوت در کتابخانه است؟

(۱) ۱۰ (۲)  $10^4$  (۳)  $10^3$  (۴)  $10^2$

۱۰۴- در هر دقیقه،  $6\text{ mJ}$  انرژی صوتی از چشمه کوچک S در محیط منتشر می‌شود. تراز شدت صوتی که به گوش شنونده‌ای در

فاصله  $\frac{5\sqrt{3}}{3}\text{ m}$  از چشمه S می‌رسد، چند دسی‌بل است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود،  $I_0 = 10^{-12}\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  ،  $\pi = 3$ )

(۱) ۹۰ (۲) ۸۰ (۳) ۷۰ (۴) ۶۰

۱۰۵- شنونده‌ای در مبدأ زمان، از محل یک چشمه با سرعت ثابت دور می‌شود. در ۴ ثانیه دوم حرکت، تراز شدت صوتی که شنونده

دریافت می‌کند، چند دسی‌بل و چگونه تغییر می‌کند؟ ( $\log 2 \approx 0.3$ )، توان چشمه ثابت و جبهه‌های موج را کروی در نظر بگیرید.)

(۱) ۸ dB کاهش می‌یابد. (۲) ۶ dB کاهش می‌یابد.

(۳) ۸ dB افزایش می‌یابد. (۴) ۶ dB افزایش می‌یابد.

۱۰۶- شخصی به مدت ۲۰ دقیقه، در معرض صوتی با تراز شدت صوت ۱۲۰dB قرار گرفته است. به همین خاطر آستانه شنوایی این شخص، به طور موقت از ۰dB به ۳۰dB افزایش یافته است. اگر صوتی با تراز شدت صوت ۴۲dB به گوش این شخص برسد، شدت صوتی که دریافت می کند چند برابر شدت صوت مبنای گوش این شخص است؟ ( $\log 2 \approx 0.3$ )

- (۱)  $\frac{125}{8}$       (۲) ۴      (۳) ۸      (۴) ۱۶

۱۰۷- توان یک چشمه صوت ۶۰۰ میلی وات است. اگر در یک فضای باز، شنونده ای در فاصله ۲۰ متری از چشمه صوت، صوت حاصل را با تراز شدت صوت ۸۰ دسی بل حس کند، در طی انتشار صوت در این فاصله، چند درصد از توان صوتی چشمه در محیط جذب

شده است؟ ( $\pi = 3$  و  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ )

- (۱) ۲      (۲) ۲۰      (۳) ۴۰      (۴) ۸

۱۰۸- یک ماشین آتش نشانی آژیرکشان، با تندی ثابت از یک شنونده ساکن دور می شود. اگر بسامد و توان امواج صوتی آژیر ثابت فرض شود، در ضمن دور شدن ماشین آتش نشانی، بسامد و شدت صوت دریافتی توسط شنونده به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می کند؟

- (۱) کاهش - کاهش      (۲) کاهش - ثابت      (۳) ثابت - ثابت      (۴) ثابت - کاهش

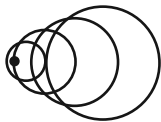
۱۰۹- مطابق شکل زیر، یک چشمه صوت ساکن با بسامد  $f$ ، جبهه امواج صوتی را به صورت کره های هم مرکز در هوا منتشر می کند. رابطه بسامد صوت شنیده شده توسط اشخاص A و B،  $f_A > f > f_B$  است. کدام گزینه می تواند جهت حرکت اشخاص باشد؟



- (۱)  $\leftarrow A \quad \rightarrow B$   
 (۲)  $\rightarrow A \quad \rightarrow B$   
 (۳)  $\rightarrow A \quad \leftarrow B$   
 (۴)  $\leftarrow A \quad \leftarrow B$

۱۱۰- چشمه صوت S که با تندی ثابت در حال حرکت است، در شکل زیر نشان داده شده است. این چشمه صوت در مدت ۶ ثانیه کدام

یک از مسافت های زیر را بر حسب متر می تواند طی کند؟ ( $320 \frac{m}{s}$  = تندی صوت در محیط)



- (۱) ۱۰۰۰      (۲) ۱۵۰۰      (۳) ۲۰۰۰      (۴) ۱۹۲۰

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکترواستاتیکی ساکن + جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر خازنی، انرژی ذخیره شده در آن ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. بار الکتریکی ذخیره شده روی هر یک از صفحات خازن چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

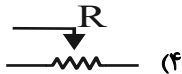
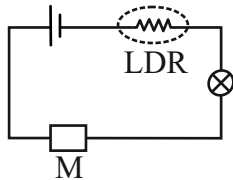
۱۱۲- دو کره رسانای مشابه A و B به ترتیب با بارهای الکتریکی  $-4.0 \text{ nC}$  و  $+7.2 \text{ nC}$  را به وسیله یک سیم رسانا به یکدیگر وصل می‌کنیم. اگر دو کره در مدت ۸ میکروثانیه به تعادل الکترواستاتیکی برسند، به ترتیب از راست به چپ، جریان الکتریکی عبوری از سیم ..... میلی‌آمپر و جهت آن از طرف کره ..... به طرف کره ..... خواهد بود.

- (۱) A, A, ۲ (۲) A, B, ۲ (۳) B, A, ۷ (۴) A, B, ۷

۱۱۳- روی یک باتری خودرو و یک باتری قلمی به ترتیب مقادیر  $50 \text{ Ah}$  و  $2000 \text{ mAh}$  نوشته شده است. اگر از باتری خودرو به طور متوسط جریان  $5 \text{ A}$  عبور کند، از باتری قلمی به طور متوسط باید شدت جریان چند میکروآمپر عبور کند تا زمان خالی شدن باتری قلمی ۴۰ برابر زمان خالی شدن باتری خودرو باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۵۰۰

۱۱۴- مدار شکل زیر را در فضای بیرون قرار می‌دهیم. اگر نور لامپ در طول شبانه‌روز تغییر نکند، به جای قسمت M (حذف شده از مدار) کدام قطعه الکتریکی قرار دارد؟



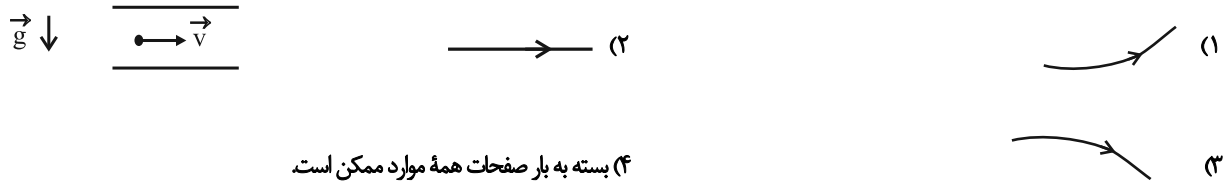
۱۱۵- فاصله بین صفحات خازنی تخت با عایقی به ضریب دی الکتریک ۹ پر شده است. بدون جدا کردن خازن از باتری، فاصله بین صفحات و ابعاد صفحات آن را  $\frac{1}{3}$  برابر کرده و دی الکتریک بین صفحات را از آن خارج می‌کنیم. سپس خازن را از باتری جدا کرده و فاصله صفحات خازن را با عایق دیگری به ضریب دی الکتریک ۶ پر می‌کنیم. در این حالت، میدان الکتریکی بین صفحات خازن چند برابر حالت اولیه قبل از تغییرات خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{27}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۱۶- جرم سیم B سه برابر جرم سیم A و چگالی آن دو برابر چگالی سیم A است. اگر مقاومت ویژه سیم B نصف مقاومت ویژه سیم A و قطر مقطع آن سه برابر قطر مقطع سیم A باشد، مقاومت الکتریکی سیم B چند برابر مقاومت الکتریکی سیم A است؟

۱۰۸ (۱)      ۵۴ (۲)       $\frac{1}{54}$  (۳)       $\frac{1}{108}$  (۴)

۱۱۷- ذره‌ای با بار الکتریکی q با تندی v روی خط مستقیم وارد فضای بین صفحات یک خازن متصل به باتری می‌شود. اگر در حین حرکت هوای بین دو صفحه را تخلیه کنیم، مسیر حرکت بار q کدام است؟

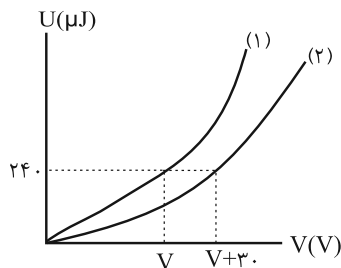


(۴) بسته به بار صفحات همه موارد ممکن است.

۱۱۸- دو سیم هم جنس و هم جنس یکی توپر به شعاع R و دیگری توخالی به شعاع خارجی R و شعاع داخلی r موجود است. اگر مقاومت الکتریکی سیم توخالی  $\frac{9}{4}$  برابر مقاومت سیم توپر باشد، نسبت R به r کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۱)      ۳ (۲)       $\sqrt{3}$  (۳)       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

۱۱۹- شکل زیر، نمودار انرژی ذخیره شده در خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  را برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آنها نشان می‌دهد. ظرفیت یکی از خازن‌ها، ۴ برابر ظرفیت خازن دیگر است. اگر دو سر خازن  $C_2$  را به اختلاف پتانسیل ۲۵V وصل کنیم، بار ذخیره شده در آن چند میکروکولن می‌شود؟



۳۰ (۱)  
۷/۵ (۲)  
 $\frac{40}{3}$  (۳)  
 $\frac{10}{3}$  (۴)

۱۲۰- خازنی به ظرفیت  $10\mu F$  دارای بار الکتریکی ذخیره شده Q است. خازن را از باتری جدا کرده و سپس  $+4mC$  بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل می‌کنیم. اگر در این حالت انرژی ذخیره شده در خازن ۱۰J افزایش یابد، مقدار Q چند میلی کولن است؟

۴۶ (۱)      ۲۳ (۲)       $46 \times 10^{-3}$  (۳)       $23 \times 10^{-3}$  (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام موارد زیر درست است؟

(الف) یخ نمونه‌ای از یک جامد بلورین است.

(ب) پدیده پخش در مایعات سریع‌تر از گازها رخ می‌دهد.

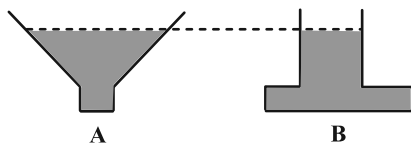
(پ) با افزایش دمای یک مایع، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آن ضعیف می‌شود.

(ت) علت بالا رفتن آب در لوله‌های موئین شیشه‌ای تمیز، فشار هوا می‌باشد.

(۱) الف، ب و پ (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) ب، پ و ت

۱۲۲- مطابق شکل زیر، در دو ظرف A و B که مساحت کف آن‌ها به ترتیب  $5\text{cm}^2$  و  $15\text{cm}^2$  می‌باشد، تا ارتفاع مساوی از یک مایع می‌ریزیم.

اگر وزن مایع ظرف A برابر وزن مایع ظرف B باشد، نسبت نیرویی که مایع بر کف هر ظرف وارد می‌کند  $(\frac{F_A}{F_B})$ ، کدام است؟



(۲) ۱۲

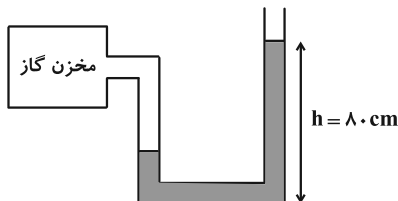
(۱)  $\frac{1}{12}$

(۴)  $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

۱۲۳- در شکل زیر، مایعی به چگالی  $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  در حالت تعادل قرار دارد. فشار گاز درون مخزن را چند سانتی‌متر جیوه کاهش دهیم تا

ارتفاع h به  $53\text{cm}$  برسد؟  $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $P_0 = 75\text{cmHg}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



(۱) ۲

(۲) ۴

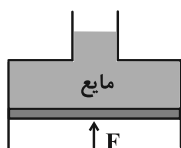
(۳) ۶

(۴) ۸

محل انجام محاسبات

۱۲۴- در شکل زیر، مساحت مقطع قسمت پایین ۴ برابر مساحت مقطع قسمت بالایی طرف می باشد. اگر تحت تاثیر نیروی  $F$ ، سطح آزاد

مایع نسبت به حالت اولیه ۸۰ سانتی متر بالا برود، فشار ناشی از مایع در محل بیستون چند سانتی متر جیوه افزایش می یابد؟

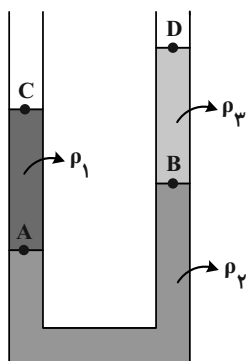


$$\left( \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{مایع}} = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۱۵ (۲) ۲۰ (۱)

۳۰ (۴) ۲۵ (۳)

۱۲۵- مطابق شکل، سه مایع مخلوط نشدنی در لوله ریخته شده اند. کدام رابطه بین فشار در نقاط مشخص شده درست است؟



$P_A > P_B > P_C = P_D$  (۱)

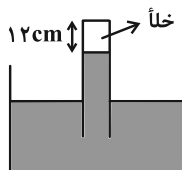
$P_A = P_B > P_C > P_D$  (۲)

$P_A - P_C = P_B - P_D$  (۳)

$P_A + P_C = P_B + P_D$  (۴)

۱۲۶- در شکل زیر، لوله ای به صورت قائم درون ظرفی که حاوی مایعی به چگالی  $10/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است، قرار دارد. ارتفاع بخش خلأ

لوله ۱۲ cm و سطح مقطع لوله  $5 \text{ cm}^2$  است. لوله را در راستای قائم چند سانتی متر جابه جا کنیم تا نیروی وارد بر انتهای بسته



لوله ۴/۰۸ نیوتون شود؟ ( $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ ،  $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۱۸ (۲) ۲۰ (۱)

۶ (۴) ۱۴ (۳)

۱۲۷- فشار ناشی از ۳۰۰ گرم از مایعی درون یک ظرف استوانه‌ای  $6000 \text{ Pa}$  است. اگر ۱۰۰ گرم آب به این ظرف اضافه کنیم، مجموع

ارتفاع دو مایع در ظرف به  $70 \text{ cm}$  می‌رسد. چگالی مایع چند واحد SI است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

۱)  $1/2$  (۱) ۱۲۰۰ (۲)

۳)  $1/5$  (۳) ۱۵۰۰ (۴)

۱۲۸- از یک شیر، آب به صورت پایا و بدون تلاطم در حال جریان است. با پیچاندن فلکه آن، قطر مقطع خروجی آب، ۱۵۰ درصد

افزایش می‌یابد. در این صورت تندی آب خروجی از شیر نسبت به حالت اولیه چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۱۶ (۱) ۴۰ (۲)

۳) ۶۰ (۳) ۸۴ (۴)

۱۲۹- در مکعبی به ضلع  $1 \text{ m}$ ، سه مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های  $\rho_A = 5/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ،  $\rho_B = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $\rho_C = 11/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  ریخته

شده، به طوری که بعد از ایجاد تعادل، مجموع ارتفاع سه مایع برابر  $55 \text{ cm}$  است. اگر فشار کل در کف ظرف برابر با  $100 \text{ cmHg}$  و

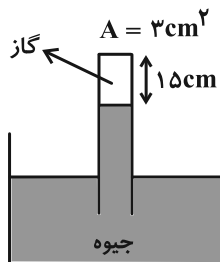
ارتفاع مایع A هفت برابر ارتفاع مایع C باشد، ارتفاع مایع B چند سانتی‌متر است؟ ( $P_0 = 75 \text{ cmHg}$  و  $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

۱) ۱۰ (۱) ۱۵ (۲)

۳) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۱۳۰- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز درون لوله برابر  $87/75 \text{ kPa}$  است. اگر لوله را نسبت به امتداد قائم  $60^\circ$  منحرف کنیم، نیروی

وارد بر انتهای بسته لوله چند نیوتون خواهد بود؟ ( $P_0 = 101/25 \text{ kPa}$ ،  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و  $\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )



۱)  $14/175$  (۱)

۲)  $18/375$  (۲)

۳)  $22/125$  (۳)

۴)  $24/525$  (۴)

شیمی ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری (هنر نمایی شاره): صفحه‌های ۶۷ تا ۷۹ / شیمی ۱: صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۵۴ تا ۵۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- در کدام ردیف‌های جدول زیر، تمامی داده‌های مربوط به ترکیب گفته شده درست است؟ (منظور از p.e، جفت الکترون‌های پیوندی و n.e، جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها است).

$\frac{p.e}{n.e}$	رنگ اتم مرکزی در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی	فرمول شیمیایی	نام ترکیب	ردیف
$\frac{1}{3}$	آبی	$SiCl_4$	سیلیسیم تتراکلرید	۱
$\frac{4}{6}$	سرخ	$NO_3^-$	یون نیترات	۲
$\frac{3}{10}$	آبی	$NF_3$	نیتروژن تری فلئورید	۳
$\frac{1}{3}$	آبی	$SO_3$	گوگرد تری اکسید	۴

۴، ۱ (۴)

۳، ۲ (۳)

۴، ۲ (۲)

۳، ۱ (۱)

۱۳۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) سرخ بودن خاک رس به علت وجود آهن (II) اکسید در آن می‌باشد.

ب) با حرارت دادن به خاک رس، درصد جرمی همه مواد موجود در آن افزایش می‌یابد.

پ) وجود یک اکسید نافلزی، در سازه‌های سنگی باعث استحکام و ماندگاری آن‌ها شده است.

ت) درصد جرمی آب در یک کیلوگرم خاک رس با جذب ۱۲۵ گرم رطوبت از ۱۰٪ به ۲۰٪ می‌رسد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)


۱۳۳- در ارتباط با الماس و گرافیت کدام مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) در ساختار هر دو ماده، اتم کربن ۴ پیوند کووالانسی با تعدادی کربن تشکیل داده است.

(۲) تک لایه‌ای از گرافیت را گرافن می‌گویند که اتم‌های کربن در آن ساختارهای منظم شش ضلعی ایجاد کرده‌اند.

(۳) در هر لایه از گرافیت، اتم‌های کربن با الگویی شبیه به کندوی زنبور عسل کنار یکدیگر قرار می‌گیرند.

(۴) ضعیف‌تر بودن پیوندهای کربن- کربن در گرافیت عامل نرم بودن این ماده است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۳۴- الماس ..... گرافیت ..... و یخ ..... گرافن .....

- (۱) برخلاف، دارای نیروی بین مولکولی نیست، همانند، یک جامد مولکولی است.
- (۲) برخلاف، چینش اتمی سه بعدی دارد، برخلاف، نیروی بین مولکولی دارد.
- (۳) همانند، رسانای ضعیف جریان الکتریسیته بوده، همانند، فقط دارای پیوندهای اشتراکی است.
- (۴) همانند، دارای پیوند بین مولکولی بوده، همانند، یک جامد مولکولی است.

۱۳۵- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز:

- (۱) فراوان‌ترین عنصر شبه فلزی در پوسته جامد زمین  $Si$  ۱۴ می‌باشد.
  - (۲) سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
  - (۳) کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص  $SiO_2$  است.
  - (۴) عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم هستند.
- ۱۳۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر جمله «گرافن، همانند گرافیت .....» را به درستی تکمیل می‌کند؟

- شفاف و انعطاف‌پذیر است.
  - دارای خاصیت رسانایی الکتریکی است.
  - جزو جامدهای کووالانسی می‌باشد.
  - تنها از یک نوع اتم نافلزی ساخته شده است.
  - تنها دارای پیوند اشتراکی بین اتم‌های C است و نیروی جاذبه دیگری در آن‌ها مشاهده نمی‌شود.
- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۳۷- کدام مقایسه در مورد جامدهای کووالانسی نام برده شده در هر گزینه، درست است؟

- (۱) درجه سختی: گرافیت >  $SiC$
- (۲) اندازه آنتالپی سوختن: گرافیت < الماس
- (۳) آنتالپی پیوند:  $Si - C > Si - O$
- (۴) چگالی: الماس > گرافیت

۱۳۸- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- همه ترکیبات آلی جزء مواد مولکولی هستند.
- مولکولهای آب موجود در یخ، آرایشی منظم و سه بعدی دارند که به صورت حلقه‌های شش گوشه در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند.
- در ساختار یخ، هر اتم هیدروژن با یک پیوند اشتراکی به یک اتم اکسیژن متصل شده است.
- در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن پیوند اشتراکی داشته و با دو اتم هیدروژن یک مولکول آب مجاور خود پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

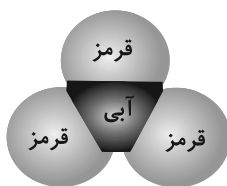
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۹- کدام مورد از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) در فناوری تولید انرژی الکتریکی در سایه پرتو خورشیدی، از آینه‌ها برای متمرکز کردن پرتوهای خورشیدی بر روی منبع آب و گرم کردن آن استفاده می‌کنند.
- (۲) نیتروژن به دلیل جرم مولی بیشتر در مقایسه با HF، نقطه جوش بالاتری دارد.
- (۳) هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی کمتری به حالت مایع باقی می‌ماند.
- (۴) در فرایند تولید برق گستره دمایی‌ای که NaCl در حالت مذاب است، به علت داشتن پیوندهای یونی بسیار قوی در شبکه یونی، در حدود  $135^{\circ}\text{C} - 85^{\circ}\text{C}$  است.

۱۴۰- کدام مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (الف) در مولکول  $\text{CO}_2$ ، تراکم بار الکتریکی منفی بر روی اتم‌های جانبی، بیشتر از اتم مرکزی است.
- (ب) همه مولکول‌هایی که از یک نوع اتم ساخته شده‌اند، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.
- (پ) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کلروفرم ( $\text{CHCl}_3$ )، بیشترین رنگ سرخ روی اتم کلر قرار دارد.
- (ت) شکل روبه‌رو می‌تواند مربوط به مولکول  $\text{SO}_3$  باشد.



(۱) الف ، پ (۲) ب ، پ (۳) فقط ب (۴) ب ، ت

شیمی ۳: شیمی جلوه‌های از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۹۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) چگالی بار آنیون‌ها به دلیل شعاع بیشتر، همواره از چگالی بار کاتیون‌ها کمتر است.

(۲) ترتیب چگالی بار به صورت  $\text{Ca}^{2+} > \text{Li}^{+} > \text{K}^{+}$  است.

(۳) نسبت بار به حجم یون در  $\text{S}^{2-}$  از  $\text{Cl}^{-}$  بزرگ‌تر است.

(۴) چگالی بار برای برخی عناصر گروه ۱۴ تعریف نمی‌شود.

۱۴۲- با توجه به شکل زیر که قسمتی از جدول تناوبی عنصرها را نمایش می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (نمادها فرضی است).


(آ) مقایسه « $C > A > B$ » از لحاظ تنوع عدد اکسایش به نادرستی صورت گرفته است.

(ب) در میان عنصرهای مطرح شده، عنصر F بیشترین خصلت فلزی و عنصر D بیشترین خصلت نافلزی را دارد.

(پ) در میان سه عنصر C، D و E، یون پایدار عنصر E بزرگ‌ترین و یون پایدار عنصر C کوچک‌ترین شعاع یونی را دارد.

(ت) قدرت نیروهای جاذبه بین یون‌های « $F^{+}$  و « $D^{3-}$ » بیشتر از یون‌های « $C^{2+}$  و « $D^{3-}$ » است.

(۱) (آ) و (ب) (۲) (آ)، (ب) و (پ)

(۳) (ب)، (پ) و (ت) (۴) (پ) و (ت)

۱۴۳- عبارت کدام گزینه در مورد فلزها، نادرست است؟

(۱) شکل‌پذیری، رسانایی الکتریکی و واکنش‌پذیری فلزها را می‌توان براساس الگوی دریای الکترونی آنها توجیه کرد.

(۲) براساس مدل دریای الکترونی فلزها، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای آنها الکترون‌های

ظرفیت اتم، دریایی را ساخته‌اند.

(۳) تیتانیم (IV) اکسید و آهن (III) اکسید و دوده از جمله رنگ دانه‌های معدنی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه را ایجاد می‌کنند.

(۴) تیتانیم نسبت به فولاد مقاومت در برابر خوردگی بیشتری داشته اما چگالی کم‌تری دارد.





۱۴۸- کدام عبارت‌ها در مورد عنصر تیتانیوم درست است؟

(الف) عدد اتمی آن ۲۳ و شماره گروه آن از شماره دوره‌اش بزرگ‌تر است.

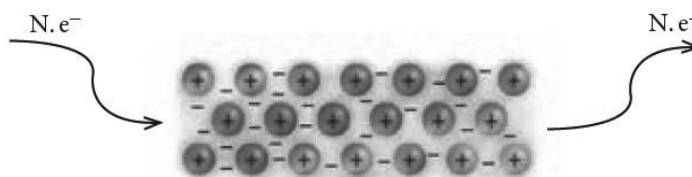
(ب) یکی از ۹ عنصر دوره ۴ دسته d جدول تناوبی است که نماد ۲ حرفی دارد.

(پ) عنصری از دسته d است که یون حاصل از آن به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

(ت) مجموع عدد کوانتومی فرعی الکترون‌های آن برابر با ۱۶ است.

(۱) الف، ب، ت (۲) الف، ت (۳) ب، پ (۴) ب، پ، ت

۱۴۹- با توجه به شکل، کدام گزینه درست است؟



(۱) شکل داده شده برای نشان دادن خاصیت رسانایی الکتریکی فلزها به کار می‌رود.

(۲) برای توجیه شکل فوق، تنها الکترون‌های آخرین زیرلایه الکترونی فلز کاربرد دارند.

(۳) مطابق شکل، فلزات برای این که خاصیت رسانایی الکتریکی داشته باشند باید تعداد الکترون‌های دریای الکترونی خود را افزایش دهند.

(۴) تمامی مواد که خاصیت رسانایی الکتریکی دارند از الگو بالا پیروی می‌کنند.

۱۵۰- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) هر ماده‌ای که در دما و فشار اتاق به حالت مایع است، جزء ترکیبات مولکولی می‌باشد.

(ب) دی متیل اتر آسان‌تر از پروپان به حالت مایع درمی‌آید.

(پ) نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در یون‌های سولفات، فسفات و سیلیکات با هم برابر است.

(ت) سیلیسیم کربید نسبت به سیلیسیم سختی بیشتری دارد.

(ث) اکثر جامدهای کووالانسی با وجود آن که سخت هستند، در هیچ حالت فیزیکی رسانای جریان الکتریسیته نیستند.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۵ تا ۵۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

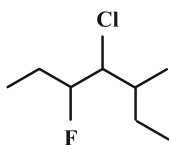
۱۵۱- کدام موارد زیر نادرست است؟

- الف) شمار عناصر فلزی جدول تناوبی و ترکیبات آن‌ها به ترتیب از شمار عناصر نافلزی جدول و ترکیبات آن‌ها بیشتر است.  
 ب) یکی از رفتارهای کربن، برقراری پیوند کووالانسی یگانه، دوگانه و سه‌گانه با خود است.  
 پ) طبق مدل فضاپرکن، یک پیوند دوگانه در ساختار اتیلن دیده می‌شود.  
 ت) در ترکیبات آلی کربن به چهار طریق گوناگون می‌تواند با اشتراک الکترون به آرایش دومین گاز نجیب جدول دوره‌ای برسد.
- (۱) الف، ب (۲) الف، پ (۳) ب، پ (۴) ب، ت

۱۵۲- کدام گزینه درست می‌باشد؟

- (۱) دومین عضو خانواده آلکن‌ها و آلکین‌ها به ترتیب در کشاورزی و جوشکاری کاربرد گسترده‌ای دارند.  
 (۲) اتن در محیط قلبیابی با آب واکنش می‌دهد و اتانول تولید می‌شود.  
 (۳) نفتالن جامدی سفید رنگ است که امروزه برای نگهداری فرش و لباس کاربرد گسترده‌ای دارد.  
 (۴) آلکان‌ها بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را تشکیل می‌دهند.

۱۵۳- نام درست ترکیب زیر و نام درست «۲- اتیل ۳، ۳- دی متیل ۴- برم پنتان» در کدام گزینه آمده است؟



- (۱) ۴- کلرو ۳- فلوئورو ۵- متیل هپتان / ۲- برم ۳، ۳، ۴- تری متیل هگزان  
 (۲) ۳- کلرو ۲- اتیل ۴- فلوئورو هگزان / ۴- برم ۲- اتیل ۳، ۳، ۴- تری متیل پنتان  
 (۳) ۴- کلرو ۳- فلوئورو ۵- متیل هپتان / ۴- برم ۲- اتیل ۳، ۳، ۴- تری متیل پنتان  
 (۴) ۳- کلرو ۲- اتیل ۴- فلوئورو هگزان / ۲- برم ۳، ۳، ۴- تری متیل هگزان

۱۵۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- آ) دستیابی به دانش و فناوری پالایش نفت خام سبب ایجاد تحولی بزرگ در صنعت حمل و نقل، پتروشیمی و دیگر صنایع شد.  
 ب) هرگاه مقدار ساده‌ترین آلکان در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد احتمال انفجار وجود دارد.  
 پ) یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال سنگ به دام انداختن گاز SO<sub>۲</sub> خارج شده از نیروگاه‌ها به کمک کلسیم اکسید می‌باشد.  
 ت) اگر در ساختار آلکنی ۵ پیوند دوگانه کربن- کربن وجود داشته باشد شمار اتم‌های H در فرمول مولکولی آن حداقل برابر ۱۲ خواهد بود.
- (۱) آ، ب (۲) ب، پ (۳) آ، ت (۴) ب، ت

محل انجام محاسبات

۱۵۵- اگر از سوختن کامل مخلوطی از اتن و اتین، ۲۲۴ لیتر گاز در شرایط STP، تولید شود و جرم گاز اکسیژن مصرفی برابر با ۴۱۶

گرم باشد، در مخلوط اولیه درصد حجمی گاز اتیلن کدام است؟ ( $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )

۸۰ (۱)

۲۰ (۲)

۲۵ (۳)

۷۵ (۴)

۱۵۶- کدام مورد از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) بستر اقیانوس منبع غنی از منابع فلزی گوناگون است، منابعی که انسان‌ها از گذشته دور، از آن‌ها استفاده می‌کردند.

