

# آزمون آزمایشی خیلی سبز

مرحله اول

پایه دهم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴ تاریخ برگزاری: ۲۷/مهر/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

بودجه بندی دروس

ریاضی (۱)	هندسه (۱)
فصل ۱ (درس ۱، ۲ و ۳) صفحه ۱ تا ۲۰	فصل ۱ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای فعالیت) صفحه ۹ تا ۲۰
فیزیک (۱)	شیمی (۱)
فصل ۱ صفحه ۱ تا ۲۲	فصل ۱ (تا ابتدای جرم اتمی عنصرها) صفحه ۱ تا ۱۳

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضی	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه
شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی؛  
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.



ریاضی دهم

۱- فرض کنید  $A = (-1, 3)$  و  $B = (1, 5)$  باشد، در این صورت مجموعهٔ اعضای که فقط متعلق به یکی از این دو مجموعه هستند، کدام است؟

- (۱)  $(-1, 1] \cup [3, 5)$  (۲)  $(-1, 5)$  (۳)  $\{1, 3\} - (-1, 5)$  (۴)  $(3, 5)$

۲- اگر  $[2, 8] \cap [5, 10] = [a, b]$  باشد، آن گاه مجموعهٔ  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid a \leq x < b\}$  شامل چند عضو است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳- فرض کنید  $A = (a - 2, 2a + 1]$  است. حدود  $a$  کدام باشد تا  $2 \in A$  و  $3 \notin A$ ؟

- (۱)  $(\frac{1}{2}, 1)$  (۲)  $[2, 3)$  (۳)  $(\frac{1}{2}, 4)$  (۴)  $(\frac{1}{2}, 5)$

۴- حدود  $a$  کدام باشد تا  $(6, 2a + 8] \subseteq (a - 1, 3a)$  باشد؟

- (۱)  $[6, 9]$  (۲)  $(5, 6)$  (۳)  $(5, 9]$  (۴)  $[7, 8]$

۵- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid n^2 - 1 < m < 3^n + 2^n + 1\}$  باشد، آن گاه تعداد اعضای  $(A_7 - A_3)$  چندتا از تعداد اعضای  $(A_7 - A_1)$  بیشتر است؟

- (۱) ۶۸ (۲) ۶۲ (۳) ۵۴ (۴) ۴۸

۶- اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ،  $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$  و  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  باشد، آن گاه کدام یک از اعداد زیر به  $(A - B) \cup (B - C)$  تعلق ندارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۷- مجموعهٔ  $(A - (A' \cup B')) \cup ((A' - B) \cap (A - B'))$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر همواره برابر است؟

- (۱)  $A' - B'$  (۲)  $A$  (۳)  $A - B$  (۴)  $A - B'$

۸- اگر  $A - B = A$  باشد، آن گاه کدام مجموعه، زیرمجموعهٔ هر مجموعهٔ دلخواهی مثل  $C$  است؟

- (۱)  $A' \cap B$  (۲)  $(A' \cup B)'$  (۳)  $A \cap B'$  (۴)  $(A \cup B)'$

۹- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

الف) اعداد طبیعی که می‌توان آن‌ها را به صورت مجموع مربعات سه عدد طبیعی دیگر نوشت.

ب) اعداد گویایی مانند  $\frac{a}{b}$  که از  $\frac{a}{b+1}$  کوچک‌تر هستند. ( $a, b \in \mathbb{N}$ )

- (۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) الف و ب (۴) هیچ کدام

محل انجام محاسبات

۱۰- اگر  $A = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ ،  $B = \{\frac{n}{4} | n \in \mathbb{N}\}$  و  $C = \{\frac{1}{2n+1} | n \in \mathbb{N}\}$  باشند، آن گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر، متناهی است؟

- (۱)  $B \cap C$  (۲)  $B - C$  (۳)  $A \cap B'$  (۴)  $A \cap B$

۱۱- فرض کنید  $A = \{x | a - 2 < x \leq 6a\}$  و  $B = \{x | 0 \leq x + 2 < 4a + 2\}$  باشند. اگر مجموعه‌های  $A$  و  $B$  جدا از هم باشند، آن گاه حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, \frac{-2}{3})$  (۲)  $(-\infty, -1)$  (۳)  $(\frac{-2}{5}, \frac{-1}{3})$  (۴)  $(\frac{-2}{5}, +\infty)$

۱۲- اگر  $n(A \cup B) = 38$  و  $n(A - B) = 3n(B - A) = 4n(A \cap B)$  باشد، تعداد اعضای  $A$  کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۰ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۱۳- در یک کلاس ۳۶ نفره، ۱۵ نفر فقط به فوتبال علاقه‌مند هستند. اگر ۱۲ نفر به والیبال علاقه داشته باشند، چه تعداد از دانش‌آموزان به هیچ کدام از این دو رشته، علاقه‌مند نیستند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

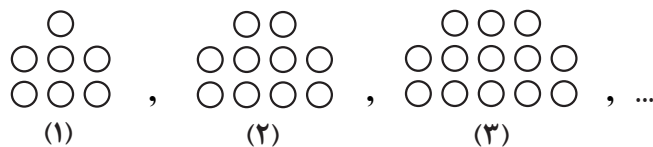
۱۴- ۲۰ درصد از جمعیت زنان یک شهر، هیچ‌گونه علاقه‌ای به آشپزی ندارند. اگر ۳۰ درصد مردانی که به آشپزی علاقه‌مندند، برابر با ۶ درصد کل جامعه باشند، آن گاه چنانچه فقط ۲۵ درصد مردان جامعه به آشپزی بی‌علاقه باشند، نسبت جمعیت مردان به زنان در این شهر کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{13}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{4}{11}$

۱۵- جمله‌های سوم و هفتم یک الگوی خطی به ترتیب ۴ و ۱۰ هستند. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۱۶- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل پانزدهم کدام است؟



(۱) ۴۸

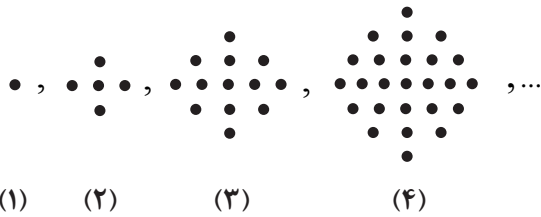
(۲) ۴۹

(۳) ۴۷

(۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

۱۷- در الگوی زیر، شکل نهم از چند نقطه تشکیل شده است؟



(۱) ۱۲۳

(۲) ۱۳۵

(۳) ۱۴۴

(۴) ۱۴۵

۱۸- در یک الگوی خطی، مجموع پنج جمله اول، برابر ۱۲ است. اگر مجموع جملات ششم تا دهم برابر ۱۸ باشد، فاصله دو جمله متوالی کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{20}$

(۳)  $\frac{3}{25}$

(۲)  $\frac{3}{10}$

(۱)  $\frac{6}{25}$

۱۹- در یک الگوی خطی جمله‌های ششم و دهم به ترتیب  $x + 2$  و  $x + 14$  هستند. در این الگو، جمله پنجم چند واحد از جمله دوم بزرگ‌تر است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

۲۰- در دنباله  $a_n = \frac{5n+10}{2n-7}$ ، اگر  $a_m = \frac{3}{14} a_4$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۵

(۲) ۷

(۱) ۴

محل انجام محاسبات



هندسه دهم

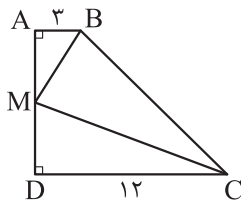
۲۱- چند نقطه متمایز در صفحه برای رأس A از مثلث ABC می توان پیدا کرد به طوری که فاصله رأس A، هم از نقطه B و هم از پاره خط BC برابر با ۵ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۲- سه خط متمایز  $d, d', L$  در نقطه A هم‌رس‌اند. حداکثر تعداد نقاطی که ممکن است روی خط L وجود داشته باشد (به جز نقطه A) به گونه‌ای که از دو خط  $d$  و  $d'$  به یک فاصله باشند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۳- مطابق شکل در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD، نیمسازهای زوایای داخلی B و C، یکدیگر را در نقطه M واقع بر ضلع AD قطع می‌کنند. طول ضلع AD کدام است؟



- (۱) ۹  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۵

۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ( $AB = AC$ )،  $\hat{A} = 130^\circ$  است. عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کنند. اندازه زاویه  $\hat{MAN}$  کدام است؟

- (۱)  $80^\circ$  (۲)  $70^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $50^\circ$

۲۵- در کدام مورد زیر، با اطلاعات داده‌شده همواره یک شکل قابل رسم است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد.  
(۲) مستطیلی که طول قطر آن ۶ باشد.  
(۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن ۸ باشد.  
(۴) دایره‌ای که وتری به طول ۲ از آن در اختیار داریم.

۲۶- در مثلث ABC،  $\hat{A} = 126^\circ$  است. بزرگ‌ترین زاویه بین دو نیمساز داخلی در این مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۵۷ (۴) ۱۶۲

۲۷- در مثلث ABC، رابطه  $\hat{A} = \hat{B} - \hat{C}$  برقرار است. مرکز دایره‌ای که از سه رأس مثلث ABC عبور می‌کند، کجا قرار دارد؟

- (۱) درون مثلث (۲) بیرون مثلث (۳) روی ضلع BC (۴) روی ضلع AC

محل انجام محاسبات

۲۸- به ازای کدام دسته از مقادیر زیر، می توان متوازی الاضلاعی رسم کرد که طول قطرهای آن برابر  $a$  و  $b$  و طول یکی از اضلاع آن برابر  $c$  باشد؟

$c = 3, b = 7, a = 4$  (۲)

$c = 5, b = 4, a = 3$  (۱)

$c = 2, b = 8, a = 4$  (۴)

$c = 5, b = 6, a = 4$  (۳)

۲۹- نقاط  $A$  و  $B$  و خط  $d$  در صفحه مفروض اند. تعداد نقاطی از خط  $d$  که فاصله یکسانی از نقاط  $A$  و  $B$  دارند، کدام نمی تواند باشد؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۳۰- طول ساق و قاعده مثلث متساوی الساقینی به ترتیب برابر  $x - 2$  و  $3x - 9$  است. محیط این مثلث چند مقدار طبیعی متمایز می تواند داشته باشد؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

فیزیک دهم

۳۱- در مدل سازی کدام یک از موارد زیر، می توانیم از اثر مقاومت هوا صرف نظر کنیم؟

- الف) افتادن برگ درخت  
 ب) حرکت توپ بسکتبال به سمت حلقه  
 پ) هل دادن یک جسم نسبتاً بزرگ  
 ت) سقوط چتربازی با چتر باز شده
- (۱) «الف» و «ب»  
 (۲) «ب» و «پ»  
 (۳) «ب» و «ت»  
 (۴) «الف» و «ت»

۳۲- در کدام مورد یا موارد زیر، کمیت فرعی به همراه یکای فرعی آن در SI به درستی بیان شده است؟

الف) انرژی -  $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$

ب) فشار -  $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$

پ) نیرو -  $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

- (۱) «الف» و «ب»  
 (۲) «ب»  
 (۳) «الف» و «ب»  
 (۴) «ب» و «پ»

۳۳-  $A, B, C$  و  $D$  کمیت های فیزیکی هستند و رابطه  $A = BC + D$  بین آن ها برقرار است. اگر یکای کمیت  $C$  در SI ثانیه و کمیت  $D$  سرعت باشد،  $B$  چه کمیتی است؟

- (۱) سرعت (۲) شتاب (۳) زمان (۴) طول

۳۴- مقدار دو کمیت فیزیکی  $\frac{\text{mg}}{\text{m.s}^2}$  و  $\frac{\text{mN}}{\text{ng}}$  است. مقدار این دو کمیت برحسب یکاهای SI به

ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱)  $۵/۲ \times ۱۰^۲$  و  $۱/۷ \times ۱۰^۳$   
 (۲)  $۵/۲ \times ۱۰^۵$  و  $۱/۷ \times ۱۰^۶$   
 (۳)  $۵/۲ \times ۱۰^۲$  و  $۱/۷ \times ۱۰^۶$   
 (۴)  $۵/۲ \times ۱۰^۵$  و  $۱/۷ \times ۱۰^۳$

۳۵- کامیونی حامل ۲ خروار هندوانه و ۲۵۰ من تبریز طالبی است. جرم کل بار این کامیون چند مثقال است؟

(۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز و ۱ من تبریز = ۴۰ سیر و ۱ سیر = ۱۶ مثقال)

- (۱) ۱۴۴۰۰۰ (۲) ۱۶۰۰۰۰ (۳) ۱۲۸۰۰۰ (۴) ۲۸۸۰۰۰

محل انجام محاسبات

۳۶- سریع‌ترین رشد گیاه متعلق به گیاهی موسوم به هِسپروپوکا است که در مدت ۱۴ روز،  $3/7 \text{ m}$  رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه برحسب میکرون بر ثانیه تقریباً چه قدر است؟

۱)  $183$       ۲)  $73/4$       ۳)  $6/12$       ۴)  $3/06$

۳۷- یک میکروقرن تقریباً چند درصد بیشتر از یک سخرنانی  $50^\circ$  دقیقه‌ای است؟ (یک سال را  $365$  روز در نظر بگیرید.)

۱)  $0/5$       ۲)  $10$       ۳)  $2$       ۴)  $5$

۳۸- طول کل خطوط انتقال نفت خام، گاز و سایر فراورده‌های سوختی در ایران  $389 \times 10^5 \text{ m}$  و زمان تقریبی بین دو ضربان عادی قلب  $0/8 \text{ s}$  است. طول کل خطوط انتقال برحسب کیلومتر و زمان تقریبی بین دو ضربان عادی قلب برحسب میلی‌ثانیه و به صورت نمادگذاری علمی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱)  $3/89 \times 10^7$  و  $8 \times 10^{-1}$       ۲)  $3/89 \times 10^4$  و  $8 \times 10^{-1}$

۳)  $3/89 \times 10^4$  و  $8 \times 10^2$       ۴)  $3/89 \times 10^7$  و  $8 \times 10^2$

۳۹- آزمایشگری در حال اندازه‌گیری طول یک جسم است. کدام موارد از عبارتهای زیر، خطای اندازه‌گیری را کاهش می‌دهد؟

الف) استفاده از ابزار رقمی (دیجیتال)

ب) استفاده از ابزار دقیق

پ) استفاده از ابزار مدرج (درجه‌بندی شده)

ت) روش صحیح اندازه‌گیری

۱) «ب» و «پ»      ۲) «ب» و «ت»

۳) «الف» و «ت»      ۴) «الف» و «ب»

۴۰- تندی متوسط یک کشتی،  $20$  گره دریایی است. این کشتی در مدت زمان  $90$  دقیقه، چه مسافتی را برحسب مایل طی می‌کند و تندی متوسط آن چند مایل بر ساعت است؟ (هر گره دریایی را  $0/5 \text{ m/s}$  و هر مایل دریایی را  $1800 \text{ m}$  در نظر بگیرید.)

