

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	نمره
------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $k + 1$ مربع کامل است. ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند. ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است. د) گراف ۳- منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.	۱/۲۵
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: (برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)	۱
۴	اگر $a > 1$ و $a 9k + 4$ و $a 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۵	پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2 b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید. ب) مطلوبست باقی مانده تقسیم عدد $10 + 12 \times (1000)^3 = A$ بر عدد ۷.	۲/۲۵
۶	معادله همنهشتی $3x \equiv 13 \pmod{7}$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.	۱
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک $a - c$ مسیر به طول ۳ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. ج) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟ ه) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی، از گراف G رسم کنید.	۱/۵
۸	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۹	گراف G با مجموعه رأسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت های الف) تا ج) پاسخ دهید. الف) مجموعه همسایگی باز رأس d را بنویسید. ب) اندازه گراف را مشخص کنید. ج) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۳ و ۱۶ و ۳۶ و ۴۲)	۱
۲	اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵) از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵) می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta \in Q$ (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسئله β گنگ است (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵) (صفحه: ۸)	۱/۲۵
۳	$\underbrace{2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2)}_{(۰/۲۵)} \geq 0$ ۱ $\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0, (y-1)^2 \geq 0, (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸)	۱
۴	$a \mid 9k + 4 \Rightarrow a \mid 45k + 20$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a \mid 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 7$ (۰/۲۵) $a > 1$ $a \mid 5k + 3 \Rightarrow a \mid 45k + 27$ (۰/۲۵)	۱
۵	الف) a عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b \mid a+2$ ، بنابراین b نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است. (۰/۲۵) $a^2 + b^2 + 3 = (\lambda m + 1) + (\lambda n + 1) + 3 = \lambda(m+n) + 5 \Rightarrow r = 5$ (۰/۲۵) ۱ $1000 \equiv 6 \equiv -1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 \equiv -12 + 10$ (۰/۲۵) ب) $\Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 \equiv -2 \equiv 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 5$ (۰/۲۵) (صفحات: ۱۶ و ۲۱)	۱/۲۵
۶	$3x \equiv 13$ $\Rightarrow 3x \equiv 6$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(3,7)=1}$ $x \equiv 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 7k + 2$ (۰/۲۵) (صفحه: ۲۵)	۱

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			
۷	الف) $abgc$ (۰/۲۵) ب) $bcdgb$ (۰/۲۵) ج) $\deg_G(a) = 5$ (۰/۲۵)	د) خیر - چون مثلاً از f به a مسیری وجود ندارد. (۰/۵)		
۱/۵	ه) $a \cdot b \cdot c$ $f \cdot g$ (صفحات: ۳۶ و ۳۸ و ۳۹)			
۸	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (۰/۲۵)			
۱	از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد. (۰/۲۵)			
۱	بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحه: ۴۰)			
۹	الف) $N_G(d) = \{b, e\}$ (۰/۵) ب) $q = 6$ (۰/۲۵) ج) مجموع درجات رئوس $= 12$ (۰/۲۵)	(صفحه: ۴۱)		
۱۰	$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 36$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۲)			
۱	$\Rightarrow p = 9$ (۰/۲۵) , $\Delta(G) = p - 1 = 8$ (۰/۲۵)			
۱۱	الف) $\{b, e, h, k\}$ (۰/۵) ب) $\{a, c, e, g, i, k\}$ (۰/۵)	(صفحه: ۵۴)		
۱۲	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times \frac{5!}{2} = 7200$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲)			
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ (۰/۲۵) $x_i \geq 1, i = 1, 2, 3, 4$ (۰/۲۵)			
۱	$\Rightarrow \binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$ (۰/۵) (صفحه: ۷۳)			

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																																		
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸																																				
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷				مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir																																				
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره																																	
۱۴	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">•</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">→</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲۳</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱۱</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲</td> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۲۱</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۱۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">۳۲</td> </tr> </table> <p>(صفحه: ۷۳)</p>						۱	۳	۲	•	۲	۱	۳	→	۱۲	۳۱	۲۳	۳	۲	۱		۳	۲	۱		۳۳	۲۲	۱۱	۲	۱	۳		۱	۳	۲		۲۱	۱۳	۳۲	۱/۵
۱	۳	۲	•	۲	۱	۳	→	۱۲	۳۱	۲۳																														
۳	۲	۱		۳	۲	۱		۳۳	۲۲	۱۱																														
۲	۱	۳		۱	۳	۲		۲۱	۱۳	۳۲																														
۱۵	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B.</p> <p>$A_i = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$S = B ^{ A } = 3^4 = 81$ (۰/۲۵), $A_1 = A_2 = A_3 = 2^4 = 16$ (۰/۲۵)</p> <p>$A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1$ (۰/۲۵), $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵),</p> <p>$\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>(صفحات: ۷۸ و ۷۹)</p>						۲																																	
۱۶	<p>$k + 1 = 20 \Rightarrow k = 19$ (۰/۵)</p> <p>طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه‌ها همان روزهای سال می باشد. $n = 365$ (۰/۵)</p> <p>بنابراین تعداد کبوترها برابر است با $kn + 1 = 365 \times 19 + 1 = 6936$ (۰/۵)</p> <p>(صفحه: ۸۴)</p>						۱/۵																																	

«مصححین گرامی لطفاً برای راه حل‌های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»

AzmoonFree.ir



هرچی برای کنکور و امتحانات نهایی لازم
داری رو کاملا رایگان برات فراهم میکنیم.

+

پخش سوالات آزمون های آزمایشی

AzmoonFree.ir

برای ورود به سایت کلیک کن