(۲) غلظت گونه‌های فلزی موجود در بستر اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی، کمتر است.

(۳) در برخی مناطق موجود در بستر اقیانوس‌ها، ترکیبات برخی فلزات واسطه همچون آهن، نیکل، مس و ... وجود دارد.

(۴) وجود ستون‌های سولفاتی در کف اقیانوس، نشان دهنده ترکیبات سولفاتی فلزات در کف اقیانوس می‌باشد.

۱۵۷- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) براساس توسعه پایدار، باید در تولید یک ماده یا عرضه خدمات، همه هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی را در نظر گرفت.

(۲) آهنک مصرف و استخراج فلز با آهنک بازگشت فلز به طبیعت به شکل سنگ معدن یکسان نیست.

(۳) در استخراج فلز تنها درصد کمی از سنگ معدن را فلز تشکیل داده است.

(۴) در استخراج a تن آهن تقریباً a تن سنگ معدن آهن و a تن از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

۱۵۸- کدام گزینه نادرست است؟

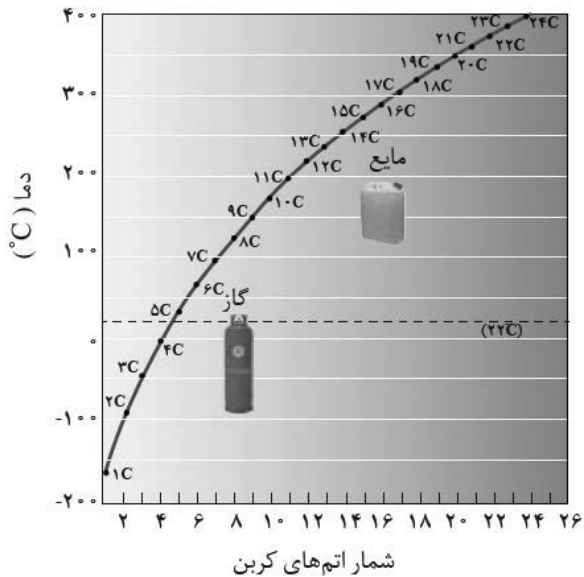
(۱) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت در وسایل نقلیه به کار می‌رود.

(۲) منبع تأمین انرژی و ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد گوناگون، نقش‌های مختلف نفت خام در دنیای امروزی می‌باشد.

(۳) نفت خام مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را هیدروکربن‌ها تشکیل می‌دهند.

(۴) بیشتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و ... به کار می‌رود.

۱۵۹- با توجه به نمودار زیر، کدام مورد (موارد) از مطالب بیان شده نادرست‌اند؟



الف) آلکانی که به عنوان سوخت فندک به کار می‌رود در

دمای  $22^{\circ}\text{C}$  به حالت گاز یافت می‌شود.

ب) آلکانی که دارای ۱۶ پیوند  $\text{C-H}$  است همانند آلکانی

که در ساختار خود ۳۸ الکترون پیوندی دارد، در دمای اتاق

حالتی مشابه با حالت فیزیکی برم دارد.

پ) در بازه دمایی ۳۲۳ کلوین تا ۴۷۵ کلوین، ۳ آلکان به حالت

مایع می‌تواند وجود داشته باشد.

ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش آلکان‌ها همانند

فرازیت آن‌ها افزایش می‌یابد.

ث) از اولین آلکانی که پیوند  $\text{C-C}$  دارد، در دمای اتاق نمی‌توان برای حفاظت از فلزات استفاده کرد.

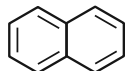
پ (۴) الف، ب، پ

ت (۳) فقط ت

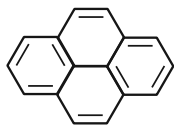
ت (۲) پ، ت

الف، ب، ث (۱)

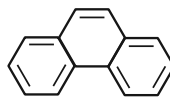
۱۶۰- با توجه به هیدروکربن‌های حلقوی زیر، چند مقایسه نادرست است؟



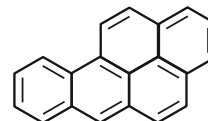
(a)



(b)



(c)



(d)

• نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار اتم‌های هیدروژن:  $a < b < c < d$

• شمار پیوندهای  $\text{C-C}$ :  $a < c < b < d$

• شمار پیوندهای  $\text{C=C}$ :  $a < c < b < d$

• شمار پیوندهای  $\text{C-H}$ :  $a < b < c < d$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۴۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) آرایش الکترون- نقطه‌ای نیمی از عنصرهای موجود در دوره دوم و سوم جدول دوره‌ای، فاقد الکترون جفت شده هستند.

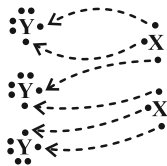
(ب) آرایش الکترونی  ${}_{28}^{59}\text{A}^{2+}$  با آرایش الکترونی  ${}_{26}^{56}\text{B}$  یکسان بوده و تعداد نوترون آن از تعداد نوترون  ${}_{28}^{55}\text{C}^{3+}$  بیشتر است.

(پ) در یک اتم، حداکثر ۳۲ الکترون می‌توانند دارای  $n + l = 6$  باشند.

(ت) عنصرهای  $X$  و  $Y$  می‌توانند یون‌های پایدار  $X^{2-}$  و  $Y^{2+}$  را تولید کنند.

(۱) آ، پ (۲) آ، ت (۳) ب، پ (۴) ب، ت

۱۶۲- چگونگی تشکیل یک ترکیب یونی را می‌توان به صورت زیر نشان داد. با توجه به آن فرمول شیمیایی ترکیب حاصل کدام بوده و عنصر  $Y$  یک ..... است.



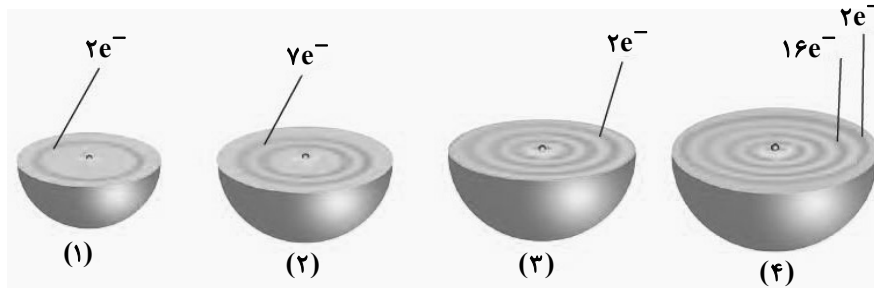
(۱) فلز،  $Y_3X_2$

(۲) نافلز،  $Y_3X_2$

(۳) فلز،  $X_2Y_3$

(۴) نافلز،  $X_2Y_3$

۱۶۳- اتم عنصری دارای ۲۰ الکترون با  $1 \leq l$  است و هیچ الکترونی در زیرلایه  $d$  ندارد. این عنصر با عنصر کدام شکل هم دوره و با عنصر کدام شکل هم گروه است؟ (از راست به چپ)



(۱) ۱ و ۴

(۲) ۲ و ۴

(۳) ۳ و ۴

(۴) ۲ و ۳

۱۶۴- اگر چهارمین نوع زیرلایه اتم و پنجمین لایه اتم به ترتیب ظرفیت پذیرش حداکثر  $A$  و  $B$  الکترون را داشته باشند، نسبت  $A$  به  $B$  کدام است؟ (هر دو مورد را به ترتیب در نظر بگیرید.)

(۴) ۰/۴۴

(۳) ۰/۳۶

(۲) ۰/۱۴

(۱) ۰/۲۸

۱۶۵- کدام موارد صحیح می‌باشند؟

(الف) در جدول دوره‌ای اتم هر عنصر نسبت به اتم عنصر پیش از خود، یک الکترون و یک پروتون بیشتر دارد.

(ب) مجموع تعداد عناصر دوره سوم و چهارم برابر عدد اتمی اولین عنصری که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند است.

(پ) عناصر دوره سوم شامل ۳ زیرلایه  $s$ ،  $p$  و  $d$  می‌باشند.

(ت) حداکثر گنجایش زیرلایه پنجم با حداکثر گنجایش لایه سوم برابر است.

(۱) فقط الف (۲) الف، ت (۳) ب، پ (۴) الف، پ و ت





# دفترچه سؤال ؟

## فرهنگیان

(رشته عمومی ریاضی و فیزیک، علوم تجربی

و فنی و حرفه‌ای / کار دانش)

۱۲ بهمن ماه ۱۴۰۳

### تعداد سوالات و زمان پاسخ‌گویی آزمون

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	وقت پیشنهادی
تعلیم و تربیت اسلامی	۲۰	۲۷۰ - ۲۵۱	۲۰
هوش و استعداد معلّمی	۲۰	۲۹۰ - ۲۷۱	۴۰
جمع دروس	۴۰	—	۶۰

### فراخان به ترتیب حروف الفبا

تعلیم و تربیت اسلامی	یاسین سعدی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی، فرزاد شیرمحمدلی، فاطمه راسخ، حمید گنجی

### گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول درس‌های مستندسازی
تعلیم و تربیت اسلامی	یاسین سعدی	نازنین فاطمه حاجیلو صفازاده	سجاد حقیقی پور	سجاد حقیقی پور
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	فاطمه راسخ	علیرضا همایون‌خواه

مدیران گروه	الهام محمدی - حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک - معصومه روحانیان

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

**تعلیم و تربیت اسلامی**

۲۰ دقیقه

**دین و زندگی ۱**

**آهنگ سفر**

درس ۸

صفحه ۹۸ تا ۱۰۶

**دین و زندگی ۲**

**عزت نفس**

درس ۱۱

صفحه ۱۳۸ تا ۱۴۴

**مهارت معلمی**

**فصل اول: ارزش و امتیاز کار معلمی**

صفحه ۱۵ تا ۲۹

۲۵۱- در کدام گزینه هر دو مورد نادرست است؟

- (۱) بعد از مرحله محاسبه نوبت مراقبت است... راه رستگاری همان قرب و نزدیک شدن به خداست.
- (۲) باقی ماندن بر پیمان خود، رضایت خدا را در پی دارد... برای عهد بستن با خدا باید بهترین زمانها را انتخاب کنیم.
- (۳) آدمی با عزم دیگران آنچه را که انتخاب کرده است، عملی می‌سازد... در مرحله مراقبت، عوامل موفقیت یا عدم موفقیت شناخته می‌شود.
- (۴) عهدی که ابتدا بسته می‌شود، مانند نوزادی است که باید از او مراقبت شود تا با عهد شکنی، آسیب نبیند... برای عهد بستن باید بهترین زمانها را انتخاب کنیم.

۲۵۲- مهم‌ترین علت از علل این که پیامبر اکرم (ص) و اهل بیت (ع) را الگو و اسوه خود قرار می‌دهیم، چیست؟

- (۱) می‌توانیم بفهمیم این راه، راه موفقیت و پیروزی است.
  - (۲) باید بتوانیم در حد توان عین آنان باشیم و در همان حد عمل کنیم.
  - (۳) مانند ایشان عمل کنیم و از تجربه‌هایشان بهره‌مند شویم.
  - (۴) با تبعیت از آنان سریع‌تر به مقصد برسیم.
- ۲۵۳- چرا باید پس از موفقیت در انجام عهد خود با خدا، از او سپاس‌گزار باشیم و از نظر حضرت علی (ع) زیرک‌ترین افراد چه کسانی هستند؟
- (۱) زیرا توانسته‌ایم قبل از این که به حسابمان رسیدگی شود، به آن رسیدگی کنیم... کسانی که فراوان به فکر مرگ هستند.
  - (۲) زیرا می‌دانیم خداوند بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست... کسی از خود و عمل خود پس از مرگ حساب بکشد.
  - (۳) زیرا می‌دانیم خداوند بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست... کسانی که فراوان به فکر مرگ هستند.
  - (۴) زیرا توانسته‌ایم قبل از این که به حسابمان رسیدگی شود، به آن رسیدگی کنیم... کسی از خود و عمل خود پس از مرگ حساب بکشد.

۲۵۴- الگوبرداری از کسانی که در قرن‌های پیشین زندگی کرده‌اند، چگونه می‌توان مورد توجه قرار داد؟

- (۱) اسوه قراردادن به معنای عین خود آنان بودن و در حد آنان عمل کردن نیست؛ بلکه به معنای عمل در حد توان خود است.
- (۲) خداوند در قرآن کریم به دفعات از پیامبر اکرم (ص) به عنوان نیکوترین اسوه نام برده و پیروی از ایشان را سبب رستگاری معرفی کرده است.
- (۳) وجود این اسوه‌ها و الگوبرداری از آنان هر چند در گذشته زندگی کرده‌اند، موفقیت‌آمیز بودن راه و مسیر مورد نظر را اثبات می‌کند.
- (۴) اسوه بودن ایشان مربوط به امور تغییر پذیر نیست، بلکه مربوط به اموری است که همواره برای بشر بارز بوده‌اند.

۲۵۵- کدام مورد از آثار عزم قوی نیست؟

- (۱) شکیبایی
- (۲) اطاعت از فرمان‌های الهی
- (۳) تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف
- (۴) استواری بر هدف

۲۵۶- آن جا که امیرالمؤمنین علی (ع) می‌فرماید «مَنْ حَاسَبَ نَفْسَهُ» آثار آن را چه چیزهایی ذکر کرده است؟

- الف) وقف علی عیوبه  
ب) سَعِدَ  
ج) ان تُحَاسَبُوا  
د) اِسْتَقَالَ الذَّنُوبَ  
ه) انتبهوا
- (۱) الف، ب، ج (۲) ب، ج، د (۳) ج، د، ه (۴) الف، ب، د

۲۵۷- بر اساس آیه ۱۰ سورة فتح، چه کسی شامل پاداش عظیم خداوند به او می‌شود؟

- (۱) آن کس که وظیفه امر به معروف و نهی از منکر را سرلوحه زندگی خود قرار داده است.
- (۲) کسی که در دنیا به پدر و مادر خود خدمت کرده است.
- (۳) هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند.
- (۴) هر کس که با انجام عبادت و بندگی خداوند راه رستگاری را بییماید.



۲۵۸- چرا تمایلات مادی و دنیوی، مورد علاقه و میل طبیعی انسان‌ها می‌باشد؟

- ۱) زیرا لازمه زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌شود زندگی کرد یا زندگی مشکل می‌گردد.
- ۲) چون این تمایلات نه تنها بد نیستند، بلکه خوب و ضروری‌اند ولی الزاماً نباید به عنوان اهداف فرعی انسان قرار گیرند.
- ۳) زیرا با بهره‌مندی درست از آن‌ها انسان می‌تواند به رشد و کمال واقعی نیز دست یابد.
- ۴) چون این تمایلات نسبت به تمایلات عالی بسیار ناچیزند و قابل مقایسه با آن تمایلات نیستند.

۲۵۹- کلمه «عزت» چند بار در قرآن کریم در وصف خداوند آمده است و دو حدیث «بنده کسی مثل خودت نباش، زیرا خداوند تو را آزاد آفریده است» و «ای فرزند

آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم و تو را برای خودم.» به ترتیب، مربوط به کدام یک از راه‌های تقویت عزت نفس است؟

- ۱) بیش از ۹۵ بار - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او
- ۲) بیش از ۸۵ بار - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک
- ۳) بیش از ۹۵ بار - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک
- ۴) بیش از ۸۵ بار - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او

۲۶۰- ثمره مبارک وجود عزت نفس در انسان و عامل تقویت‌کننده آن به ترتیب کدام است؟

- ۱) احساس حضور در پیشگاه الهی - تسلیم و بندگی خداوند
- ۲) احساس حضور در پیشگاه الهی - پایداری در عزم و تصمیم
- ۳) فقط پیمان با خداوند - پایداری در عزم و تصمیم
- ۴) فقط پیمان با خداوند - تسلیم و بندگی خداوند

۲۶۱- پاسخ موارد زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

- یکی از مهم‌ترین قدم‌ها در مسیر کمال چیست؟

- شکل گرفتن کدام صفت در انسان مانع بسیاری از زشتی‌ها می‌شود؟

- چه زمانی چیزی را عزیز می‌شماریم و به قیمت واقعی می‌فروشیم؟

- ۱) شناخت هدف - عزت نفس - زمانی که آن کس یا چیز را به‌طور عمیق بشناسیم.
- ۲) تقویت عزت نفس - عزت نفس - زمانی که ارزش آن را بدانیم.
- ۳) شناخت هدف - صداقت - زمانی که آن کس یا چیز را به‌طور عمیق بشناسیم.
- ۴) تقویت عزت نفس - صداقت - زمانی که ارزش آن را بدانیم.

۲۶۲- به ترتیب، آن‌جا که خداوند خطاب به انسان فرموده که «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» و سخن امام علی (ع): «إِنَّهُ

لَيْسَ لِنَفْسِكُمْ ثَمَنٌ إِلَّا الْجَنَّةُ ...» مربوط به کدام یک از راه‌های تقویت عزت نفس است؟

- ۱) شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک
- ۲) شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او
- ۳) توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او - شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک
- ۴) توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او - توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او

۲۶۳- دعوت عقل و وجدان در مورد تمایلات دانی انسان کدام است و مقصود پیامبر گرامی اسلام (ص) از این که «جوان به آسمان نزدیک‌تر است» چیست؟

- ۱) نباید به تمایلات حیوانی بپردازیم. - گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.
- ۲) نباید به تمایلات حیوانی بپردازیم. - هنوز به گناه آلوده نشده است.
- ۳) در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم. - هنوز به گناه آلوده نشده است.
- ۴) در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم. - گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

۲۶۴- در کلام نبوی، ثواب راهنمایی‌کننده به خیر را چه چیزی معرفی کرده است و کدام حدیث بیانگر ثمره علم حقیقی است؟

- ۱) مانند انجام‌دهنده آن - «ثمره العلم معرفة الله»
- ۲) مانند انجام‌دهنده آن - «أطلبوا العلم من المهد إلى اللحد»
- ۳) هم‌نشینی با اولیا و انبیای الهی - «أطلبوا العلم من المهد إلى اللحد»
- ۴) هم‌نشینی با اولیا و انبیای الهی - «ثمره العلم معرفة الله»

۲۶۵- کدام عبارت قرآنی بازتاب غفلت از توانمندی‌های خود و عدم شناخت استعدادها و سرمایه‌های وجودی انسان را توصیف می‌کند و در کلام پیامبر (ص) برای «تعلیم و تربیت» از چه تعبیری استفاده شده است؟

- (۱) «كَذَلِكَ أَتَتْكَ آيَاتُنَا فَنَسِيْتَهَا» - بالاترین صدقات  
 (۲) «كَذَلِكَ أَتَتْكَ آيَاتُنَا فَنَسِيْتَهَا» - برترین جهاد  
 (۳) «وَلَوْ كُنَّا كَالْأَنْعَامِ بَلْ هُمْ أَضَلُّ» - برترین جهاد  
 (۴) «وَلَوْ كُنَّا كَالْأَنْعَامِ بَلْ هُمْ أَضَلُّ» - بالاترین صدقات

۲۶۶- این که سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم (ص) اختصاص یافته، نشان‌دهنده چیست و مبارک‌ترین کاری که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا (ع) گذاشته است، کدام مورد است؟

- (۱) نشان می‌دهد که پیامبر اکرم (ص) وظیفه امر به معروف و نهی از منکر را سرلوحه کار خویش قرار داده است. - جهاد در راه خدا و بندگی او  
 (۲) نشان می‌دهد که پیامبر (ص) معلم مردم بوده است. - جهاد در راه خدا و بندگی او  
 (۳) نشان می‌دهد که پیامبر اکرم (ص) وظیفه امر به معروف و نهی از منکر را سرلوحه کار خویش قرار داده است. - تعلیم و تربیت  
 (۴) نشان می‌دهد که پیامبر (ص) معلم مردم بوده است. - تعلیم و تربیت

۲۶۷- مفهوم حدیث «أطلبوا العلم و لو باليمين» چیست و کدام آیه شریفه در تبیین تعلیم انسان توسط حیوانات است؟

- (۱) نبود محدودیت مکتبی برای آموزش - «فبعث الله غراباً يبحث في الأرض ليريه كيف يواري سوءة أخيه»  
 (۲) نبود محدودیت مکتبی برای آموزش - «فلولا نفر من كل فرقة منهم طائفة ليتفقهوا في الدين»  
 (۳) نبود محدودیت جغرافیایی برای آموزش - «فلولا نفر من كل فرقة منهم طائفة ليتفقهوا في الدين»  
 (۴) نبود محدودیت جغرافیایی برای آموزش - «فبعث الله غراباً يبحث في الأرض ليريه كيف يواري سوءة أخيه»

۲۶۸- فرمایش امام حسین (ع) که می‌فرماید: «أين يقع هذا من عطائه يعني تعليمه» خطاب به چه کسانی بود و مژده الهی «فَلَنَحْيِيَنَّه حَيَاةً طَيِّبَةً» سزاوار چه کسانی است؟

- (۱) کسانی که به هدیه ایشان به معلم فرزندشان اعتراض داشتند. - «إقرأ و ربك الاكرم»  
 (۲) کسانی که به هدیه ایشان به معلم فرزندشان اعتراض داشتند. - «من عمل صالحاً من ذكر و انثى و هو مؤمن»  
 (۳) آنان که به ثروت ثروتمندان مدینه رشک و حسادت می‌بردند. - «من عمل صالحاً من ذكر و انثى و هو مؤمن»  
 (۴) آنان که به ثروت ثروتمندان مدینه رشک و حسادت می‌بردند. - «إقرأ و ربك الاكرم»

۲۶۹- به ترتیب، بیشترین عبارتی که خداوند انبیای خود را با آن توصیف کرده کدام مورد است و نشان‌دهنده چیست؟

- (۱) «يُعَلِّمُهُمُ الْكِتَابَ وَ الْحِكْمَةَ وَ يُزَكِّيهِمْ» - کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.  
 (۲) «وَ اجْعَلْ لِي لِسَانَ صِدْقٍ فِي الْآخِرِينَ» - کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.  
 (۳) «يُعَلِّمُهُمُ الْكِتَابَ وَ الْحِكْمَةَ وَ يُزَكِّيهِمْ» - پیامبران ابتدا باید خود را پایبند به تعلیمات قرآن بدانند و تزکیه نفس انجام دهند.  
 (۴) «وَ اجْعَلْ لِي لِسَانَ صِدْقٍ فِي الْآخِرِينَ» - پیامبران ابتدا باید خود را پایبند به تعلیمات قرآن بدانند و تزکیه نفس انجام دهند.

۲۷۰- نشانه فقیه در این کلام امام رضا (ع)، «و انقذهم من أعدائهم» چه چیزی بیان شده است و چه زمانی است که شأن ربوبیت الهی کامل می‌گردد؟

- (۱) آزاد کردن مردم از شر دشمنانشان - اراده خدا را بالاتر از همه اراده‌ها بدانیم.  
 (۲) آزاد کردن مردم از شر دشمنانشان - بر اساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد.  
 (۳) قیام کردن علیه ظلم و ستم حاکمان - بر اساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد.  
 (۴) قیام کردن علیه ظلم و ستم حاکمان - اراده خدا را بالاتر از همه اراده‌ها بدانیم.

هوش و استعداد معلّمی

۴۰ دقیقه

گفت: «بار خدایا، از بندگان تو که داناتر و علم وی تمام‌تر؟» گفت: «آن کس که پیوسته علم آموزد و علم دیگران فرا علم خویش آرد.»  
 \* متن زیر را بخوانید و بر اساس آن به چهار پرسش بعدی پاسخ دهید. متن برگرفته است از کتاب بسیار مفید «حرف‌هایی با دخترم دربارهٔ اقتصاد»، از نشر «بان».

در سال ۲۰۰۸ میلادی حباب بانکدارها به طرز حیرت‌آوری ترکیب و ازدست‌رفتن شغل‌ها و خانه‌ها و امیدهای بسیار، جوامع غرب را مشحون از بی‌اعتمادی بی‌سابقه‌ای نسبت به اربابان پول کرد: بانکداران خصوصی، سیاستمداران متصدی اقتصاد بازار ما و بانک‌های مرکزی قاعدتاً مستقل که مسئول عرضهٔ پول هستند. شهروندان سرتاسر جهان، آن زمانی که بانک‌های مرکزی ثروتمندترین بیست کشور، به اصطلاح «گروه بیست»، گرد هم آمدند تا بر سر نجات بانکداران توافق کنند، بسیار خشمگین بودند و برخی از ایشان بنا کردند به پروراندن رؤیای نوع جدیدی از وجه رایج: پولی بی‌ملیت و سیاست‌زدایی‌شده به دور از دسترس اصحاب زور و زر. ...

پاسخ به این پرسش، تا پیش از عصر دیجیتال ممکن نبود. اما یک ایمیل نبوغ‌آمیز و مرموز به یک اتاق گفت‌وگوی آنلاین در اول نوامبر سال ۲۰۰۸، چند هفته پس از سقوط اقتصادی، با نام «ساتوشی ناکاموتو»، که تا امروز هنوز معلوم نیست نام مستعار چه شخص یا گروهی است، مشکل را حل می‌کرد: الگوریتم رایانه‌ای پیچیده به نظر نفوذناپذیری که در آن، «همه» مسئول و شاهد همهٔ تراکنش‌های دیجیتال بودند و این نظارت همگانی، تضمین‌کننده و کنترل‌کنندهٔ آن بود. «بیت‌کوین» متولد شده بود.

با این حال، الگوریتم بیت‌کوین تصریح می‌کند که تعداد بیت‌کوین‌های موجود اساساً ثابت است. اما این ثابت بودن تعداد بیت‌کوین‌ها، تنظیم و تعدیل میزان کلی پول در این نظام را در واکنش به بحران‌ها غیرممکن می‌کند. همچنین پول به شکل اجتناب‌ناپذیری سیاسی است و تحت تأثیر تصمیم‌گیری‌های سیاسی، بر ثروتمندان و بر فقیران به شکل‌های متفاوتی تأثیر می‌گذارد که لزوماً عادلانه هم نیست.

۲۷۱- واژه‌ی «مشحون» در متن به چه معناست؟

- (۱) برآیند (۲) فاقد (۳) مالمال (۴) فارغ

۲۷۲- «ایشان» در متن کدامند؟

- (۱) شهروندان سرتاسر جهان (۲) بانکداران خصوصی (۳) مردم کشورهای گروه بیست (۴) بانک‌های مرکزی

۲۷۳- سؤال‌ی که در انتهای بند نخست متن حذف شده است، کدام است؟

- (۱) چه اشخاصی می‌توانستند از این پول استفاده کنند و آیا محدودیتی برای اختلاف‌های طبقاتی در نظر گرفته شده بود؟  
 (۲) اما چه کسی این وجه رایج را چاپ و کم‌وکیف آن را کنترل خواهد کرد، اگر دولت یا بانک مرکزی این کار را نکند؟  
 (۳) آیا وجود چنین وجه رایجی، مخالفت دولت‌ها به‌ویژه دولت‌های کشورهای کمتربرخوردار را برنمی‌انگیخت؟  
 (۴) کدام وجه رایج فعلی امکان تبدیل به این وجه دیجیتال را می‌داشت و کدام وجه نه، و نه چه کسی این را تعیین می‌کرد؟

۲۷۴- پاسخ به کدام پرسش (ها) در متن بالا هست؟

الف) کاهش یا افزایش ارزش پول دیجیتال، به چه عواملی بستگی دارد؟

ب) ارتباط میان بانک‌های مرکزی و بانکداران خصوصی بر چه اساسی شکل می‌گیرد؟

ج) انگیزهٔ ساخت ارز دیجیتال از اساس چه بوده است؟

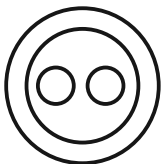
- (۱) «الف» و «ب» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) فقط «ج»

۲۷۵- گروه کلمات را به‌طوری که ناظر به شکل روبه‌رو باشند مشخص کنید.