۱)  $20$  و  $30$       ۲)  $0/5$  و  $1/3$       ۳)  $30$  و  $1/3$       ۴)  $0/5$  و  $20$

۴۱- تندی سنج شکل زیر، برحسب دو یکای  $\text{km/h}$  و  $\text{mph}$  به طور مجزا درجه‌بندی شده است. دقت درجه‌بندی

مایل بر ساعت ( $\text{mph}$ ) معادل چند متر بر ثانیه است؟

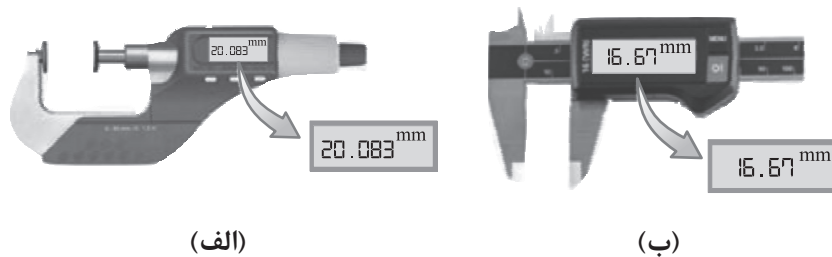


۱)  $40/9$       ۲)  $25/6$

۳)  $80/9$       ۴)  $25/3$

محل انجام محاسبات

۴۲- کدام یک از ابزارهای اندازه‌گیری زیر، ریزسنج نام دارد و دقت اندازه‌گیری کولیس چند سانتی‌متر است؟



- (الف) (ب) (۲) الف - ۰/۰۱ (۳) ب - ۰/۰۱ (۴) الف - ۰/۰۰۱ (۱) ب - ۰/۰۰۱

۴۳- مخزن آبی با حجم  $5400 \text{ m}^3$  کاملاً از آب پر شده است. اگر تمام آب این مخزن را در مدت ۱۰ ساعت تخلیه کنیم، چند کیلوگرم آب در هر ثانیه از مخزن خارج شده است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ )

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱/۵

۴۴- دو کره توپر A و B از یک سنگ همگن بریده شده‌اند. شعاع کره A،  $4/5 \text{ cm}$  و جرم کره B، ۸ برابر جرم کره A است. شعاع کره B چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲/۲۵ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۳۶

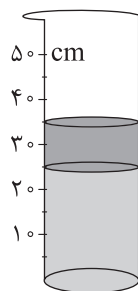
۴۵- چگالی جسم A، نصف چگالی جسم B و حجم  $160 \text{ g}$  از جسم B، برابر با  $20 \text{ cm}^3$  است. جرم  $15 \text{ cm}^3$  از جسم A، چند گرم است؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۶۰ (۳)  $\frac{15}{16}$  (۴) ۱۲۰

۴۶- شعاع کره توپر A، ۴۰ درصد کم‌تر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A،  $\frac{1}{4}$  برابر جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

- (۱) ۳۱/۵ (۲) ۳/۴ (۳) ۱۵/۷ (۴) ۵۶/۲

۴۷- مطابق شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشده با چگالی‌های  $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$  و  $\rho_2 = 1/2 \text{ g/cm}^3$  در یک استوانه با شعاع مقطع  $1 \text{ m}$  ریخته شده است. جرم کل مایع‌های درون استوانه چند کیلوگرم است؟



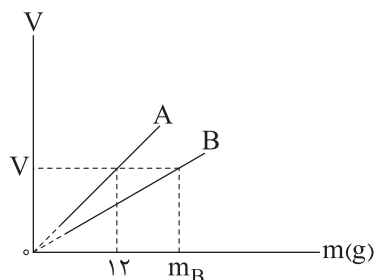
- (۱) ۱۱۶۱/۸ (۲) ۱۲۵۶ (۳) ۳۷۰ (۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

۴۸- یک ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع  $5 \text{ cm}^2$  حاوی  $1/5 \text{ L}$  آب است. درون این ظرف، یک قطعه فلزی با جرم  $3 \text{ kg}$  و چگالی  $5 \text{ g/cm}^3$  و یک قطعه فلزی دیگر با جرم  $54 \text{ g}$  و چگالی  $6000 \text{ kg/m}^3$  را می‌اندازیم. در این حالت، ارتفاع آب نسبت به قبل از انداختن قطعه‌ها چند سانتی‌متر تغییر کرده است؟ (هر دو قطعه درون آب فرو می‌روند و  $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$  است.)

- (۱) ۱۲      (۲)  $7/8$       (۳)  $16/8$       (۴) ۳

۴۹- نمودار حجم بر حسب جرم دو جسم A و B مطابق شکل زیر است.  $m_B$  چند گرم است؟ ( $\rho_A = 2700 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_B = 3600 \text{ kg/m}^3$ )



(۱) ۱۶

(۲) ۱۴۴

(۳) ۴۸

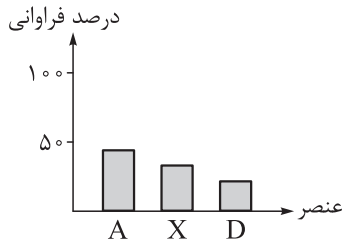
(۴) ۸۱

۵۰- دو مایع A و B و هر یک با جرم  $m$  را داخل ظرفی می‌ریزیم و بایکدیگر مخلوط می‌کنیم، سپس مایع A با جرم  $m$  را با مایع مخلوط شده در ظرف دیگری می‌ریزیم و با هم مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط نهایی چند گرم بر لیتر است؟ ( $\rho_B = 2 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_A = 1 \text{ g/cm}^3$ ) و از تغییر حجم در اثر مخلوط صرف نظر شود.)

- (۱) ۱۵۰۰      (۲)  $1/2$       (۳)  $1/5$       (۴) ۱۲۰۰

شیمی دهم

۵۱- نمودار زیر مربوط به درصد فراوانی سه عنصر فراوان تر یکی از سیاره‌های زمین یا مشتری است. با توجه به آن، کدام مطلب درست است؟



- (۱) نمودار داده شده، مربوط به مشتری است و A همان هیدروژن است.
- (۲) نمودار داده شده مربوط به زمین است و D همان کربن است.
- (۳) عنصر X، جزء عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر دو سیاره زمین و مشتری است.
- (۴) عنصر A، نخستین عنصری است که پس از مهبانگ، پا به عرصه جهان گذاشته است.

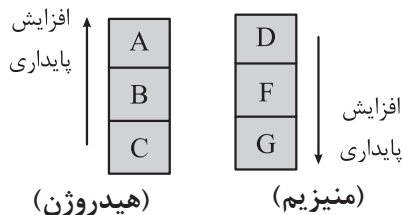
۵۲- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) شمار عناصر طبیعی در جدول تناوبی، به تقریب ۳/۵ برابر شمار عناصر ساختگی در آن است.
- (۲) خواص شیمیایی عنصری با عدد اتمی ۹، شبیه به خواص شیمیایی X<sub>۱۷</sub> است.
- (۳) در اتم  ${}^A_Z E$ ، اگر مقدار A - Z برابر تعداد پروتون‌ها باشد، شمار هر یک از ذره‌های زیراتمی در اتم E برابر است.
- (۴) تعداد نوترون‌ها در پایدارترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، برابر با تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن است.

۵۳- شمار الکترون‌های  ${}^{۴۴}_{۳۶} A$ ، ۸/۰ برابر شمار نوترون‌های کدام گونه است؟

- (۱)  ${}^{۸۰}_{۳۵} X$       (۲)  ${}^{۵۵}_{۲۵} M^{۲+}$       (۳)  ${}^{۱۲۰}_{۵۰} Z$       (۴)  ${}^{۱۲۷}_{۵۳} D^{-}$

۵۴- در شکل زیر، ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن و منیزیم بر حسب افزایش پایداری آن‌ها مرتب شده‌اند. بر این اساس، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (n، نماد نوترون و p، نماد پروتون است.)



- (الف) از میان ایزوتوپ‌های داده شده، فقط در دو مورد،  $n \leq p$  است.
- (ب) شمار نوترون‌ها در اتم G، ۴ برابر مجموع شمار نوترون‌ها در دو اتم B و C است.
- (پ) شمار الکترون‌ها در  $F^{۲+}$ ، با شمار الکترون‌ها در  $D^{۲+}$  برابر است.

(ت) ایزوتوپ D نسبت به سایر ایزوتوپ‌های منیزیم در طبیعت، فراوانی کم‌تر و عدد جرمی بزرگ‌تری دارد.

- (۱) الف - ت      (۲) الف - پ      (۳) ب - پ      (۴) ب - ت

۵۵- برای یون  ${}^A_Z Y^{۴+}$ ، رابطه  $A = ۲/۵Z + ۲$  برقرار است. اگر یون  $Y^{۲+}$ ، در مجموع دارای ۲۸۷ ذره زیراتمی باشد، نسبت شمار الکترون‌ها به نوترون‌ها در یون  $Y^{۴+}$  کدام است؟

- (۱) ۰/۳۹۶      (۲) ۰/۶۲۴      (۳) ۰/۶۴      (۴) ۰/۷۸

محل انجام محاسبات

۵۶- کدام یک از موارد زیر، درباره ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن درست است؟

(۱) سبک‌ترین آن‌ها، نیم‌عمری در حدود ۱۲ سال دارد.

(۲) ناپایدارترین آن‌ها، در هسته خود ۷ نوترون دارد.

(۳) با افزایش شمار نوترون‌های آن‌ها، نیم‌عمر آن‌ها به طور منظم کاهش می‌یابد.

(۴) در همه آن‌ها، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی بزرگ‌تر از ۳ است.

۵۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ (نماد اتم‌های نیتروژن و اکسیژن به ترتیب به صورت  ${}^{14}_7\text{N}$  و  ${}^{16}_8\text{O}$  است.)

• در دود سیگار و قلیان، مقدار بسیار کمی مواد پرتوزا وجود دارد که ممکن است خطرناک باشند.

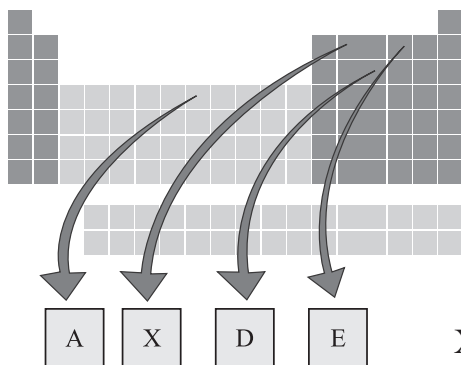
• پاسخ به پرسش «جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟» در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.

• در هر واحد از یون  $\text{NO}_3^-$ ، در مجموع ۶۳ ذره زیراتمی باردار وجود دارد.

• از مواد پرتوزا می‌توان در پزشکی استفاده کرد ولی نمی‌توان از آن‌ها در تولید انرژی الکتریکی بهره گرفت.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- با توجه به جدول زیر، هر یک از توضیحات زیر را به ترتیب به کدام عنصرها می‌توان نسبت داد؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



• تفاوت شماره دوره و گروه آن در جدول برابر ۱۲ است.

• تفاوت عدد اتمی آن با تعداد کل عنصرهای شناخته‌شده، برابر

با تعداد عنصرهای طبیعی است.

• با عنصری که اتم آن ۱۶ الکترون دارد، خواص شیمیایی مشابهی دارد.

(۱) E, A, X (۲) X, A, D

(۳) E, D, X (۴) A, E, D

۵۹- در نمونه‌ای ۱۵۰۰ اتمی شامل ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم ( ${}^{24}\text{Mg}$ )، شمار نوترون‌ها، ۱۵۵ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها

است. اگر درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ در این نمونه برابر ۸۰٪ باشد، درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۶۰- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون  $\text{X}^{3+}$  برابر ۲۸ باشد، کدام اتم را می‌توان ایزوتوپ اتم X در نظر گرفت؟

(۱)  ${}^{140}_{54}\text{A}$  (۲)  ${}^{139}_{56}\text{D}$  (۳)  ${}^{141}_{57}\text{M}$  (۴)  ${}^{142}_{56}\text{E}$

محل انجام محاسبات





۶۶- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) جدول دوره‌ای امروزی براساس افزایش جرم اتمی عنصرها مرتب شده است.
- (۲) پسماند راکتورهای اتمی، خطرناک نیست و خاصیت پرتوزایی ندارد.
- (۳) گاز اکسیژن ( $O_2$ ) را برخلاف هلیوم (He)، نمی‌توان عنصر در نظر گرفت.
- (۴) هنگام عکس‌برداری از دندان‌ها در رادیولوژی، با پوشش‌های سربی از غده تیروئید محافظت می‌شود.

۶۷- کدام یک از موارد زیر در رابطه با عنصر تکنسیم درست است؟

- (۱) شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا است و در تصویربرداری پزشکی کاربرد دارد.
- (۲) نماد این عنصر به صورت  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  بوده و نسبت  $\frac{n}{p}$  در آن بیشتر از این نسبت در  ${}^3_1\text{H}$  است.
- (۳) غده تیروئید به همراه جذب یون یدید، یون تکنسیم را نیز جذب می‌کند.
- (۴) در واکنشی که تکنسیم توسط آن تولید می‌شود، همانند واکنش تبدیل هیدروژن به هلیوم پس از مه‌بانگ، انرژی آزاد می‌شود.

۶۸- چند مورد از ویژگی‌های زیر در ایزوتوپ‌های مربوط به یک عنصر، یکسان است؟

• خواص شیمیایی

• چگالی

• نسبت شمار الکترون‌ها به پروتون‌ها

• مجموع ذرات داخل هسته اتم

• جایگاه آن‌ها در جدول دوره‌ای

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۹- عنصر X دارای سه ایزوتوپ با جرم‌های سبک، متوسط و سنگین است؛ به طوری که با دریافت دو الکترون توسط هر اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر، عدد جرمی این ایزوتوپ دو برابر تعداد الکترون‌های آن می‌شود. اگر به ازای ۲ ایزوتوپ سبک‌تر، ۴ ایزوتوپ سنگین‌تر و به ازای هر ایزوتوپ سبک‌تر، ۲ ایزوتوپ با جرم متوسط در نمونه X وجود داشته باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کدام است و در هر اتم از آن، اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها چه قدر است؟

(۱) ۵ - ۵۰ (۲) ۴ - ۵۰ (۳) ۴ - ۴۰ (۴) ۵ - ۴۰

۷۰- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) اطلاعاتی که توسط فضاپیمای وویجر به زمین مخابره می‌شوند، می‌توانند شامل نوع عناصر سازنده سیاره‌ها باشند.
- (۲) با انجام واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها، عناصر سبک‌تر به عناصر سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.
- (۳) با کاهش دما پس از مه‌بانگ، عناصر سبک‌تر متراکم شدند و مجموعه‌هایی سنگی را پدید آوردند.
- (۴) انرژی آزادشده در واکنش‌های هسته‌ای آن قدر زیاد است که می‌تواند صدها میلیون تن فولاد را ذوب کند.

