

ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه : ۲	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی :	۱۴۰۳/۱۰/۹	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنتی داخل و خارج از کشور دی ماه azmoon.medu.gov.ir			دوازدهم

## سوالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)

ردیف

نمره	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) دامنه تابع‌های <math>y = f(x) + 4</math> و <math>y = \frac{1}{5}f(x) - 2</math> با یکدیگر برابر است.</p> <p>(ب) اگر تابعی یک به یک باشد، آنگاه اکیداً یکنوا است.</p> <p>(پ) بازه‌ای که تابع تانژانت در آن نزولی باشد، وجود ندارد.</p> <p>(ت) هر نقطه اکسترمم مطلق، اکسترمم نسبی نیز هست.</p>
۱	<p>هریک از جمله‌های زیر را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) تعداد جواب‌های معادله <math>\sin x = \frac{1}{3}</math> در بازه <math>(0, \pi)</math> برابر ..... است.</p> <p>(ب) باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای <math>x^3 - 5x^2 + 2x + 1</math> بر <math>4x - 3</math> برابر ..... است.</p> <p>(پ) بازه (۷, ۹) یک همسایگی راست عدد ..... است.</p> <p>(ت) اگر دو پیشامد A و B با هم رخ ندهند، آنگاه دو پیشامد ..... هستند.</p>
۰/۷۵	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر است.</p> <p>نمودار تابع <math>y = -f(3x) + 1</math> را رسم کنید.</p>
۱/۷۵	<p>تابع‌های <math>f(x) = \frac{x+1}{x-2}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x-2}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>(الف) دامنه تابع <math>(fog)(x)</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>(ب) مقدار <math>(gof)^{-1}(2)</math> را محاسبه کنید.</p>
۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos 2x - 3\cos x - 1 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.
۱	مقدار مینیمم و دوره تناوب تابع $f(x) = c - 2\sin(bx)$ به ترتیب $4$ و $\frac{\pi}{2}$ است، مقادیر $ b $ و $c$ را محاسبه کنید.

ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه : ۲	سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی :	۱۴۰۳/۱۰/۹	دوازدهم تاریخ آزمون:
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج از کشور دی ماه ۱۴۰۳

## سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)

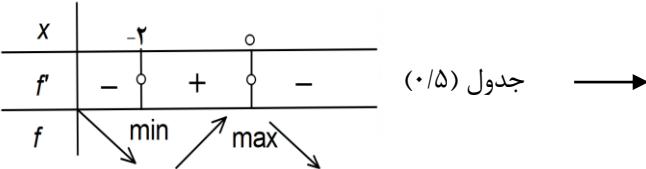
ردیف

نمره		
۱/۵	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[-x] + 1}{ x - 2 }</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{-x^5 + 2x^2 - 3}</math></p>	۷
۱	<p>شیب خط مماس برنجمنی <math>f(x) = x^2 - x</math> در نقطه <math>x = 3</math> را با استفاده از تعریف مشتق بدست آوردید.</p>	۸
۲	<p>مشتق تابع‌های زیر را بدست آوردید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) <math>f(x) = (2x^6 + \sqrt{2x})^7</math></p> <p>(ب) <math>g(x) = \frac{2x^3 - 1}{-x^2 + 2x}</math></p>	۹
۲	<p>تابع <math>f(x) = x^3 + x - 5</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>(الف) آهنگ تغییر متوسط تابع <math>f</math> را در بازه <math>[0, 3]</math> بدست آوردید.</p> <p>(ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع <math>f</math> در چه نقطه‌ای از بازه <math>[0, 3]</math> برابر ۱۳ است؟</p>	۱۰
۱/۷۵	<p>با رسم جدول تغییرات تابع <math>f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2</math> طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود بیابید.</p>	۱۱
۱	<p>طول مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۱۶ سانتی مترمربع و محیط آن کمترین مقدار ممکن گردد.</p>	۱۲
۱/۷۵	<p>وضعیت دو دایره به معادله <math>x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0</math> و <math>(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1</math> را نسبت به هم بررسی کنید.</p>	۱۳
+/۷۵	<p>در شکل زیر طول پاره خط <math>OB</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۶ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۷ مهره زرد است.</p> <p>از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب می‌کنیم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره زرد است؟</p>	۱۵
۲۰	جمع نمره	
صفحه ۲ از ۲		

دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنتی داخل و خارج از کشور دی ماه ۱۴۰۳	<a href="http://azmoon.medu.gov.ir">azmoon.medu.gov.ir</a>	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	دوازدهم	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
---	--	--	---	------------------------	---------	--