- (۱) شلیل‌ها، هلوها، انارها، میوه‌ها  
 (۲) سبزه‌ها، زرده‌ها، رنگ‌ها، قرمزها  
 (۳) پسته‌ها، بادام‌ها، خشکبارها، خوراکی‌ها  
 (۴) گربه‌ها، سگ‌ها، گربه‌سان‌ها، حیوان‌ها

۲۷۶- «برای ازبین‌بردن دی‌اکسید کربن اضافی از جو زمین به کمک افزایش جذب آن توسط گیاهان، پیشنهاد شده است مزارع شناور خزهٔ دریایی در اقیانوس‌ها ایجاد شود. اهمیت اصلی این طرح در این است که وقتی خزهٔ دریایی می‌میرد، باید آن را سوزاند و به عنوان سوخت استفاده کرد.» کدام استدلال در صورت صحت جدی‌ترین ضعف طرح فوق را نشان می‌دهد؟

- (۱) سالانه حدود هفت میلیارد تن دی‌اکسید کربن به جو زمین آزاد می‌شود اما فقط حدود پنج میلیارد تن آن توسط گیاهان جذب می‌شود.  
 (۲) حتی اگر مزارع خزهٔ دریایی اثربخشی خود را ثابت کنند، برخی مردم تمایلی به روی آوردن به این نوع سوخت نشان نخواهند داد.  
 (۳) وقتی که خزهٔ دریایی سوزانده می‌شود، برابر با مقدار دی‌اکسید کربنی که در زمان حیات خود جذب می‌کند، انتشار می‌دهد.  
 (۴) برخی مناطق اقیانوس در نیم‌کرهٔ جنوبی، دارای املاح لازم برای مزارع بزرگ خزهٔ دریایی نیستند.

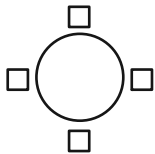


۲۷۷- «تحقیقات در کشور «الف» نشان داده است کشت ذرت بازده بیشتری نسبت به کشت برنج داشته است. بر این اساس می‌توان با تغییر محصول تحت کشت کشور «ب» از برنج به ذرت، بهره‌کشاورزی را بهبود بخشید و به جمعیت در حال رشد این کشور کمک کرد.» کدام استدلال در صورت صحت، استدلال بالا را بیشتر تضعیف می‌کند؟

- ۱) ذرت به خاک زیر کشت فشار بیشتری می‌آورد بنابراین کشت آن زمانی موفقیّت‌آمیز است که هر سه سال یک بار انجام شود.
- ۲) بیشتر نواحی کشور «ب» موقعیت آب‌وهوایی مناسب برای کشت ذرت را ندارد.
- ۳) کشور «ب» یکی از بهترین کشورها برای تولید ذرت است، چه به لحاظ زمین کشاورزی و چه به لحاظ آب‌وهوا.
- ۴) محصول ذرت در قیاس با محصول برنج، قابلیت دوام در مناطق جغرافیایی بیشتری را دارد.

شخصی همه دوازده حرف الفبای فارسی را که در همه حال یک نقطه و یا دو نقطه دارند، بدون ترتیبی مشخص، به جای عددهای یک ساعت عقربه‌ای معمولی نوشته است. فقط می‌دانیم دو حرف دونقطه‌ای روبه‌روی یکدیگر در دو تا از جایگاه‌های مقابل‌اند و دو جایگاه دیگر به حرف «ف» و «ن» اختصاص دارد. بر این اساس به چهار سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۷۸- دو گزاره «چهار حرف هم صدای /z/ کنار هم نیستند و «دو حرف غیرهم‌صدای /b/ و /n/ کنار هم هستند» به ترتیب ...



۱) قطعاً درست است. - قطعاً درست است.

۲) قطعاً درست است. - ممکن است درست یا نادرست باشد.

۳) ممکن است درست یا نادرست باشد. - قطعاً درست است.

۴) ممکن است درست یا نادرست باشد. - ممکن است درست یا نادرست باشد

۲۷۹- دو شخص مختلف درست در یک نیمه از ساعت و در یک حرکت ساعتگرد بدون پرش از روی حروف و به ترتیب، یکی واژه «جذب» و دیگری واژه «خفت» را دیده است. درستی یا نادرستی این گفته‌ها کدام است؟

۱) اولی حتماً خطا کرده است، دومی ممکن است درست دیده باشد.

۲) هر دو قطعاً خطا کرده‌اند.

۳) هر دو ممکن است درست دیده باشند.

۴) اولی ممکن است درست دیده باشد ولی دومی قطعاً خطا کرده است.

۲۸۰- حدّ فاصل ساعت‌های ۳:۱۵ تا ۳:۱۶، سه عقربه ممکن است کدام کلمه را بسازند؟

۱) ذنب (۱) تبت (۲) زنب (۳) بتن (۴)

۲۸۱- در یک نگاه پادساعتگرد به حروف الفبای ساعت، ممکن است به کدام گزینه بربخوریم؟

۱) زنبق (۱) تشنج (۲) زنبغ (۳) طشنج (۴)

۲۸۲- پس از آن که امیر هشت ساعت در یک پروژه مشغول کار بود، زهرا و مینا به او اضافه شدند و کار در پنج ساعت به پایان رسید. اگر امیر به تنهایی به کار خود ادامه می‌داد، کل کار در دوازده ساعت تمام می‌شد. اگر کل کار را از آغاز فقط زهرا و مینا شروع کرده بودند، این دو تن کار را در چند ساعت به پایان می‌رساندند؟

۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸۳- دوازده درصد پرتاب‌های سه امتیازی یک تیم بسکتبال را شخصی انجام داده است که شصت درصد پرتاب‌هایش به سبد نشسته است. با کدام مقدار بالایی داده(ها) می‌توان تعداد پرتاب‌های سه امتیازی موفق این تیم را محاسبه کرد؟

الف) شخص مورد اشاره مجموعاً دویست پرتاب سه‌امتیازی داشته است.

ج) تعداد پرتاب‌های سه‌امتیازی تیم، دقیقاً هشت‌دهم تعداد پرتاب‌های دوامتیازی آن بوده است.

۱) هر یک از داده‌ها به تنهایی کافی است و ما را به پاسخ می‌رساند.

۲) فقط یکی از داده‌ها کافی است و ما را به پاسخ می‌رساند.

۳) فقط با داشتن همزمان هر دو داده می‌توان به پاسخ رسید.

۴) با داشتن هر دو داده نیز به پاسخ نمی‌رسیم.

۲۸۴- شخصی اعداد طبیعی سه‌رقمی را به چهار دسته مختلف تقسیم کرده و تعدادی از آن‌ها را در شکل‌های زیر نوشته است. کدام عدد به‌جای علامت سؤال قرار نمی‌گیرد؟



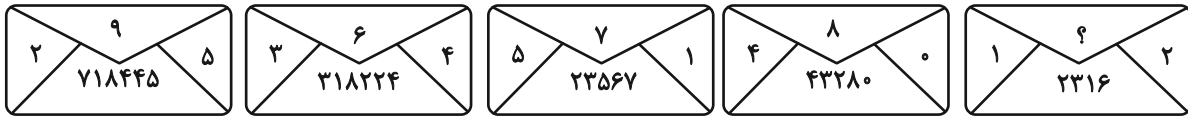
۱) ۸۴۴

۲) ۸۵۰

۳) ۸۵۸

۴) ۸۷۰

۲۸۵- در الگوی عددی زیر، کدام عدد به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد؟



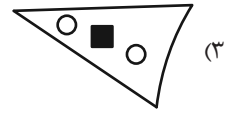
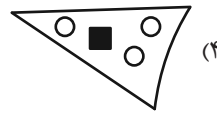
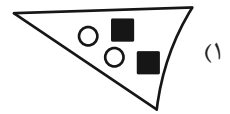
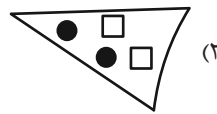
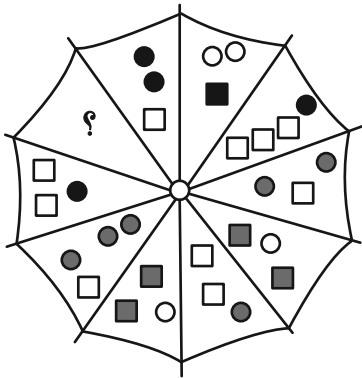
۵ (۴)

۴ (۳)

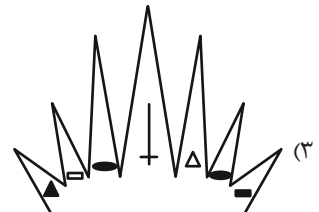
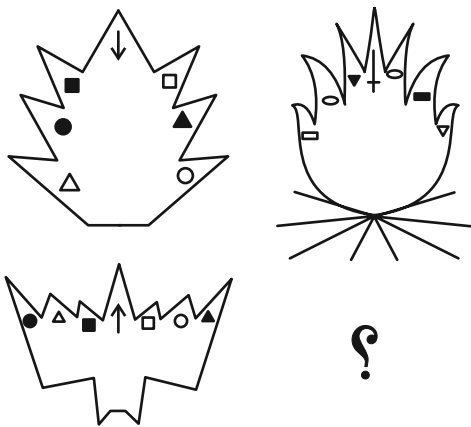
۳ (۲)

۲ (۱)

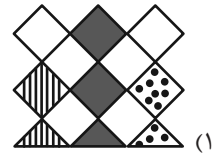
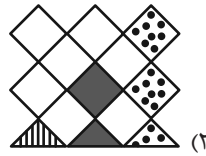
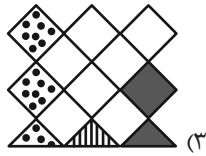
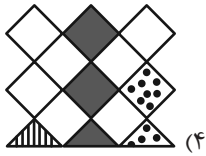
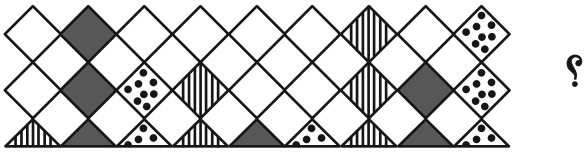
۲۸۶- به جای علامت سؤال الگوی زیر، دوران یافته کدام گزینه را بهتر می‌توان قرار داد؟



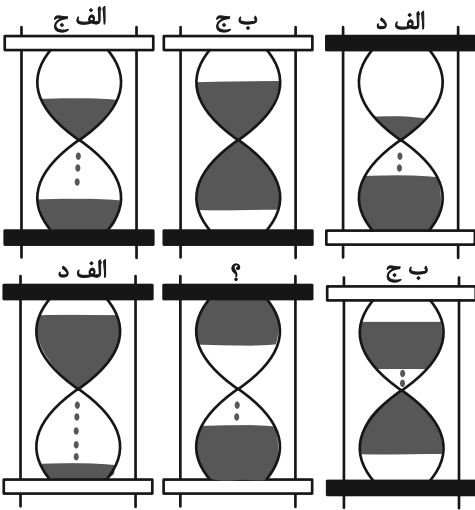
۲۸۷- کدام شکل بهتر به جای علامت سؤال الگوی زیر قرار می‌گیرد؟



۲۸۸- کدام شکل بهتر به جای علامت سؤال الگوی زیر قرار می‌گیرد؟



۲۸۹- در کدگذاری زیر، کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد؟



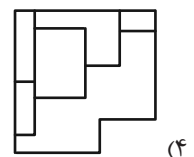
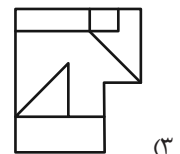
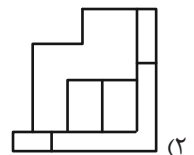
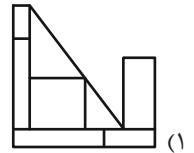
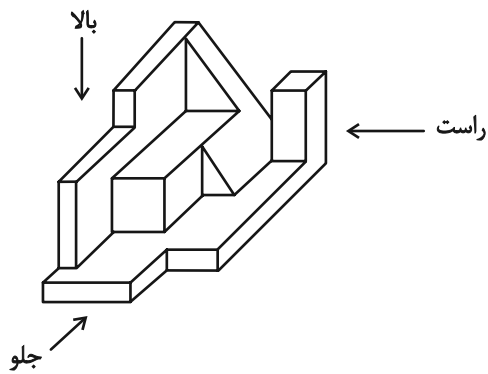
(۱) الف، ج

(۲) الف، د

(۳) ب، ج

(۴) ب، د

۲۹۰- کدام گزینه یکی از نماهای حجم زیر نیست؟





# آزمون ۱۲ بهمن ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی- داود حسین پور- افشین خاصه خان- سینا خیرخواه- طاهر دادستانی- محمد زنگنه- علی شهبازی- کیان کریمی- خراسانی مهسان- کودرزی- رضا ماجدی- حامد معنوی- مهرداد ملوندی- نیما مهندس- علیرضا ندافزاده- غلامرضا نیازی- جهانپخش نیکتام
هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحیوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- افشین خاصه خان- فرزانه خاکپاش- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی- هومن عقیلی- شبنم غلامی- احمدرضا فلاح- مجتبی مظاهری- فرد- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی- نیما مهندس سرژ یقیازاریان تبریزی
فیزیک	مهران اسماعیلی- حسین الهی- علی برزگر- علیرضا جباری- مسعود خندان- معصومه شریعت ناصری- مهدی شریفی- مصطفی کیانی- محمد مقدم- محمد کاظم منشادی- سیدمحمدعلی موسوی- امیراحمد میرسعید- حسام نادری- مجتبی نکونیان
شیمی	امیرعلی بیات- علیرضا بیانی- محمدرضا پورجاوید- سعید تیزرو- محمدرضا جمشیدی- امیر حاتمیان- امیرمسعود حسینی- حمید ذیحی- یاسر راش- حسن رحمتی- کوکنده- روزبه رضوانی- رضا سلیمانی- حسین شاهسواری- امیرحسین طیبی- رسول عابدینی- زواره- محمد عظیمیان- زواره- محسن مجنون- آرمین محمدی- چیرانی- هادی مهدی زاده

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	نیما مهندس	امیرحسین ابومحیوب	امیرحسین ابومحیوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحیوب محمد خندان	امیرحسین ابومحیوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	امیرحسین ابومحیوب امیرمحمد کریمی محمد خندان	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم محمدرضا جمشیدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سیدسپهر متولیان محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی اوستا عباسی ماهان فرمندفر	ماهان فرمندفر
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایونخواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمدرضا مهدوی				سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



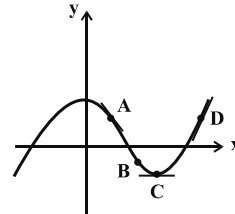
حسابان ۲

گزینه ۱»

(علی شهرایی)

اگر نقطه‌ای بالای محور  $x$  ها باشد، مقدار تابع در آن نقطه مثبت و اگر نقطه‌ای پایین محور  $x$  ها باشد، مقدار تابع در آن نقطه منفی است. پس:

$$f(x_A) > 0, f(x_B) < 0, f(x_C) < 0, f(x_D) > 0$$



مقدار  $f'$  در هر نقطه، برابر با شیب خط مماس بر تابع  $f$  در آن نقطه است. با توجه به نمودار داریم:

$$f'(x_A) < 0, f'(x_B) < 0, f'(x_C) = 0, f'(x_D) > 0$$

پس:

$$f(x_A)f'(x_A) < 0, f(x_B)f'(x_B) > 0$$

$$f(x_C)f'(x_C) = 0, f(x_D)f'(x_D) > 0$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

گزینه ۳»

(غلامرضا نیازی)

طبق شکل، نقطه تماس، محل برخورد  $y = |x| - 1$  با محور  $x$  ها است:

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \text{طول نقطه تماس} \Rightarrow x = -1$$

خط مماس بر منحنی  $f$  در نقطه به طول  $x = -1$  برابر  $y = -x - 1$  است،

$$m_d = -1 \Rightarrow f'(-1) = -1$$

در نتیجه:

حاصل حد مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) + f(-1+h) - 2f(-1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) - f(-1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$= 2f'(-1) + f'(-1) = 3f'(-1) = 3(-1) = -3$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

گزینه ۲»

(موسان کوردزی)

نقطه  $A(1, -2)$  روی منحنی  $f$  قرار دارد لذا  $f(1) = -2$ ؛ از طرفی طبق

فرض سؤال، شیب خط مماس، قرینه و معکوس شیب خط  $d$  یعنی برابر  $-\frac{1}{6}$

است، لذا  $f'(1) = -\frac{1}{6}$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^3(x) + 8}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + 2)(f^2(x) - 2f(x) + 4)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x-1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x) + 4}{x+1}$$

طبق تعریف مشتق  $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ ، پس حاصل عبارت مذکور برابر می‌شود با:

$$-\frac{1}{6} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x) + 4}{x+1} = -\frac{1}{6} \times \frac{4+4+4}{1+1} = -1$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه ۱»

(مهمرب زنگنه)

باید از تعریف مشتق استفاده کنیم:

$$g'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{1 - f(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(1-f(x))(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{1-f(x)} = \frac{3+3}{1-(-1)} = 3$$

توجه کنید که در قسمت پایانی راه‌حل،  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  مدنظر است و نه  $f(3)$ .

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

نکته:

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

گزینه ۳»

(نیما معین‌س)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(x+2h) - f^2(x-2h)}{-1 \cdot h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+2h) - f(x-2h)}{h} \right) \times \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+2h) + f(x-2h)}{-1 \cdot h} \right)$$

$$= \Delta f'(x) \times \frac{2f(x)}{-1 \cdot h} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f(x)f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow f(2) \cdot f'(2) = -\frac{1}{4} \Rightarrow 8f(2) \cdot f'(2) = -1$$

توجه: در بخشی از راه‌حل از رابطه زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a-nh)}{h} = (m+n)f'(a)$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه ۳»

(شاهین پروازی)

معادله خط گذرنده از نقاط  $A(1, 0)$  و  $B(-1, k+3)$  را می‌نویسیم:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y = \frac{k+3}{-2}(x-1)$$

با توجه به آن که خط فوق بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  مماس است

$$f(2) = \frac{k+3}{-2} \text{ و } f'(2) = \frac{k+3}{-2}$$





(میانپیش نیکنام)

۸- گزینه «۴»

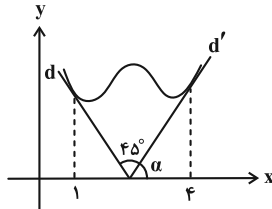
در حد داده شده حد مخرج کسر، صفر است پس حد صورت کسر هم باید

$$f'(1) - 2f(1) = 0 \quad \text{صفر باشد:}$$

$$\Rightarrow f(1)(f(1) - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{طبق شکل، غ ق ق})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)(f(x) - 2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x-1}$$

$$= (-2)f'(1) = 4 \Rightarrow f'(1) = -2$$

فرض کنیم  $\alpha$  زاویه بین خط  $d'$  و محور  $x$  ها باشد.

$$f'(1) = \tan(\alpha + 45^\circ) \Rightarrow -2 = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 3 \Rightarrow f'(4) = 3$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

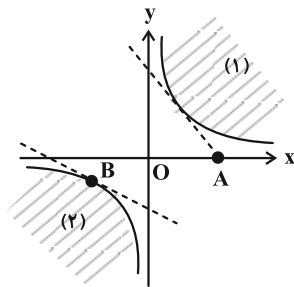
(مهرراز ملونری)

۹- گزینه «۱»

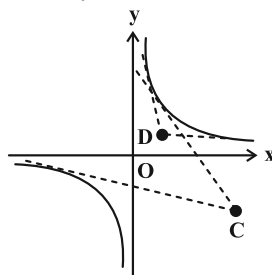
نکته: با توجه به نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$ ، نقاط صفحه مختصات را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

الف) مبدأ مختصات (نقطه  $O$ ) و نقاط نواحی (۱) و (۲): از این دسته نقاط هیچ مماسی بر نمودار تابع  $f$  نمی‌توان رسم کرد.

ب) نقاط روی محورهای مختصات (به غیر از  $O$ ) و نقاط روی نمودار تابع  $f$ : از این دسته نقاط (همانند نقاط  $A$  و  $B$ ) فقط یک مماس بر تابع  $f$  می‌توان رسم کرد.



ج) بقیه نقاط صفحه (غیر از الف) و (ب): از این دسته نقاط (همانند  $C$  و  $D$ ) دو مماس بر نمودار تابع  $f$  می‌توان رسم کرد.

از طرفی عبارت  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x - 2}$  در صورتی موجود است که $f(2) = \pm 3$  باشد. پس:

$$۱) f(2) = 3 \Rightarrow \frac{k+3}{-2} = 3 \Rightarrow k = -9$$

$$۲) f(2) = -3 \Rightarrow \frac{k+3}{-2} = -3 \Rightarrow k = 3$$

$$\text{اگر } k = -9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 3)(f(x) + 3)}{x - 2}$$

$$= (f'(2))(f(2) + 3) = 18$$

$$\text{اگر } k = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) + 3)(f(x) - 3)}{x - 2}$$

$$= (f'(2))(f(2) - 3) = 18$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(علیرضا نرافزاره)

۷- گزینه «۱»

معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$(3, 0), (0, 2) \Rightarrow m = \frac{2-0}{0-3} = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

با توجه به نمودار تابع  $f$  که بر خط مذکور در نقطه به طول  $x = 2$  مماس شده، نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} f(2) = -\frac{2}{3}(2) + 2 = \frac{2}{3} \\ f'(2) = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - \frac{2}{3}}{h^2 - h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - f(2)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h-1}$$

$$= -3f'(2) \times (-1) = +3 \left(-\frac{2}{3}\right) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{2}{3}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x + 2}$$

$$= f'(2) \times \frac{1}{4} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{6}$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:  $-2 - \frac{1}{6} = -\frac{13}{6}$

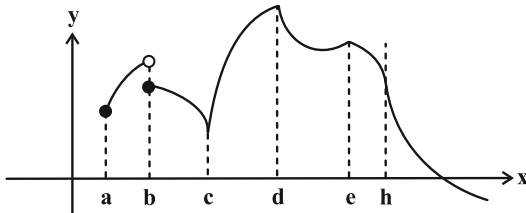
(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)



### حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- گزینه «۳» (علیرضا نرافزازه)

(۱) تابع  $f$  در نقاط به طول  $a$  و  $b$  پیوسته نیست، پس مشتق پذیر نیست.  
 (۲) تابع  $f$  در نقاط به طول  $c$  و  $h$  پیوسته است ولی مشتق‌های چپ و راست در آن‌ها نامتناهی است، پس در این نقاط نیز مشتق ناپذیر است.  
 (۳) تابع  $f$  در نقاط به طول  $d$  و  $e$  پیوسته است ولی این نقاط گوشه‌ای هستند، لذا نقاط مشتق ناپذیری تابع هستند.



(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۵ تا ۸۹)

۱۲- گزینه «۲» (اخشین فاضله‌شان)

طبق تعریف، زمانی  $x = a$  مماس قائم تابع  $f$  است که اولاً تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد، ثانیاً  $f$  در  $x = a$  مشتق چپ و راست نامتناهی داشته باشد.

در گزینه «۱» تابع در  $x = 2$  فقط پیوستگی راست دارد. (تابع در همسایگی چپ ۲ تعریف نشده است).

گزینه‌های «۳» و «۴» در  $x = 2$  مشتق چپ و راست نامتناهی دارند اما در  $x = 2$  پیوسته نیستند.

اما در گزینه «۲» تابع در  $x = 2$  پیوسته است:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{|x-2|} = f(2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{|x-2|} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{-(x-2)}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{-\sqrt{-(x-2)}} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{|x-2|} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$$

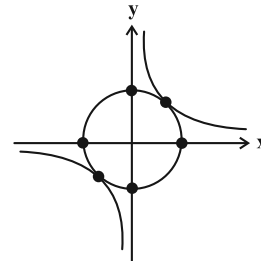
(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱۳- گزینه «۳» (کیان کریمی‌فراسانی)

نمودار دو تابع  $y = \cos x$  و  $y = |x|$ ، با هم، در شکل زیر نمایش داده شده است:

مطابق شکل زیر، دایره به معادله  $x^2 + y^2 = 2$  با تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  تنها دو نقطه مشترک  $(1, 1)$  و  $(-1, -1)$  دارند.

با توجه به نکته بالا، ۶ نقطه مشخص شده روی نمودار دایره، نقاطی هستند که فقط یک مماس از آن‌ها می‌توان بر نمودار  $f$  رسم کرد.



(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۰- گزینه «۱» (نیما مهندس)

باید معادله  $f(x) = g(x)$  را حل کنیم:

$$\sin x + 1 = \cos 2x \Rightarrow \sin x + 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sin x = -2 \sin^2 x$$

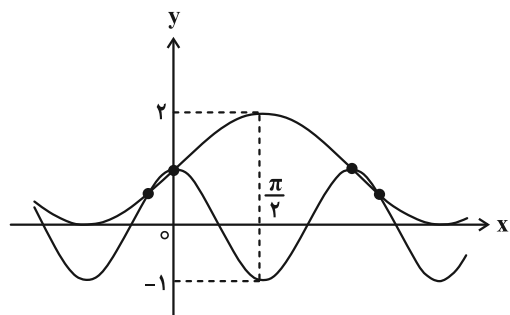
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})} x = 0, \pi \\ \text{یا} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}} x = -\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \end{array} \right.$$

مطابق شکل، در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  از این بازه تابع  $f$  به  $\max$  و تابع  $g$

به  $\min$  مقدار خود می‌رسند. نقاط برخورد دو تابع، دوه‌دو نسبت به

خط  $x = \frac{\pi}{2}$  متقارن‌اند؛ لذا مماس‌هایی که در این نقاط بر نمودار دو تابع

رسم می‌کنیم یا افقی‌اند یا شیب‌های قرینه دارند، در نتیجه پاسخ مسئله برابر صفر است.



(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)



مشتق چپ تابع  $f$  در  $x=1$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + ax - (a+1) - 0}{2x - [x]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+(a+1))}{2x(x-1)} = \frac{2+a}{2}$$

به طریق مشابه داریم  $f'_+(1) = \frac{2+a}{1}$  و در نتیجه طبق فرض خواهیم داشت:

$$\frac{2+a}{1} - \frac{2+a}{2} = 2 \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 2 \Rightarrow a = 2$$

پس  $b = -(2+1) = -3$  و لذا  $ab = -6$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

(غلامرضا نیازی)

گزینه «۱» - ۱۶

$$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{[2x-1] \cdot \overbrace{\sin ax}^+}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \circ^+} -\frac{\sin ax}{x} = -a \quad (\text{شیب نیم مماس راست})$$

$$f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{[2x-1] \cdot \overbrace{\sin ax}^-}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{[(-1)^-] \cdot \overbrace{\sin ax}^-}{x} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-2(-\sin ax)}{x} = 2a$$

$$\Rightarrow |f'_+(\circ) - f'_-(\circ)| = 2a = 6 \Rightarrow a = 2$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(سینا فیروزه‌ا)

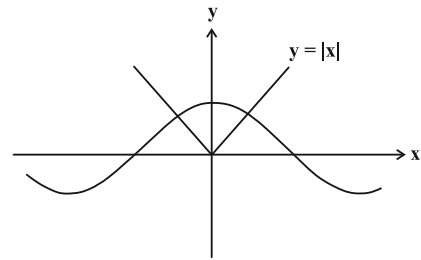
گزینه «۴» - ۱۷

کافی است نقاط ناپیوستگی تابع  $f$  را پیدا کنیم. برای این منظور، نقاطی از بازه  $(1, 3)$  را که به ازای آن‌ها  $\sqrt{2}x$  و  $x^2$  صحیح می‌شوند را مشخص می‌کنیم:

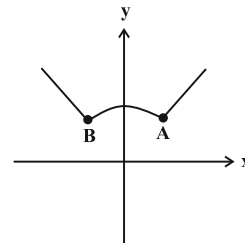
$$\left\{ \begin{aligned} x^2 = n &\Rightarrow x = \pm\sqrt{n} \\ \Rightarrow x = \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} \\ &\text{نقطه } \gamma \\ \sqrt{2}x = k &\Rightarrow x = \frac{k}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right.$$

$x = \sqrt{2}$  و  $x = \sqrt{8}$  در هر دو دسته مشترک هستند، پس پیوستگی و

مشتق‌پذیری آن‌ها را با جزئیات بیشتری بررسی می‌کنیم:



در نتیجه نمودار تابع  $f$  به صورت زیر می‌شود:



این تابع دارای دو نقطه گوشه‌ای  $A$  و  $B$  است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

(غلامرضا نیازی)

گزینه «۲» - ۱۴

$$g(1) = 0$$

با توجه به ضابطه تابع  $g$  داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0(1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 0(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) \text{ در } x=1 \text{ پیوسته است}$$

$$g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1| \cdot f(x) - 0}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)f(x)}{(x-1)} = 1$$

$$g'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1| \cdot f(x) - 0}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(-1)f(x)}{(x-1)} = -(-1) = 1$$

$$g'_-(1) = g'_+(1) = 1 \xrightarrow{x=1} g \text{ پیوسته در } x=1 \rightarrow g'(1) = 1$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(ظاهر درستانی)

گزینه «۱» - ۱۵

از  $f'_+(1) - f'_-(1) = 2$  نتیجه می‌گیریم که تابع  $f$  در  $x=1$  پیوسته است ولی مشتق چپ و راست نابرابر دارد. به دلیل وجود  $[x]$  در مخرج کسر تابع  $f$ ، زمانی در  $x=1$  پیوسته است که مقدار صورت کسر در این نقطه، صفر شود (چرا؟). پس:

$$x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + a + b = 0 \Rightarrow b = -(a+1)$$



## ۱۹- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

با توجه به تجزیه  $x^3 - 4x^2 + 4x = x(x^2 - 4x + 4) = x(x-2)^2$  ناپیوسته بودن  $[x]$  در تمامی مقادیر صحیح  $x$  در بازه  $(-3, 3)$  درمی یابیم که تابع  $f(x)$  در  $x=0$  پیوسته و مشتق ناپذیر (مشتق‌های چپ و راست عددهایی متفاوت هستند)، در  $x=1$  ناپیوسته و در نتیجه مشتق ناپذیر (چون نقطه انفعال است، گوشه‌ای نیست) و در  $x=2$  پیوسته و مشتق‌پذیر است. وضعیت تابع  $f(x)$  در  $x=-1$  و  $x=-2$  مشابه وضعیت آن در حوالی  $x=1$  است. برای ضابطه دوم، دامنه تابع برابر  $|x| > 4$  شده و ریشه‌های ساده عبارت داخل قدرمطلق بیرونی را در نظر می‌گیریم:

$$\log(|x| - 4) = 0 \Rightarrow |x| - 4 = 10^0 = 1 \Rightarrow |x| = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow f(5) = -1 \\ x = -5 \Rightarrow f(-5) = -1 \end{cases}$$

پس نقاط گوشه‌ای تابع عبارتند از  $(0, 0)$ ،  $(5, -1)$  و  $(-5, -1)$  که

$$\text{مثلی به مساحت } 5 = \frac{1 \times 1}{2} \text{ با یکدیگر می‌سازند.}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

## ۲۰- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

نقطه  $x=2$  ریشه ساده داخل قدرمطلق و تنها کاندید نقطه گوشه‌ای برای تابع  $f$  است. پس ابتدا باید شیب نیم‌ماس چپ را در همسایگی آن محاسبه کنیم.