محل انجام محاسبات

مهم ترین ویژگی های آزمون های خیلی سبز در پایه های دهم و یازدهم:

- ۱- برگزاری دست کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
- ۲- برگزاری آزمون های ویژه برای زمان های خاص (میان ترم، ترم، پس از عیدو...)
- ۳- امکان جبران عقب ماندگی ها یا دوره مطالب برای تثبیت آنها

پاسخ نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی  
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com



# پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله اول

پایه دهم

تاریخ برگزاری: ۲۷/مهر/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	بهاره خزاعی - علی شهبازی - امید غیور - میلاد منصوری
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاهر شعاعی - حسین هاشمی طاهری - صبا مهدوی
فیزیک (۱)	علیرضا گونه - علیرضا عبداللهی - فرزاد نامی
شیمی (۱)	محمد کهنه پوشی - یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	شقایق راهبریان	میلاد منصوری	شقایق راهبریان میلاد منصوری	علی شهبازی سجاد داوطلب	مهدی خوش نویس منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	زهره جالینوسی	مهدی خوش نویس ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	علیرضا گونه	علیرضا گونه	علیرضا جباری	ماهان فنی فر	مدیا عیدی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
شیمی (۱)	یاسر عبداللهی	محمد کهنه پوشی	محمد کهنه پوشی	مهسا خاکی	هومن زندی صدرا عبادی محسن مجنونى

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانیپور



## ریاضی دهم

فرض کنید  $A = (-1, 3)$  و  $B = (1, 5)$  باشد. در این صورت مجموعه اعضای که فقط متعلق به یکی از این دو مجموعه هستند، کدام است؟

یعنی از اجتماعشون، قسمت‌های مشترک رو برداریم:  $(A \cup B) - (A \cap B)$

$$(-1, 1] \cup [3, 5) \quad (1)$$

$$(-1, 5) \quad (2)$$

$$(-1, 5) - \{1, 3\} \quad (3)$$

$$[3, 5) \quad (4)$$

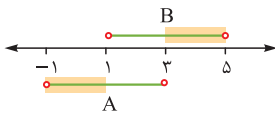
مجموعه  $(A \cup B) - (A \cap B)$  را به دست آورید.

**Hint**

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، آن‌گاه مجموعه اعضای که:

$A - B$	فقط به $A$ تعلق دارند:
$B - A$	فقط به $B$ تعلق دارند:
$A \cup B$	به $A$ یا $B$ تعلق دارند:
$(A \cup B) - (A \cap B)$	به دقیقاً یکی از $A$ یا $B$ تعلق دارند:

**درس‌Box**



گام اول: بهترین کار نمایش روی محور است: **پاسخ خیلی تشریحی** ✓

گام دوم: در اصل قسمت‌هایی مد نظر ما هست که مشترک نیستند. طبق محور بالا این قسمت‌ها به صورت زیر هستند:

$$(-1, 1] \cup [3, 5)$$

اگر  $[2, 8] \cap [5, 10] = [a, b]$  باشد، آنگاه مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid a \leq x < b\}$  شامل چند عضو است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)



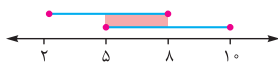
اشتراک بازه‌ها را روی محور به دست آورید.

**Hint**

**دربش Box**

بازه‌ها

مجموعه‌ای	چگونه نشان می‌دهیم؟		بازه‌ای	چگونه خوانده می‌شود؟
	هندسی	بازه‌ای		
$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$			$(a, +\infty)$	بازه باز
$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$			$(-\infty, b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$			$(a, b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$			$[a, b]$	بازه بسته
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$			$(a, b]$	بازه نیم‌باز
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$			$[a, b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$			$[a, +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$			$(-\infty, b]$	



$$[a, b] = [5, 8]$$

گام اول: اشتراک دو بازه داده شده را به دست می‌آوریم: **پاسخ خیلی تشریحی**

گام دوم: پس  $a = 5$  و  $b = 8$  است. بنابراین مجموعه  $A$  به صورت زیر درمی‌آید:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid \underset{5}{a} \leq x < \underset{8}{b}\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x < 8\}$$

گام سوم: اعداد طبیعی موجود در بازه  $5 \leq x < 8$ ، برابر ۵، ۶ و ۷ است که تعداد آن‌ها سه‌تا است.

فرض کنید  $A = (a - 2 \text{ و } 2a + 1)$  است. حدود  $a$  کدام باشد تا  $2 \in A$  و  $3 \notin A$  ؟

$$(2) (2, 3)$$

$$(1) (1, \frac{1}{3})$$

$$(4) (\frac{1}{3}, 5)$$

$$(3) (\frac{1}{3}, 4)$$

کافی است  $a - 2 < 2 \leq 2a + 1$  را حل کنید و عدد 3 را بیرون بازه نگه دارید.

**Hint**

منظور از بازه  $(m, n)$  همه اعداد حقیقی ای مانند  $x$  است که  $m < x \leq n$  است. بازه‌ها، مجموعه‌هایی نامتناهی هستند که هم شامل اعداد گویا و هم اعداد گنگ هستند. در بازه  $(m, n)$  یا  $(m, n]$  یا ... یک شرط پنهان وجود دارد:  $m < n$ .

**درس‌Box**

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ گام اول: نامعادله  $a - 2 < 2 \leq 2a + 1$  را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a - 2 < 2 \\ \text{و} \\ 2 \leq 2a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 4 \\ \text{و} \\ \frac{1}{3} \leq a \end{cases} \xrightarrow{\text{«و» یعنی اشتراک}} a \in [\frac{1}{3}, 4) \quad (1)$$

برای حل این گونه نامعادلات، یک بار سمت راست و یک بار سمت چپ را حل می‌کنیم و بین جواب‌ها، اشتراک می‌گیریم:

**نکته**

$$\underbrace{A < B < C}_{\text{سمت راست}} \\ \text{سمت چپ}$$

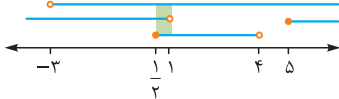
گام دوم: عدد 3 را بیرون بازه نگه می‌داریم. یعنی داریم:

$$\begin{cases} 3 \leq a - 2 \\ \text{یا} \\ 2a + 1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \leq a \\ \text{یا} \\ a < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{«یا» یعنی اجتماع}} a \in (-\infty, 1) \cup [5, +\infty) \quad (2)$$

گام سوم: شرط بازه بودن را فراموش نکنیم:

$$a - 2 < 2a + 1 \Rightarrow -3 < a \quad (3)$$

گام چهارم: از اشتراک (3) و (2) و (1) روی محور نتیجه می‌گیریم:



ناحیه مشترک  $(\frac{1}{3}, 4)$  است.



حدود  $a$  کدام باشد تا  $(a-1, 3a) \subseteq (6, 2a+8)$  باشد؟

(۲)  $(5, 6)$

(۱)  $[6, 9]$

(۴)  $[7, 8]$

(۳)  $(5, 9)$

۴



درس Box

شرط این که  $(m, n) \subseteq (c, d)$  باشد، این است که:

$$\begin{cases} c \leq m \\ \text{و} \\ d \geq n \end{cases}$$

به عنوان مثال  $(3, 5) \subseteq (1, 6)$  است.

اما اگر بازه سمت چپ بسته باشد، کمی شرایط تغییر می‌کند؛ مثلاً شرط  $[m, n] \subseteq (c, d)$  این است که:

$$\begin{cases} c < m \\ \text{و} \\ d > n \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: شرط بازه بودن را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} a-1 < 3a \\ \text{و} \\ 6 < 2a+8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < a \\ \text{و} \\ -1 < a \end{cases} \Rightarrow a \in (-\frac{1}{2}, +\infty) \quad (*)$$

گام دوم: بنا به درس باکس بالا داریم:

$$\begin{cases} 6 \leq a-1 \\ \text{و} \\ 2a+8 \geq 3a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 \leq a \\ \text{و} \\ a \leq 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{«و» یعنی اشتراک}} a \in [7, 8] \quad (**)$$

از (\*) و (\*\*) اشتراک می‌گیریم و به جواب  $a \in [7, 8]$  می‌رسیم.

اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid n^2 - 1 < m < 3^n + 2^n + 1\}$  باشد، آن گاه تعداد اعضای  $(A_4 - A_3)$  چندتا از تعداد اعضای  $(A_4 - A_1)$  بیشتر است؟

۴۸ (۴)

۵۴ (۳)

۶۲ (۲)

۶۸ (۱)


**Hint**

برای به دست آوردن  $A_1, A_2, \dots$  باید جای  $n$  اعداد  $1, 2, \dots$  را قرار دهید.

**نکته**

تعداد عناصر مجموعه  $\{a, a+1, a+2, \dots, b\}$  برابر با  $b-a+1$  است.

**پاسخ خیلی تشریحی**

گام اول:  $A_1, A_2, A_3, A_4$  را نیاز داریم، پس همه را به دست می آوریم:

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid 0 < m < 6\} = \{1, 2, \dots, 5\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid 3 < m < 14\} = \{4, 5, \dots, 13\}$$

$$A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid 8 < m < 36\} = \{9, 10, \dots, 35\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid 15 < m < 98\} = \{16, 17, \dots, 97\}$$

گام دوم:  $(A_4 - A_3)$  و  $(A_4 - A_1)$  را تشکیل می دهیم:

$$A_4 - A_1 = \{6, 7, \dots, 13\} \Rightarrow n(A_4 - A_1) = 13 - 6 + 1 = 8$$

$$A_4 - A_3 = \{36, 37, \dots, 97\} \Rightarrow n(A_4 - A_3) = 97 - 36 + 1 = 62$$

بنابراین اختلاف مورد نظر  $62 - 8 = 54$  است.

اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ،  $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$  و  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  باشد. آن گاه کدام یک از اعداد زیر به  $(A - B) \cup (B - C)$  تعلق ندارد؟

۱۵ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا  $(A - B)$  و  $(B - C)$  را می‌نویسیم:

$$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B - C = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} - \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} = \{3, 13, 15\}$$

گام دوم: حالا اجتماع اعضای  $(A - B)$  و  $(B - C)$  را می‌نویسیم:

$$(A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\} \cup \{3, 13, 15\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 13, 15\}$$

که ۹ عضو این مجموعه نیست.

مجموعه  $((A' - B) \cap (A - B')) \cup (A - (A' \cup B'))$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر همواره برابر است؟

- $A - B'$  (۱)       $A$  (۲)  
 $A - B$  (۳)       $A - B'$  (۴)



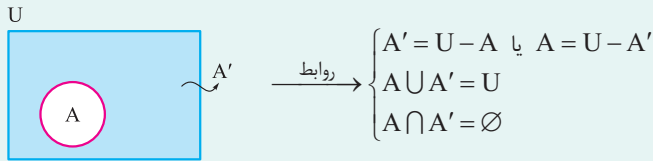
**Hint**

**درسی Box**

از داخلی‌ترین پرانتزها، شروع به ساده‌کردن کنید.

مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه

- مجموعه مرجع: مجموعه‌ای که تمام مجموعه‌های مورد بحث (در سؤال) در آن تعریف می‌شوند، مجموعه مرجع نام دارد. معمولاً آن را با  $U$  (یا  $M$ ) نشان می‌دهیم.
- متمم مجموعه  $A$ : شامل تمام عضوهای مجموعه مرجع است که در خود  $A$  نیستند و آن را با  $A'$  نشان می‌دهیم.



قوانین دمورگان در حل این نوع تست‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند:

۱)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$       ۲)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

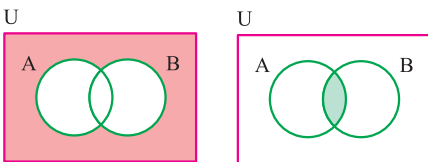
علاوه بر آن، سه قانون مهم دیگر عبارت‌اند از:

۳)  $(A')' = A$   
 ۴)  $A - B = A - (A \cap B)$   
 ۵)  $A - B = A \cap B'$

**پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول:** از پرانتز سمت چپ شروع می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} A' - B \xrightarrow[\text{درس باکس}]{\text{طبق مورد ۵}} A' \cap B' \xrightarrow[\text{درس باکس}]{\text{طبق مورد ۱}} (A \cup B)' \\ A - B' \xrightarrow[\text{درس باکس}]{\text{طبق مورد ۵}} A \cap B \end{array} \right\} \text{اشتراک می‌گیریم: } (A \cup B)' \cap (A \cap B) = \emptyset$$

دلیل تهی بودن اشتراک بالا را به راحتی می‌توان روی نمودار ون دید:



$$(A \cup B)' \cap A \cap B = \emptyset$$

**گام دوم:** حالا به سراغ پرانتز سمت راست می‌رویم. طبق مورد (۲) درس باکس  $A' \cup B' = (A \cap B)'$  داریم:

$$A - (A' \cup B')' = A - ((A \cap B)')' = A - (A \cap B) \xrightarrow[\text{درس باکس}]{\text{طبق مورد ۴}} A - B$$

**گام سوم:** حالا باید بین جواب‌های هر دو پرانتز (جواب‌های گام اول و دوم)، اجتماع بگیریم:

$$\emptyset \cup (A - B) = A - B$$

اگر  $A - B = A$  باشد، آن گاه کدام مجموعه، زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی مثل  $C$  است؟

$$(A' \cup B)'$$
 (۲)

$$A' \cap B$$
 (۱)

$$(A \cup B)'$$
 (۴)

$$A \cap B'$$
 (۳)

از این که  $A - B = A$  هست، یک نتیجه مهم می‌تونی بگیری. از نمودار ون کمک بگیر و ببین چه موقع  $A - B = A$  می‌شود.

**Hint**

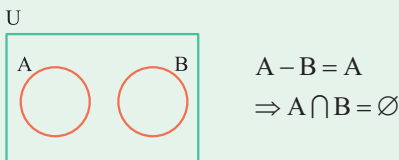
قوانین مهم مجموعه‌ها

درس‌بوک

فرم ریاضی		اسم قانون
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	جاب‌جایی
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	شرکت‌پذیری
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	پخش
$(A \cup B)' = A' \cap B'$	$(A \cap B)' = A' \cup B'$	دمورگان
$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$	جذب
$A - B = A \cap B'$		تبدیل تفاضل به اشتراک

فهمند این که  $A - B = A$  است، نتیجه می‌شود که  $A \cap B = \emptyset$  است. چرایی این را می‌توان از روی نمودار ون به سادگی

نکته



اگر این دو مجموعه اشتراک داشتند، دیگر  $A - B$  برابر با کل  $A$  نمی‌شد.

(۲) مجموعه تهی ( $\emptyset$ )، زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.