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	ب) نادرست (صفحه ۱۰) ت) نادرست (صفحه ۱۱) هرمورد (۰/۲۵)	الف) درست (صفحه ۲۱) ب) درست (صفحه ۳۹)
۱	ب) ۳ (صفحه ۵۱) ت) ناسازگار (صفحه ۱۴۴) هرمورد (۰/۲۵)	الف) ۲ (صفحه ۴۴) ب) ۷ (صفحه ۵۳)
۰/۷۵	(در صورتی که شکل نهایی درست رسم شود، نمره کامل تعاقب گیرد).  	۳ (صفحه ۲۳)
۱/۷۵	الف) $D_g = [2, +\infty]$ (۰/۲۵) $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \underbrace{\left\{x \in [2, +\infty] \mid \sqrt{x-2} \neq 2\right\}}_{(0/25)} = \underbrace{\left\{x \in [2, +\infty] \mid x \neq 4\right\}}_{(0/25)} = [2, +\infty) - \{4\}$ ب) $gof^{-1}(2) = g(5) = \sqrt{3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۴ (صفحه ۲۲)
۱/۵	$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$ (۰/۲۵)  $\begin{cases} \cos x = 2 & \text{غیر ممکن} \\ \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} & (0/25) \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} & (0/25) \end{cases}$	۵ (صفحه ۴۸)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$\min = \underbrace{-2 + c}_{(0/25)} = 4 \rightarrow c = 6$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{\pi}{2} \rightarrow  b  = 4$	۱
۷	(صفحه ۴۱)	۱/۵
۸	$\text{(الف)} \frac{2(-2)+1}{ -2-2 } = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ $\text{(ب)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-x^5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{-x^3} = 0$	
۹	(صفحه ۵۷)	
۱۰	$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = 5$ <p>(در صورت استفاده از تعریف دیگر مشتق به تناسب نمره داده شود.)</p>	۱
۹	(صفحه ۷۲)	
۱۱	$\text{(الف)} f'(x) = 7 \underbrace{(2x^5 + \sqrt{2x})^6}_{(0/25)} (12x^5 + \frac{2}{2\sqrt{2x}})$ $\text{(ب)} g'(x) = \frac{\underbrace{5x^4(-x^2 + 2x)}_{(0/25)} - \underbrace{(-2x+2)(2x^3-1)}_{(0/25)}}{\underbrace{(-x^2 + 2x)^2}_{(0/25)}}$	۲
۱۲	(صفحه ۹۲)	
صفحه ۲ از ۴		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{25 - (-5)}{3} = 10$ <span style="margin-left: 100px;">(۰/۲۵)</span> $f'(x) = \underbrace{3x^2 + 1}_{(0/5)} = 13 \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \underbrace{x = \pm 2}_{(0/25)} \rightarrow x = 2$ <span style="margin-left: 100px;">(۰/۲۵)</span> <span style="text-align: right;">صفحه (۱۰۰)</span>	۲
۱۱	$f'(x) = \underbrace{-3x^2 - 6x}_{(0/25)} = 0 \rightarrow x(-3x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 & (0/25) \\ x = -2 & (0/25) \end{cases}$  <span style="margin-left: 100px;">طول نقطه ماکسیمم نسبی (۰/۲۵)</span> <span style="margin-left: 100px;">طول نقطه مینیمم نسبی (۰/۲۵)</span> <span style="text-align: right;">صفحه (۱۱۲)</span>	۱/۷۵
۱۲	$s = ab = 16 \rightarrow b = \frac{16}{a} \quad (0/25)$ $p = 2(a+b) = 2\left(a + \frac{16}{a}\right) = 2a + \frac{32}{a} \quad (0/25)$ $p' = 2 - \frac{32}{a^2} = 0 \quad (0/25) \rightarrow \frac{32}{a^2} = 2 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = 4 \quad (0/25)$ <span style="text-align: right;">صفحه (۱۱۴)</span>	۱
۱۳	$O(-1, 2) \quad (0/25), r = 1 \quad (0/25)$ $O'(1, -2) \quad (0/25), r' = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \quad (0/25)$ $OO' = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">دو دایره متخارج هستند. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">صفحه (۱۴۱)</p>	۱/۷۵
۱۴	$OA' = a = 3 \quad (0/25) \rightarrow OB = b = \underbrace{\sqrt{a^2 - c^2}}_{(0/25)} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$ <span style="text-align: right;">صفحه (۱۲۹)</span>	۰/۷۵
صفحه ۳ از ۴		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$\frac{6}{11} \times \frac{8}{12} + \frac{5}{11} \times \frac{7}{12} = \frac{83}{132}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
	(به نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد). (صفحه ۱۴۸)	
۴ از ۴ صفحه		
۲۰ جمع نمره		