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-3x + 6)\sqrt{x^2 + ax + b} - 0}{x - 2} = -3\sqrt{4 + 2a + b}$$

اگر صفرهای  $y = x^2 + ax + b$  را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، معادله خطوط مماس قائم بر نمودار به صورت  $x = \alpha$  و  $x = \beta$  خواهد بود. پس نقاط  $(\alpha, \alpha)$  و  $(\beta, -\beta)$  روی نیم‌ماس چپ هستند. (با جابه‌جایی  $\alpha$  و  $\beta$  تغییری در کلیت سؤال ایجاد نمی‌شود.)

$$y - f(2) = m(x - 2) \text{ شیب } (x - 2)$$

$$\Rightarrow y = -3\sqrt{4 + 2a + b}(x - 2) \text{ نقاط } (\alpha, \alpha) \text{ و } (\beta, -\beta) \text{ در معادله خط صدق می‌کنند}$$

$$\begin{cases} \alpha = -3\sqrt{4 + 2a + b}(\alpha - 2) \\ -\beta = -3\sqrt{4 + 2a + b}(\beta - 2) \end{cases} \text{ تقسیم روابط بر یکدیگر}$$

$$\left(\frac{\alpha}{-\beta}\right) = \frac{\alpha - 2}{\beta - 2} \Rightarrow \alpha\beta - 2\alpha = -\alpha\beta + 2\beta$$

$$\frac{\alpha + \beta = -a}{\alpha\beta = b} \Rightarrow a = -b \Rightarrow a + b = 0$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} f(x) = [2^-] - [2^-] = 1 - 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} f(x) = [2^+] - [2^+] = 2 - 2 = 0 \\ f(\sqrt{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{8})^-} f(x) = [4^-] - [8^-] = 3 - 7 = -4 \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{8})^+} f(x) = [4^+] - [8^+] = 4 - 8 = -4 \\ f(\sqrt{8}) = -4 \end{cases}$$

پس تابع  $f$  در این دو نقطه پیوسته و مشتق‌پذیر است. در نتیجه تابع  $f$  فقط

در ۶ نقطه از بازه  $(1, 3)$  ناپیوسته و مشتق ناپذیر است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

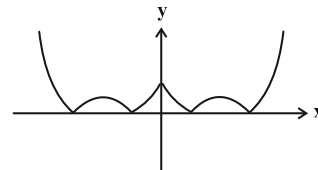
## ۱۸- گزینه «۱»

(مهرادر ملونری)

ضابطه تابع  $f$  به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$f(x) = ||x|^2 + m|x| - (m+1)| = (|x| - 1)(|x| + (m+1))$$

همچنین با توجه به ضابطه و صورت سؤال، نتیجه می‌شود که نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:



نقطه‌ای به طول  $x=0$ ، ریشه عبارت  $|x|$  است، پس نقطه گوشه‌ای و مشتق‌ناپذیر محسوب می‌شود. در صورتی تابع  $f(x)$ ، چهار نقطه مشتق‌ناپذیر دیگر دارد که هر دو پیرانتز داخل قدرمطلق، حتماً ریشه داشته باشند و در ضمن ریشه‌های آن‌ها متمایز باشند، پس:

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$|x| + (m+1) = 0 \Rightarrow |x| = -(m+1) \Rightarrow \begin{cases} -(m+1) > 0 \\ -(m+1) \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

از مجموعه مذکور، فقط مقادیر  $-3$ ،  $-4$  و  $-5$  برای  $m$  قابل قبول است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

## ریاضی پایه

## ۲۱- گزینه «۳»

(شمار معنوی)

واضح است که  $U = (-5, 3)$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} a-1 = -2 \Rightarrow a = -1 \\ a+2 = b+3 \xrightarrow{a=-1} -1+2 = b+3 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

پس:

$$U - [a-2, b+3] = (-5, 3) - [-3, 1] = (-5, -3) \cup [1, 3)$$

که این مجموعه شامل سه عدد صحیح  $-4, -1, 2$  است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ و ۹)

## ۲۲- گزینه «۱»

(افشین شاصه شان)

در شکل  $n$  نام تعداد کل مربع‌ها برابر است با  $(2n+1)^2$  و تعداد مربع‌هایسفید برابر است با  $n^2$ ؛ بنابراین تعداد مربع‌های رنگی در شکل دهم برابر

$$(2 \times 10 + 1)^2 - 10^2 = 341$$

است با:

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه ۱۸)

## ۲۳- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

باید از کوچک به بزرگ، به ترتیب، سراغ مضارب فرد عدد ۱۷ برویم. ضمناً

ضابطه بالایی (به ازای  $n$  های زوج) را به صورت  $\frac{1}{200}(n+10)(n-20)$ 

می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} a_{50} &= \frac{1}{200}(50+10)(50-20) = 9 \\ a_{51} &= \frac{3 \times 51}{17} = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = 9 \Rightarrow \sqrt{k} = 3$$

$$a_{17} = \frac{3 \times 17}{17} = 3, a_{20} = 0 \Rightarrow (a_{17})^{20} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{k} + (a_{17})^{20} = 3 + 1 = 4$$

توجه: اثبات این که به غیر از جملات متوالی پنجاه و پنجاه و یکم، هیچ دو جمله متوالی دیگری برای مقدار صحیح یکسان نیستند را خودتان بررسی کنید.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۲ تا ۲۰)

## ۲۴- گزینه «۴»

(شاهین پروازی)

جمله اول دنباله  $a_1 \geq 100$  و قدر نسبت  $d \geq 1$  است. جمله بیستم دنباله هم

نباید از ۱۵۰ بزرگتر باشد.

برای  $d$ ، دو مقدار ۱ و ۲ قابل قبول است که برای هر دو مقدار، تعداد

دنباله‌ها را حساب می‌کنیم.

$$d = 1 \Rightarrow a_1 + 19d \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 131 \quad (\text{الف})$$

پس برای  $d = 1$ ، به تعداد  $131 - 100 + 1 = 32$  دنباله متفاوت پیدا

می‌شود.

$$d = 2 \Rightarrow a_1 + 38 \leq 150 \xrightarrow{a_1 \geq 100} 100 \leq a_1 \leq 112 \quad (\text{ب})$$

برای  $d = 2$ ، به تعداد  $112 - 100 + 1 = 13$  دنباله متفاوت پیدا می‌شود.پس در نهایت  $13 + 32 = 45$  دنباله متفاوت وجود دارد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

## ۲۵- گزینه «۲»

(رضا ماجری)

جملات دنباله‌های هندسی و حسابی را به ترتیب با  $t_n$  و  $a_n$  نمایش می‌دهیم.

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} t_1 = a_2 & (1) \\ t_5 = a_4 & (2) \\ t_9 = a_{12} & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = a_1 + d \\ t_1 q^4 = a_1 + 3d \\ t_1 q^8 = a_1 + 11d \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) - (2) \Rightarrow t_1(q^4 - 1) = 2d \\ (2) - (3) \Rightarrow t_1 q^4(q^4 - 1) = 8d \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{تقسیم برهم} \\ t_1 \neq 0, q \neq 1}} q^4 = 4$$

$$\Rightarrow t_1 + t_5 + t_9 = 84$$

$$\Rightarrow t_1 + t_1 q^4 + t_1 q^8 = t_1 + 4t_1 + 16t_1 = 84$$

$$\Rightarrow 21t_1 = 84 \Rightarrow t_1 = 4 \xrightarrow{t_1(q^4-1)=2d} d = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

$$a_2 = t_1 = 4$$

در دنباله حسابی، جملات سوم و هشتم برابر هستند با:

$$a_3 = a_2 + d = 10 \quad \text{و} \quad a_8 = a_2 + 6d = 40$$

اختلاف واسطه‌های حسابی و هندسی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \text{واسطه حسابی} = \frac{10+40}{2} = 25 \\ \text{واسطه هندسی} = \sqrt{10 \times 40} = 20 \end{cases} \Rightarrow 25 - 20 = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

## ۲۶- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

طبق رابطه  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  در یک دنباله حسابی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S_{2n} = \frac{2n}{2}(a_1 + a_{2n}) = n(2a_1 + 2nd - d) \\ 2S_n = 2 \times \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = n(2a_1 + nd - d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{2n} - 2S_n = n^2 d$$

پس جملات دنباله داده شده به صورت زیر خواهند بود:

$$25d, 100d, 400d, \dots$$

مشخص است که این دنباله، یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $q = 4$  است.حالا از رابطه مجموع  $n$  جمله اول در دنباله هندسی استفاده می‌کنیم:

مقدار B را نیز به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$B = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{14}}{4\sqrt{2} + \sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{2}(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(4 + \sqrt{7})}$$

$$= \frac{3(1 + \sqrt{7})}{4 + \sqrt{7}} \times \frac{4 - \sqrt{7}}{4 - \sqrt{7}} = \frac{3(-3 + 3\sqrt{7})}{16 - 7} = \sqrt{7} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B+1} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

(سینا فیرفواه)

گزینه «۲» -۲۹

بعد از تجزیه پرناتز وسطی، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$M = \frac{(16x^2 - 4x + 1)(4x + 1)(4x - 1)(16x^2 + 4x + 1) + 1}{(4x)^2 + (1)^2} = \frac{(64x^3 + 1)(64x^3 - 1) + 1}{(4x)^2 - (1)^2}$$

$$= (64x^3 + 1)(64x^3 - 1) + 1$$

$$M = (64x^3)^2 - (1)^2 + 1 = 2^{12} \times x^6 = 2^{12} \times \left(\frac{-1}{4}\right)^6$$

$$= 2^{12} \times \left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 2^{12} \times \frac{1}{2^4} = 2^8 = 256$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(داود عسین‌پور)

گزینه «۲» -۳۰

$$A = \frac{5(\sqrt{2} + 1)^{-1}}{B} + \frac{7 + 4\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{5\sqrt{2} - 5}{2 - 1} = 5\sqrt{2} - 5$$

$$C = \frac{7 + 4\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \times \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{21 - 14\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 16}{9 - 8} = 5 - 2\sqrt{2}$$

$$A = B + C = 5\sqrt{2} - 5 + 5 - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}A = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷)

$$\text{مجموع ۱۲ جمله اول} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{q - 1}$$

$$\text{مجموع ۶ جمله دوم} = \frac{t_6(q^6 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع ۱۲ جمله اول}}{\text{مجموع ۶ جمله اول}} = \frac{t_1(q^{12} - 1)}{t_1 q^6 (q^6 - 1)} = \frac{q^6 + 1}{q^6} = 1 + \left(\frac{1}{q}\right)^6$$

چون  $q = 4$ ، پس طبق فرض:

$$m = 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^6 \Rightarrow (m - 1)^{\frac{1}{2}} = \left(\left(\frac{1}{4}\right)^6\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

(شاهین پروازی)

گزینه «۱» -۲۷

$$A = \sqrt[4]{4 - \sqrt{15}} - \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}}$$

$$\xrightarrow[A < 0]{\text{توان } 2} A^2 = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}}$$

$$- 2\sqrt{(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})}$$

$$\Rightarrow A^2 + 2 = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}}$$

$$\xrightarrow[\text{توان } 2]{\text{توان } 2} (A^2 + 2)^2 = 4 - \sqrt{15} + 4 + \sqrt{15} + 2\sqrt{16 - 15} = 10$$

$$(A^2 + 2)^2 = 10 \Rightarrow A^2 + 2 = \sqrt{10} \Rightarrow A^2 = \sqrt{10} - 2$$

$$\xrightarrow[A < 0]{\text{توان } 2} A = -\sqrt{\sqrt{10} - 2} = -\sqrt{\sqrt{2} \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt[4]{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

(نیما مهندس)

گزینه «۴» -۲۸

ابتدا مقدار حاصل  $\sqrt{5} + \sqrt{21}$  را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sqrt{5} + \sqrt{21} = \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{21}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2}{2}} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

به همین ترتیب می‌توان نشان داد  $\sqrt{5} - \sqrt{21} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ، پس:

$$A = \left(\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2}) = 2\sqrt{7}$$



هندسه ۳

۳۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

اگر نقطه  $M$  خارج از بیضی نباشد، آن گاه داخل یا روی بیضی است و در نتیجه  $MF + MF' \leq 2a$ .

$$2a = AA' = |1 - (-5)| = 6$$

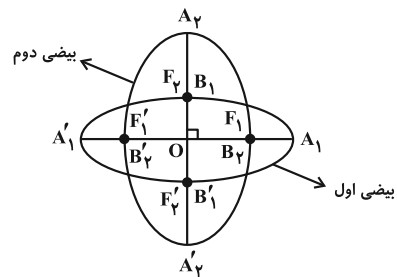
بنابراین بیشترین مقدار برای  $MF + MF'$  برابر  $2a = 6$  است.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۲- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

مطابق شکل زیر، دو بیضی مذکور هم مرکز بوده و قطر بزرگ آن‌ها بر هم عمودند.



با توجه به فرض، قطر کوچک و فاصله کانونی از بیضی اول به ترتیب فاصله کانونی و قطر کوچک از بیضی دوم است و داریم:

$$\begin{cases} B_1B'_1 = F_2F'_2 \Rightarrow 2b_1 = 2c_2 \Rightarrow b_1 = c_2 \\ F_1F'_1 = B_2B'_2 \Rightarrow 2c_1 = 2b_2 \Rightarrow c_1 = b_2 \end{cases}$$

از رابطه  $a^2 = b^2 + c^2$  نتیجه می‌شود که قطر بزرگ هر دو بیضی هم‌اندازه‌اند و لذا  $a_1 = a_2$ . خروج از مرکز بیضی دوم را به صورت زیر می‌یابیم:

$$e_2 = \frac{c_2}{a_2} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{\sqrt{b_1^2}}{\sqrt{a_1^2}} = \frac{\sqrt{b_1^2 - b_1^2 + a_1^2 - c_1^2}}{\sqrt{a_1^2}} \Rightarrow e_2 = \sqrt{1 - \frac{c_1^2}{a_1^2}}$$

$$\Rightarrow e_2 = \sqrt{1 - c_1^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۳- گزینه «۳»

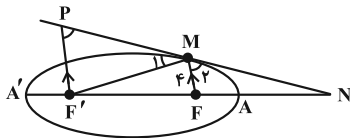
(امیررضا فلاح)

طبق فرض داریم:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3} a$$

$$\text{از طرفی: } 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow 16 = a^2 - \frac{5}{9}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}a^2 = 16 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3} \times 6 = 2\sqrt{5}$$



مطابق شکل، فاصله نقطه  $M$  از کانون  $F$  برابر  $4$  است، لذا طبق تعریف بیضی داریم:  $MF + MF' = 2a \Rightarrow 4 + MF' = 12 \Rightarrow MF' = 8$

$$\text{از طرفی: } FF' = 2c = 4\sqrt{5}$$

پاره خط  $F'P$  را موازی  $FM$  رسم می‌کنیم. می‌دانیم:  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

و  $\hat{P} = \hat{M}_1$  پس  $\hat{P} = \hat{M}_1$  و از آنجا  $F'P = 8$ ؛ طبق قضیه تالس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{NF}{NF'} = \frac{FM}{F'P} \Rightarrow \frac{NF}{NF + 4\sqrt{5}} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow 2NF = NF + 4\sqrt{5} \Rightarrow NF = 4\sqrt{5}$$

فاصله  $N$  تا دورترین رأس بیضی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$NA' = NF + FF' + F'A' = NF + 2c + (a - c)$$

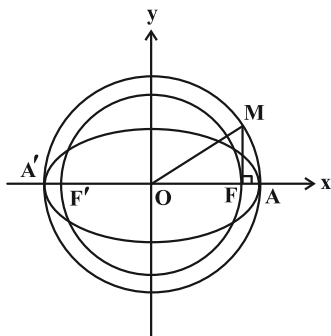
$$= 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 6 = 6\sqrt{5} + 6$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۳۴- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} OM = R = a \\ OF = c \end{cases} \Rightarrow MF^2 + OF^2 = OM^2$$

$$\Rightarrow MF^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow MF = b$$

شیب خط  $d$  یعنی  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  همان تانژانت زاویه  $\angle OM$  با محور  $Ox$  یعنی  $30^\circ$  می‌باشد:

$$\Delta OMF: \tan 30^\circ = \frac{MF}{OF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = 1$$

طبق شکل، شعاع دایره کوچک‌تر همان مقدار  $c$  می‌باشد، پس:

$$a^2 = b^2 + c^2 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز بیضی: } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

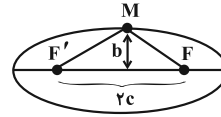
(هندسه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)



۳۵ - گزینه «۲»

(اساقی اسفندیاری)

نقطه  $M$  روی بیضی قرار دارد، لذا بنا به تعریف بیضی  $MF + MF' = 2a$  است. از طرفی محیط مثلث  $MFF'$  برابر با  $MF + MF' + FF' = 20$  است. در نتیجه:



مطابق شکل، بیشترین مساحت  $MFF'$  موقعی به دست می‌آید که  $M$  یکی از دو سر قطر کوچک (نقاط  $B$  و  $B'$ ) باشد، در این صورت:

$$b^2 = a^2 - c^2 = (a-c)(a+c) = \left(\frac{10}{2}\right)^2 \Rightarrow a-c = \frac{5}{2}$$

از روابط  $a+c=10$  و  $a-c = \frac{5}{2}$  مقدار  $c = \frac{15}{4}$  به دست می‌آید و در نتیجه:

$$\max(S_{MFF'}) = \frac{1}{2} b(2c) = bc = 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{4} = 18.75$$

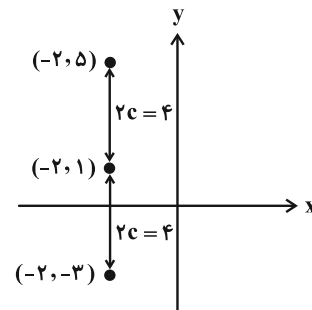
(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۶ - گزینه «۴»

(افشین فاضل‌نار)

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 5} = 2$$



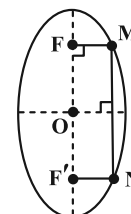
مطابق فعالیت ۴ صفحه ۵۰ کتاب درسی هندسه ۳، اگر بدنه داخلی بیضی، آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی، اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس نور از کانون دیگر خواهد گذشت. چون بیضی قائم است و  $c = 2$ ، لذا کانون‌های دیگر  $(-2, -3)$  یا  $(2, 5)$  می‌تواند باشد.

(هنر سه - صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۳۷ - گزینه «۳»

(شبنم غلامی)

مطابق شکل فرض کنید نقاط برخورد محور  $y$  با بیضی را  $M$  و  $N$  بنامیم. مرکز بیضی (نقطه  $O$ ) روی عمودمنصف پاره‌خط  $MN$  واقع است، یعنی داریم:



$$y_O = \frac{19 + (-5)}{2} = 7$$

از طرفی طول مرکز بیضی قائم با طول هر کدام از کانون‌ها برابر است، یعنی  $x_O = x_F = -7$ . در این صورت  $O(-7, 7)$  مرکز و  $F'(-7, -5)$  کانون دیگر بیضی خواهد بود. بنا در نظر گرفتن  $MF = 7$  و  $FF' = 24$ ، در مثلث قائم‌الزاویه  $MFF'$  داریم:

$$MF'^2 = MF^2 + FF'^2 = 7^2 + 24^2 = 25^2 \Rightarrow MF' = 25$$

از طرفی مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی است، پس داریم:

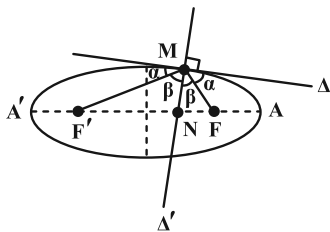
$$2a = MF + MF' = 7 + 25 = 32$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۸ - گزینه «۱»

(سوگند روشنی)

نقطه  $M$  را به کانون‌های  $F$  و  $F'$  وصل می‌کنیم. مطابق شکل، دو جفت زاویه برابر خواهیم داشت.



$$\Delta MFF' \text{ قضیه نیمسازها در } \frac{MF}{MF'} = \frac{NF}{NF'}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{MF}{MF + MF'} = \frac{NF}{NF + NF'}$$

$$\Rightarrow \frac{MF}{2a} = \frac{NF}{2c} \Rightarrow \frac{NF}{MF} = \frac{c}{a} \quad (1)$$

از طرفی طبق فرض،  $F'(-4, 2)$  و  $A(5, 2)$ ، در نتیجه  $c + a = 9$  است. همچنین طبق فرض  $AF = a - c = 3$ ، پس:

$$\begin{cases} a + c = 9 \\ a - c = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \xrightarrow{c+a=9} c = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{NF}{MF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(هنر سه - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۳۹ - گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

طبق قضیه بازتابندگی بیضی، پرتو انعکاس از کانون  $F$  خواهد گذشت و داریم:  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \theta$ ، همچنین:

$$\begin{cases} MF + MF' = 2a \Rightarrow 3 + MF' = 8 \Rightarrow MF' = 5 \\ FF' = 7 \end{cases}$$





در مثلث متساوی‌الاضلاع OMN، ارتفاع است، لذا با

فرض  $MN = m$  داریم:  $MH = \frac{m}{2}$  و  $OH = \frac{m\sqrt{3}}{2}$

مختصات نقطه M به صورت  $(\frac{m\sqrt{3}}{2}, \frac{m}{2})$  می‌شود که در معادله سهمی جای گذاری می‌کنیم:

$$(\frac{m}{2})^2 = \frac{m\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{m^2}{4} = \frac{m\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m = 2\sqrt{3}$$

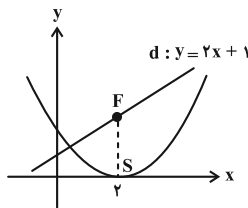
طول ضلع مثلث مورد نظر برابر  $2\sqrt{3}$  است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۲- گزینه «۲» (امیررضا فلاح)

مطابق شکل، رأس سهمی نقطه  $S(2, 0)$  می‌باشد، بنابراین طول کانون سهمی نیز عدد ۲ است یعنی  $F(2, y)$  و طبق فرض داریم:

$$F(2, y) \xrightarrow{y=2x+1} y = 5$$



مختصات کانون  $F(2, 5)$  بوده و لذا فاصله S تا F برابر ۵ می‌باشد پس  $a = 5$ .

معادله این سهمی به صورت  $(x-2)^2 = 4 \times 5(y-0)$  می‌شود. برای تعیین مختصات برخورد این منحنی با محور y ها، مؤلفه x را در معادله برابر صفر

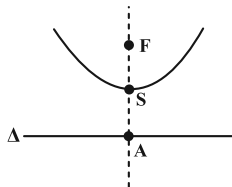
$$(0-2)^2 = 20y \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

قرار می‌دهیم:

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

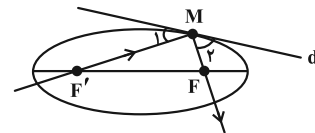
۴۳- گزینه «۱» (امیررضا فلاح)

در سهمی قائم مذکور، اگر  $S(h, k)$  مختصات رأس باشد، آن‌گاه  $F(h, k+a)$  کانون و  $\Delta: y = k-a$  خط هادی سهمی می‌باشد پس مختصات نقطه A به صورت زیر است:  $A(2=h, -2=k-a)$



معادله سهمی به صورت  $(x-2)^2 = 4a(y-k)$  می‌باشد، لذا مختصات نقطه M را در آن صدق می‌دهیم:

$$M(4, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow (4-2)^2 = 4a(0-k) \Rightarrow -1 = ak$$



در مثلث  $MFF'$  قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$FF'^2 = MF'^2 + MF^2 - 2MF' \times MF \times \cos \widehat{F'MF}$$

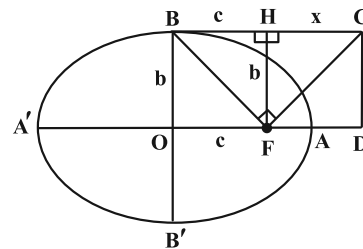
$$49 = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times \cos \widehat{F'MF}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{F'MF} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{F'MF} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{\theta} = 30^\circ$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۴۰- گزینه «۲» (هومن عقیلی)

از F عمود FH بر BC رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$FH = b, \quad BH = c, \quad HC = x = FD$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BFC داریم:

$$b^2 = c \cdot x \Rightarrow x = \frac{b^2}{c}$$

از طرفی خروج از مرکز بیضی برابر  $e = \frac{c}{a}$  است، پس:

$$OD = c + x = c + \frac{b^2}{c} = \frac{c^2 + b^2}{c} = \frac{a^2}{c} = \frac{a \cdot a}{c} = \frac{a}{e}$$

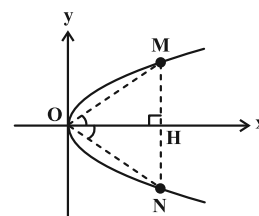
(هنر سه ۳- صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- گزینه «۳» (مهررادر ملونری)

توجه داشته باشید که با انتقال رأس سهمی  $(y-1)^2 = x+1$  به مبدأ مختصات، تغییری در خواسته سؤال پدید نمی‌آید. شکل زیر، نمودار سهمی به

معادله  $y^2 = x$  می‌باشد که در آن مثلث مورد نظر رسم شده است.





با توجه به شکل، نقاط برخورد نمودار سهمی را با محورهای مختصات می‌یابیم:

$$\xrightarrow{x=0} \begin{cases} y-2 = \sqrt{12} \\ y-2 = -\sqrt{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_B = 2 + 2\sqrt{3} \\ y_C = 2 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

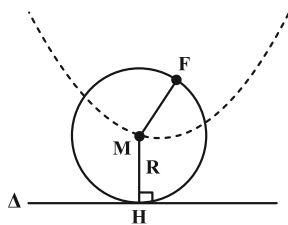
$$\xrightarrow{y=0} 4 = 4x + 12 \Rightarrow x_A = -2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} OA \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۶- گزینه «۲» (سرر یقیازاریان تبریزی)

فرض می‌کنیم دایره  $C(M, R)$  از نقطه  $F$  (کانون سهمی) گذشته و بر خط  $\Delta$  مماس است. بنابراین مرکز آن از نقطه  $F$  و خط  $\Delta$  به یک فاصله است  $(MF = MH = R)$ . بنابراین نقطه  $M$  روی سهمی به کانون  $F$  و خط هادی  $\Delta$  قرار دارد. برعکس، می‌توان گفت اگر نقطه  $M$  روی سهمی به کانون  $F$  و هادی  $\Delta$  قرار داشته باشد، آن‌گاه از نقطه  $F$  و خط  $\Delta$  به یک فاصله است، پس دایره به مرکز  $M$  و به شعاع این فاصله، بر خط  $\Delta$  مماس است و از  $F$  می‌گذرد.



$$\text{معادله سهمی: } (x-1)^2 = \frac{2}{3}y$$

این سهمی قائم با دهانه رو به بالا می‌باشد که رأس آن  $(1, 0)$  است.

$$a = \frac{1}{4} \left( \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{6}$$

و فاصله کانونی آن برابر است با:

$$y = \beta - a \Rightarrow y = 0 - \frac{1}{6} \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$$

بنابراین این دایره همواره بر خط  $6y + 1 = 0$  مماس است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۷- گزینه «۱» (علی ایمانی)

با توجه به این که سهمی افقی است پس  $n = 3$  و  $FS = a = 4$  و همچنین دهانه آن رو به راست باز می‌شود. بنابراین معادله سهمی به صورت  $(y-3)^2 = 16(x-m)$  خواهد بود.