**گام اول:** از این که  $A - B = A$  است، نتیجه می‌گیریم که  $A \cap B = \emptyset$  است. هم‌چنین می‌دانیم که فقط مجموعه  $\emptyset$  زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی می‌تواند باشد. پس در بین گزینه‌ها باید دنبال گزینه‌ای باشیم که برابر با  $\emptyset$  باشد.  
**گام دوم:** گزینه‌ها را تک‌به‌تک بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$(۱) \text{ گزینه } A' \cap B \stackrel{\text{جاب‌جایی}}{=} B \cap A' \stackrel{\text{تبدیل اشتراک به تفاضل}}{=} B - A \quad \times$$

(در صورتی برابر با  $\emptyset$  می‌شود که  $A$  و  $B$  با هم برابر باشند.)

$$(۲) \text{ گزینه } (A' \cup B)' \stackrel{\text{دمورگان}}{=} ((A \cap B))' = (\emptyset)' = \emptyset \quad \checkmark$$

$$(۳) \text{ گزینه } A \cap B' \stackrel{\text{تبدیل اشتراک به تفاضل}}{=} A - B \quad \times \quad (\text{در صورتی برابر با } \emptyset \text{ می‌شود که } A \text{ و } B \text{ با هم برابر باشند.})$$

$$(۴) \text{ گزینه } (A \cup B)' = A' \cap B' \quad \times$$

۹

کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

الف) اعداد طبیعی که می‌توان آن‌ها را به صورت مجموع مربعات سه عدد طبیعی دیگر نوشت.

 ب) اعداد گویایی مانند  $\frac{a}{b}$  که از  $\frac{a}{b+1}$  کوچک‌تر هستند. ( $a, b \in \mathbb{N}$ )

۲) فقط ب

۱) فقط الف

۴) هیچ کدام

۳) الف و ب

**Hint** برای تشخیص این‌که مجموعه‌ای متناهی یا نامتناهی است، باید تعداد اعضای آن مجموعه را بشماریم. اگر این تعداد «عددی حسابی» بود، به آن مجموعه متناهی می‌گویند؛ ولی اگر این تعداد «بی‌نهایت» بود، به آن مجموعه نامتناهی می‌گویند.

مجموعه تهی ( $\emptyset$ )، متناهی است.

هر مجموعه را در یک گام بررسی می‌کنیم:

**گام اول:** مجموعه «الف» نامتناهی است. هر عددی به فرم  $a^2 + b^2 + c^2$  که  $a, b, c \in \mathbb{N}$  باشند، در این مجموعه قرار دارد. به

عنوان مثال اعداد  $4, 1+1+4, 36+9+4, 25+25+25, \dots$  همگی عضو این مجموعه‌اند.

**گام دوم:** این مجموعه  $\emptyset$  است، زیرا در اعداد مثبت ( $a, b \in \mathbb{N}$ )، بزرگ کردن مخرج باعث کوچک شدن کسر می‌شود؛ بنابراین فقط «الف» نامتناهی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر  $A = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ ،  $B = \{\frac{n}{n} | n \in \mathbb{N}\}$  و  $C = \{\frac{1}{2n+1} | n \in \mathbb{N}\}$  باشند، آن گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر، متناهی است؟

$$B - C \quad (2)$$

$$B \cap C \quad (1)$$

$$A \cap B \quad (4)$$

$$A \cap B' \quad (3)$$

با عدد دادن به  $n$ ، چندتا عضو اول هر مجموعه رو بنویس تا راحت‌تر بتونی گزینه‌ها رو بررسی کنی.

**Hint**

**گام اول:** ابتدا اعضای مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را مشخص می‌کنیم تا بتوانیم به بررسی گزینه‌ها بپردازیم:

$$A = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$$

$$B = \{\frac{n}{n} | n \in \mathbb{N}\} = \{1, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots\}$$

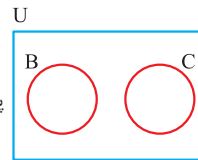
$$C = \{\frac{1}{2n+1} | n \in \mathbb{N}\} = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots\}$$

**گام دوم:** حالا هر گزینه را در یک گام بررسی می‌کنیم:

$B \cap C$ : همان‌طور که در گام اول اعضای مجموعه  $B$  را نوشتیم، مشخص است که همهٔ عناصر  $B$ ، مخرج زوج دارند. چرا؟ چون عامل ۲ در همهٔ مخرج‌ها وجود دارد؛ در صورتی که مجموعه  $C$  دارای مخرج فرد هستند؛ پس این دو مجموعه هیچ اشتراکی ندارند و  $B \cap C = \emptyset$ .

پس این مجموعه متناهی است و جواب سؤال گزینهٔ (۱) است و به بررسی گزینه‌های دیگر نیازی نیست، ولی ما برای تمرین بیشتر، گزینه‌های دیگر را هم بررسی می‌کنیم:

**گام سوم:** حالا می‌خواهیم اعضای  $B - C$  را مشخص کنیم. در گام اول فهمیدیم که این دو مجموعه هیچ اشتراکی ندارند، یعنی



این‌طوری هستند، پس  $B - C = B$  و خود  $B$  هم که نامتناهی است. چرا؟ چون می‌توانیم تا هر کجا که

می‌خواهیم به  $n$  عدد بدهیم و اعضای  $B$  رو بسازیم. تا بی‌نهایت!

**گام چهارم:** مجموعه  $A \cap B'$  برابر  $A - B$  است. باید تمام اعضای که در  $B$  هستند را از  $A$  کم کنیم. یعنی اعضای  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$

باقی می‌مانند که اعضای این مجموعه هم نامتناهی است.

**گام پنجم:** اعضای  $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{8}{8}, \frac{16}{16}, \dots$  همگی عضو  $A \cap B$  هستند. در اصل اون‌هایی که مخرج و صورتشون توانی از ۲

می‌شود؛ پس این مجموعه هم به همان دلیل بالا نامتناهی است.

۱۱

فرض کنید  $A = \{x \mid a - 2 < x \leq 6a\}$  و  $B = \{x \mid 0 \leq x + 2 < 4a + 2\}$  باشند. اگر مجموعه‌های  $A$  و  $B$  جدا از هم باشند، آن‌گاه حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, \frac{-2}{3})$       (۲)  $(-\infty, -1)$
- (۳)  $(\frac{-2}{5}, \frac{-1}{3})$       (۴)  $(\frac{-2}{5}, +\infty)$



نکته

فرض کنید  $[x_1, y_1]$  و  $[x_2, y_2]$  دو بازه با اشتراک  $\emptyset$  باشند. این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که:

$$\begin{cases} y_2 \leq x_1 \\ \text{یا} \\ y_1 < x_2 \end{cases}$$

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ **گام اول:** مجموعه  $A$  همان بازه  $[a - 2, 6a]$  است، اما مجموعه  $B$  را باید با حل  $0 \leq x + 2 < 4a + 2$  تعیین کنیم. برای این که  $x$  در وسط تنها شود، از طرفین نامساوی ۲ را کم می‌کنیم:

**گام دوم:** شرط بازه بودن را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} a - 2 < 6a \\ \text{و} \\ -2 < 4a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2}{5} < a \\ \text{و} \\ \frac{-1}{2} < a \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{5} < a$$

**گام سوم:** از نکته بالا استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} 6a \leq a - 2 \\ \text{یا} \\ 6a < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq \frac{-2}{3} \\ \text{یا} \\ a < \frac{-1}{3} \end{cases} \Rightarrow a < \frac{-1}{3}$$

$$\frac{-2}{5} < a < \frac{-1}{3}$$

از گام‌های دوم و سوم اشتراک می‌گیریم و داریم:



اگر  $n(A \cup B) = 38$  و  $n(A - B) = 3n(B - A) = 4n(A \cap B)$  باشد، تعداد اعضای  $A$  کدام است؟

۱۲

۳۲ (۴)

۲۸ (۳)

۳۰ (۲)

۲۶ (۱)

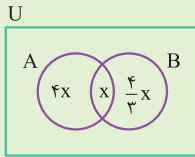


نمودار ون بکشید، قسمت اشتراک دو مجموعه را  $x$  در نظر بگیرید و تعداد اعضای بقیه مجموعه‌ها را برحسب آن بنویسید.

**Hint**

گام اول: نمودار ون می‌کشیم و قسمت اشتراک دو مجموعه را  $x$  در نظر می‌گیریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$n(A \cap B) = x$$

$$n(A - B) = 4n(A \cap B) = 4x$$

$$n(B - A) = \frac{4}{3}n(A \cap B) = \frac{4}{3}x$$

گام دوم: مجموع سه قسمت مشخص شده روی نمودار ون بالا، باید برابر با  $n(A \cup B) = 38$  باشد، پس:

$$4x + x + \frac{4}{3}x = 38 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{12 + 3 + 4}{3}x = 38$$

$$\Rightarrow \frac{19}{3}x = 38 \Rightarrow x = \frac{38 \times 3}{19} = 6$$

گام سوم: سؤال از ما تعداد اعضای  $A$  را می‌خواهد. به نمودار ون نگاه کنید؛ تعداد اعضای  $A$  برابر است با:

$$n(A) = 4x + x = 5x = 5 \times 6 = 30$$

۱۳

در یک کلاس ۳۶ نفره، ۱۵ نفر فقط به فوتبال علاقه‌مند هستند. اگر ۱۲ نفر به والیبال علاقه داشته باشند، چه تعداد از دانش‌آموزان به هیچ‌کدام از این دو رشته، علاقه‌مند نیستند؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



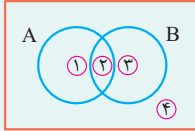
**مشاوره:** از تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی غافل نشوید. این سؤال از صفحه ۱۲ کتاب درسی گرفته شده است.

**Hint**

تعداد اعضای اشتراک را  $X$  بگیرید و بقیه قسمت‌ها را برحسب  $X$  بنویسید.

**دکتر Box**

U



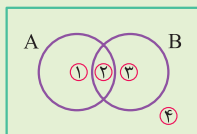
تقسیم نمودار ون مربوط به دو مجموعه  $A$  و  $B$  به چهار ناحیه:

$(A \cap B)'$ یا $A' \cup B'$	$(A \cup B)'$ یا $A' \cap B'$	$B'$	$A'$	$B - A$	$A - B$	$A \cup B$	$A \cap B$	$B$	$A$	مجموعه
۱, ۳, ۴	۴	۱, ۴	۳, ۴	۳	۱	۱, ۲, ۳	۲	۲, ۳	۱, ۲	شماره ناحیه‌ها

برای حل سؤالات تعداد اعضای مجموعه‌ها در حالی که دو مجموعه  $A$  و  $B$  در مجموعه مرجع  $U$  تعریف می‌شوند، گام‌های زیر را حل می‌کنیم:

گام اول	نمودار ون به صورت زیر می‌کشیم:
گام دوم	با ناحیه ۲ شروع می‌کنیم. اگر تعداد اعضایش را داشتیم، عددش را داخل ناحیه ۲ قرار می‌دهیم و اگر هم نداشتیم آن را $X$ می‌گیریم.
گام سوم	اعضای سه ناحیه دیگر را می‌نویسیم (نواحی ۱، ۳ و ۴). ممکن است بعضی از آن‌ها را برحسب $X$ بنویسیم.
گام چهارم	مجموع اعضای این چهار ناحیه را برابر با تعداد اعضای $U$ قرار می‌دهیم.

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ **گام اول:** با فرض این که  $A$  نمایشگر دانش‌آموزان علاقه‌مند به فوتبال و  $B$  نمایشگر دانش‌آموزان علاقه‌مند به والیبال است، نمودار ون می‌کشیم:



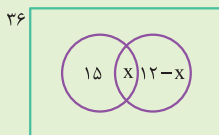
(۱) فقط علاقه‌مند به فوتبال

(۲) علاقه‌مند به هر دو رشته فوتبال و والیبال

(۳) فقط علاقه‌مند به والیبال

(۴) بی‌علاقه به هر دو رشته

**گام دوم:** با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون را به صورت مقابل تکمیل می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید ناحیه ۴ شامل  $9 = 36 - (15 + X + 12 - X)$  نفر است.

۲۰ درصد از جمعیت زنان یک شهر، هیچ‌گونه علاقه‌ای به آشپزی ندارند. اگر ۳۰ درصد مردانی که به آشپزی علاقه‌مندند، برابر با ۶ درصد کل جامعه باشند، آن‌گاه چنانچه فقط ۲۵ درصد مردان جامعه به آشپزی بی‌علاقه باشند، نسبت جمعیت مردان به زنان در این شهر کدام است؟

$$\frac{4}{11} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{13} \quad (۱)$$



جمعیت زنان را  $x$  و جمعیت مردان را  $y$  گرفته و اطلاعات مسئله را برحسب آن‌ها بنویسید.

گام اول: جمعیت زنان را  $x$  و جمعیت مردان را  $y$  در نظر می‌گیریم. اطلاعات مسئله چنین هستند:

$$\left. \begin{array}{l} \text{زنان} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{علاقه به آشپزی ندارند.} \\ \text{علاقه به آشپزی دارند.} \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \\ x \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{مردان} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{علاقه به آشپزی ندارند.} \\ \text{علاقه به آشپزی دارند.} \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} y \\ y \end{array}$$

گام دوم: حالا با توجه به اطلاعات به‌دست‌آمده در گام اول، اطلاعات مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$\frac{30}{100}(y) = \frac{6}{100}(x + y)$$

گام سوم: حالا کمی ساده‌سازی انجام می‌دهیم:

$$\frac{9}{40}y = \frac{3}{50}(x + y) \Rightarrow \frac{15}{4}y = x + y \Rightarrow \frac{11}{4}y = x \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{4}{11}$$

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جمله‌های سوم و هفتم یک الگوی خطی به ترتیب ۴ و ۱۰ هستند. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

۱۵

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)



مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۲ کنکور تجربی سال ۱۴۰۱ است.

درسی Box

الگوی خطی: الگو با جمله عمومی  $t_n = an + b$  را الگوی درجه یک یا الگوی خطی می‌نامیم.

مثلاً جملات الگوی  $t_n = 3n + 2$  به صورت مقابل‌اند:

$$5, 8, 11, 14, \dots$$

$\xrightarrow{+3}$     $\xrightarrow{+3}$     $\xrightarrow{+3}$

در الگوی خطی، مقداری ثابت به جملات اضافه می‌شود. (این مقدار ثابت همان ضریب  $n$  در جمله عمومی می‌باشد).

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: جمله عمومی را  $t_n = an + b$  می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} t_3 = 4 \\ t_7 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 4 \\ 7a + b = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب در } -1} \begin{cases} -3a - b = -4 \\ 7a + b = 10 \end{cases} \oplus \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

گام دوم: با قراردادن  $a = \frac{3}{2}$  در  $3a + b = 4$  به دست می‌آید:

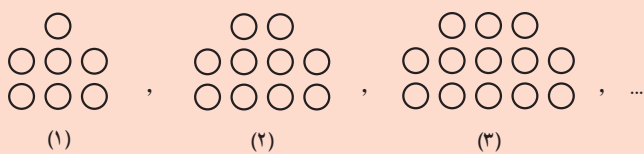
$$3a + b = 4 \Rightarrow 3\left(\frac{3}{2}\right) + b = 4 \Rightarrow b = 4 - \frac{9}{2} = \frac{8}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$$

گام سوم: جمله یازدهم یا همان  $t_{11}$  برابر است با:

$$t_{11} = 11a + b = \left(11 \times \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{33}{2} - \frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل پانزدهم کدام است؟

۱۶



۴۸ (۱)

۴۹ (۲)

۴۷ (۳)

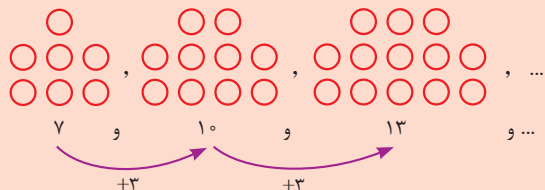
۵۰ (۴)



اعداد متناظر با تعداد دایره‌های هر شکل را بنویسید؛ سپس اختلاف بین جملات متوالی را پیدا کنید.

