

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

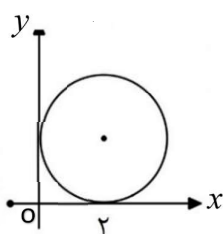
استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

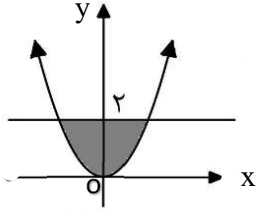
سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس A تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس A را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی n برابر می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی A برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی a_{23} در ماتریس $A = [i - j]_{3 \times 3}$ کدام است؟ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> -۱ </div>	۱
۱/۵	۲ با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس A^{49} را محاسبه کنید.	۲
۱	۳ دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را برحسب ستون اول به دست آورید.	۳
۱	۴ نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2A & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۴
۱/۵	۵ $A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار m را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۵

سؤالات فصل دوم

۰/۵	۶ الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه M در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه M در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۶
۱/۵	۷ نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌ها ی ممکن بحث کنید).	۷
۱/۲۵	۸ در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.	۸



سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک		تعداد صفحه : ۲		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح															
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه															
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳																					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir																					
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)																			
۹		وضعیت خط به معادله $X + Y = 4$ و دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.																			
۱۰		در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.																			
۱۱		سهمی به معادله $y^2 = -2x - 4y$ مفروض است. (الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. (ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.																			
۱۲		نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.																			
سؤالات فصل سوم																					
۱۳		حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)																			
		<table><tr><td colspan="4">گروه B</td><td></td><td colspan="2">گروه A</td></tr><tr><td>\vec{i}</td><td>\vec{k}</td><td>\vec{j}</td><td>\vec{o}</td><td></td><td>(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$</td><td>(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$</td></tr></table>						گروه B					گروه A		\vec{i}	\vec{k}	\vec{j}	\vec{o}		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A																
\vec{i}	\vec{k}	\vec{j}	\vec{o}		(الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	(ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$															
۱۴		برای موارد (الف) و (ب) پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید. (الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟ <div>$\square x^2 \leq y \leq 2$ $\square 2 \leq y \leq x^2$</div>  (ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} کدام است؟ <div>$\square \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{o}$ $\square \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$</div>																			
۱۵		بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مفروض اند. (الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و $\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید. (ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} را بیابید.																			
۱۶		بردارهای \vec{a} و \vec{b} به اندازه های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه ی 30° می سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار $(-\vec{a})$ و $(-\vec{b})$ ساخته می شود را محاسبه کنید.																			
۱۷		برای هر دو بردار دلخواه \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2$																			
۲۰		جمع نمره																			
موفق باشید																					
صفحه ۲ از ۲																					