چون سهمی از نقطه  $(0, -1)$  می‌گذرد، خواهیم داشت:

$$(-1-3)^2 = -16m \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - a = -2 \\ -1 = ak \Rightarrow a = -\frac{1}{k} \end{cases}$$

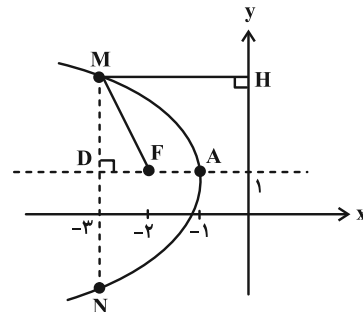
$$\Rightarrow k + \frac{1}{k} = -2 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow a = 1$$

پس مختصات کانون این سهمی  $F(h=2, k+a=0)$  می‌شود و در نتیجه کانون سهمی روی محور  $x$  ها قرار دارد.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۴- گزینه «۳» (اسحاق اسفندیار)

نوع سهمی، افقی بوده و دهانه آن رو به سمت چپ باز می‌شود. همچنین رأس سهمی  $A(-1, 1)$  و فاصله کانونی  $a = 1$  می‌شود، پس مختصات کانون سهمی  $F(-2, 1)$  و محور  $y$  ها، خط هادی سهمی خواهد بود. قرینه نقطه  $A$  نسبت به نقطه  $F$ ، نقطه  $D(-3, 1)$  می‌باشد.



نقطه  $M$  روی سهمی قرار دارد، پس طبق تعریف سهمی داریم:

$$MH = MF = 3$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DMF$  داریم:

$$DM^2 = MF^2 - DF^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow DM = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MN = 2DM = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

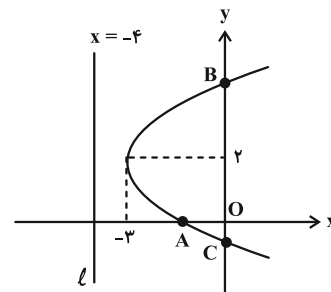
۴۵- گزینه «۴» (افشین فاضل‌فان)

با توجه به معلومات مسئله، منحنی یک سهمی افقی رو به راست است که مختصات

$$\text{رأس آن } (2, 2) \text{ و فاصله کانونی آن } a = \frac{-2 - (-4)}{2} = 1 \text{ می‌باشد.}$$

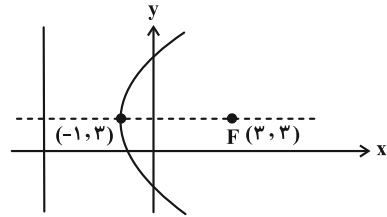
بنابراین معادله سهمی برابر خواهد بود با:

$$(y-2)^2 = 4(1)(x+3)$$





نمودار سهمی به صورت زیر خواهد بود:



خط هادی:  $x = -1 - 4 = -5$

(هنر سه - صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۸ - گزینه «۴»

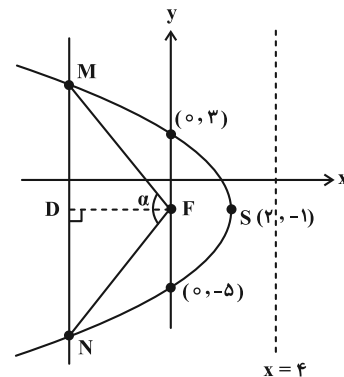
(نیما مهندس)

سهمی مذکور افقی است که دهانه آن رو به سمت چپ باز می‌شود. رأس سهمی  $S(2, -1)$  و  $a = 2$  است، پس  $F(0, -1)$  کانون و  $x = 4$  معادله خط هادی است. فاصله نقاط  $M$  و  $N$  از خط هادی سهمی به معادله  $x = 4$  برابر ۱۲ است. این دو نقطه روی سهمی قرار دارند، پس بنا بر تعریف سهمی داریم:

با توجه به شکل، برای پیدا کردن  $\tan \frac{\alpha}{2}$ ، با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث  $MFN$ ، سراغ محاسبه طول  $DM$  به کمک قضیه فیثاغورس می‌رویم:

$$F(0, -1) \Rightarrow DM = \sqrt{MF^2 - FD^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{DM}{DF} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



\* توجه کنید که  $FD$  هم ارتفاع، هم میانه و هم نیمساز است. پس طول  $DM$  را می‌توانستیم به کمک محاسبه طول  $MN$  از قرار دادن  $x = -8$  در معادله سهمی نیز به دست آوریم.

(هنر سه - صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۹ - گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

از صورت سؤال متوجه می‌شویم که نوع سهمی افقی است و چون نقطه  $A(9, 7)$  سمت راست خط هادی قرار دارد، پس دهانه آن رو به راست است. مختصات رأس سهمی به صورت  $S(4+a, 4)$  و معادله

$$(y-4)^2 = 4a(x-4-a) \quad \text{سهمی عبارتست از:}$$

نقطه  $A(9, 7)$  در معادله سهمی صدق می‌کند، در نتیجه:

$$9 = 4a(5-a) \Rightarrow 4a^2 - 20a + 9 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 0/5 \\ a = 4/5 \end{cases}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۵۰ - گزینه «۳»

(امیرمسین ابومیسوب)

مطابق شکل، وتر کانونی سهمی (پاره‌خطی که دو سر آن روی سهمی قرار دارد و در کانون سهمی بر محور آن عمود است)، دقیقاً بر وتر کانونی بیضی منطبق شده است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را به ترتیب با  $2a$  و  $2b$  و فاصله کانونی سهمی را با  $m$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} 2a = 12 \Rightarrow a = 6 \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$4m = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow 4m = \frac{2 \times 4^2}{6} \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

وتر کانونی سهمی  
وتر کانونی بیضی

(هنر سه - صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)



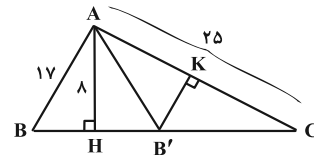
هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(نیما معنرس)

دو مثلث  $ABH$  و  $AB'H$  بنابر خاصیت تبدیل بازتاب با یکدیگر

هم‌نهشت‌اند. پس:



$$\begin{cases} B'H = BH = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \\ CH = \sqrt{25^2 - 8^2} = \sqrt{561} \approx 23/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B'C \approx 23/5 - 15 = 8/5$$

می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث نظیر بلندترین ضلع مثلث است. در مثلث  $AB'C$ ، ضلع  $AC = 25$  بلندترین ضلع است. پس مطابق شکل، ارتفاع  $B'K$  کوتاه‌ترین ارتفاع است که اندازه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$2S_{AB'C} = AH \times B'C = B'K \times AC \Rightarrow B'K = \frac{8 \times 8 / 5}{25}$$

$$\Rightarrow B'K = \frac{64}{25} = 2/7$$

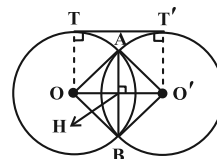
(هنرسه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۲- گزینه «۲»

(فرزانه فالکپاش)

انتقال تبدیلی طولیاست، پس شعاع دایره تحت انتقال تغییر نمی‌کند و در نتیجه داریم:

$$R = R' \Rightarrow a - 1 = 7 - a \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow R = R' = 3$$



چون دو دایره دارای شعاع‌های برابر هستند، پس طول خط‌المركزین دو دایره برابر طول مماس مشترک خارجی آن‌ها یعنی  $d = 4$  است. مطابق شکل

مثلث  $OAO'$  متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم

$$OH = O'H = \frac{d}{2} = 2$$

$$\Delta OAH : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow AH = \sqrt{5}$$

بنابراین طول وتر مشترک دو دایره برابر است با:

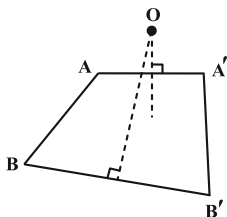
$$AB = 2AH = 2\sqrt{5}$$

(هنرسه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۵۳- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومفیوب)

فرض کنید نقطه  $O$  مرکز دوران باشد. در این صورت  $OA = OA'$  و  $OB = OB'$  است، یعنی  $A$  و  $A'$  از  $O$  به یک فاصله و  $B$  و  $B'$  نیز از  $O$  به یک فاصله هستند. بنابراین  $O$  روی عمودمنصف  $AA'$  و نیز روی عمودمنصف  $BB'$  قرار دارد. پس  $O$  محل تلاقی عمودمنصف‌های دو پاره‌خط  $AA'$  و  $BB'$  است.

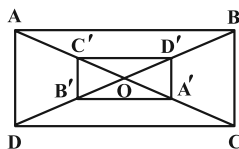


(هنرسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۵۴- گزینه «۳»

(فرزانه فالکپاش)

فرض کنیم طول و عرض مستطیل بزرگ‌تر به ترتیب برابر  $x$  و  $y$  باشند. ابتدا به کمک نسبت تجانس و مساحت ناحیه بین دو مستطیل، مساحت مستطیل  $ABCD$  را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{S} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S' = \frac{1}{9}S$$

$$S - S' = \text{مساحت ناحیه بین دو مستطیل}$$

$$\Rightarrow 64 = S - \frac{1}{9}S \Rightarrow \frac{8}{9}S = 64 \Rightarrow S = 72$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 6\sqrt{5} \Rightarrow x^2 + y^2 = 180 \\ xy = 72 \Rightarrow 2xy = 144 \end{cases}$$

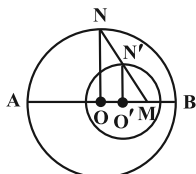


۵۶- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا وضعیت دو دایره را مشخص می‌کنیم. با فرض  $R = 6$ ،  $R' = 3$  و  $d = 2$  داریم:

دو دایره متداخل‌اند  $\Rightarrow |R - R'| < d < R + R'| \Rightarrow 2 < |6 - 3|$   
 مطابق شکل مرکز تجانس مستقیم دو دایره روی امتداد خط‌المركزین دو دایره است که آن را با نقطه  $M$  نمایش می‌دهیم. اگر  $MO' = x$  فرض شود، آن‌گاه داریم:



$$\Delta MON : O'N' \parallel ON \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MO'}{MO} = \frac{O'N'}{ON}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{3}{6} \Rightarrow 6x = 3x+6 \Rightarrow x = 2$$

حال طول قطعات  $MA$  و  $MB$  و نسبت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$MA = AO + OO' + O'M = 6 + 2 + 2 = 10$$

$$MB = AB - MA = 12 - 10 = 2$$

$$\frac{MB}{MA} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

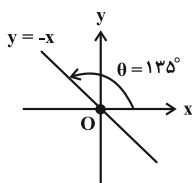
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۵۷- گزینه «۲»

(مهررادر ملونری)

طبق تمرین ۵ صفحه ۴۳ کتاب درسی هندسه (۲)، تبدیل معادل با دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع برابر است با دوران به مرکز «محل تقاطع دو محور» و زاویه‌ای به اندازه «دو برابر زاویه بین دو محور».

مطابق فرض، ابتدا بازتاب نسبت به محور  $X$  ها و سپس نسبت به خط  $y = -x$  انجام می‌دهیم. پس با توجه به شکل، تبدیل  $S$ ، دورانی به مرکز  $O$  (مبدأ) و زاویه  $\theta = 270^\circ = 2\theta$  است.



توجه: زاویه  $270^\circ + 270^\circ$  معادل با زاویه  $90^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌باشد.

(هندسه ۲- تمرین ۵ صفحه ۴۳)

$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 324 \Rightarrow (x+y)^2 = 324$$

$$\Rightarrow x+y = 18 \Rightarrow \text{محیط } ABCD = 2 \times 18 = 36$$

$$\frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{\text{محیط } ABCD} = k \Rightarrow \frac{\text{محیط } A'B'C'D'}{36} = \frac{1}{3}$$

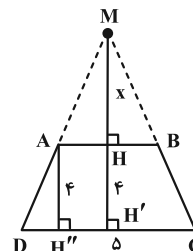
$$\Rightarrow \text{محیط } A'B'C'D' = 12$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۵۵- گزینه «۳»

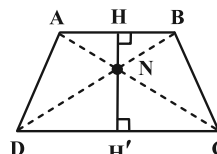
(مجتبی مظاهری فرد)

در شکل‌های زیر، نقاط  $M$  و  $N$  (مرکز تجانس مستقیم و معکوس) مشخص شده‌اند:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$$

$$\xrightarrow{MH=x} \frac{x}{x+6} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow MH = 6$$



$$AB \parallel CD \Rightarrow \Delta NAB \sim \Delta NCD$$

$$k = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{5} \text{ (نسبت تشابه)}$$

نسبت ارتفاع‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است. داریم:

$$\frac{NH}{NH'} = \frac{3}{5}$$

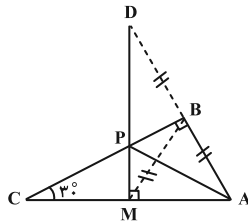
از طرفی  $NH + NH' = 4$  بنابراین داریم:

$$NH' = \frac{5}{3}NH \Rightarrow NH + \frac{5}{3}NH = 4 \Rightarrow \frac{8}{3}NH = 4$$

$$\Rightarrow NH = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$MN = MH + NH = 6 + 1.5 = 7.5$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)



$$AB = 3 \xrightarrow{\hat{C}=30^\circ} AC = 6$$

$$\Delta AMD : \begin{cases} AM = \frac{AC}{2} = 3 \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} DM = 3\sqrt{3} \\ AD = 6 \end{cases}$$

در نتیجه کمترین مقدار برای محیط مثلث APM برابر می‌شود با:

$$AM + \underbrace{AP + PM}_{DM} = 3 + 3\sqrt{3} = 3(1 + \sqrt{3})$$

(هنر سه ۲ - صفحه ۵۲)

(سرر یقیازاریان تهریزی)

۶۰. گزینه «۴»

برای یافتن نقاط M و N، ابتدا نقطه B را با بردار  $\vec{u}$  به طول ۴ و MN و

موازی محور X ها به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. سپس

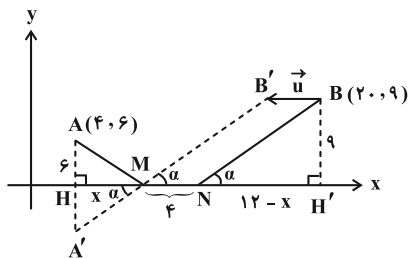
قرینه A نسبت به محور طول‌ها را A' می‌نامیم. با فرض  $HM = x$  داریم:

$$HH' = 20 - 4 = 16$$

$$NH' = HH' - (MH + MN) = 12 - x$$

با توجه به روش هرون، نقطه M از برخورد پاره‌خط A'B' با محور X ها به

دست می‌آید. طبق شکل داریم:



$$\Delta MA'H \sim \Delta NBH' \Rightarrow \frac{x}{12-x} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x = -2x + 24 \Rightarrow x = 4/8$$

$$|MH - NH'| = |x - (12 - x)| = |2x - 12| = |9/6 - 12| = 2/4$$

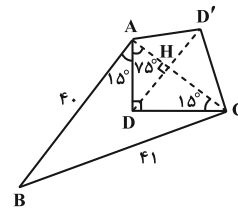
(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۵۸ - گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABC، طول ضلع AC را محاسبه

می‌کنیم:



$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 41^2 - 40^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = \underbrace{(41-40)}_1 \underbrace{(41+40)}_{81} = 81 \Rightarrow AC = 9$$

برای افزایش مساحت زمین بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کافی است

بازتاب رأس D را نسبت به پاره‌خط AC به دست آوریم. میزان افزایش

مساحت برابر مساحت چهارضلعی ADCD' یا به عبارت دیگر دو برابر

مساحت مثلث ADC است. مطابق شکل یکی از زوایای مثلث

قائم‌الزاویه ADC برابر ۱۵° است، پس در این مثلث طول ارتفاع وارد بر

$$\text{وتر، } \frac{1}{4} \text{ طول وتر است، یعنی داریم: } DH = \frac{1}{4} AC = \frac{9}{4}$$

$$\text{میزان افزایش مساحت} = 2S_{ADC} = 2 \times \frac{1}{2} DH \times AC$$

$$= \frac{9}{4} \times 9 = \frac{81}{4} = 20.25$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۵۹ - گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

طول پاره‌خط AM که ثابت است؛ لذا باید مقدار عبارت  $AP + PM$

کمترین مقدار ممکن باشد. طبق روش هرون، بازتاب A را نسبت به

ضلع BC، نقطه D می‌نامیم. نقطه مورد نظر P، محل برخورد DM با

ضلع BC بوده و  $AP + PM = DM$  است. چون  $\hat{C} = 30^\circ$ ،

پس  $AB = \frac{1}{2} AC$  و در نتیجه  $BM = AB$ . از طرفی  $BD = AB$ ، پس

نوع مثلث AMD قائم‌الزاویه است (چرا؟) و داریم:

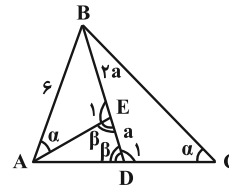


هندسه ۱

گزینه «۳» - ۶۱

(مهردار ملونری)

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} \hat{E}_1 = 180^\circ - \beta \\ \hat{D}_1 = 180^\circ - \beta \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1$$

دو مثلث ABE و CBD به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و در

نتیجه داریم:

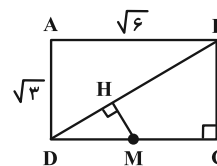
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow \frac{6}{BC} = \frac{2a}{3a} \Rightarrow BC = 9$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینه «۳» - ۶۲

(امد رضا فلاح)

طول قطر مستطیل از قضیه فیثاغورس برابر ۳ به دست می‌آید و مطابق شکل:



$$DC = \sqrt{6} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

مثلث‌های DMH و BCD با هم متشابه‌اند زیرا:

$$\left. \begin{matrix} \hat{D} = \hat{D} \\ \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{مشترک} \\ \text{تساوی دو زاویه} \end{matrix} \Rightarrow \triangle DMH \sim \triangle BCD$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{MH}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = \frac{MH}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینه «۲» - ۶۳

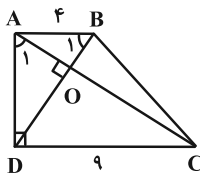
(امد رضا فلاح)

مثلث‌های ABD و ACD با هم متشابه‌اند:

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD^2 = AB \times DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AD = 6 \quad (\text{ارتفاع دوزنقه})$$



از طرفی مثلث‌های OAB و OCD نیز متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها همان

نسبت دو ضلع متناظر یعنی  $\frac{4}{9}$  می‌باشد. پس نسبت دو ارتفاع متناظر آن نیز  $\frac{4}{9}$

است. اگر  $h$  و  $h'$  ارتفاع (وارد بر وتر) در این دو مثلث باشند، آن‌گاه:

$$\frac{h}{h'} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{13}$$

$$\frac{h+h'}{h+h'} = \frac{AD}{h+h'} \Rightarrow h = \frac{24}{13}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \times h = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{24}{13} = \frac{48}{13}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛

صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۵ و ۴۶)

گزینه «۴» - ۶۴

(شبنم غلامی)

مطابق شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \quad (\text{تساوی دو زاویه})$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

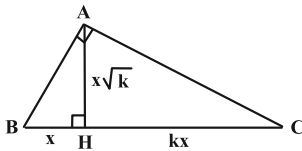
$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{7}n \\ p = \frac{4}{7}q \end{cases}$$



(افشین فاصه‌فان)

۶۶- گزینه «۱»

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\begin{cases} AB^2 = BH \times BC \\ AC^2 = CH \times BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH} = \frac{x}{kx} = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{1}{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۴۲)

(مهرراز ملونری)

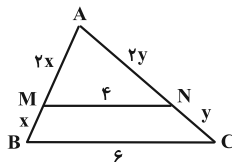
۶۷- گزینه «۳»

دو مثلث AMN و ABC با هم متشابه‌اند و طبق فرض داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = k = \frac{3}{2}$$

با توجه به شکل زیر و فرض  $BM = x$  و  $CN = y$  داریم:

$$k = \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow \begin{cases} MN = 4 \\ AM = 2x \\ AN = 2y \end{cases}$$



همچنین طبق فرض، محیط‌های دوزنقه و مثلث کوچک‌تر با هم برابرند، پس:

$$x + 4 + y + 6 = 2x + 2y + 4 \Rightarrow x + y = 6$$

در نتیجه محیط مثلث ABC برابر می‌شود با:

$$AB + AC + BC = 3x + 3y + 6 = 3(x + y) + 6 = 24$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۹، ۴۵ و ۴۶)

(امیرسین ابومویب)

۶۸- گزینه «۳»

طبق تعریف n ضلعی را محدب گوئیم، هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر

ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

از طرفی طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه OCD داریم:

$$OC^2 + OD^2 = CD^2 \Rightarrow n^2 + q^2 = 35^2$$

با جای‌گذاری مقادیر به دست آمده، عبارت خواسته شده به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} mn + pq &= \frac{4}{\sqrt{y}} n \times n + \frac{4}{\sqrt{y}} q \times q = \frac{4}{\sqrt{y}} (n^2 + q^2) \\ &= \frac{4}{\sqrt{y}} \times 35^2 = 700 \end{aligned}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۴۲)

(نیما مهندس)

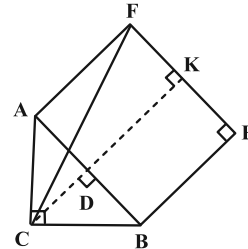
۶۵- گزینه «۴»

در مثلث ABC، ارتفاع وارد بر وتر (CD) را رسم می‌کنیم و امتداد

می‌دهیم تا بر ضلع EF نیز در نقطه K عمود شود. حالا طبق روابط طولی در

مثلث قائم‌الزاویه و همچنین قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = 10$$



$$AC^2 = AD \cdot AB \Rightarrow AD = \frac{6^2}{10} = 3/6 \Rightarrow BD = 6/4$$

$$CD = \frac{AC \times BC}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = 4/8$$

چهارضلعی AFKD مستطیل است. پس  $FK = AD = 3/6$ . از طرفی

طول DK با هر یک از اضلاع مربع یا همان وتر مثلث برابر است. پس در

مثلث قائم‌الزاویه CFK داریم:

$$CF^2 = FK^2 + CK^2 \Rightarrow CF^2 = AD^2 + (CD + \frac{DK}{AB})^2$$

$$\Rightarrow CF^2 = 3/6^2 + (4/8 + 10)^2$$

$$\Rightarrow CF^2 = (\frac{36}{10})^2 + (\frac{148}{10})^2 = \frac{18^2 + 148^2}{5^2} = \frac{5800}{25} = 58 \times 4$$

$$\Rightarrow CF = 2\sqrt{58}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)





بنابراین  $MN$  میانه وارد بر وتر در مثل قائم الزاویه  $BMC$  و اندازه آن نصف اندازه وتر است، یعنی داریم:

$$MN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

از طرفی طبق قضیه میان خط در دوزنقه می توان نوشت:

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = 4 \Rightarrow AB + CD = 8$$

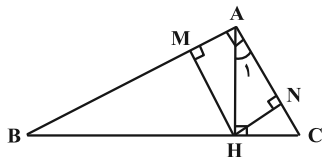
بنابراین محیط دوزنقه  $ABCD$  برابر است با:

$$AD + BC + (AB + CD) = 8 + 8 + 8 = 24$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۰ تا ۶۳)

۷۰- گزینه «۳» (امیرسین ابومسیوب)

دو زاویه  $B$  و  $C$  متمم یکدیگرند، پس داریم:



$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \Delta \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \Delta \hat{B} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 15^\circ$$

می دانیم اگر در یک مثلث قائم الزاویه، یکی از زوایای حاده  $15^\circ$  باشد، طول

ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  طول وتر خواهد بود، بنابراین داریم:

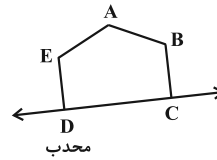
$$\Delta ABH : \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow HM = \frac{1}{4} AB$$

$$\Delta ACH : \hat{A}_1 = 15^\circ \Rightarrow HN = \frac{1}{4} AC$$

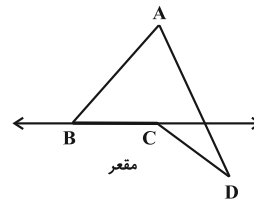
چهارضلعی  $AMHN$  مستطیل است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMHN}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times AC}{HM \times HN} = \frac{\frac{1}{2} AB \times AC}{\frac{1}{4} AB \times \frac{1}{4} AC} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۴)



هر چندضلعی را که محدب نباشد، مقعر می نامند.



با توجه به تعریف ارائه شده در  $n$  ضلعی محدب، هر زاویه داخلی کمتر

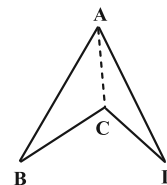
از  $180^\circ$  است و تمام نقاط پاره خطی که دو نقطه دلخواه درون چندضلعی را

به هم وصل می کند، درون چندضلعی قرار دارند. ولی به عنوان مثال نقض

گزینه «۳»، چهارضلعی  $ABCD$  در شکل زیر را در نظر بگیرید. با رسم

قطر  $AC$  در این چندضلعی، دو مثلث (چندضلعی محدب) ایجاد می شود،

ولی چندضلعی  $ABCD$  محدب نیست.



(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۵۴ و ۵۵)

۶۹- گزینه «۱» (شبنم غلامی)

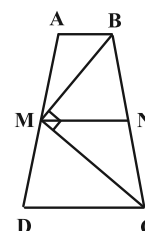
چهارضلعی  $ABCD$ ، دوزنقه متساوی الساقین است، پس داریم:

$$BC = AD = 2AM = 2 \times 4 = 8$$

از نقطه  $M$ ، پاره خط  $MN$  را موازی با دو قاعده دوزنقه رسم می کنیم. طبق

قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = 1$$



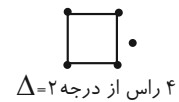
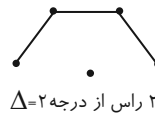


ریاضیات گسسته

گزینه ۴» ۷۱-

(امد رضا فلاح)

نمودار همهٔ گراف‌های سادهٔ مرتبه ۵ که عدد احاطه‌گری ۳ دارند به صورت زیر هستند:

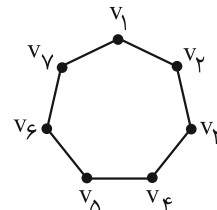


(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

گزینه ۳» ۷۲-

(افشین فاضل‌فان)

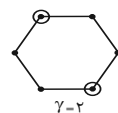
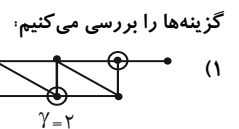
با توجه به نمودار گراف، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم شامل رأس مشخص  $v_1$  عبارتند از:



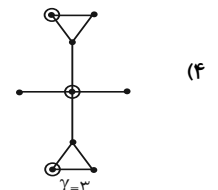
- $\{v_1, v_2, v_5\}, \{v_1, v_3, v_5\}, \{v_1, v_3, v_6\}, \{v_1, v_4, v_5\}$
  - $\{v_1, v_4, v_6\}, \{v_1, v_4, v_7\}$
- (ریاضیات گسسته - صفحه ۴۵)

گزینه ۴» ۷۳-

(سوکندر روشنی)



(۳) عدد احاطه‌گری  $\bar{C}_n$  همواره  $\gamma = 2$  است.

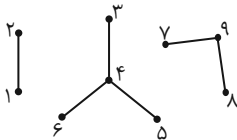


(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

گزینه ۱» ۷۴-

(علی ایمانی)

اگر رأس‌های گراف را مطابق شکل، شماره‌گذاری کنیم، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال به صورت زیر به دست می‌آید:



$$A = \{1, 2\}, B = \{4\}, C = \{3, 5, 6\}, D = \{9\}, E = \{7, 8\}$$

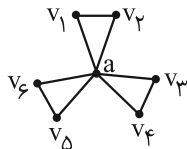
$$\binom{2}{1} \times \left[ \binom{1}{1} + \binom{3}{3} \right] \times \left[ \binom{1}{1} + \binom{2}{2} \right] = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

گزینه ۳» ۷۵-

(مصطفی دیداری)

مجموعه‌های احاطه‌گر را به صورت زیر حالت‌بندی می‌کنیم:  
(الف) مجموعه احاطه‌گر تک عضوی که فقط  $\{a\}$  است.



(ب) مجموعه احاطه‌گر دو عضوی شامل رأس  $a$  و یکی از ۶ رأس دیگر:

$$\binom{6}{1} = 6 \text{ به روش این مجموعه را می‌توانیم انتخاب کنیم. (مثلاً } \{a, v_1\} \text{ و } \{a, v_6\} \dots)$$

(پ) مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی: مدل اول، رأس  $a$  به همراه دو رأس از ۶

$$\text{رأس دیگر که به } 15 = \binom{6}{2} \text{ روش، مجموعه این مدلی وجود دارد. مدل}$$

دیگر این است که از هر کدام از مجموعه‌های  $\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_5, v_6\}$

$$\text{و } \{v_5, v_6\} \text{ یک رأس انتخاب کنیم که } 8 = \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \text{ حالت دارد.}$$

(ت) مجموعه احاطه‌گر ۴ عضوی: مدل اول، مجموعه  $a$  به همراه ۳ رأس

$$\text{دلخواه دیگر، که } 20 = \binom{6}{3} \text{ حالت دارد. مدل دوم، انتخاب یکی از}$$

مجموعه‌های  $\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\}, \{v_5, v_6\}$  و انتخاب یک رأس از هر

کدام از دو مجموعه دیگر (مثلاً  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}, \{v_5, v_6, v_1, v_2\}$ )

$$\text{یا } \{v_5, v_6, v_1, v_2\} \text{ که } 12 = \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \text{ حالت دارد.}$$

در نتیجه:

$$62 = 1 + 6 + 15 + 8 + 20 + 12$$

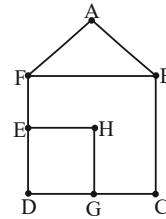
(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۴)



## ۷۶- گزینه «۱»

(مصطفی ریداری)

به ازای هر شهر یک رأس قرار داده و دو رأس را به هم وصل می‌کنیم. هرگاه دو شهر متناظر با آنها فاصله‌ای کمتر یا مساوی ۵۰ کیلومتر داشته باشند، گراف زیر به وجود می‌آید.