**Hint**

گام اول: تعداد دایره‌های هر شکل را زیرشان می‌نویسیم:

**پاسخ خیلی تشریحی**


گام دوم: اختلاف اعداد متوالی در الگوی بالا، عددی ثابت است؛ پس با یک الگوی درجه یک روبه‌رو هستیم:


 ضریب  $n$ ، همان اختلاف بین جملات متوالی یعنی عدد ۳ است؛ پس جمله عمومی آن به صورت  $t_n = 3n + b$  در می‌آید.

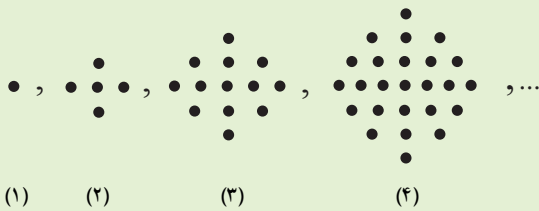
 گام سوم: جمله اول الگو ۷ است. با جای‌گذاری  $n = 1$  و  $t_1 = 7$ ، مقدار  $b$  را به دست می‌آوریم:

$$t_n = 3n + b \xrightarrow{n=1, t_1=7} t_1 = 3 \times 1 + b \Rightarrow 7 = 3 + b \Rightarrow b = 4$$

 گام چهارم: جمله عمومی الگو به صورت  $t_n = 3n + 4$  شد؛ پس جمله پانزدهم ( $n = 15$ ) برابر است با:

$$t_n = 3n + 4 \xrightarrow{n=15} t_{15} = 3 \times 15 + 4 = 45 + 4 = 49$$

در الگوی زیر، شکل نهم از چند نقطه تشکیل شده است؟



۱۲۳ (۱)

۱۳۵ (۲)

۱۴۴ (۳)

۱۴۵ (۴)

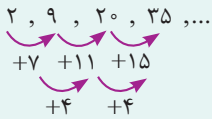
**مشاوره** این سؤال از فعالیت صفحه ۱۷ و ۱۸ کتاب درسی گرفته شده است.


**الگوی درجه دو**
**درس Box**

 جمله عمومی الگوی درجه دو به صورت  $t_n = an^2 + bn + c$  است.

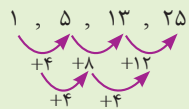
 مثلاً دنباله  $t_n = 2n^2 + n - 1$  یک دنباله درجه دو است. جملات آن به صورت زیر هستند.

مقداری که به جملات متوالی اضافه می شود را می نویسیم:


 در دنباله  $7, 11, 15, \dots$  اختلاف دو جمله متوالی همواره ۴ است.

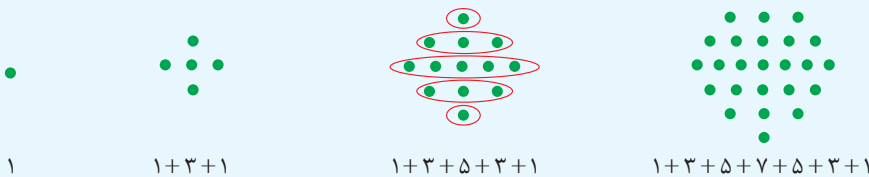
 نصف این عدد، همواره ضریب  $n^2$  در دنباله است. در این جا هم نصف عدد ۴، می شود ۲ که ضریب  $n^2$  در جمله عمومی است.

۱, ۵, ۱۳, ۲۵

**گام اول:** تعداد نقطه ها را می نویسیم:

**گام دوم:** برای پیدا کردن یک الگو، اختلاف جمله ها را می نویسیم:

**گام سوم:** اختلافها مضارب ۴ هستند؛ پس ادامه الگو را می نویسیم:

$$t_4 = \underbrace{16 + 20 + 24 + 28 + 32}_{\text{مرحله افزایش ۵}} = t_4 \Rightarrow t_4 = 25 + 120 = 145$$

**بهبور دیگره**
**گام اول:** تعداد نقاط هر شکل برابر است با:

**گام دوم:** دقت کنید که:

$$t_3 = (1+3) + 5 + (1+3) = 4 + 5 + 4 = 2^2 + 2^2 + 5$$

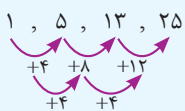
$$t_4 = (1+3+5) + 7 + (5+3+1) = 9 + 7 + 9 = 3^2 + 3^2 + 7$$

**گام سوم:** الگوی این اعداد را پیدا می کنیم:

$$t_n = (n-1)^2 + (n-1)^2 + 2n - 1 = 2(n-1)^2 + 2n - 1$$

**گام چهارم:** جمله نهم را به دست می آوریم:

$$t_9 = 2(8)^2 + 2 \times 9 - 1 = 128 + 17 = 145$$

**بهبور دیگره**
**گام اول:** بیایید این بار از روش اشاره شده در درس باکس استفاده کنیم؛ تعداد نقطه ها برابر است با:


$$t_n = 2n^2 + bn + c$$

 پس طبق درس باکس، ضریب  $n^2$  برابر است با  $\frac{4}{2} = 2$  و داریم:



گام دوم: حالا  $t_1$  و  $t_2$  را نوشته و دو معادله با دو مجهول  $b$  و  $c$  تشکیل می‌دهیم و  $b$  و  $c$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2 + a + b = 1 \\ t_2 = 8 + 2a + b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب در } -1} \begin{cases} -a - b = 1 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \oplus$$

$$a = -2$$

$a = -2$  را در یکی از معادلات بالا جای‌گذاری کرده و  $b$  را به دست می‌آوریم:  $a + b = -1 \xrightarrow{a=-2} -2 + b = -1 \Rightarrow b = 1$   
پس فرم کلی معادله ما به صورت  $t_n = 2n^2 - 2n + 1$  درآمد.

گام سوم:  $t_9$  را می‌خواهیم. پس برابر است با:

$$t_9 = 2(9)^2 - 2(9) + 1 = 2(81) - 18 + 1 = 145$$

در یک الگوی خطی، مجموع پنج جمله اول، برابر ۱۲ است. اگر مجموع جملات ششم تا دهم برابر ۱۸ باشد، فاصله دو جمله متوالی کدام است؟

$$\frac{3}{20} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{25} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{25} \quad (۱)$$

۱۸



جملات خواسته شده را بنویسید و تفاضل مورد نظر را محاسبه کنید.

**Hint**

در یک الگوی خطی همواره  $t_m - t_n = (m - n)a$  برقرار است. این الگوها از دستور  $t_n = an + b$  پیروی می کنند.

**نکته**

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ گام اول: اطلاعات مسئله را به زبان ریاضی می نویسیم:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + \dots + t_5 = 12 \\ t_6 + t_7 + \dots + t_{10} = 18 \end{cases} \xrightarrow{\text{منها}} \underbrace{(t_6 - t_1)}_{\text{طبق نکته می شه } 5a} + \underbrace{(t_7 - t_2)}_{\text{طبق نکته می شه } 5a} + \dots + \underbrace{(t_{10} - t_5)}_{\text{طبق نکته می شه } 5a} = 6$$

گام دوم: به کمک نکته بالا مقدار  $d$  را به دست می آوریم:

$$5a + 5a + \dots + 5a = 6 \Rightarrow 25a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{25}$$



در یک الگوی خطی جمله‌های ششم و دهم به ترتیب  $x + 2$  و  $x + 14$  هستند. در این الگو، جمله پنجم چند واحد از جمله دوم بزرگ‌تر است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۱۹



جمله عمومی الگوی خطی  $t_n = an + b$  است. در این الگو  $t_{10} - t_6 = 10a - 6a = 4a$  و  $t_5 - t_2 = 5a - 2a = 3a$  است.



Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: اختلاف جملات ششم و دهم برابر  $4a$  است، پس داریم:

$$t_{10} - t_6 = 4a \Rightarrow (x + 14) - (x + 2) = 12 = 4a \Rightarrow a = 3$$

گام دوم: اختلاف جمله پنجم از دوم برابر است با:

$$t_5 - t_2 = 3a \Rightarrow t_5 - t_2 = 3 \times 3 = 9$$

در دنباله  $a_n = \frac{5n+10}{2n-7}$ ، اگر  $a_m = \frac{3}{14} a_4$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

۲۰

جمله چندم برابر با  $a_m$  است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)



**Hint** با به دست آوردن  $a_4$ ، می‌تونی ادامه حل رو انجام بدی.

پاسخ خیلی تشریحی

**گام اول:** در صورت سؤال مقدار  $m$  را می‌خواهیم که به  $a_m$  وابسته است و  $a_4$  هم به  $a_4$  وابسته است.

$$a_4 = \frac{5 \times 4 + 10}{2 \times 4 - 7} = \frac{30}{1} = 30$$

پس ابتدا مقدار  $a_4$  را به دست می‌آوریم:

$$a_m = \frac{3}{14} \times 30 = \frac{90}{14} = \frac{45}{7}$$

**گام دوم:** حالا ببینیم  $a_m$  برابر چه عددی است:

**گام سوم:** این که  $a_m = \frac{45}{7}$  است، یعنی یکی از جملات دنباله برابر  $\frac{45}{7}$  است که در اصل جمله  $m$ ام است. حالا  $m$  را چه‌طور به

دست بیاریم؟ باید مقدار دنباله را در جمله  $m$ ام برابر  $\frac{45}{7}$  قرار بدیم:

$$\frac{5m+10}{2m-7} = \frac{45}{7} \Rightarrow 35m+70 = 90m-315$$

$$\Rightarrow 55m = 385 \Rightarrow m = \frac{385}{55} = 7$$

پس جمله  $7$ ام دنباله برابر  $\frac{45}{7}$  است.

چند نقطه متمایز در صفحه برای رأس  $A$  از مثلث  $ABC$  می توان پیدا کرد به طوری که فاصله رأس  $A$ ، هم از نقطه  $B$  و هم از پاره خط  $BC$  برابر با  $5$  باشد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

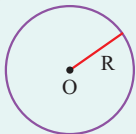


**مشاوره** این سؤال مفهوم مجموعه نقاط متساوی الفاصله از یک نقطه و از یک خط را بررسی می کند و مشابه سؤالی از کنکور ریاضی خراج ۹۹ طراحی شده است.

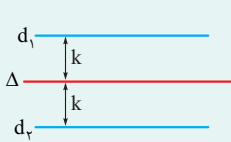
**Hint**

**کرتی Box**

مکان نقاطی که به فاصله  $5$  از نقطه  $B$  و نقاطی که به فاصله  $5$  از خط شامل پاره خط  $BC$  قرار دارند را به طور جداگانه رسم کنید.



(۱) مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه  $O$  واقع در آن صفحه به فاصله ثابت  $R$  باشند، روی دایره ای به مرکز  $O$  و شعاع  $R$  قرار دارند.

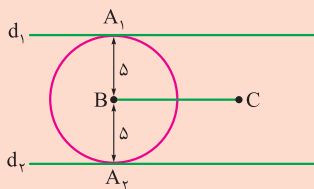


(۲) مجموعه نقاطی از یک صفحه که از یک خط مانند  $\Delta$  در آن صفحه به فاصله ثابت  $k$  باشند، دو خط موازی با آن خط هستند که در طرفین آن و به فاصله  $k$  از آن قرار گرفته اند.

**پاسخ خیلی تشریحی**

**گام اول:** مجموعه نقاطی از صفحه که به فاصله  $5$  واحد از رأس  $B$  باشند، روی دایره ای به مرکز  $B$  و شعاع  $5$  قرار دارند. از طرفی مجموعه نقاطی از صفحه که از پاره خط  $BC$  به فاصله  $5$  واحد باشند، دو خط موازی با این پاره خط و به فاصله  $5$  واحد در طرفین آن هستند.

**گام دوم:** دایره ای به مرکز  $B$  و دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی با  $BC$  را مطابق توضیحات گام اول رسم می کنیم. مطابق شکل دو خط  $d_1$  و  $d_2$  بر این دایره مماس هستند، پس این دو مجموعه در نقاط  $A_1$  و  $A_2$  دارای اشتراک بوده و در نتیجه دو نقطه متمایز برای رأس  $A$  وجود دارد.



سه خط متمایز  $d$ ،  $d'$  و  $L$  در نقطه  $A$  هم‌رس‌اند. حداکثر تعداد نقاطی که ممکن است روی خط  $L$  وجود داشته باشد (به جز نقطه  $A$ ) به گونه‌ای که از دو خط  $d$  و  $d'$  به یک فاصله باشند، کدام است؟

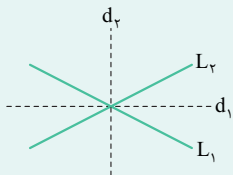
- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) بی‌شمار



دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  را رسم کنید و به یاد داشته باشید که خط  $L$  از نقطه تقاطع  $d$  و  $d'$  عبور می‌کند.

**Hint**

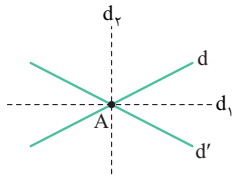
**درس‌Box**



مجموعه نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_2$  به یک فاصله باشند، نیمسازهای زوایایی هستند که از تلاقی این دو خط ایجاد می‌شوند. از آنجایی که زوایای مجاور بین دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_2$  مکمل یکدیگرند، نیمسازهای زوایای بین آن‌ها یعنی خطوط  $d_1$  و  $d_2$  همواره بر هم عمودند.

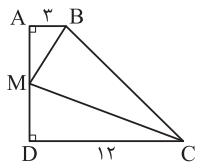
**گام اول:** مطابق درس باکس، مجموعه نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  به یک فاصله باشند، روی دو خط  $d_1$  و  $d_2$  (نیمسازهای زوایای بین  $d$  و  $d'$ ) قرار دارند که در شکل رسم شده‌اند.

**پاسخ خیلی تشریحی**



**گام دوم:** اگر خط  $L$  (گذرنده از نقطه  $A$ ) بر یکی از دو خط  $d_1$  یا  $d_2$  منطبق باشد، مسئله دارای بی‌شمار جواب است و در غیر این صورت مسئله جواب ندارد.

مطابق شکل در دوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$ ، نیمسازهای زوایای داخلی  $B$  و  $C$ ، یکدیگر را در نقطه  $M$  واقع بر ضلع  $AD$  قطع می‌کنند.