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ت) ۱- (۰/۲۵) <u>ص ۱۱</u>		
۲	<u>ص ۲۰</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$ (۰/۵) $(A^2)^{2f} = (-I)^{2f} \rightarrow A^{4f} = I^{2f} = I$ (۰/۵) $\rightarrow A^{4f} = A^{4f} \times A = I \times A = A$ (۰/۵)		
۳	<u>ص ۲۸</u> $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-32) + 0 + 12 = (-20)$ (۰/۲۵)		
۴	<u>ص ۳۰ و ۳۳</u> در نتیجه A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵) $ A = 2A \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow A = 2A $ (۰/۵) $\rightarrow A = 4 A $ (۰/۲۵) $\rightarrow A = 0$ (۰/۲۵)		
۵	<u>ص ۳۱ و ۳۶</u> روش اول: $AX=B \Rightarrow \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \\ \frac{2m-4}{2} = \frac{4-4}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2m-4=4 \rightarrow m=2 \\ 4m-4=4 \rightarrow m=2 \end{cases}$ (۰/۲۵) روش دوم: $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{m^2-m-2}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} m=-1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \\ m=2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases}$ (۰/۲۵) $m=2$ (۰/۲۵) قابل قبول است.		
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) <u>ص ۳۹</u> ب) نادرست (۰/۲۵) <u>ص ۴۷</u>		
۷	<u>ص ۳۹</u> مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمودمنصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) <u>فصل مشترک</u> دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) <u>به بحث در حالات مختلف به کمک رسم شکل نیز نمره منظور گردد.</u>		
۸	<u>ص ۴۰ و ۴۱</u> چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R=2$ (۰/۲۵) $M(2,2)$ (۰/۲۵) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵)		
صفحه ۱۱ از ۳			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۹	<p>ص ۴۵ و ۴۶ <u>روش اول:</u></p> <p>فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر $OH = \frac{ x+y-4 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{ 0+0-4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (۵/۰)</p> <p>چون $OH > R$. بنابراین خط دایره را قطع نمی‌کند. (۵/۰)</p> <p><u>روش دوم:</u></p> <p>$x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4$ (۵/۰) $\rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0$ (۵/۰) $\rightarrow \Delta = -32 < 0$ (۵/۰)</p> <p>معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۵/۰)</p>	۱/۲۵	
۱۰	<p>ص ۴۸ و ۴۹</p> <p>$a - c = 2$ (۵/۰)</p> <p>$a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c = 8$ (۵/۰)</p> <p>$\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=5, c=3$ (۵/۰) $\rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ (۵/۰)</p>	۱/۵	
۱۱	<p>(الف)</p> <p>$y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2)$ (۵/۰)</p> <p>(ب) ص ۵۴ و ۵۸</p> <p>$\begin{cases} A(2, -2) \\ 4a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases} \quad x = \frac{5}{2}$ (۵/۰)</p>	۱/۲۵	
۱۲	<p>از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۵/۰)</p> <p>پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۵/۰)</p> <p>و بنابراین دایره به مرکز M و شعاع MF برخط هادی سهمی مماس است. (۵/۰)</p> <p>ص ۵۸</p>	۰/۷۵	
۱۳	<p>(الف) \vec{k} (۵/۰) ص ۸۲</p> <p>(ب) \vec{i} (۵/۰) ص ۷۹</p>	۰/۵	
۱۴	<p>(الف) $x^2 \leq y \leq 2$ (۵/۰) ص ۶۳</p> <p>(ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ (۵/۰) ص ۸۳ و ۸۴</p>	۰/۵	
	صفحه ۲ از ۳		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱۵	<p>(الف) <u>ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸</u></p> <p>$\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1)$ (۰/۲۵)</p> <p>$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta$ (۰/۷۵) $\rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>(ب) <u>ص ۸۴</u></p> <p>$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1)$ (۰/۷۵)</p> <p>پاسخ نهایی به یکی از دو صورت $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ یا $(1, 1, -1)$ یا مضاربی از بردار حاصل مورد پذیرش است.</p>		
۱۶	<p><u>ص ۷۴ و ۸۱ و ۸۴</u></p> <p>$S = \frac{1}{2} \left \begin{pmatrix} -2\vec{a} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\vec{b} \end{pmatrix} \right$ (۰/۵) $\rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \left \vec{a} \times \vec{b} \right = \left \vec{a} \times \vec{b} \right$ (۰/۵)</p> <p>$S = \left \vec{a} \right \left \vec{b} \right \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ (۰/۵)</p>		
۱۷	<p><u>ص ۷۸ و ۸۱</u></p> <p>$\left \vec{a} \times \vec{b} \right ^2 + \left(\vec{a} \cdot \vec{b} \right)^2 = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2 \sin^2 \theta}_{(۰/۵)} + \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2 \cos^2 \theta}_{(۰/۵)} = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2}_{(۰/۲۵)} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \underbrace{\left \vec{a} \right ^2 \left \vec{b} \right ^2}_{(۰/۲۵)}$</p>		
همکاران گرامی، خدا قوت			
جمع نمره			
۲۰			
صفحه ۳ از ۳			