رأسی وجود ندارد که به همه رأس‌های دیگر وصل باشد پس  $\gamma > 1$ ؛ اما مجموعه  $\{G, F\}$  احاطه‌گر است، در نتیجه  $\gamma = 2$ ، پس کافی است حداقل ۲ ایستگاه رادیویی تأسیس کنیم.

(ریاضیات گسسته- مشابه مثال صفحه ۴۵)

## ۷۷- گزینه «۴»

(نیلوفر مهروری)

در گرافی که دارای مجموعه احاطه‌گر تک عضوی است، رأسی وجود دارد که به تمام رئوس دیگر متصل است. گراف  $G$  از مرتبه  $p$  دارای  $p$  مجموعه احاطه‌گر تک عضوی است پس گراف  $G$  یک گراف کامل است. می‌دانیم در هر گراف کامل، هر زیرمجموعه غیر تهی از رئوس، یک مجموعه احاطه‌گر محسوب می‌شود؛ تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر  $2^p - 1$  است.

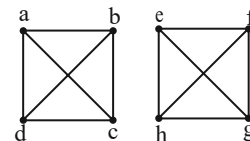
به ازای  $p = 9$  داریم:  $2^9 - 1 = 512 - 1 = 511$ 

(ریاضیات گسسته- صفحه ۴۴)

## ۷۸- گزینه «۴»

(شبنم غلامی)

گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه ۸، به طور منحصر به فرد و به صورت زیر رسم می‌شود:



در واقع این گراف از دو گراف  $K_4$  تشکیل شده است. می‌دانیم عدد احاطه‌گری گراف‌های  $K_n$ ، برابر یک است و هر رأس در گراف‌های  $K_n$  به تنهایی یک مجموعه احاطه‌گر محسوب می‌شود. پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال در چنین گراف‌هایی حتماً تک عضوی است. بنابراین مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال گراف ۳- منتظم ناهمبند از مرتبه ۸، دو عضوی بوده و کافی است از هر بخش گراف، یک رأس به دلخواه انتخاب کنیم. طبق اصل ضرب، تعداد این مجموعه‌ها برابر است با:  $4 \times 4 = 16$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

## ۷۹- گزینه «۱»

(شبنم غلامی)

عدد احاطه‌گری گراف  $G$  برابر ۳ است و مجموعه‌ای مانند  $\{b, e, h\}$ ، یک مجموعه احاطه‌گر مینیم است.

الف) مجموعه  $A_1 = \{b, d, f, h\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف  $G$  نیست، چون با حذف یکی از دو رأس  $d$  و  $h$ ، مجموعه باقی‌مانده کماکان احاطه‌گر است.

ب) مجموعه  $A_2 = \{a, d, i\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  نیست، چون رأس  $c$  توسط هیچ یک از رأس‌های این مجموعه احاطه نمی‌شود. پس  $A_2$  نمی‌تواند مجموعه احاطه‌گر مینیمال باشد.

پ) مجموعه  $A_3 = \{b, c, h, i\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای گراف  $G$  نیست، چون با حذف یکی از دو رأس  $b$  یا  $c$ ، مجموعه باقی‌مانده کماکان احاطه‌گر است.

ت) مجموعه  $A_4 = \{c, d, f, g\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  است. رأس‌های  $c$  و  $d$  با هیچ رأس دیگری در این مجموعه مجاور نیستند. از طرفی با حذف رأس  $f$ ، رأس  $i$  احاطه نمی‌شود و با حذف رأس  $g$ ، رأس  $a$  احاطه نمی‌شود، پس این مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیم است.

بنابراین مجموعه  $A_4$ ، احاطه‌گر مینیمال غیر مینیم است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## ۸۰- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

الف) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{a, f\}$ ،  $\{e, g\}$ ،  $\{c, c\}$ ،  $\{e, f\}$  و  $\{d, f\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیم هستند.

ب) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{a, h\}$ ،  $\{a, e\}$ ،  $\{d, e\}$  و  $\{d, h\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیم هستند.

پ) عدد احاطه‌گری برابر ۲ و مجموعه‌های  $\{b, e\}$ ،  $\{b, c\}$  و  $\{c, d\}$  هر کدام یک مجموعه احاطه‌گر مینیم هستند.

پس هیچ کدام از این گراف‌ها، مجموعه احاطه‌گر مینیم یکتا ندارند.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)



ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

۸۱- گزینه «۳»

(مهرراد ملونری)

طبق فرض، گراف  $G$  از مرتبه ۶ فقط یک  $\gamma$ -مجموعه به اندازه یک دارد، پس فقط یک رأس از درجه  $5 = 6 - 1$  دارد. برای این که حداکثر اندازه برای  $G$  حاصل شود، باید درجات پنج رأس دیگر به صورت ۳، ۴، ۴، ۴، ۴ باشد و در نتیجه:

$$2q_{\max} = \sum \deg v_i = 5 + 4 \times 4 + 3 = 24$$

$$\Rightarrow q_{\max} = 12$$

توجه: تعداد رئوس فرد هر گراف ساده، عددی زوج است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳)

۸۲- گزینه «۴»

(افشین فاضلان)

می‌دانیم در گراف  $n$  رأسی با ماکزیم درجه  $\Delta$ ، کران پایین برای  $\gamma(G)$

$$\text{برابر است با } \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$$

در  $P_n$  و  $C_n$ ، کران پایین  $\gamma(G)$  برای  $n \geq 3$  برابر است با  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  که به

سادگی می‌توان برابری آن را با عدد احاطه‌گری بررسی نمود. مثلاً در

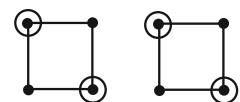
$$C_6 \text{ داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{6}{3} \right\rfloor = 2 \text{ و در } P_7 \text{ داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 2.$$

در  $P_7$  و  $P_8$  نیز این تساوی برقرار است. در  $K_n$

$$\text{داریم } \gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{n-1+1} \right\rfloor = 1. \text{ اما در گراف } k\text{-منتظم، چنین نیست،}$$

مثلاً در گراف ۲-منتظم از مرتبه ۸ داریم:

$$\left\lfloor \frac{8}{2+1} \right\rfloor = 3 < \gamma(G) = 4$$



(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۸۳- گزینه «۲»

(سوکنر روشنی)

چون عدد احاطه‌گری گراف ۱ نیست پس  $\Delta = 6$  نمی‌تواند باشد. بیشترین درجه را ۵ در نظر می‌گیریم و چون گراف بیشترین تعداد یال را دارد. گراف ۵-منتظم در نظر می‌گیریم. ولی گراف ۵-منتظم از مرتبه ۷ وجود ندارد چون تعداد رئوس فرد باید زوج باشد. در نتیجه یک رأس را درجه ۴ و شش رأس را درجه ۵ در نظر می‌گیریم.

$$2q_{\max} = 6 \times 5 + 4 = 34 \Rightarrow q_{\max} = 17$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^7 |N_G[v_i]| = 2q + p = 2(17) + 7 = 41$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۸۴- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطیمی)

گراف ۲-منتظم مورد نظر از ۱، ۲ یا نهایتاً ۳ دور  $C_n$  تشکیل شده است. (چرا؟) حالت (۱): این گراف نمی‌تواند  $C_{11}$  باشد زیرا در این صورت، عدد

$$\text{احاطه‌گری آن برابر } \left\lfloor \frac{11}{1+2} \right\rfloor = 4 \text{ می‌شود که غیرقابل قبول است.}$$

حالت (۲): حالت‌هایی که از ۲ دور  $C_n$  تشکیل شده، به صورت زیر است:

$$C_3 \cup C_8 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{8}{3} \right\rfloor = 4 \quad \times$$

$$C_4 \cup C_7 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 5 \quad \checkmark$$

$$C_5 \cup C_6 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{6}{3} \right\rfloor = 2 + 2 = 4 \quad \times$$

در این حالت، دورهایی به طول ۴ و ۷ می‌تواند داشته باشد.

حالت (۳): حالت‌هایی که از ۳ دور  $C_n$  تشکیل شده، به صورت زیر است:

$$C_3 \cup C_3 \cup C_5 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{5}{3} \right\rfloor = 4 \quad \times$$

$$C_3 \cup C_4 \cup C_4 \Rightarrow \gamma = \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor = 5 \quad \checkmark$$

در این حالت، دورهایی به طول ۳ و ۴ می‌تواند داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه ۵۳)

۸۵- گزینه «۲»

(امیرحسین ایوبیوب)

در گراف  $G$ ، مرتبه برابر  $n = 16$  و  $\Delta = 4$  است، پس داریم:

$$\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{16}{4+1} \right\rfloor = 4$$



۸۹- گزینه «۲»

(شبنم غلامی)

گراف  $P_n$  به ازای هر مقدار  $n$ ، دارای  $(n-1)$  یال است. از طرفی برای هر

گراف  $k$ -منتظم از مرتبه  $n$ ، رابطه  $2q = kn$  برقرار است، پس داریم:

$$k = 4 \Rightarrow 2q = 4n \Rightarrow q = 2n$$

گراف ۴-منتظم،  $7$  یال بیشتر از گراف  $P_n$  دارد، بنابراین داریم:

$$2n - (n-1) = 7 \Rightarrow n = 6$$

حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$q(K_6) - \gamma(C_6) = \frac{6 \times 5}{2} - \left[ \frac{6}{3} \right] = 15 - 2 = 13$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۵۳)

۹۰- گزینه «۴»

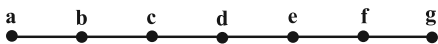
(شبنم غلامی)

طبق فرض در گراف  $K_n$  داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} + n = 28 \xrightarrow{\times 2} n^2 - n + 2n = 56 \Rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

$$\Rightarrow (n+8)(n-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -8 & \text{غ ق ق} \\ n = 7 \end{cases}$$

حال گراف  $P_7$  را رسم می‌کنیم:



عدد احاطه‌گری این گراف برابر  $\left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor = 3$  است و مجموعه‌های احاطه‌گر

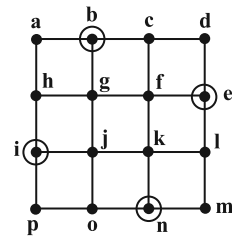
مینیم آن عبارتند از:

$$\{a, d, f\}, \{a, d, g\}, \{a, c, f\}, \{b, c, f\}$$

$$\{b, d, f\}, \{b, d, g\}, \{b, e, f\}, \{b, e, g\}$$

یعنی این گراف دارای هشت  $7$ -مجموعه است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)



از طرفی مجموعه  $A = \{b, e, i, n\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  است، پس  $\gamma(G) \leq 4$ . با توجه به دو نامساوی به دست آمده،  $\gamma(G) = 4$  است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۸۶- گزینه «۴»

(مصطفی بیداری)

هر مجموعه احاطه‌گر مینیم، احاطه‌گر مینیمال است. پس مجموعه احاطه‌گر مینیمال با کمترین تعداد عضو، همان احاطه‌گر مینیم به صورت زیر است:



مجموعه احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو به صورت زیر است:



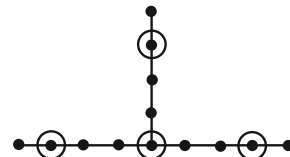
پس مجموع مقادیر ممکن برای  $n$  برابر است با:  $4 + 5 + 6 = 15$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴۷)

۸۷- گزینه «۲»

(مهریار ملونری)

فرض کنیم رأس  $v$ ، از درجه  $\Delta = 3$  باشد. از رأس  $v$ ، سه شاخه (مطابق شکل) خارج می‌شود که با شرط  $\gamma = 4$ ، حداکثر تعداد رئوس  $G$  برابر  $13 = 3 \times 4 + 1$  خواهد شد.



(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۸۸- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومیبوب)

عدد احاطه‌گری گراف  $G$ ، برابر  $\gamma(G) = 3$  است. گراف  $G$ ،  $3$ -منتظم است و در نتیجه هر رأس گراف حداکثر قادر به احاطه  $4$  رأس می‌باشد. برای این که عدد احاطه‌گری گراف برابر  $2$  شود، لازم است دو رأس در گراف وجود داشته باشد که هر کدام قادر به احاطه  $5$  رأس باشند (یا یکی از رأس‌ها  $6$  رأس را احاطه کند و دیگری  $4$  رأس) و همسایگی بسته دو رأس مورد نظر هیچ اشتراکی نداشته باشد. اما در گراف  $G$  هیچ دو رأسی وجود ندارد که اشتراک همسایگی بسته آن‌ها تهی باشد، پس حتی با افزودن دو یال به این گراف نیز، عدد احاطه‌گری تغییر نمی‌کند و دست کم باید  $3$  یال به گراف افزوده شود. به عنوان مثال با افزودن یال‌های  $ad$ ،  $ah$  و  $ij$ ، مجموعه  $\{a, i\}$  یک  $7$ -مجموعه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

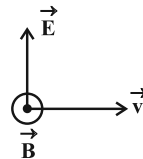


**فیزیک ۳**

۹۱- گزینه «۱»

(مسعود خندانی)

در نقطه A، میدان الکتریکی در جهت بالا (↑) و  $\vec{v}$  در جهت محور X (→) است. با توجه به قاعده دست راست، بردار میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  مطابق شکل زیر به دست می‌آید:



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

۹۲- گزینه «۲»

(سیرممدعلی موسوی)

$$|\lambda_A - \lambda_B| = 6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \left| \frac{c}{f_A} - \frac{c}{f_B} \right| = 6 \times 10^{-9}$$

$$3 \times 10^8 \left| \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B} \right| = 6 \times 10^{-9} \Rightarrow \left| \frac{1}{f_A} - \frac{1}{f_B} \right| = 2 \times 10^{-17}$$

$$f_A = 4f_B \Rightarrow \frac{3}{4f_B} = 2 \times 10^{-17} \Rightarrow f_B = \frac{3}{8} \times 10^{17} \text{ Hz}$$

$$f_A = 4f_B = \frac{3}{2} \times 10^{17} \text{ Hz} = 1.5 \times 10^{17} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۹۳- گزینه «۳»

(علی بزرگ)

چون تار (طناب) ثابت است، لذا  $\mu$  ثابت بوده و تغییر نمی‌کند، پس می‌توان با

$$\text{استفاده از رابطه } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \text{ نوشت:}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{\mu_1}{\mu_2}} \xrightarrow{\mu \text{ ثابت}} \frac{96}{80} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{12}{10} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{144}{100} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow F_2 = \frac{144}{100} F_1$$

$$\text{درصد تغییرات نیروی کشش: } \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = 44\%$$

F باید ۴۴٪ افزایش یابد.

(فیزیک ۳- صفحه ۷۳)

۹۴- گزینه «۲»

(معمومه شریعت ناصری)

بررسی موارد:

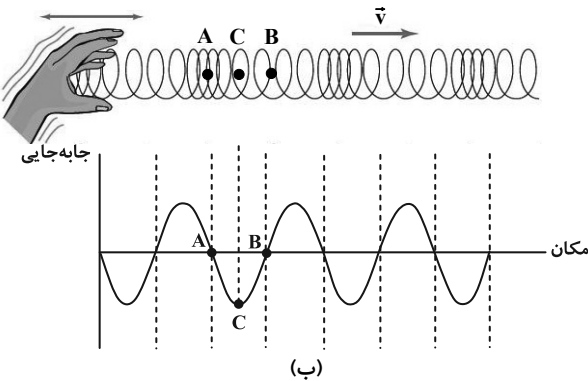
(الف) نادرست؛ حرکت ذره M به سمت بالا و در حال دور شدن از نقطه تعادلش است. بنابراین M دارای حرکت کندشونده است.

(ب) درست؛ می‌دانیم بزرگی شتاب از رابطه  $|a| = \omega^2 |x|$  به دست می‌آید و هر چه نوسانگر در فاصله دورتری از وضع تعادل قرار داشته باشد، آهنگ تغییر سرعت آن بیشتر است.

(پ) نادرست؛ نقطه P در حال گذر از وضعیت تعادل و حرکت آن رو به پایین است. در این لحظه P دارای بیشینه تندی ( $v_{\max}$ ) است.

(ت) درست؛ حرکت نقطه Q به سمت بالا بوده و دارای سرعت مثبت و شتاب منفی است. چون شبیه نوسانگر است که در حال حرکت به سمت نقطه بازگشت مثبت بوده و از حالت تعادل دور می‌شود پس این گزاره درست است. (فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۹۵- گزینه «۲» (مسین الهی)



با توجه به نمودار جابه‌جایی-مکان رسم شده برای این موج طولی به بررسی عبارات گفته شده می‌پردازیم:

(الف) درست؛ زیرا این نقطه در مرکز تعادل است.

(ب) نادرست؛ زیرا این نقطه در مرکز تعادل و دارای کمترین شتاب (صفر) است.

(ج) درست؛ زیرا با توجه به شکل نقطه C دارای این ویژگی است.

(د) نادرست؛ زیرا هر دو در مرکز تعادل و دارای تندی بیشینه هستند.

(ه) درست؛ زیرا هر دو در مرکز تعادل و دارای بیشترین تندی و در نتیجه بیشترین انرژی جنبشی هستند.

(فیزیک ۳- صفحه ۷۷)

۹۶- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

تندی امواج اولیه P بیشتر از تندی امواج ثانویه S است. به همین دلیل امواج P زودتر به محل لرزه‌نگار می‌رسند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_P - v_S = 3/6 \frac{\text{km}}{\text{s}} \xrightarrow{v_P = 7/\lambda \frac{\text{km}}{\text{s}}} 7/\lambda - v_S = 3/6$$

$$\Rightarrow v_S = 4/2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

اگر فاصله محل زمین‌لرزه تا محل لرزه‌نگار را با  $\Delta x$  و اختلاف زمانی بین رسیدن این دو موج به محل لرزه‌نگار را با  $\Delta t$  نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x = \frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 1638 \text{ km}} \xrightarrow{v_S = 4/2 \frac{\text{km}}{\text{s}}, v_P = 7/\lambda \frac{\text{km}}{\text{s}}}$$

$$1638 = \frac{4/2 \times 7/\lambda}{3/6} \Delta t \Rightarrow 1638 = 9/\lambda \Delta t \Rightarrow \Delta t = 180 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۹۷- گزینه «۳»

(میشی نگویتان)

ابتدا با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4} \lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 4T \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$



$$\begin{cases} y_1 = 4 \cos 200\pi \times \frac{1}{600} = 2 \text{ cm} \\ y_2 = 4 \cos 200\pi \times \frac{1}{200} = -4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \quad y_1 = 2 \text{ cm}, y_2 = -4 \text{ cm}$$

$$t_1 = \frac{1}{600}, t_2 = \frac{1}{200} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{-4 - 2}{\frac{1}{200} - \frac{1}{600}} = -1800 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow |v_{av}| = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱۰۰- گزینه «۱» (مهری شریفی)

با توجه به نقش موج،  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 50 \text{ cm}$  پس  $\lambda = 40 \text{ cm}$  است و با استفاده از

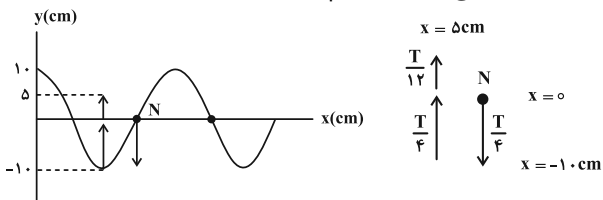
$$a = -\omega^2 x \quad \text{رابطه } a = -\omega^2 x \text{ مکانی که در آن شتاب نوسانگر } \frac{m}{s^2}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2}{5} \text{ Hz} \quad \text{است را پیدا می‌کنیم:}$$

$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \\ \omega = 2\pi f = 2\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \end{cases} \Rightarrow -12/5 = -x \times 25 \times \pi^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{100} \text{ m} = 5 \text{ cm} = \frac{A}{2} \quad (\text{طبق نمودار})$$

از جهت انتشار موج متوجه می‌شویم که نقطه N رو به پایین حرکت می‌کند:



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} \quad T = 0.4 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{7 \times 0.4}{12} = \frac{7}{30} \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

### فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- گزینه «۳» (مهمران اسماعیلی)

عبارات (پ) و (ت) صحیح‌اند.

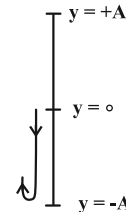
بررسی عبارات نادرست:

(الف) ارتفاع و بلندی صوت به ترتیب به درک انسان از بسامد و شدت صوت گفته می‌شود.

(ب) اگر یک دیابازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، صداهایی با بلندی متفاوت حس می‌کنیم.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

لحظه  $t_1$  معادل با  $\frac{3T}{2}$  ( $\frac{t_1}{T} = \frac{0.075}{0.05} = \frac{3}{2}$ ) و لحظه  $t_2$  معادل با  $\frac{9}{5}T$  است. با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در لحظه  $t = 0$  در حال حرکت به طرف بالا است، پس مسیر حرکت ذره را در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  می‌توان به صورت شکل زیر مشخص کرد:



بنابراین نوع حرکت ذره M در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  ابتدا به صورت کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۳ - صفحه ۷۳)

۹۸- گزینه «۲» (مهمران اسماعیلی)

با استفاده از قاعده دست راست، در زمان اولیه اگر انگشت شست در جهت محور Y و انگشتان را در جهت محور X قرار دهیم، کف دست جهت میدان مغناطیسی را در خلاف جهت محور Z نشان می‌دهد و چون میدان الکتریکی و

مغناطیسی با هم هم‌فازند،  $B_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} B_{max}$  در حال کاهش است که

اگر  $\frac{T}{4}$  زمان بگذرد،  $B_2 = \frac{B_{max}}{2}$  و در جهت Z و در حال افزایش خواهد بود.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۹۹- گزینه «۳» (مهری شریفی)

برای محاسبه سرعت متوسط نقطه‌های معین لازم است ابتدا بسامد موج را به دست آوریم که برای این منظور، ابتدا باید سرعت انتشار موج را محاسبه کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \mu = \frac{m}{L} \rightarrow v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad m = \rho V = \rho AL$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad F = \lambda \cdot N, A = 0.5 \text{ mm}^2 = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\rho = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v = \sqrt{\frac{80}{4000 \times 0.5 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل و این که هر برآمدگی یا فرورفتگی معادل  $\frac{\lambda}{2}$  است، می‌توان

$$3 \frac{\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \quad \text{طول موج را به دست آورد:}$$

حال می‌توان بسامد موج را محاسبه کرد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = 2 \text{ m} \rightarrow f = \frac{200}{2} = 100 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f \quad f = 100 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y = A \cos \omega t \quad A = 4 \text{ cm}, \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t_1 = \frac{1}{600} \text{ s}, t_2 = \frac{1}{200} \text{ s}$$



۱۰۲ - گزینه «۲»

(مسام تاری)

با استفاده از رابطه  $t = \frac{\ell}{v}$  اختلاف زمانی رسیدن دو صدا را می نویسیم:  
( $\ell$ : طول میله)

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_{\text{هوای}} - v_{\text{میله}}} = \ell \left( \frac{1}{v_{\text{هوای}}} - \frac{1}{v_{\text{میله}}} \right) = \ell \times \frac{v_{\text{میله}} - v_{\text{هوای}}}{v_{\text{هوای}} \times v_{\text{میله}}}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{v_{\text{هوای}} \times v_{\text{میله}}}{v_{\text{میله}} - v_{\text{هوای}}} \times \Delta t = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \times 0.08 \text{ s}$$

$$\ell = \frac{5 \times 340 \times 340}{4 \times 340} \times 0.08 = 34 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- مشابه تمرین ۳-۶ صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۳ - گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه تغییر تراز شدت صوت، به صورت زیر نسبت  $\frac{I_2}{I_1}$  را می یابیم:

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \quad \begin{matrix} \beta_1 = 30 \text{ dB} \\ \beta_2 = 70 \text{ dB} \end{matrix} \rightarrow$$

$$70 - 30 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 40 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 = \log 10^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۴ - گزینه «۴»

(علیرضا بیاری)

ابتدا شدت صوتی را که به گوش شنونده می رسد، به دست می آوریم. از آنجا که جبهه های موج به صورت کره فرض می شوند، داریم:

$$I = \frac{E}{At} \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow I = \frac{E}{4\pi r^2 t}$$

$$\frac{E = 6 \text{ mJ} = 6 \times 10^{-3} \text{ J}}{\pi = 3, r = \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m}, t = 60 \text{ s}} \rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-3}}{4 \times 3 \times \frac{25 \times 2}{9} \times 60}$$

$$\Rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-3}}{6 \times 10^3} = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

اکنون تراز شدت صوت را محاسبه می کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log 10^6 = 60 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

۱۰۵ - گزینه «۲»

(معدی شریفی)

ابتدا نسبت فاصله شنونده از چشمه صوت در ابتدا و انتهای بازه زمانی ۴ s دوم ( $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 8 \text{ s}$ ) را به دست می آوریم:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{4} = 2$$

سپس اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت محاسبه می کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \rightarrow$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 20 \log \frac{1}{2} = 20 \times [\log 1 - \log 2]$$

$$= 20 \times [0 - 0.3] = -6 \text{ dB}$$

که علامت منفی به معنای کاهش تراز شدت صوت است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۶ - گزینه «۴»

(مهمر مقدم)

چون آستانه شنوایی این شخص ۳۰ dB است، صوت ۴۲ dB را با شنوایی ۱۲ dB = ۴۲ - ۳۰ می شنود و داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 12 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 1/2$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{1/2} = (10^{0.3})^2 = 2^2 = 4$$

(فیزیک ۳- صفحه ۸۸)

۱۰۷ - گزینه «۲»

(سیدمهمر علی موسوی)

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 8 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P}{4\pi \times 20^2} \Rightarrow P = 4800 \times 10^{-4} \text{ W} = 480 \text{ mW}$$

بنابراین از ۶۰۰ mW توان منبع به اندازه ۱۲۰ mW جذب محیط شده است. بنابراین داریم:

$$20\% = \frac{120}{600} \times 100 = 20\%$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۸ - گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

همان طور که می دانیم وقتی یک منبع صوت با تندی ثابت از یک شنونده دور شود، بسامد دریافتی توسط شنونده، کمتر از بسامد واقعی منبع صوت است. اما مقداری ثابت است و در ضمن دور شدن منبع از شنونده همچنان ثابت می ماند. اما شدت صوت با مجذور فاصله شنونده از منبع صوت رابطه معکوس دارد. پس با دور شدن منبع صوت از شنونده به تدریج فاصله زیاد شده در نتیجه شدت صوت دریافتی توسط شنونده به تدریج کاهش می یابد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۱ تا ۸۳)

۱۰۹ - گزینه «۲»

(مسعود فخرانی)

چون  $f_A > f$  است، پس A در حال نزدیک شدن به چشمه صوت و چون  $f > f_B$  است، شخص B در حال دور شدن از چشمه صوت است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۱ تا ۸۳)

۱۱۰ - گزینه «۳»

(مسین الهی)

با توجه به شکل متوجه خواهیم شد که صوت  $v > v$  چشمه می باشد. پس مسافتی که چشمه در ۶ ثانیه طی خواهد کرد باید از

$$6 \times 320 = 1920 \Rightarrow \Delta x = v \Delta t \text{ صوت بیشتر باشد، که تنها گزینه «۳»}$$

می تواند صحیح باشد.

(فیزیک ۳- صفحه ۸۲)





## فیزیک ۲

گزینه «۱» - ۱۱۱

(مهران اسماعیلی)

$$U_2 = U_1 - 0.36U_1 = 0.64U_1$$

$$U = \frac{q^2}{2C} \xrightarrow{U_2=0.64U_1} \frac{q_2^2}{2C} = 0.64 \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow q_2 = 0.8q_1$$

$$\text{درصد تغییرات بار الکتریکی} = \frac{\Delta q}{q_1} \times 100 = \frac{q_2 - q_1}{q_1} \times 100$$

$$= \frac{0.8q_1 - q_1}{q_1} \times 100 = -20\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

گزینه «۴» - ۱۱۲

(علی بزرگر)

ابتدا بار دو کره بعد از تعادل الکترواستاتیکی را به دست می‌آوریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-40 + 72}{2} = \frac{+32}{2} = +16 \text{ nC}$$

از طرفی می‌دانیم جریان الکتریکی در سیم به دلیل شارش بار الکتریکی به وجود می‌آید.

لذا بار شارش شده را از اختلاف بار یکی از کره‌ها قبل و بعد از تعادل الکتریکی به دست می‌آوریم:

$$q_{\text{شارش شده}} = q_1 - q'_1 = 72 - 16 = 56 \text{ nC}$$

از تعریف جریان الکتریکی متوسط داریم:

$$I = \frac{q_{\text{شارش شده}}}{\Delta t} = \frac{56 \times 10^{-9}}{8 \times 10^{-6}} = 7 \times 10^{-3} \text{ A} = 7 \text{ mA}$$

جهت جریان الکتریکی خلاف جهت حرکت الکترون‌ها است یعنی از کره مثبت (B) به طرف کره منفی (A).