طول ضلع  $AD$  کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

**مشاوره** در این سؤال به مفهوم نیمساز یک زاویه مطابق با فعالیت و نتیجه صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی پرداخته شده است.

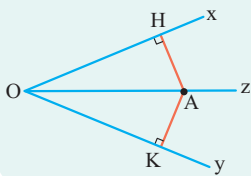


از نقطه  $M$  عمودی بر ضلع  $BC$  رسم کنید.

**Hint**

هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

**دریس** Box



$$A \in xOy \text{ نیمساز} \Leftrightarrow AH = AK$$

گام اول: از نقطه  $M$  عمود  $MH$  را بر ضلع  $BC$  رسم می‌کنیم؛ چون  $BM$  نیمساز زاویه  $B$  است، پس دو مثلث  $AMB$  و  $HMB$  به حالت برابری وتر و یک زاویه حاده همنهشت هستند و در نتیجه  $BH = AB = 3$  است. به طور مشابه  $CM$  نیمساز زاویه  $C$  است، پس دو مثلث  $MDC$  و  $MHC$  نیز به حالت برابری وتر و یک زاویه حاده همنهشت بوده و  $CH = CD = 12$  است. پس داریم:

$$BC = BH + CH = 3 + 12 = 15$$

گام دوم: از نقطه  $B$  عمود  $BK$  را بر ضلع  $CD$  رسم می‌کنیم. چهارضلعی  $ABKD$  مستطیل است، بنابراین داریم:

$$CK = CD - DK = 12 - 3 = 9$$

$$\triangle BKC : BK^2 = BC^2 - CK^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow BK = 12 \Rightarrow AD = 12$$

**پاسخ خیلی تشریحی**

در مثلث متساوی الساقین  $(AB = AC)$   $ABC$ ،  $\hat{A} = 13^\circ$  است. عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده  $BC$  را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع می‌کنند. اندازه زاویه  $\hat{MAN}$  کدام است؟

۵۰° (۴)

۶۰° (۳)

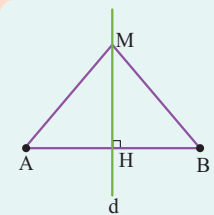
۷۰° (۲)

۸۰° (۱)

**مشاوره** این سؤال مرتبط با ویژگی عمودمنصف یک پاره‌خط و مشابه سؤال‌هایی از کنکور تجربی داخل ۹۲ و ریاضی خارج ۱۴۰۱ طرح شده است.

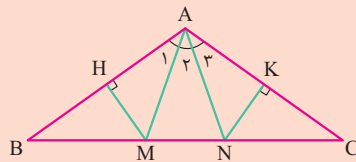
**Hint**

با توجه به منفرجه بودن زاویه  $A$ ، محل برخورد عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  با قاعده  $BC$  به رأس  $B$  نزدیک‌تر است و به طور مشابه محل برخورد عمودمنصف پاره‌خط  $AC$  با قاعده  $BC$  به رأس  $C$  نزدیک‌تر است.

**درتس Box**


عمودمنصف یک پاره‌خط، خطی است که بر آن پاره‌خط عمود است و آن را نصف می‌کند. هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.

$$M \in \text{عمودمنصف } AB \Leftrightarrow MA = MB$$



گام اول: در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  داریم:

$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} \xrightarrow{\hat{A}=13^\circ} \hat{B} = \hat{C} = 25^\circ$$

**پاسخ خیلی تشریحی**

گام دوم: مطابق شکل عمودمنصف‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$ ، قاعده  $BC$  را به ترتیب در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کرده‌اند، بنابراین داریم:

$$M \in \text{عمودمنصف } AB \Rightarrow MA = MB \xrightarrow{\hat{MAB}} \hat{A}_1 = \hat{B} = 25^\circ$$

$$N \in \text{عمودمنصف } AC \Rightarrow NA = NC \xrightarrow{\hat{NAC}} \hat{A}_3 = \hat{C} = 25^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 13^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 13^\circ - 2 \times 25^\circ = 8^\circ$$

۲۵

در کدام مورد زیر، با اطلاعات داده شده همواره یک شکل قابل رسم است؟

- (۱) متوازی الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد.
- (۲) مستطیلی که طول قطر آن ۶ باشد.
- (۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن ۸ باشد.
- (۴) دایره‌ای که وتری به طول ۲ از آن در اختیار داریم.

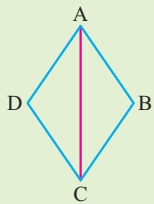
**مشاوره** این سؤال دقیقاً براساس تمرینات صفحه‌های ۱۵ و ۱۶ کتاب درسی طراحی شده و حل آن برای امتحان نهایی بسیار مفید است.


**Hint**

برای پیدا کردن مرکز یک دایره حداقل به سه نقطه از دایره نیاز داریم. (در حالت خاص اگر دو نقطه دو سر قطری از دایره باشند، می‌توان مرکز دایره را مشخص نمود)

**دکتر Box**

در صورتی با داشتن طول قطرهای یک چهارضلعی می‌توانیم آن چهارضلعی را به طور منحصر به فرد رسم کنیم که زاویه بین دو قطر معلوم باشد. بنابراین چهارضلعی‌هایی که دو قطر آن بر هم عمود هستند مانند لوزی و مربع با معلوم بودن طول قطرها به طور یکتا قابل رسم هستند.

**پاسخ خیلی تشریحی ✓**


**گام اول:** لوزی ABCD را که در آن طول اضلاع برابر ۵ و طول قطر AC برابر ۸ است، در نظر بگیرید. هر یک از مثلث‌های ABC و ADC با داشتن طول سه ضلع آن به طور منحصر به فرد قابل رسم‌اند، پس لوزی ABCD نیز به طور یکتا رسم می‌شود.

**گام دوم:** بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): با داشتن طول دو قطر متوازی‌الاضلاع، بی‌شمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم هستند.

گزینه (۲): با داشتن طول قطر مستطیل، بی‌شمار مستطیل قابل رسم هستند.

گزینه (۴): هر نقطه روی عمود منصف وتر داده شده می‌تواند مرکز دایره باشد، پس بی‌شمار دایره قابل رسم است.

در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 126^\circ$  است. بزرگ‌ترین زاویه بین دو نیمساز داخلی در این مثلث چند درجه است؟

۲۶

۱۴۴ (۱)

۱۵۳ (۲)

۱۵۷ (۳)

۱۶۲ (۴)

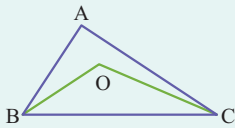
**مشاوره** این سؤال مشابه سؤالی از کنکور ریاضی داخل ۱۴۰۰ و با تغییر نیمساز خارجی به نیمساز داخلی طرح شده است.

**Hint**

نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث در یک نقطه داخل مثلث، هم‌رس‌اند.

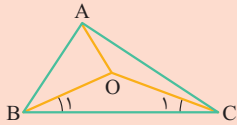
**درس‌Box**

در هر مثلث، زاویه بین نیمسازهای داخلی هر دو رأس دلخواه برابر است با نصف زاویه رأس سوم به اضافه  $90^\circ$ . یعنی به طور مثال اگر  $BO$  و  $CO$  نیمسازهای زوایای  $B$  و  $C$  باشند، داریم:



$$\hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

فرض کنید  $O$  نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث  $ABC$  باشد. چون زاویه  $A$  بزرگ‌ترین زاویه این مثلث است، پس زاویه  $\hat{B}OC$  از دو زاویه  $\hat{A}OB$  و  $\hat{A}OC$  بزرگ‌تر است. در این مثلث داریم:



$$\hat{A} = 126^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 27^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 27^\circ \Rightarrow \hat{B}OC = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$$

$$\hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ + \frac{126^\circ}{2} = 153^\circ$$

مطابق نکته ارائه شده در درس‌باکس داریم:

به‌چهر دیگر



در مثلث  $ABC$ ، رابطه  $\hat{A} = \hat{B} - \hat{C}$  برقرار است. مرکز دایره‌ای که از سه رأس مثلث  $ABC$  عبور می‌کند، کجا قرار دارد؟

- (۱) درون مثلث  
 (۲) بیرون مثلث  
 (۳) روی ضلع  $BC$   
 (۴) روی ضلع  $AC$



**Hint**

**درس‌Box**

نوع مثلث را براساس اندازه بزرگ‌ترین زاویه آن (حاده، قائمه یا منفرجه) تعیین کنید.

(۱) عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث در یک نقطه هم‌رس‌اند. این نقطه مرکز دایره‌ای است که از رئوس مثلث عبور می‌کند.

(۲) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها:

(الف) در مثلث حاده‌الزاویه، درون مثلث است.

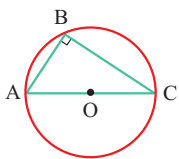
(ب) در مثلث قائم‌الزاویه، وسط وتر قرار دارد.

(ج) در مثلث منفرجه‌الزاویه، بیرون مثلث است.

گام اول: در مثلث  $ABC$  داریم:

**پاسخ خیلی تشریحی**

$$\hat{A} = \hat{B} - \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} + \hat{C} \xrightarrow{+\hat{B}} 2\hat{B} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$



**گام دوم:** اگر دایره‌ای از سه رأس مثلثی عبور کند، آن‌گاه مرکز دایره از سه رأس مثلث به یک فاصله

است، پس مرکز دایره همان نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث است.

در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها دقیقاً وسط وتر مثلث است، پس مطابق شکل

روبه‌رو، مرکز این دایره روی ضلع  $AC$  قرار دارد.

به ازای کدام دسته از مقادیر زیر، می‌توان متوازی‌الاضلاعی رسم کرد که طول قطره‌های آن برابر  $a$  و  $b$  و طول یکی از اضلاع آن برابر  $c$  باشد؟

$$c = 3, b = 7, a = 4 \quad (2)$$

$$c = 5, b = 4, a = 3 \quad (1)$$

$$c = 2, b = 8, a = 4 \quad (4)$$

$$c = 5, b = 6, a = 4 \quad (3)$$

از برخورد قطره‌های هر متوازی‌الاضلاع، چهار مثلث پدید می‌آید که قضیه نامساوی مثلث باید در تمام این مثلث‌ها برقرار باشد.

**Hint**

**درسی Box**

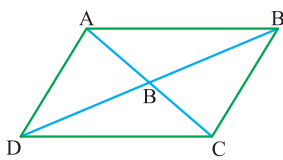
مهم‌ترین ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع عبارت‌اند از:

(۱) اضلاع مقابل آن دوجه‌دو موازی و مساوی هستند.

(۲) زوایای مجاور آن مکمل یکدیگرند.

(۳) زوایای مقابل آن مساوی یکدیگرند.

(۴) قطره‌های آن منصف یکدیگرند.



گام اول: متوازی‌الاضلاع ABCD را به همراه قطره‌های آن رسم می‌کنیم.

فرض کنید  $AC = a$ ،  $BD = b$  و  $AB = c$  باشد.

در این صورت طبق قضیه نامساوی مثلث داریم:

$$|OA - OB| < AB < OA + OB \Rightarrow \left| \frac{a-b}{2} \right| < c < \frac{a+b}{2}$$

گام دوم: بررسی گزینه‌ها:

$$a = 3, b = 4, c = 5$$

گزینه (۱): مثلث تشکیل نمی‌شود.

$$5 > \frac{3+4}{2} \Rightarrow c > \frac{a+b}{2}$$

$$a = 4, b = 7, c = 3$$

گزینه (۲):

$$\left| \frac{4-7}{2} \right| < 3 < \frac{4+7}{2} \Rightarrow \left| \frac{a-b}{2} \right| < c < \frac{a+b}{2}$$

در نامساوی مثلث صدق می‌کند، پس می‌توان متوازی‌الاضلاع را رسم کرد.

$$a = 4, b = 6, c = 5$$

گزینه (۳): مثلث تشکیل نمی‌شود:

$$5 = \frac{4+6}{2} \Rightarrow c = \frac{a+b}{2}$$

$$a = 4, b = 8, c = 2$$

گزینه (۴): مثلث تشکیل نمی‌شود:

$$2 = \left| \frac{4-8}{2} \right| \Rightarrow c = \left| \frac{a-b}{2} \right|$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نقاط  $A$  و  $B$  و خط  $d$  در صفحه مفروض اند. تعداد نقاطی از خط  $d$  که فاصله یکسانی از نقاط  $A$  و  $B$  دارند، کدام نمی تواند باشد؟

- (۱) صفر  
 (۲) ۱  
 (۳) ۲  
 (۴) بی شمار

۲۹



**Hint**

عمودمنصف پاره خط  $AB$  را رسم کنید.

**درتنبی Box**

(۱) مجموعه نقاطی از صفحه که از دو نقطه  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  قرار دارند و برعکس هر نقطه که روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  باشد از دو نقطه  $A$  و  $B$  به یک فاصله قرار دارد.

(۲) دو خط در صفحه، یکی از سه وضعیت زیر را دارند:

الف) موازی یکدیگرند.

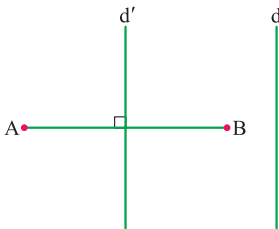
ب) یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.

پ) بر هم منطبق اند.

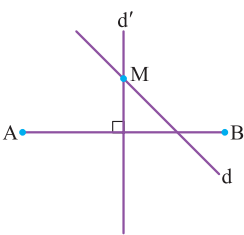
**گام اول:** نقاطی از خط  $d$  که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  قرار دارند، پس تعداد جواب های مسئله وابسته به تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره خط  $AB$  با خط  $d$  است.

**گام دوم:** حالت های مختلف این دو خط را بررسی می کنیم:

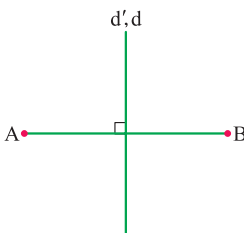
حالت اول: اگر عمودمنصف پاره خط  $AB$  با خط  $d$  موازی باشند، مسئله جواب ندارد (گزینه (۱)).



حالت دوم: اگر عمودمنصف پاره خط  $AB$ ، خط  $d$  را در یک نقطه قطع کند، مسئله یک جواب دارد (گزینه (۲)).



حالت سوم: اگر عمودمنصف پاره خط  $AB$  بر خط  $d$  منطبق باشد، مسئله بی شمار جواب دارد (گزینه (۴)).



طول ساق و قاعده مثلث متساوی الساقینی به ترتیب برابر  $x-2$  و  $3x-9$  است. محیط این مثلث چند مقدار طبیعی متمایز می‌تواند

۳۰

داشته باشد؟

۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

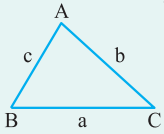
**مشاوره** قضیه نامساوی مثلث (قضیه همار) یکی از مهم‌ترین قضایای هندسه پایه است و شرط وجود مثلث را تعیین می‌کند. سؤالاتی در این زمینه به صورت ترکیبی با موضوعات دیگر همواره مورد توجه بوده است.