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۴ و ۴۷)

گزینه «۴» - ۱۱۳

(مهران اسماعیلی)

با توجه به اینکه آمپر ساعت (Ah) و میلی‌آمپر ساعت (mAh) واحد بار الکتریکی هستند، داریم:

$$\Delta q = I \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{t_1}{t_2} \xrightarrow{\Delta q_1 = 50 \text{ Ah}, I_1 = 0.5 \text{ A}, \Delta q_2 = 2000 \text{ mAh} = 2 \text{ Ah}, t_2 = 40 t_1}$$

$$\frac{50}{2} = \frac{0.5}{I_2} \times \frac{t_1}{40 t_1} \Rightarrow 50 = \frac{1}{40 I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000} \times 10^6 \mu\text{A} = 500 \mu\text{A}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

گزینه «۱» - ۱۱۴

(مسعود فخرانی)

چون نور لامپ با وجود تغییر نور محیط که موجب تغییر مقاومت LDR می‌شود، تغییری نداشته است، پس حتماً لامپ خاموش بوده است که با توجه به جهت جریان که از قطب مثبت مولد خارج می‌شود، حتماً به جای M دیودی در خلاف جهت جریان مدار قرار دارد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

گزینه «۴» - ۱۱۵

(علی بزرگر)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی خازن داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

از طرفی می‌دانیم اگر ابعاد جسمی  $\frac{1}{3}$  برابر شود، مساحت مقطع صفحات

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{27} \quad \text{آن } \frac{1}{9} \text{ برابر می‌شود، لذا داریم:}$$

در حالت دوم، ظرفیت خازن فقط با تغییر دی الکتریک بین صفحات تغییر

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{\kappa_3}{\kappa_2} = \frac{6}{1} \quad \text{کرده است:}$$

در حالت دوم که خازن از باتری جدا شده است، بار ذخیره شده ثابت است و با استفاده از رابطه  $Q = CV$  داریم:

$$Q_2 = Q_3 \Rightarrow C_2 V_2 = C_3 V_3 \Rightarrow \frac{C_3}{C_2} = \frac{V_2}{V_3} = 6$$

$$\Rightarrow V_2 = 6V_3$$

و چون در قسمت اول سؤال خازن به باتری وصل بود، اختلاف پتانسیل

$$V_1 = V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = 6V_3 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{6} \quad \text{صفحات آن ثابت بود:}$$

حال با استفاده از رابطه  $V = Ed$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_2 = E_2 d_2 \\ V_1 = E_1 d_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{E_2}{E_1} \times \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{E_2}{E_1} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۴» - ۱۱۶

(علیرضا جباری)

ابتدا رابطه مقاومت الکتریکی سیم (R) برحسب مقاومت ویژه (ρ) و جرم (m) و چگالی (ρ') و مساحت مقطع (A) را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{V=AL} R = \rho \frac{V}{A^2} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho'}} R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$$



$$\Rightarrow \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{L_{\text{توخالی}}}{L_{\text{توپر}}} \Rightarrow \frac{R_{\text{توخالی}}}{R_{\text{توپر}}} = \left(\frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{\pi(R^2 - r^2)} = \frac{3}{2}$$

$$3R^2 - 3r^2 = 2R^2 \Rightarrow R^2 = 3r^2 \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۹- گزینه «۴» (مشتق نگویند)

با توجه به شکل، ملاحظه می‌شود که به ازای اختلاف پتانسیل یکسان، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن (۱) از خازن (۲) بیشتر است، پس

طبق رابطه  $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، می‌توان گفت که ظرفیت خازن  $C_1$  از ظرفیت خازن  $C_2$  بیشتر است. ( $C_1 > C_2$ ) بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \rightarrow \frac{U_1 = U_2 = 240 \mu\text{J}}{V_1 = V, V_2 = V + 30, \frac{C_1}{C_2} = 4}$$

$$1 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{V + 30}{V}\right)^2 \rightarrow 2 = \frac{V + 30}{V} \rightarrow V = 30V$$

برای خازن  $C_2$  می‌توان نوشت:

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \rightarrow 240 = \frac{1}{2} C_2 (60)(60)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{2}{15} \mu\text{F}$$

$$Q_2 = C_2 V_2' \rightarrow \frac{C_2 = \frac{2}{15} \mu\text{F}}{V_2' = 25V} \rightarrow Q_2 = \left(\frac{2}{15}\right)(25) = \frac{10}{3} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۲۰- گزینه «۲» (معمراً نظم منشاری)

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{Q_2^2}{2C} - \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = \frac{(Q + 4)^2 - Q^2}{2C}$$

$$\frac{\Delta U = 10^3 \text{ mJ}}{C = 20 \times 10^{-3} \text{ mF}} \rightarrow 10^4 = \frac{8Q + 16}{20 \times 10^{-3}} \Rightarrow Q = 23 \text{ mC}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه ۳۹)

اکنون می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی سیم B به سیم A را به دست آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{\rho'_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \rightarrow \frac{m_B = 3m_A, \rho_B = \frac{1}{2}\rho_A}{\rho'_B = 2\rho'_A, A = \pi \frac{d^2}{4}}$$

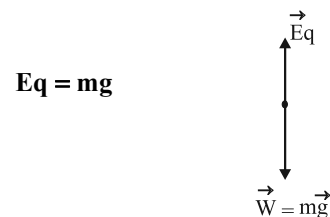
$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{1}{2}\rho_A}{\rho_A} \times \frac{3m_A}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{2\rho'_A} \times \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^4 \rightarrow \frac{d_B = 3d_A}{d_B = 3d_A}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_A}{3d_A}\right)^4 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{81} = \frac{1}{108}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۷- گزینه «۲» (مسعود قدرانی)

با توجه به اینکه بار الکتریکی تا قبل از تخلیه هوا تغییر مسیر نداده است، پس:



چون خازن به باتری متصل است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت و

برابر اختلاف پتانسیل باتری است. طبق رابطه  $E = \frac{V}{d}$ ، با ثابت ماندن V

و d، میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند. پس ذره در همان

مسیر (بدون انحراف) به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۱۸- گزینه «۳» (معصومه شریعت ناصری)

با توجه به رابطه مقایسه‌ای مقاومت داریم:

$$\frac{R_{\text{توخالی}}}{R_{\text{توپر}}} = \frac{\rho_{\text{توخالی}}}{\rho_{\text{توپر}}} \times \frac{L_{\text{توخالی}}}{L_{\text{توپر}}} \times \frac{A_{\text{توپر}}}{A_{\text{توخالی}}} = \frac{9}{4}$$

با توجه به هم جنس بودن سیم‌ها ←  $\rho_{\text{توپر}} = \rho_{\text{توخالی}}$

با توجه به هم جرم بودن سیم‌ها ←

$$m_{\text{توخالی}} = m_{\text{توپر}} \Rightarrow \rho V_{\text{توخالی}} = \rho V_{\text{توپر}}$$

$$\Rightarrow A_{\text{توخالی}} L_{\text{توخالی}} = A_{\text{توپر}} L_{\text{توپر}}$$



$$\Delta h = h_1 - h_2 = 80 - x - (26 - x) = 54 \text{ cm}$$

حال می توان کاهش فشار در مخزن گاز را محاسبه کرد.

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad \begin{array}{l} \rho = \frac{g}{\text{cm}^3} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \Delta h = 0.54 \text{ m}, \quad g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{array}$$

$$\Delta P = 2000 \times 10 \times 0.54 = 10800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل واحد فشار از پاسکال به سانتی متر جیوه کافی است ارتفاع ستون

جیوه را به ازای فشار  $10800 \text{ Pa}$  محاسبه کنیم:

$$P = \rho g h \quad \begin{array}{l} P = 10800 \text{ Pa} \\ \rho = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{array}$$

$$10800 = 13500 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.08 \text{ m Hg} = 8 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

(امیرامیر میرسعید)

۱۲۴ - گزینه «۲»

در گام اول باید محاسبه کنیم که وقتی سطح آزاد مایع  $80 \text{ cm}$  سانتی متر بالا

می رود، پیستون و سطح پایین چند سانتی متر بالا آمده است. پس می توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{بالا}} = \Delta V_{\text{پایین}} \Rightarrow A \times 80 = 4A \times h'$$

$$\Rightarrow h' = 20 \text{ cm}$$

چون سطح بالایی  $80 \text{ cm}$  بالا رفته و سطح پایینی نیز  $20 \text{ cm}$  بالا رفته پس

ارتفاع مایع در مجموع  $60 \text{ cm}$  افزایش پیدا کرده است و در گام بعدی،

فشار  $60 \text{ cm}$  از مایع را به سانتی متر جیوه تبدیل می کنیم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} \times h \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{3/4 \times 60}{13/6} = 15 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(سراسری ریاضی - تیر ۱۴۰۲)

۱۲۵ - گزینه «۱»

فشار در نقاط هم تراز داخل یک مایع ساکن برابر است. پس در نقاط A و

E فشار یکسان است.

فیزیک ۱

۱۲۱ - گزینه «۲»

(مسام ناری)

موارد (الف) و (پ) صحیح اند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) پدیده پخش در گازها سریع تر از مایعات رخ می دهد.

(ت) علت بالا رفتن آب در لوله های موین شیشه ای تمیز این است که نیروی

دگرچسبی بین مولکول های آب و شیشه بیشتر از نیروی هم چسبی مولکول های

آب است.

(فیزیک ۱- صفحه های ۲۳ تا ۳۲)

۱۲۲ - گزینه «۴»

(مسین الهی)

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A \times A_A}{P_B \times A_B} \xrightarrow{P_A = P_B} \frac{F_A}{F_B} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۳۲ تا ۳۵)

۱۲۳ - گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

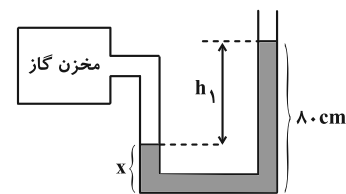
$80 - 53 = 27 \text{ cm}$  = کاهش ارتفاع مایع در سمت راست

وقتی فشار گاز درون مخزن کاهش می یابد، ارتفاع مایع در سمت راست

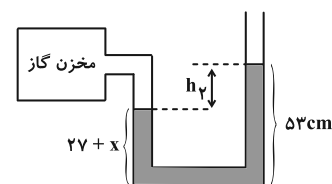
لوله U شکل،  $27 \text{ cm}$  کاهش و در سمت چپ  $27 \text{ cm}$  افزایش می یابد.

یعنی اختلاف ارتفاع در دو حالت  $54 \text{ cm}$  می شود. با توجه به شکل های زیر

می توان این موضوع را دقیق تر توضیح داد.



$$h_1 = 80 - x$$



$$h_2 = 53 - (27 + x) = 26 - x$$



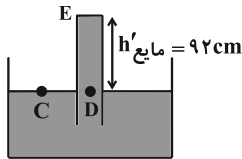
$$P = \rho gh \xrightarrow{P=8160 \text{ Pa}} 8160 = (13600)(10)h$$

$$\rho = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow h = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فشار وارد بر انتهای لوله در این حالت، برابر با ۶ cmHg می‌شود.

فشار در نقاط همتراز C و D با هم برابر است. پس:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_C = P'_\text{مایع} + P_E$$

$$\Rightarrow 75 = P'_\text{مایع} + 6 \Rightarrow P'_\text{مایع} = 69 \text{ cmHg}$$

ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho \text{ مایع} h'_\text{مایع} = \rho \text{ جیوه} h \text{ جیوه} \Rightarrow (13/6)(69) = (10/2)h'_\text{مایع}$$

$$\Rightarrow h'_\text{مایع} = 92 \text{ cm}$$

بنابراین میزان جابه‌جایی لوله در راستای قائم (X) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = (100 + 12) - 92 = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(ممر مقرر)

۱۲۷- گزینه «۲»

چون ظرف به شکل استوانه است، با استفاده از رابطه فشار، سطح مقطع ظرف را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow 6000 = \frac{0.3 \times 10}{A} \Rightarrow A = \frac{1}{2000} \text{ m}^2 = 5 \text{ cm}^2$$

حال با استفاده از جرم آب، چگالی و سطح مقطع ظرف ارتفاع آب را به دست می‌آوریم.

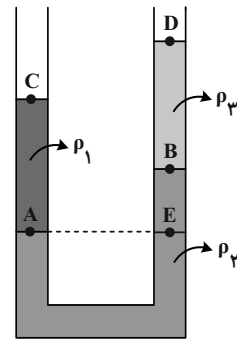
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ah} \Rightarrow 1 = \frac{100}{5h} \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

$$h \text{ مایع} = 70 - 20 = 50 \text{ cm}$$

و برای تعیین چگالی مایع داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Ah} \Rightarrow \rho = \frac{300}{5 \times 50} = \frac{6}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)



$$P_A = P_E \quad (1)$$

از طرفی فشار در نقطه E که عمق بیشتری نسبت به نقطه B دارد، بیشتر

$$P_E > P_B \xrightarrow{(1)} P_A > P_B \quad (2) \quad \text{است. پس داریم:}$$

$$P_C = P_D = P_0 \quad (3) \quad \text{در نقاط C و D فشار برابر فشار هواست.}$$

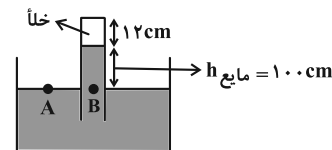
شرط‌های (۱)، (۲) و (۳) در گزینه (۱) برقرار است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

(مبتنی نکوتیان)

۱۲۶- گزینه «۱»

فشار در نقاط همتراز درون یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_\text{مایع} = 75 \text{ cmHg}$$

پس ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho \text{ مایع} h \text{ مایع} = \rho \text{ جیوه} h \text{ جیوه} \Rightarrow (10/2)h \text{ مایع} = (13/6)(75)$$

$$\Rightarrow h \text{ مایع} = 100 \text{ cm}$$

با پایین آوردن لوله در راستای قائم، مایع بخش خلأ لوله را پر کرده و به انتهای بسته لوله نیرو وارد می‌کند. بنابراین داریم:

$$F \text{ لوله} = P \text{ لوله} \times A \text{ لوله}$$

$$\Rightarrow P \text{ لوله} = \frac{4/0.8}{5 \times 10^{-4}} = 8160 \text{ Pa}$$

طبق رابطه  $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر انتهای لوله را برحسب سانتی‌متر جیوه

به دست می‌آوریم:



۱۲۸- گزینه «۴»

(ممبرکاتظم منشاری)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad (1)$$

$$r_2 = 2 / 5 r_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 4 / 25 = \frac{25}{4}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} \Rightarrow v_2 = \frac{16}{100} v_1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{-16}{100} \times 100 = -16\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱۲۹- گزینه «۲»

(ممبرکاتظم منشاری)

برای یافتن ارتفاعی از جیوه که معادل ارتفاع  $h_x$  از مایع  $x$  فشار وارد

می‌کند، می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\rho_x h_x = \rho_{Hg} h \Rightarrow h = \frac{h_x \rho_x}{\rho_{Hg}}$$

$$A : \rho_A h_A = \rho_{Hg} h \Rightarrow h = \frac{\rho_A h_A}{\rho_{Hg}} = \frac{5/1}{13/6} h_A = \frac{3}{8} h_A$$

$$B : \rho_B h_B = \rho_{Hg} h \Rightarrow h' = \frac{\rho_B h_B}{\rho_{Hg}} = \frac{6/8}{13/6} h_B = \frac{1}{2} h_B$$

$$C : \rho_C h_C = \rho_{Hg} h \Rightarrow h'' = \frac{\rho_C h_C}{\rho_{Hg}} = \frac{11/9}{13/6} h_C = \frac{2}{3} h_C$$

$$P_{کل} = P_0 + P_A + P_B + P_C \Rightarrow 100 = 75 + h + h' + h''$$

$$\Rightarrow h + h' + h'' = \frac{3}{8} h_A + \frac{1}{2} h_B + \frac{2}{3} h_C = 25 \text{ cm}$$

$$h_A + h_B + h_C = 55 \text{ cm}$$

$$h_C = \frac{1}{3} h_A \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{8} h_A + h_B = 55 \text{ cm} & (1) \\ \frac{h_A}{2} + \frac{h_B}{2} = 25 \text{ cm} \Rightarrow h_A + h_B = 50 \text{ cm} & (2) \end{cases}$$

با حل معادلات بالا داریم:

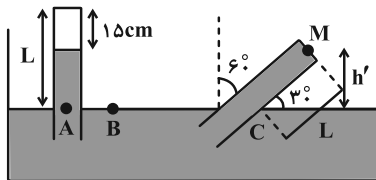
$$\xrightarrow{(1) \cdot (2)} \frac{1}{3} h_A = 5 \text{ cm} \Rightarrow h_A = 15 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 35 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۳۰- گزینه «۱»

(علی بزرگر)

ابتدا فشار گاز را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:



$$P_g (\text{پیمانه‌ای}) = P_{\text{گاز}} - P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_g + P_0$$

$$= -87 / 75 + 101 / 25 = 13 / 5 \text{ kPa}$$

سپس فشار گاز را به سانتی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} = \rho g h = \frac{\rho = 13500 \text{ Pa}}{\rho = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow h = \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$13500 = 13500 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{1}{10} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

از طرفی اگر فشار هوا را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم، می‌توان

ارتفاع مایع را به دست آورد:

$$P_0 = \rho g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 101250 = 13500 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

فشار در نقاط هم تراز از یک مایع برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 75 = 10 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = h_{\text{جیوه}} = 65 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{\text{لوله}} = h_{\text{جیوه}} + 15 = 65 + 15 = 80 \text{ cm}$$

پس از انحراف لوله، باید ارتفاع انتهایی لوله از سطح مایع را به دست آورد:

$$h' = L \sin 30^\circ = 80 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ cm}$$

$$\xrightarrow{P_B = P_C = P_0} P_C = P_M + \rho g h' = P_0$$

$$\text{برحسب cmHg} \Rightarrow P_M + 40 = 75 \Rightarrow P_M = 35 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_M = \rho g h'_{\text{جیوه}} = 13500 \times 10 \times \frac{35}{100} = 47250 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow F_{\text{انتهای لوله}} = P \times A = 47250 \times 3 \times 10^{-4} = 14 / 175 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

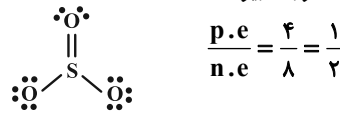


## شیمی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

در ردیف ۲، رنگ اتم مرکزی اشتباه ذکر شده، خاصیت نافلزلی اکسیژن از نیتروژن بیشتر است و به همین دلیل نیتروژن به رنگ آبی درمی آید. در ردیف ۴ ساختار لوویس  $SO_3$  به صورت زیر است:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(عمید زبئی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ سرخ بودن خاک رس به دلیل وجود آهن (III) اکسید در آن است.

(ب) نادرست؛ درصد جرمی آب کاهش می‌یابد.

(پ) نادرست؛ وجود  $SiO_2$  در سازه‌های سنگی باعث استحکام آن‌ها شده است که اکسید شبه‌فلزی است.

(ت) درست

$$\frac{10}{100} = \frac{100g \text{ آب}}{1000g \text{ نمونه}} \xrightarrow{\text{جذب رطوبت}} \frac{225g \text{ آب}}{1125g \text{ نمونه}} = \frac{x}{100}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

## ۱۳۳- گزینه «۴»

(امیر فاطمیان)

لایه‌لایه بودن ساختار گرافیت عامل نرم بودن این ماده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ در ساختار الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند کووالانسی یگانه به ۴ کربن دیگر متصل است و در گرافیت با ۴ پیوند کووالانسی به ۳ کربن دیگر متصل است.

(۲) درست؛ مطابق مطالب صفحه ۷۲

(۳) درست؛ به دلیل پایدار بودن گرافیت نسبت به الماس درست است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

## ۱۳۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

الماس، گرافیت و گرافن، دارای پیوندهای اشتراکی میان میلیون‌ها اتم کربن هستند و جامد کووالانسی هستند و یخ به دلیل دارا بودن همزمان پیوندهای اشتراکی و نیروی بین مولکولی که از ویژگی‌های یک ترکیب مولکولی است، و داشتن واحدهای مجزاء مولکولی و گرافیت جامد مولکولی محسوب می‌شود. در میان الماس، گرافیت و گرافن، چینش اتم‌ها در گرافیت و گرافن دو بعدی است، پیوندهای موجود در الماس و گرافن فقط از نوع اشتراکی (کووالانسی) و در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌لایه و منسجم آن، هم پیوند اشتراکی (در لایه‌ها) و هم نیروی واندروالسی (بین لایه‌ها) وجود دارد. همه این مواد ساختار شبک شش ضلعی دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

## ۱۳۵- گزینه «۲»

(مهمر عظیمیان زواره)

برای ساخت منشور و عدسی‌ها از کوآرتز ( $SiO_2$  خالص) استفاده می‌شود. بررسی برخی گزینه‌های درست:

(۱) سیلیسیم پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

(۳) کوآرتز و ماسه به ترتیب نمونه‌های خالص و ناخالص سیلیس ( $SiO_2$ ) هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۳۶- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

تنها موارد اول و پنجم نادرست است.

بررسی مورد اول: گرافیت برخلاف گرافن شفاف و انعطاف‌پذیر نیست.

بررسی مورد پنجم: در گرافیت برخلاف گرافن، علاوه بر پیوند اشتراکی میان اتم‌های C، بین لایه‌های مسطح سازنده آن، نیروهای واندروالسی نیز برقرار است. (گرافن تک لایه است.)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

## ۱۳۷- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

الماس از گرافیت ناپایدارتر است و سطح انرژی آن بالاتر است. بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

چگالی الماس از گرافیت که ساختار لایه‌لایه دارد بیشتر است و آنتالپی پیوند  $Si-O$  از  $Si-C$  بیشتر است. چراکه طول پیوند آن کمتر است. سختی  $SiC$  از گرافیت بیشتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

## ۱۳۸- گزینه «۳»

(مهمر رضا پورچاویر)

موارد اول و چهارم نادرست هستند.

اغلب ترکیبات آلی جزء مواد مولکولی هستند.

در ساختار یخ هر اتم O با دو اتم H در مولکول خود پیوند اشتراکی دارد اما با دو اتم H از دو مولکول مجاور خود پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

## ۱۳۹- گزینه «۴»

(مهمر رضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) از آینه‌ها برای متمرکز کردن پرتوهای خورشیدی بر روی گیرنده برج و گرم کردن شاره یونی استفاده می‌شود.

(۲) HF به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی و قطبی بودن، نقطه جوش بیشتری نسبت به  $N_3$  دارد.

(۳) هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باقی می‌ماند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)



## ۱۴۰- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

بررسی موارد:

الف) درست؛ در مولکول  $\text{CO}_2$ ، اتم‌های اکسیژن تراکم بار الکتریکی منفی بیشتری دارند.

ب) نادرست؛ مولکول  $\text{O}_3$  با این که از یک نوع اتم تشکیل شده است ولی قطبی به حساب می‌آید و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ) درست؛ در  $\text{CHCl}_3$ ، بیشترین رنگ قرمز مربوط به کلر است.

ت) درست؛  $\text{SO}_3$  مولکولی مسطح است که اتم‌های اکسیژن تراکم بار الکتریکی بیشتری دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

## ۱۴۱- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

چگالی بار وابسته به میزان بار و شعاع یون است.

چگالی بار آنیون  $\text{O}^{2-}$  از  $\text{Na}^+$  به دلیل اندازه بار بیشتر، بزرگ‌تر است. برای برخی عناصر گروه ۱۴ مثل C و Si که یون تک‌اتمی ندارند چگالی بار تعریف نمی‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

## ۱۴۲- گزینه «۲»

(رضا سلیمان)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ) A, B, C به ترتیب عنصرهای وانادیم (۲۳V)، مس (۲۹Cu) و منیزیم (۱۲Mg) هستند. عنصر وانادیم در ترکیب‌های خود می‌تواند دارای اعداد اکسایش (۲+), (۳+), (۴+) و (۵+) باشد، مس در ترکیب‌های یونی خود می‌تواند عدد اکسایش (۱+) یا (۲+) و عنصر منیزیم در ترکیب‌های خود تنها می‌تواند عدد اکسایش (۲+) داشته باشد؛ پس مقایسه تنوع عدد اکسایش به درستی انجام نشده است.

عبارت (ب) در جدول دوره‌ای، در یک گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش و در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش می‌یابد. خصلت نافلزی نقطه مقابل خصلت فلزی است، پس در میان عنصرهای مطرح شده، بیشترین خصلت فلزی مربوط به عنصر F و بیشترین خصلت نافلزی مربوط به عنصر D است.

عبارت (پ) C, D, E به ترتیب عنصرهای  $^{12}\text{Mg}$ ،  $^{15}\text{P}$  و  $^{7}\text{N}$  هستند و مقایسه صحیح شعاع یونی آن‌ها به صورت « $\text{P}^{3-} > \text{N}^{3-} > \text{Mg}^{2+}$ » است. توجه: شعاع یونی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد، بنابراین شعاع یون پایدار E ( $\text{E}^{3-}$ ) بیشتر از شعاع یون پایدار D ( $\text{D}^{3-}$ ) است. از طرفی  $\text{D}^{3-}$  ( $^{7}\text{N}^{3-}$ ) و  $\text{C}^{2+}$  ( $^{12}\text{Mg}^{2+}$ ) هم‌الکترون هستند؛ می‌دانیم میان یون‌های هم‌الکترون، یونی که بار منفی دارد شعاع بزرگ‌تری دارد، بنابراین شعاع  $\text{D}^{3-}$  بزرگتر از  $\text{C}^{2+}$  است.

ت) نیروهای جاذبه بین یون‌ها با بار الکتریکی یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطه معکوس دارد. از آن‌جا که مجموع اندازه بارهای الکتریکی آنیون و کاتیون ( $\text{F}^{3-}$  و  $\text{D}^{3-}$ ) کم‌تر از این مقدار در ترکیب یونی بین  $\text{C}^{2+}$  و  $\text{D}^{3-}$  است، بنابراین قدرت نیروی جاذبه آن کم‌تر است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

## ۱۴۳- گزینه «۱»

(حسن رحمتی کونکره)

از مدل دریای الکترونی می‌توان برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها استفاده کرد. واکنش‌پذیری از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

## ۱۴۴- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

موارد «الف»، «ب» و «پ» نادرست است.

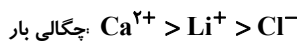
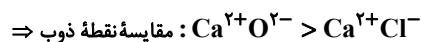
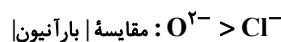
بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست - گستره دمایی مایع بودن:

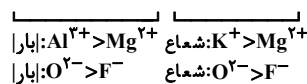


ب) نادرست - نسبت اندازه بار به شعاع، با چگالی بار هم‌ارز می‌باشد:

هرچه اندازه بار بزرگ‌تر و شعاع یونی کوچک‌تر آن‌گاه چگالی بار بیشتر است.

پ) نادرست:  $\text{MgO} > \text{CaO} > \text{CaCl}_2$ 

ت) درست: مقایسه آنتالپی فروپاشی شبیه:



(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

## ۱۴۵- گزینه «۲»

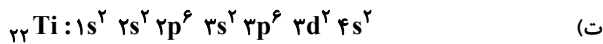
(رسول عابدینی زواره)

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست؛ براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند و این عامل باعث خاصیت چکش‌خواری فلزات می‌شود.

پ) نادرست؛ نقطه ذوب تیتانیم بیشتر از فولاد است.



$$16 = (2 \times 2) + (12 \times 1) + (8 \times 0) = \text{مجموع عدد کوانتومی فرعی الکترونها}$$

$$\begin{cases} l=0 \Rightarrow s \\ l=1 \Rightarrow p \\ l=2 \Rightarrow d \end{cases}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۴۹- گزینه «ا» (امیرعلی بیات)

فقط گزینه اول درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) در الگوی دریای الکترونی، الکترونها ظرفیت دخالت دارند. مثلاً در عناصر واسطه دوره چهارم الکترونها برای  $3d$  و  $4s$  دخالت دارند.

(۳) مطابق شکل همان تعداد الکترونی که وارد دریای الکترونی می‌شود، به همان تعداد هم الکترون از سوی دیگر دریای الکترونی خارج می‌شود. پس تعداد الکترونها آن ثابت است.

(۴) گرافیت دریای الکترونی ندارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱۵۰- گزینه «ب» (ممسن مینونی)

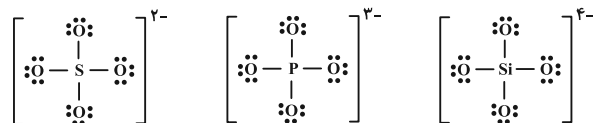
مورد (الف) نادرست است.

بررسی موارد:

(الف) جیوه عنصری از جدول تناوبی است که در دما و فشار اتاق به حالت مایع می‌باشد اما ترکیب مولکولی نیست.

(ب) دی متیل اتر و پروپان جرم مولی نزدیک به هم دارند اما دی متیل اتر ترکیبی قطبی و پروپان ترکیبی ناقطبی است. پس دی متیل اتر نسبت به پروپان آسان تر مایع می‌شود.

(پ)



سولفات

فسفات

سیلیکات

با توجه به مشابه بودن ساختار لوویس این سه یون، نسبت جفت الکترونها ناپیوندی به پیوندی در آنها با هم برابر است.