Hint

**درباره Box**

برای محاسبه دقیق مقادیر  $x$ ، حتماً طول اضلاع مثلث را بزرگ‌تر از صفر قرار دهید.

طبق قضیه نامساوی مثلث (قضیه همار)، مجموع طول‌های هر دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است.



$$\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$$

**گام اول:** مجموع طول‌های دو ساق مثلث باید بزرگ‌تر از طول قاعده آن باشد، یعنی داریم:

$$2(x-2) > 3x-9 \Rightarrow 2x-4 > 3x-9 \Rightarrow x < 5 \quad (1)$$

بدیهی است که مجموع طول‌های قاعده و هر ساق مثلث، از طول ساق دیگر مثلث بزرگ‌تر است. از طرفی طول هر ضلع مثلث، عددی

مثبت است، پس داریم:

$$\begin{cases} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ 3x-9 > 0 \Rightarrow x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3 \quad (2)$$

**گام دوم:** با توجه به روابط (۱) و (۲)، مقادیر  $x$  به صورت  $3 < x < 5$  خواهد بود. حال محیط مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{محیط مثلث} = 3x-9 + 2(x-2) = 5x-13$$

$$3 < x < 5 \Rightarrow 15 < 5x < 25 \Rightarrow 2 < 5x-13 < 12$$

یعنی مقادیر طبیعی ممکن برای محیط مثلث، اعداد ۳، ۴، ... و ۱۱ هستند که شامل ۹ مقدار است.

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓

فیزیک دهم

۳۱

در مدل سازی کدام یک از موارد زیر، می توانیم از اثر مقاومت هوا صرف نظر کنیم؟

الف) افتادن برگ درخت

ب) حرکت توپ بسکتبال به سمت حلقه

پ) هل دادن یک جسم نسبتاً بزرگ

ت) سقوط چتربازی با چتر باز شده

۲) «ب» و «پ»

۱) «الف» و «پ»

۴) «الف» و «ت»

۳) «ب» و «ت»

**مشاوره** بیشتر تست های درس فیزیک در کنکور به صورت محاسباتی مطرح می شوند اما چنین تست هایی که جنبه مفهومی و غیر محاسباتی دارند نیز دیده می شوند.

در این Box

**مدل سازی در فیزیک:** فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن قدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن، به راحتی فراهم شود. باید توجه داشت که فقط اثرهای جزئی را نادیده بگیریم؛ نه اثرهای مهم و تعیین کننده را.

موارد «الف» تا «ت» را به ترتیب بررسی می کنیم:

الف) نیروی مقاومت هوا در مقابل وزن برگ درخت، قابل ملاحظه است و باعث تغییر وضعیت برگ درخت می شود؛ بنابراین نمی توان از آن صرف نظر کرد. ✘

ب) در حرکت توپ بسکتبال به سمت حلقه، اثر مقاومت هوا، چندان تأثیرگذار نیست و قابل صرف نظر کردن است. ✓

پ) وقتی یک جسم بزرگ مانند یخچال را هل می دهیم، تندی چندانی ندارد و اثر مقاومت هوا روی آن ناچیز است؛ پس می توان از آن صرف نظر کرد. ✓

ت) نیرویی که باعث می شود چترباز به آرامی به زمین برسد، همین نیروی مقاومت هواست و نمی توان آن را نادیده گرفت. ✘

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در کدام مورد یا موارد زیر، کمیت فرعی به همراه یکای فرعی آن در SI به درستی بیان شده است؟

۳۳

الف) انرژی -  $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$

ب) فشار -  $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$

پ) نیرو -  $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

۱) «الف» و «پ»

۳) «الف» و «ب»

۲) «ب»

۴) «ب» و «پ»

**مشاوره** فعلاً وقتی فقط با فصل ۱ کتاب درسی آشنا شده‌اید، می‌توانید با استفاده از جدول ۱ - ۲ کتاب درسی (جدول داخل درس‌باکس) به این سؤال پاسخ دهید. ولی در آینده که با روابط فیزیکی بیشتری آشنا شوید، می‌توانید یکاهای مورد نظر را به دست آورید. روش این کار برای دانش‌آموزان علاقه‌مند، در پایان پاسخ تشریحی آمده است.

### دربین Box

هر کمیتی را که جزء هفت کمیت اصلی نباشد، کمیت فرعی و یکای آن را که برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شوند، یکای فرعی می‌گوییم. برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها در جدول زیر آمده است.

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI)	
یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی	کمیت
m / s	تندی و سرعت
m / s <sup>2</sup>	شتاب
kg.m / s <sup>2</sup>	نیرو
kg / ms <sup>2</sup>	فشار
kg.m <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>	انرژی

با استفاده از جدول داخل درس‌باکس، موارد «الف» تا «پ» را بررسی می‌کنیم: ✓ **پاسخ خیلی تشریحی**

الف) یکای فرعی انرژی در SI برابر با  $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$  است. توجه داشته باشید که یکای انرژی، همان یکای کار است. ✗

ب) یکای فرعی فشار در SI برابر با  $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$  است. ✓

پ) یکای فرعی نیرو در SI برابر با  $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$  است. ✗

### ویژه علاقه‌مندان:

برای تعیین یکای یک کمیت فرعی در SI، کافی است یک رابطه فیزیکی را انتخاب کنیم که کمیت مورد نظر در آن رابطه وجود داشته باشد و یکای کمیت مورد نظر را براساس یکای سایر کمیت‌های موجود در رابطه، پیدا می‌کنیم. یکای کمیت‌های فرعی داده شده در موارد «الف» تا «پ» را با استفاده از رابطه‌های فیزیکی به دست می‌آوریم:

الف) می‌توانیم از رابطه کمیت کار که از جنس کمیت انرژی است و در علوم هفتم خوانده‌اید، استفاده کنیم.

$$\text{یکای کار (یکای انرژی)} = \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \text{یکای کار} = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \times \text{m} \Rightarrow \text{یکای کار} = \text{یکای (نیرو)} \times \text{یکای (جا به جایی)} \times \text{نیرو} = \text{کار}$$

پس مورد «الف» نادرست است.

ب) رابطه فشار را که در علوم نهم خوانده‌اید، می‌نویسیم:

$$\text{یکای فشار} = \frac{\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg.m}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$$

نیرو =  $\frac{\text{نیرو}}{\text{مساحت}}$  ⇒ یکای فشار =  $\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}}$

پس مورد «ب» درست است.

پ) قانون دوم نیوتون را به کار می‌بریم:

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای } F = (\text{یکای } m) \times (\text{یکای } a) \Rightarrow \text{یکای } F = \text{kg} \times (\text{m} / \text{s}^2) = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$$

پس مورد «پ» نادرست است.

$A = BC + D$  و  $C, B, A$  و  $D$  کمیت‌های فیزیکی هستند و رابطه  $A = BC + D$  بین آن‌ها برقرار است. اگر یکای کمیت  $C$  در SI ثانیه و کمیت  $D$

سرعت باشد،  $B$  چه کمیتی است؟

- (۱) سرعت (۲) شتاب (۳) زمان (۴) طول



درپس Box

هنگام جمع یا تفریق چند کمیت فیزیکی، باید آن کمیت‌ها، هم‌نوع و دارای یکای یکسان باشند. حاصل جمع یا تفریق آن‌ها هم از همان نوع کمیت و با همان یکا می‌باشد. اما هنگام ضرب و تقسیم کمیت‌های فیزیکی، این محدودیت وجود ندارد.

یکای  $BC$  باید با یکای  $D$  برابر باشد. **پاسخ خیلی تشریحی**

$$(B \text{ یکای } C) (C \text{ یکای } D) = D \text{ یکای } \xrightarrow{\substack{C \text{ یکای } = s \\ D \text{ یکای } = \frac{m}{s}}} B \text{ یکای } \times s = \frac{m}{s} \Rightarrow B \text{ یکای } = \frac{m}{s^2}$$

بنابراین کمیت  $B$ ، شتاب است.

مقدار دو کمیت فیزیکی  $\frac{mg}{m.s^2}$  و  $\frac{mN}{ng}$  است. مقدار این دو کمیت بر حسب یکاهای SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$(۲) \quad ۱/۷ \times ۱۰^۶ \quad \text{و} \quad ۵/۲ \times ۱۰^۵$$

$$(۱) \quad ۱/۷ \times ۱۰^۳ \quad \text{و} \quad ۵/۲ \times ۱۰^۲$$

$$(۴) \quad ۱/۷ \times ۱۰^۳ \quad \text{و} \quad ۵/۲ \times ۱۰^۵$$

$$(۳) \quad ۱/۷ \times ۱۰^۶ \quad \text{و} \quad ۵/۲ \times ۱۰^۲$$

**مشاوره** تبدیل یکای کمیت‌های فیزیکی، از مباحث پرکاربردی است که در تمام فصل‌ها و تمام پایه‌های دبیرستان، با آن سروکار داریم. پس خوب یاد بگیرید.

## درسی Box

۱) پیشوند یکاها: جدول زیر، پیشوندهای یکاها به همراه ضریب و نماد آن‌ها را نشان می‌دهد.

پیشوندهای یکاها					
ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
$۱۰^{۲۴}$	یوتا	Y	$۱۰^{-۲۴}$	یوکتو	y
$۱۰^{۲۱}$	زتا	Z	$۱۰^{-۲۱}$	زپتو	z
$۱۰^{۱۸}$	اِگزا	E	$۱۰^{-۱۸}$	آتو	a
$۱۰^{۱۵}$	پِتا	P	$۱۰^{-۱۵}$	فِمتو	f
$۱۰^{۱۲}$	ترا	T	$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p
$۱۰^۹$	گیگا (جیگا)	G	$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^۶$	میگا	M	$۱۰^{-۶}$	میکرو	$\mu$
$۱۰^۳$	کیلو	k	$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^۲$	هکتو	h	$۱۰^{-۲}$	سانتی	c
$۱۰^۱$	دکا	da	$۱۰^{-۱}$	دسی	d

۲) **روش تبدیل زنجیره‌ای:** در این روش، اندازه کمیت را در یک یا چند ضریب تبدیل، ضرب می‌کنیم. هر ضریب تبدیل به صورت یک کسر است که برابر عدد یک است. (می‌دانیم ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازه آن کمیت را تغییر نمی‌دهد). ذکر یکاها در صورت و مخرج ضریب تبدیل الزامی است و باید به گونه‌ای انتخاب شود که ما را به یکای مورد نظر برساند.

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، مقدار هر یک از دو کمیت فیزیکی داده شده را بر حسب یکاهای SI می‌نویسیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{۵/۲ \times ۱۰^۸ \text{ mg}}{m.s^2} = \frac{۵/۲ \times ۱۰^۸ \text{ mg}}{m.s^2} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = \frac{۵/۲ \times ۱۰^۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg}}{۱۰^۳ m.s^2} = \frac{۵/۲ \times ۱۰^۲ \text{ kg}}{m.s^2}$$

$$\frac{۱/۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ mN}}{ng} = \frac{۱/۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ mN}}{ng} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ N}}{۱ \text{ mN}} \times \frac{۱ \text{ ng}}{۱۰^{-۹} \text{ g}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} = \frac{۱/۷ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۳ \text{ N}}{۱۰^{-۹} \text{ kg}} = \frac{۱/۷ \times ۱۰^۶ \text{ N}}{kg}$$



۳۵

کامیونی حامل ۲ خروار هندوانه و ۲۵۰ من تبریز طالبی است. جرم کل بار این کامیون چند مثقال است؟  
(۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز و ۱ من تبریز = ۴۰ سیر و ۱ سیر = ۱۶ مثقال)

$$۱۶۴۰۰۰ \quad (۱)$$

$$۱۶۰۰۰۰ \quad (۲)$$

$$۱۲۸۰۰۰ \quad (۳)$$

$$۲۸۸۰۰۰ \quad (۴)$$



با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، جرم هندوانه‌ها و طالبی‌ها را جداگانه بر حسب مثقال به دست آورید و آن‌ها را با هم جمع کنید.

**Hint**

گام اول: با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، جرم هندوانه‌ها را بر حسب مثقال به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$m_{\text{هندوانه}} = \text{مثقال } ۱۶ \times \frac{۴۰ \text{ سیر}}{۱ \text{ من تبریز}} \times \frac{۱۰۰ \text{ من تبریز}}{۱ \text{ خروار}} \times ۲ \text{ خروار} = ۲ \times ۱۰۰ \times ۴۰ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow m_{\text{هندوانه}} = ۱۲۸۰۰۰ \text{ مثقال}$$

گام دوم: جرم طالبی‌ها را نیز با کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، بر حسب مثقال حساب می‌کنیم.

$$m_{\text{طالبی}} = \text{مثقال } ۱۶ \times \frac{۴۰ \text{ سیر}}{۱ \text{ من تبریز}} \times ۲۵۰ \text{ من تبریز} = ۲۵۰ \times ۴۰ \times ۱۶$$

$$\Rightarrow m_{\text{طالبی}} = ۱۶۰۰۰۰ \text{ مثقال}$$

گام سوم: مجموع جرم‌های طالبی  $m$  و هندوانه  $m$  را به دست می‌آوریم.

$$m_{\text{هندوانه}} + m_{\text{طالبی}} = ۱۲۸۰۰۰ + ۱۶۰۰۰۰ = ۲۸۸۰۰۰ \text{ مثقال}$$

سریع‌ترین رشد گیاه متعلق به گیاهی موسوم به هِسپرووکا است که در مدت ۱۴ روز،  $3/7\text{ m}$  رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه

میکرون یعنی میکرومتر

بر حسب میکرون بر ثانیه تقریباً چقدر است؟

$$73/4 \text{ (۲)}$$

$$183 \text{ (۱)}$$

$$3/06 \text{ (۴)}$$

$$6/12 \text{ (۳)}$$

**مشاوره** این تست یکی از پرسش‌های کتاب‌درسی است. تمرین‌ها و پرسش‌های کتاب‌درسی را جدی بگیرید.



### دروس Box

(۱) هر میکرون یا میکرومتر، معادل  $10^{-6}\text{ m}$  است.

(۲) در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامیم.

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای یکاها، آهنگ رشد این گیاه را حساب می‌کنیم.

✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\frac{3/7\text{ m}}{14\text{ day}} = \frac{3/7\text{ m}}{14\text{ day}} \times \frac{1\text{ day}}{24\text{ h}} \times \frac{1\text{ h}}{60\text{ min}} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}} \times \frac{1\mu\text{m}}{10^{-6}\text{ m}} = \frac{3/7}{14 \times 24 \times 60 \times 60 \times 10^{-6}} \frac{\mu\text{m}}{\text{s}} = \frac{3/7}{1/2096} \frac{\mu\text{m}}{\text{s}} \approx 3/06 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

یک میکروقرن تقریباً چند درصد بیشتر از یک سخترانی ۵۰ دقیقه‌ای است؟ (یک سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.)