(ت) طول پیوند  $\text{Si}-\text{C}$  نسبت به طول پیوند  $\text{Si}-\text{Si}$  کمتر است، بنابراین انرژی پیوند آن بیشتر و در نتیجه سختی آن هم بیشتر خواهد بود.

(ث) جامدهای کووالانسی در حالت مایع نارسا و در حالت جامد سخت هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

(ت) درست؛ فلزات سازنده آلیاژ هوشمند، فلزات تیتانیم و نیکل هستند که هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۱۴۶- گزینه «ف» (امیرعلی بیات)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ الکترونها برای  $3d$  و  $4s$  فلزات واسطه دوره چهارم در دریای الکترونی آن نقش دارند.

(۲) نادرست؛ فلزات ویژگی‌های مشترکی دارند ولی در خواصی مثل سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با هم تفاوت دارند.

(۳) نادرست؛ رنگ‌های محلول وانادیوم به ترتیب افزایش بار: بنفش، سبز، آبی و زرد.

(۴) درست؛ مدل دریای الکترونی فقط برای توجیه برخی خواص فیزیکی فلزات است، برخی ترکیبات یونی هم دارای فلز هستند ولی دریای الکترونی ندارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۴۷- گزینه «ا» (امیرمسعود سپینی)

نیتینول آلیاژی از دو فلز  $\text{Ni}$  و  $\text{Ti}$  است که در ساخت استنت برای رگ‌ها به کار می‌رود.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ از فلز تیتانیم به دلیل چگالی کم تر و نقطه ذوب بالاتر از فولاد در ساخت موتور جت استفاده می‌شود.

(۲) درست؛  $\text{Ti}$  و  $\text{Ni}$  هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی جای داشته و جزو نخستین سری از عناصر واسطه (عناصر دسته  $d$ ) هستند. اغلب فلزهای دسته  $d$  نسبت به فلزات دسته  $s$  و  $p$  سختی و نقطه ذوب بیشتری دارند.

(۳) درست؛ در پوشش بیرونی موزه گوگنهایم از  $\text{Ti}$  استفاده می‌شود که ۴ الکترون در لایه ظرفیت اتم خود دارد:



(۴) درست؛ نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت قاب عینک، استنت برای رگ‌ها و سازه فلزی در ارتودنسی به کار می‌رود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۴۸- گزینه «ف» (روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

(الف)  $\text{Ti}$  ۲۲، گروه ۴ و دوره ۴

(ب) به جز  $V$  ۲۳، بقیه عناصر واسطه این دوره دو حرفی هستند.

(پ) در میان فلزات واسطه دوره ۴ ام فقط  $\text{Sc}$  با از دست دادن الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.





## شیمی ۲

## گزینه ۲» ۱۵۱-

(مسین شاهسواری)

بررسی برخی موارد نادرست:

الف) شمار ترکیبات کربن به تنهایی از ترکیبات دیگر عناصر بیشتر است پس شمار ترکیبات نافلزی بیشتر از ترکیبات فلزی است.

پ) در مدل فضاپرکن برخلاف گلوله و میله، تعداد پیوند میان اتم‌ها معلوم نیست.

ت) بررسی حالات:

۱) پیوند سه گانه - ۱ پیوند یگانه) - (۲ پیوند دو گانه) - (۱ پیوند دو گانه - ۲ پیوند یگانه) - (۴ پیوند یگانه)

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

## گزینه ۴» ۱۵۲-

(آرمین ممدری پیرانی)

بررسی موارد نادرست:

۱) اولین عضو آلکن‌ها (اتن) در کشاورزی و اولین عضو آلکین‌ها (اتین) در جوشکاری کاربرد دارد.

۲) در محیط اسیدی به علت حضور  $H_2SO_4$  (نه قلیایی)

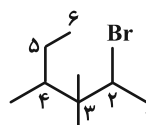
۳) در گذشته (امروزه کاربرد گسترده ندارد).

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

## گزینه ۱» ۱۵۳-

(امیرعلی بیات)

نام شکل داده شده ۴- کلرو ۳- فلوئورو ۵- متیل هپتان می‌باشد و باید حواسمان باشد که در نام گذاری آلکان‌ها از «۲- اتیل» نمی‌توان استفاده کرد. همچنین نام صحیح ترکیب دوم هم ۲- برم ۳، ۴- تری متیل هگزان می‌باشد.



(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

## گزینه ۱» ۱۵۴-

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد نادرست:

پ) گاز  $SO_2$  (گوگرد دی اکسید) خارج شده از نیروگاه‌ها را با عبور از روی کلسیم اکسید ( $CaO$ ) به دام می‌اندازند.

ت) این آلکن می‌تواند دارای ۶ اتم کربن باشد و فرمول مولکولی آن  $C_6H_{10}$  می‌تواند باشد و حداقل شامل ۴ اتم هیدروژن است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۰، ۳۶ و ۴۷)

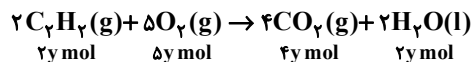
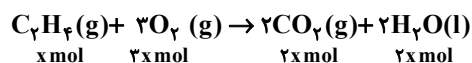
## گزینه ۲» ۱۵۵-

(مسین شاهسواری)

$$\frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم مولی در STP}} = \frac{224}{22.4} = 10 \text{ mol}$$

$$\frac{\text{جرم } O_2}{\text{جرم مولی } O_2} = \frac{416}{32} = 13 \text{ mol}$$

تذکر: در شرایط STP، حالت فیزیکی آب مایع است.



$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

نکته: درصد حجمی گازها با درصد مولی آن‌ها برابر است:

$$C_7H_{16} \text{ درصد مولی} = \frac{\text{mol } C_7H_{16}}{\text{کل}} \times 100 \Rightarrow \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۶، ۳۷، ۴۰ و ۴۲)



۱۵۶- گزینه «۳»

(ممبر رضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بستر اقیانوس‌ها، منبع غنی از منابع فلزی گوناگون است که انسان‌ها به تازگی آن را کشف کرده‌اند.

(۲) غلظت برخی گونه‌های فلزی موجود در بستر اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

(۴) با توجه به متن کتاب درسی، در بستر اقیانوس‌ها، ستون‌های سولفیدی وجود دارند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۵۷- گزینه «۴»

(ممبر عظیمیان زواره)

در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود. بنابراین در استخراج  $a$  تن آهن تقریباً  $2a$  تن سنگ معدن آهن و  $a$  تن از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۵۸- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

کمتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و ... به کار می‌رود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱۵۹- گزینه «۲»

(هاری مهری زاره)

موارد (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) بوتان در سوخت فندک کاربرد دارد و در دمای  $22^{\circ}\text{C}$  به حالت گاز است.

(ب) آلکانی که ۱۶ پیوند  $\text{C}-\text{H}$  دارد،  $\text{C}_7\text{H}_{16}$  است و آلکانی که دارای

۳۸ الکترون پیوندی (۱۹ پیوند) است،  $\text{C}_6\text{H}_{14}$  می‌باشد که حالت فیزیکی

آن‌ها با حالت فیزیکی برم (مایع) در دمای اتاق یکسان است.

(پ) در بازه دمایی  $323^{\circ}\text{C}$  کلوین تا  $475^{\circ}\text{C}$  کلوین ( $202^{\circ}\text{C}$ ) حدود ۶

آلکان مایع وجود دارد.

(ت) با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نقطه جوش آلکان‌ها برخلاف فراریت

آن‌ها افزایش می‌یابد.

(ث) از آلکان‌های مایع برای حفاظت از فلزات استفاده می‌شود، اولین آلکانی


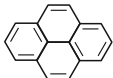
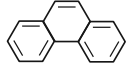
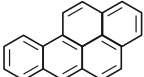
که پیوند  $\text{C}-\text{C}$  دارد، اتان است که در دمای اتاق به حالت گاز است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۶۰- گزینه «۲»

(یاسر راش)

مقایسه‌های دوم و سوم درست هستند.

ویژگی	فرمول مولکولی	شمار پیوندهای	شمار پیوندهای	شمار پیوندهای
مولکول	نسبت $\frac{\text{C}}{\text{H}}$	$\text{C}-\text{C}$	$\text{C}=\text{C}$	$\text{C}-\text{H}$
	$\text{C}_6\text{H}_6$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{6}{6} = 1/1$	۶	۰	۶
	$\text{C}_{10}\text{H}_8$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{10}{8} = 1/0.8$	۷	۰	۱۰
	$\text{C}_{14}\text{H}_{10}$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{14}{10} = 1/0.714$	۹	۰	۱۴
	$\text{C}_{16}\text{H}_{12}$ $\frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{16}{12} = 1/0.75$	۱۱	۰	۱۶

(شیمی ۲- صفحه ۴۳)



شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۳»

(ممد رضا پوریاوید)

الف) دوره دوم و سوم جدول دوره‌های هر یک دارای ۸ عنصر هستند که در بین آن‌ها آرایش الکترون نقطه‌های  $\text{Li}$ ،  $\text{Be}$ ،  $\text{B}$  و  $\text{C}$  از دوره دوم  $\text{Na}$ ،  $\text{Mg}$ ،  $\text{Al}$  و  $\text{Si}$  از دوره سوم فاقد الکترون جفت شده است.

ب) آرایش الکترونی  ${}_{28}^{59}\text{A}^{2+}$  به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8$  بوده و این یون دارای  $31 - 28 = 59$  نوترون می‌باشد. در حالی که آرایش الکترونی  ${}_{26}^{56}\text{B}$  به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$  است. یون  ${}_{25}^{55}\text{C}^{3+}$  نیز دارای  $30 - 25 = 55$  نوترون است.

پ) در یک اتم زیرلایه‌های  $6s$ ،  $5p$  و  $4d$  دارای  $6 + 1 = n + 1$  هستند که به ترتیب می‌توانند ۲، ۶ و ۱۰ الکترون در خود جای دهند. بنابراین حداکثر ۱۸ الکترون چنین شرایطی دارند.

ت) عنصر  $X$  با گرفتن ۲ الکترون به یون  $X^{2-}$  تبدیل شده و آرایش گاز نجیب  $Xe$  را پیدا می‌کند،  $Y$  نیز با از دست دادن ۲ الکترون به یون  $Y^{2+}$  با آرایش الکترونی گاز نجیب  $Kr$  تبدیل خواهد شد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

۱۶۲- گزینه «۴»

(مسین شاهسواری)

فلز  $X$  با از دست دادن سه الکترون به کاتیون  $X^{3+}$  تبدیل می‌شود.

نافلز  $Y$  با گرفتن دو الکترون به آنیون  $Y^{2-}$  تبدیل می‌شود.

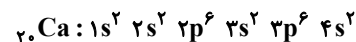
در نتیجه ترکیب یونی حاصل  $X_3Y_2$  خواهد بود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۳- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

با توجه به شکل داده شده عناصر ۱ تا ۴ به ترتیب  ${}_{2}\text{He}$ ،  ${}_{9}\text{F}$ ،  ${}_{12}\text{Mg}$  و  ${}_{28}\text{Ni}$  هستند و عنصر گفته شده همان  ${}_{20}\text{Ca}$  است که با  ${}_{28}\text{Ni}$  (شکل ۴) هم‌دوره و با  ${}_{12}\text{Mg}$  (شکل ۳) هم‌گروه است.



(شیمی ۱- صفحه ۴۳)

۱۶۴- گزینه «۱»

(ممد عظیمیان زواره)

حداکثر ظرفیت پذیرش الکترون در هر زیرلایه و لایه به ترتیب از  $2 + 1$  و  $2n^2$  به دست می‌آید. عدد کوانتومی فرعی برای چهارمین نوع زیرلایه برابر ۳ می‌باشد. بنابراین:

$$l = 3 : 4l + 2 = 14$$

$$n = 5 : 2n^2 = 50$$

$$\frac{14}{50} = 0.28$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۱۶۵- گزینه «۲»

(علیرضا بیانی)

بررسی موارد:

الف) هر عنصر نسبت به عنصر قبلی خود یک پروتون و یک الکترون بیشتر دارد. چون عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

ب) دوره سوم شامل ۸ عنصر و دوره چهارم شامل ۱۸ عنصر می‌باشد که جمعاً ۲۶ می‌شود ولی اولین عنصری که از قاعده آفیا پیروی نمی‌کند  ${}_{24}\text{Cr}$  می‌باشد.

پ) زیرلایه  $3d$  در عناصر دوره چهارم پیدا می‌شود.

ت) حداکثر گنجایش زیرلایه پنجم ( $l = 4$ ) (زیرلایه اول  $l = 0$ ) است پس زیرلایه پنجم  $l = 4$  می‌باشد که از رابطه  $4l + 2$  پیروی می‌کند برابر  $18 = 4 \times 4 + 2$  می‌باشد و حداکثر گنجایش لایه سوم که از رابطه  $2n^2 = 18$  به دست می‌آید برابر ۱۸ است.

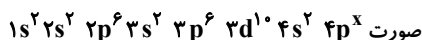
(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۱۶۶- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های الف) و ت) درست هستند.

این اتم دارای ۸ زیرلایه است پس آرایش زیرلایه‌ها به



بررسی موارد:

الف) درست؛ شماره دوره این عنصر ۴ می‌باشد.

ب) نادرست؛ آخرین لایه الکترونی این عنصر لایه چهارم است که می‌تواند

حداکثر ۸ الکترون داشته باشد.  $ns^2, np^6$ لایه ظرفیت  $4s^2 4p^6$   $n = 4$ پ) نادرست؛ این عنصر جزو عناصر دسته  $p$  می‌باشد و می‌تواند در گروه‌های

۱۳ تا ۱۸ جدول باشد.

ت) درست؛ چون جزو عناصر دسته  $p$  دوره چهارم جدول تناوبی است لذازیرلایه  $3d$  به صورت کامل ( $3d^{10}$ ) پر شده است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)





# دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۲ بهمن ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای / کار دانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

## تعلیم و تربیت اسلامی

## ۲۵۱- گزینه ۳»

(میثم هاشمی)

در گزینه ۳» هر دو مورد نادرست است؛ زیرا آدمی با عزم خودش آن چه که انتخاب کرده عملی می‌سازد نه با عزم دیگران، و هم‌چنین در محاسبه و ارزیابی، عوامل موفقیت یا عدم موفقیت شناخته می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱» مورد دوم، درست است.

گزینه ۲» هر دو مورد درست است.

گزینه ۴» هر دو مورد درست است.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

## ۲۵۲- گزینه ۴»

(مرتضی مهسنی‌کبیر)

برای حرکت در مسیر هدف، وجود اسوه و الگوهایی که راه را با موفقیت طی کرده و به مقصد رسیده‌اند، بسیار ضروری است؛ زیرا وجود این الگوها، اولاً به ما ثابت می‌کند که این راه موفقیت‌آمیز است، ثانیاً می‌توان از تجربه آنان استفاده نمود و مانند آنان عمل کرد و از همه مهم‌تر این که می‌توان از آنان کمک گرفت و با دنباله‌روی (پیروی) از آنان سریع‌تر به هدف رسید.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۳)

## ۲۵۳- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه‌های ۱ و ۴»: بعد از محاسبه، اگر معلوم شود که در انجام عهد خود موفق بوده‌ایم، خوب است خدا را سپاس گوئیم و شکرگزار او باشیم؛ زیرا می‌دانیم که او بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست.

حضرت علی (ع) می‌فرماید: «زیرک‌ترین افراد کسی است که از خود و عملش بعد مرگ حساب بکشد».

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

## ۲۵۴- گزینه ۴»

(مرتضی مهسنی‌کبیر)

اسوه بودن آن بزرگان مربوط به اموری که به‌طور طبیعی و با تحولات صنعتی تغییر می‌کنند، نیست؛ مانند وسایل حمل و نقل، امکانات شهری و ... بلکه اسوه‌بودن در اموری است که همواره برای بشر خوب و بارزش بوده‌اند. با گذشت زمان حتی درک بیشتری از آن‌ها نیز به دست آمده است مانند تقسیم اوقات پیامبر (ص) به سه قسمت.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۴)

## ۲۵۵- گزینه ۲»

(یاسین ساعری)

استواری بر هدف، شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به آن هدف از آثار عزم قوی است.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

## ۲۵۶- گزینه ۴»

(مرتضی مهسنی‌کبیر)

امام علی (ع) می‌فرماید: «من حاسب نفسه وقف علی عیوبه و احاط بذنوبه و استقال الذنوب و اصلح العیوب: هر کس محاسبه نفس کند، بر عیب‌هایش آگاه می‌شود و بر گناهانش احاطه پیدا می‌کند و گناهان را جبران می‌کند و عیب‌ها را اصلاح می‌کند.» و در بیان دیگری می‌فرماید: «من حاسب نفسه، سَعِدَ: هر کس محاسبه نفس کند، خوش‌بخت می‌شود» جملات بعد از «من حاسب نفسه» آثار محاسبه نفس به شمار می‌رود.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۲)

## ۲۵۷- گزینه ۳»

(یاسین ساعری)

خداوند در آیه ۱۰ سورة فتح می‌فرماید: «... و هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به‌زودی پاداش عظیمی به او خواهد داد.»

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۰)

## ۲۵۸- گزینه ۱»

(مرتضی مهسنی‌کبیر)

تمایلات دانی، مانند تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی انسان است و وقتی به این تمایلات دست یابیم، از آن‌ها لذت می‌بریم و خوشحال می‌شویم و انسان‌ها به‌طور طبیعی به این امور میل دارند و علاقه نشان می‌دهند؛ زیرا این‌ها لازمه زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و مشکل می‌شود.

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۱۲)

## ۲۵۹- گزینه ۳»

(میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

عزت از صفاتی است که قرآن کریم بیش از ۹۵ بار خداوند را بدان توصیف کرده است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

احادیث ذکرشده در صورت سؤال به‌ترتیب مربوط به دو مرحله تقویت عزت نفس، یعنی «توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او» و «شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک» است. (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۰)

## ۲۶۰- گزینه ۴»

(مرتضی مهسنی‌کبیر)

عزت نفس، فقط پیمان با خدا را به دنبال دارد.  
تسلیم و بندگی خداوند، عزت نفس را به دنبال دارد.

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۱۳)



## ۲۶۱- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

یکی از مهم‌ترین قدم‌ها در مسیر کمال، تقویت عزت نفس است. (رد گزینده‌های ۱ و ۳)  
عزت از صفاتی است که قرآن کریم بیش از ۹۵ بار خداوند را بدان توصیف کرده است. معصومین بزرگوار (ع) این صفت را از ارکان فضایل اخلاقی دانسته‌اند که اگر در وجود ما شکل بگیرد، مانع بسیاری از زشتی‌ها خواهد شد. (رد گزینده‌های ۳ و ۴)  
اگر کالای گران‌قیمتی مانند طلا داشته باشیم، اما ارزش واقعی آن را ندانیم، به آسانی فریب می‌خوریم و آن را به بهای اندک می‌فروشیم اما اگر ارزش واقعی آن را بدانیم، آن را عزیز می‌شماریم و به قیمت واقعی می‌فروشیم.

(دین و زندگی، ۲، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۰)

## ۲۶۲- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک: اگر کالای گران قیمتی مانند طلا داشته باشیم اما ارزش و قیمت آن را ندانیم، به آسانی فریب می‌خوریم و آن را به بهای اندک می‌فروشیم اما اگر ارزش آن را بدانیم، آن را عزیز می‌شماریم و به قیمت واقعی می‌فروشیم و بهایی برابر با ارزش آن به دست می‌آوریم.  
از همین رو خداوند خطاب به انسان فرموده: «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم و تو را برای خودم» و حضرت علی (ع) می‌فرماید: «آنه لیسَ یأنفسکم ثمنٌ إلا الجنة ... همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست پس خود را به کمتر از آن نفروشید».

(دین و زندگی، ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۰)

## ۲۶۳- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

عقل و وجدان یا همان نفس لوامه از انسان می‌خواهد در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهد و فرصتی فراهم کند که تمایلات معنوی و الهی در او پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجودش را فراگیرد. به تعبیر پیامبر اکرم (ص) جوان به آسمان نزدیک‌تر است؛ یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

(دین و زندگی، ۲، عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

## ۲۶۴- گزینه ۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

رسول خدا (ص) فرمودند: «راهنمایی‌کننده به راه خیر، مانند انجام‌دهنده آن است».  
علم حقیقی، نگاه انسان را توحیدی می‌کند. در حدیث می‌خوانیم: «ثمره العلم معرفة الله: ثمره علم، شناخت خداوند است».

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴)

## ۲۶۵- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

قرآن کریم، درباره بعضی انسان‌ها می‌فرماید: «اولئك كالأنعام بل هم اضل: آن‌ها مثل حیوانات هستند، بلکه پست‌تر» سپس دلیل انحراف آن‌ها را این‌گونه بیان می‌کند: «اولئك هم الغافلون».  
غفلت انواعی دارد: عده‌ای، از توانمندی‌های خود غافل‌اند و نمی‌دانند که چه موجودی هستند.  
رسول خدا (ص) فرمودند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد».

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۸، ۲۱)

## ۲۶۶- گزینه ۴»

(یاسین ساعری)

سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم (ص) اختصاص یافته که با کلمه «یستلونک» همراه است. این نشان می‌دهد که پیامبر (ص) معلم مردم بوده است.  
تعلیم و تربیت، مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا (ع) گذاشته است.

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

## ۲۶۷- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

قائل نبودن به محدودیت جغرافیایی: «اطلبوا العلم و لو بالصین: دانش را بجوید، اگرچه در چین باشد».  
«فبعث الله غربا یبحث فی الأرض لیریه کیف یواری سوءة أخیه: پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاود، تا به او نشان دهد که چگونه کشته برادرش را بپوشاند او دفن کند».

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

## ۲۶۸- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

امام حسین (ع) به معلم فرزندش صد دینار هدیه داد و در پاسخ به اعتراض مردم فرمود: «این یقع هذا من عطائه یعنی تعلیمه: این مبلغ، در قبال تعلیمات او چه ارزشی دارد؟»  
«من عمل صالحاً من ذکر او انثی و هو مؤمن فلنحییته حیاة طیبة: هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی‌که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم».

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۸)

## ۲۶۹- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

در قرآن برای توصیف انبیا (ع) عبارات متعددی به کار رفته ولی آنچه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «یَعْلَمُهُمُ الْكِتَابَ وَ الْحِكْمَةَ وَ يُزَكِّيهِمْ» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

## ۲۷۰- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

نشانه فقیه آن است که مردم را از شر دشمنانشان آزاد سازد: «و انقذهم من اعدائهم».  
ناگفته پیداست که «ربوبیت» زمانی کامل است که بر اساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد که خداوند همه را دارد.

(ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۴)

## استعداد تحلیلی

۲۷۱- گزینه «۳»

مشحون: پُر، لبریز، مالا مال

(ممید اصفهانی)

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

شهروندانی که خشمگین بودند و برخی از ایشان به فکر پول دیجیتال افتادند.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

بند دوم متن، پاسخ به این سؤال است که اگر وجهی فارغ از دولت‌ها باشد، چگونه می‌توان آن را کنترل کرد؟

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

درباره کاهش یا افزایش ارزش پول دیجیتال یا نحوه ارتباط بانکداران خصوصی و دولتی، مطلبی در متن نیست ولی انگیزه ساخت ارز دیجیتال در متن هست: جداسازی پول از دولت‌ها.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه «۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی)

«پسته» و «بادام» هر دو از انواع خشکبار و همه خشکبارها خوراکی‌اند. بنابراین رابطه بین این کلمه‌ها به ترتیب یاد شده در گزینه «۳»، به آنچه در صورت سؤال نمودار شده است همانند است. در سایر گزینه‌ها دقت کنید «شلیل» و «هلو» و «انار» از انواع هم نیستند، قرمز و سبز و زرد هر سه رنگ‌اند.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه «۳»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی، بر اساس گلگور، کتری سال ۹۲)

گزینه پاسخ، اساس استدلال صورت سؤال را زیر سؤال می‌برد: اگر قرار است خزه‌های دریایی نه از بین برنده دی‌اکسید کربن که صرفاً نگهدارنده آن باشند و در نهایت آن را به محیط بفرستند و باعث آلودگی شوند، چه فایده‌ای برای بهبود محیط زیست دارند؟

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه «۲»

(کتاب استعداد تحلیلی هوش کلامی، بر اساس گلگور، کتری سال ۹۲)

طبق گزینه پاسخ، مقایسه دو کشور و دو محصول با یکدیگر درست نیست، چرا که محصول ذرت در کشور «ب» به اندازه کشور «الف» به صرفه نیست. این بهترین گزینه است.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

معنی برای کنار هم بودن «ب» و «ن» نیست، ولی چهار حرف «ز ذ ض ظ» نمی‌توانند کنار هم قرار بگیرند، چرا که خانه‌های عددی ۳، ۶، ۹ و ۱۲ به حرف‌های «ت»، «ف»، «ق» و «ن» اختصاص دارد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۷۹- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

حرف‌های «ت» و «ف» قطعاً کنار هم نیستند. حروف «ج ذ ب» نیز بی‌فاصله کنار هم نمی‌آیند، چرا که هیچ کدام «ت»، «ق»، «ف» و «ن» نیستند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۰- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدلی)

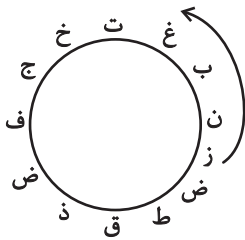
در ساعت یاد شده، دو عقربه روی یکدیگرند و یک حرف را نشان می‌دهند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۱- گزینه «۳»

(فرزاد شیرممدلی)

حرف «ش» اصلاً در حروف نیست. بین «ن» و «ق» نیز حداقل باید دو حرف باشد ولی «زنبغ» ممکن است، مثلاً:



(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۲- گزینه «۲»

(ممید کنهی)

امیر در هر ساعت  $\frac{1}{12}$  کار را انجام می‌دهد. او در هشت ساعت،
$$8 \times \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$
نفر با هم، در یک ساعت  $\frac{1}{3}$  باقی‌مانده را انجام داده‌اند، یعنی:

$$\frac{1}{12} + x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

پس زهرا و مینا در هر ساعت  $\frac{1}{4}$  از کار را انجام می‌دهند. پس در چهار

ساعت به انجام کل کار می‌رسند.

(هوش منطقی و ریاضی)





۲۸۳- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

تعداد پرتاب‌های دوامتیازی داده مفیدی نیست، از پرتاب‌های یک‌امتیازی هم اطلاعی نداریم! تعداد پرتاب‌های یک شخص خاص هم درصد پرتاب‌های درست تیم را معلوم نمی‌کند.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۴- گزینه «۱»

(ممیر کنی)

اعداد بر اساس باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر عدد چهار تقسیم‌بندی شده است:

$$313,605,721 \rightarrow 1$$

$$160,508,404 \rightarrow 0$$

$$903,215,111 \rightarrow 3$$

$$726,814 \rightarrow 2$$

در نتیجه عدد خواسته شده باید در تقسیم بر ۴ باقی‌مانده ۲ داشته باشد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۵- گزینه «۲»

(ممیر اصفهانی)

در الگوی صورت سؤال:

$$9 - 2 = 7, 2 \times 9 = 18, 9 - 5 = 4, 9 \times 5 = 45 \rightarrow 718445$$

$$6 - 3 = 3, 3 \times 6 = 18, 6 - 4 = 2, 6 \times 4 = 24 \rightarrow 318224$$

$$7 - 5 = 2, 5 \times 7 = 35, 7 - 1 = 6, 7 \times 1 = 7 \rightarrow 23567$$

$$8 - 4 = 4, 4 \times 8 = 32, 8 - 0 = 8, 8 \times 0 = 0 \rightarrow 43280$$

$$3 - 1 = 2, 3 \times 1 = 3, 3 - 2 = 1, 3 \times 2 = 6 \rightarrow 2316$$

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۶- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

هر دو قطعه روبه‌روی هم در شکل صورت سؤال، به این شکل قرینه یکدیگرند که دایره‌های رنگی به مربع‌های سفید تبدیل می‌شوند و دایره‌های سفید به مربع‌های رنگی

(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

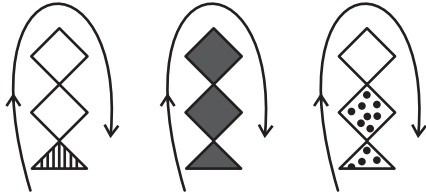
در انتقال از بالا به پایین در الگوی صورت سؤال، جهت شکل وسط  $180^\circ$  و جایگاه همه شکل‌ها قرینه می‌شود و رنگ داشتن یا نداشتن آن‌ها هم جابه‌جا می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

شکل از سه طرح در قالب تشکیل شده است که با الگویی ثابت از چپ به راست در حرکتند:



(هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه «۴»

(ممیر کنی)

در ساعت شنی اصولاً شن‌ها رو به پایین حرکت می‌کنند. در ساعت‌های شنی صورت سؤال که این قاعده در آن‌ها رعایت شده است کُد «الف» داریم و آن ساعت‌های شنی که خلاف قاعده‌اند کُد «ب» خورده‌اند. کدهای «ج» و «د» نیز به رنگ بالای ساعت مربوط است.

(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه «۳»

(فرزاد شیرممدلی)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ترتیب نماها از جلو، راست و بالای حجم است.

(هوش غیرکلامی)