۳۷

۵ (۴)

۲ (۳)

۱۰ (۲)

۰/۵ (۱)



دریس Box

وقتی می‌گویند کمیتی مانند A چند درصد تغییر کرده است، یعنی:

$$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{A_2 - A_1}{A_1} \times 100$$

گام اول: مدت‌زمان سخترانی را با  $\Delta t_1$  و یک میکروقرن را با  $\Delta t_2$  نشان می‌دهیم. **پاسخ خیلی تشریحی ✓**

$$\Delta t_1 = 50 \text{ min}$$

$$\Delta t_2 = 1 \text{ ساعت} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = 10^{-6} \times 100 \times 365 \times 24 \times 60 \text{ min} = 52/56 \text{ min}$$

گام دوم: درصد اختلاف یک میکروقرن با ۵۰min را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1} \times 100 = \frac{52/56 - 50}{50} \times 100 \approx 5\%$$

طول کل خطوط انتقال نفت خام، گاز و سایر فرآورده‌های سوختی در ایران  $389 \times 10^5 \text{ m}$  و زمان تقریبی بین دو ضربان عادی قلب  $0.08 \text{ s}$  است. طول کل خطوط انتقال برحسب کیلومتر و زمان تقریبی بین دو ضربان عادی قلب برحسب میلی‌ثانیه و به صورت نمادگذاری علمی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$8 \times 10^{-1} \text{ و } 3/89 \times 10^4 \text{ (۲)}$$

$$8 \times 10^{-1} \text{ و } 3/89 \times 10^4 \text{ (۱)}$$

$$8 \times 10^2 \text{ و } 3/89 \times 10^4 \text{ (۴)}$$

$$8 \times 10^2 \text{ و } 3/89 \times 10^4 \text{ (۳)}$$



## درس‌Box

**نمادگذاری علمی:** برای آن که نوشتن و محاسبه مقادیر خیلی بزرگ یا خیلی کوچک ساده شود، از روشی به نام نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم. در این روش، اندازه هر کمیت فیزیکی به صورت کلی  $x \times 10^n$  نوشته می‌شود که در آن  $1 \leq x < 10$  و  $n$  عددی صحیح است و جلوی آن، یکای آن کمیت نوشته می‌شود.

**گام اول:** طول کل خطوط انتقال ( $L$ ) را برحسب کیلومتر به دست آورده و آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$L = 389 \times 10^5 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 389 \times 10^2 \text{ km} = 3/89 \times 10^4 \text{ km}$$

**گام دوم:** زمان تقریبی بین دو ضربان عادی قلب ( $T$ ) را برحسب میلی‌ثانیه به دست آورده و آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$T = 0.08 \text{ s} \times \frac{1 \text{ ms}}{10^{-3} \text{ s}} = 0.08 \times 10^2 \text{ ms} = 8 \times 10^2 \text{ s}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

آزمایشگری در حال اندازه‌گیری طول یک جسم است. کدام موارد از عبارتهای زیر، خطای اندازه‌گیری را کاهش می‌دهد؟

الف) استفاده از ابزار رقمی (دیجیتال)

ب) استفاده از ابزار دقیق

پ) استفاده از ابزار مدرج (درجه‌بندی شده)

ت) روش صحیح اندازه‌گیری



۱) «ب» و «پ»

۲) «ب» و «ت»

۳) «الف» و «ت»

۴) «الف» و «ب»

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی مثل طول، جرم، زمان و ... قطعیت وجود ندارد و همواره مقداری خطا وجود دارد. هیچ وقت نمی‌توانیم خطای اندازه‌گیری را به صفر برسانیم ولی می‌توانیم با انتخاب وسیله‌های دقیق و روش صحیح اندازه‌گیری آن را کاهش بدهیم.

تندی متوسط یک کشتی، ۲۰ گره دریایی است. این کشتی در مدت زمان ۹۰ دقیقه، چه مسافتی را بر حسب مایل طی می کند و تندی متوسط آن چند مایل بر ساعت است؟ (هر گره دریایی را  $1.852 \text{ m/s}$  و هر مایل دریایی را  $1800 \text{ m}$  در نظر بگیرید.)

$$(2) \quad 0.5 \text{ و } \frac{1}{3}$$

$$(1) \quad 20 \text{ و } 30$$

$$(4) \quad 0.5 \text{ و } 20$$

$$(3) \quad \frac{1}{3} \text{ و } 30$$

گام اول: تندی متوسط کشتی را با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، بر حسب مایل بر ساعت پیدا می کنیم. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\text{تندی متوسط کشتی} = 20 \times \frac{1.852 \text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ mile}}{1800 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{20 \times 0.5 \times 3600}{1800} \text{ mile/h} = 20 \text{ mile/h}$$

گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست!

گام دوم: تندی متوسط کشتی  $20 \frac{\text{mile}}{\text{h}}$  است؛ یعنی این کشتی مسافت ۲۰ mile را در مدت زمان یک ساعت (۶۰ min) طی می کند. با یک تناسب ساده، مسافتی را که این کشتی در مدت زمان ۹۰ min طی می کند، به دست می آوریم.

زمان (min)	مسافت (mile)
۶۰	۲۰
۹۰	x

$$x = \frac{20 \times 90}{60} = 30 \text{ mile}$$

تندی سنج شکل زیر، برحسب دو یکای  $\text{km/h}$  و  $\text{mph}$  به طور مجزا درجه بندی شده است. دقت درجه بندی مایل بر ساعت ( $\text{mph}$ ) معادل چند متر بر ثانیه است؟



$$\frac{25}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{80}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{25}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{40}{9} \quad (۱)$$

درسی Box

دقت ابزارهای اندازه گیری مدرج، برابر با کمترین درجه بندی آن ابزار است؛ مثلاً دقت خط کشی که کمترین درجه بندی آن تا میلی متر است، برابر با  $1\text{mm}$  است.

کمینه درجه بندی این خط کش،  $1\text{mm}$  است.



دقت این خط کش،  $1\text{mm}$  است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

**گام اول:** تندی سنج نشان داده شده، برحسب دو یکای  $\text{km/h}$  و  $\text{mile/h}$  درجه بندی شده است و همان طور که در شکل می بینید، صفحه تندی سنج از صفر تا  $20\text{ mile/h}$  به دو قسمت مساوی تقسیم بندی شده است؛ پس دقت این تندی سنج بر حسب  $\text{mile/h}$  برابر با  $10\text{ mile/h} = \frac{20}{2}$  است. از طرفی با توجه به شکل، می بینیم که  $150\text{ mph}$  معادل  $240\text{ km/h}$  است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$150 \frac{\text{mile}}{\text{h}} = 240 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow 1 \text{ mile} = 1600 \text{ m}$$

**گام دوم:** دقت درجه بندی مایل بر ساعت برابر  $10\text{ mile/h}$  است و ما باید  $10\text{ mile/h}$  را به  $\text{m/s}$  تبدیل کنیم. با استفاده از تبدیل زنجیره ای، این کار را انجام می دهیم.

$$10 \frac{\text{mile}}{\text{h}} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{40}{9} \text{ m/s}$$

کدام یک از ابزارهای اندازه‌گیری زیر، ریزسنج نام دارد و دقت اندازه‌گیری کولیس چند سانتی‌متر است؟

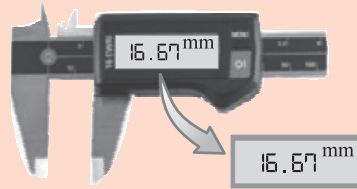
۴۲



(الف)

(۲) الف - ۰/۰۱

(۴) الف - ۰/۰۰۱



(ب)

(۱) ب - ۰/۰۰۱

(۳) ب - ۰/۰۱

**مشاوره** برخی مطالب درسی و آموزشی در قالب مثال‌ها و پرسش‌ها در کتاب درسی مطرح می‌شوند. مثلاً کولیس و ریزسنج در یکی از تمرین‌های کتاب درسی معرفی شده‌اند.



### درسی Box

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

دقت اندازه‌گیری یک ابزار رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

شکل (الف) یک ریزسنج و شکل (ب) یک کولیس را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری کولیس (شکل ب)،  $0.01 \text{ mm}$  است و سوال از ما این مقدار را برحسب cm می‌خواهد؛ بنابراین با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری کولیس} = 0.01 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 0.001 \text{ cm}$$



مخزن آبی با حجم  $5400 \text{ m}^3$  کاملاً از آب پر شده است. اگر تمام آب این مخزن را در مدت ۱۰ ساعت تخلیه کنیم، چند کیلوگرم آب در

هر ثانیه از مخزن خارج شده است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ )

۱/۵ (۴)

۱۵ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۱۵۰ (۱)



در این Box

(۱) نسبت جرم به حجم یک ماده همگن را چگالی آن می‌گوییم.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$  ← جرم (kg) → حجم ( $\text{m}^3$ )

(۲) چگالی آب به صورت‌های زیر بیان می‌شود.

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ g/L} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

گام اول: جرم آب موجود در مخزن را به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$m = \rho V = \frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3}{V = 5400 \text{ m}^3} \rightarrow m = 1000 \times 5400 = 54 \times 10^5 \text{ kg}$$

گام دوم: آهنگ جرم آب خروجی از مخزن  $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)$  را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{54 \times 10^5 \text{ kg}}{10 \text{ h}} = 54 \times 10^4 \text{ kg/h}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = 54 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 150 \text{ kg/s}$$

دو کره توپر A و B از یک سنگ همگن بریده شده‌اند. شعاع کره A،  $4/5 \text{ cm}$  و جرم کره B، ۸ برابر جرم کره A است. شعاع کره B

چند سانتی متر است؟

چگالی دو کره A و B یکسان است.

۳۶ (۴)

۹ (۳)

۱۸ (۲)

۲/۲۵ (۱)



درس Box

حجم کره‌ای با شعاع R از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

هر دو کره از یک سنگ همگن بریده شده‌اند؛ پس چگالی یکسانی دارند و می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_B = \lambda m_A} \frac{m_A}{\frac{4}{3} \pi R_A^3} = \frac{\lambda m_A}{\frac{4}{3} \pi R_B^3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_A^3} = \frac{\lambda}{R_B^3} \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} \frac{1}{R_A} = \frac{\lambda}{R_B} \xrightarrow{R_A = 4/5 \text{ cm}} R_B = 2 \times 4/5 = 9 \text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چگالی جسم A، نصف چگالی جسم B و حجم ۱۶۰g از جسم B، برابر با ۲۰cm<sup>۳</sup> است. جرم ۱۵cm<sup>۳</sup> از جسم A، چند گرم است؟

۶۰ (۲)

۱۲۰ (۴)

۲۴۰ (۱)

$\frac{۱۵}{۱۶}$  (۳)

۴۵



**مشاوره** برای آن که مقادیر کمیت‌های فیزیکی (مثلاً در اینجا جرم و حجم) را با هم اشتباه نگیرید، به یکای آن‌ها دقت کنید.

رابطه چگالی را برای هر دو جسم A و B در نظر می‌گیریم و چگالی جسم A را نصف چگالی جسم B قرار می‌دهیم. **پاسخ خیلی تشریحی** ✓

$$\rho_A = \frac{1}{2} \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{1}{2} \times \frac{m_B}{V_B}$$

$$\frac{m_B=160g, V_B=20cm^3}{m_A=?, V_A=15cm^3} \rightarrow \frac{m_A}{15} = \frac{1}{2} \times \frac{160}{20} \Rightarrow \frac{m_A}{15} = 4 \Rightarrow m_A = 4 \times 15 = 60g$$

۴۶ شعاع کره توپر A، ۴۰ درصد کم تر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A،  $\frac{1}{4}$  برابر جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند

درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

$$R_A = R_B - \frac{40}{100} R_B = \frac{60}{100} R_B$$

$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{31}{5} (1)$$

$$\frac{56}{2} (4)$$

$$\frac{15}{7} (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: نسبت چگالی جسم A به چگالی جسم B را به دست می آوریم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \quad \frac{m_A = \frac{1}{4} m_B}{V = \frac{4}{3} \pi R^3} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{1}{4} m_B}{m_B} \times \frac{\frac{4}{3} \pi R_B^3}{\frac{4}{3} \pi R_A^3}$$

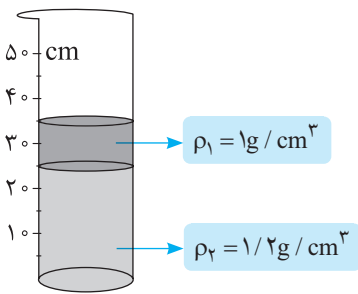
$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \xrightarrow{R_A = \frac{60}{100} R_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{R_B}{\frac{60}{100} R_B}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{100}{60}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{125}{27} = \frac{125}{108} \rightarrow \rho_A = \frac{125}{108} \rho_B$$

گام دوم: اختلاف چگالی دو کره A و B را بر حسب درصد حساب می کنیم.

$$\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{\frac{125}{108} \rho_B - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{125 - 108}{108} \times 100 \approx 15.7\%$$

مطابق شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های  $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$  و  $\rho_2 = 1/2 \text{ g/cm}^3$  در یک استوانه با شعاع مقطع  $1 \text{ m}$  ریخته شده است. جرم کل مایع‌های درون استوانه چند کیلوگرم است؟



۴۰۰ (۴)

۳۷۰ (۳)

۱۲۵۶ (۲)

۱۱۶۱/۸ (۱)



## درسی‌Box

(۱) حجم استوانه از رابطه زیر به دست می‌آید:

شعاع مقطع (m)

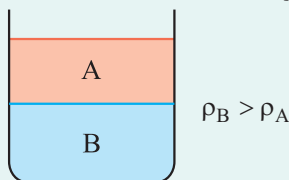
$$V = \pi R^2 h \rightarrow \text{ارتفاع (m)}$$

 حجم (m<sup>۳</sup>)

(۲) یکی از یکاهای متداول چگالی، یکای  $\text{g/cm}^3$  است. برای تبدیل یکای  $\text{g/cm}^3$  به یکای  $\text{kg/m}^3$  (و برعکس!) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{g/cm}^3 \xrightarrow{\frac{\times 1000}{\div 1000}} \text{kg/m}^3$$

(۳) دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های متفاوت را در نظر بگیرید. اگر این دو مایع را درون ظرفی بریزیم، مایعی که چگالی آن بیشتر است، در کف ظرف قرار می‌گیرد؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، چگالی مایع B از چگالی مایع A بیشتر است.



مایع (۱) که چگالی کم‌تری دارد، روی مایع (۲) که چگالی بیشتری دارد قرار می‌گیرد. بر این اساس، جرم هر یک از دو مایع را به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 \pi R_1^2 h_1$$

$$\frac{\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3, \pi = 3/14}{R_1 = 1 \text{ m}, h_1 = 25 - 25 = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}} \rightarrow m_1 = 10^3 \times 3/14 \times 1^2 \times 10^{-1} = 314 \text{ kg}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 \pi R_2^2 h_2$$

$$\frac{\rho_2 = 1/2 \text{ g/cm}^3 = 1200 \text{ kg/m}^3, \pi = 3/14}{R_2 = 1 \text{ m}, h_2 = 25 - 10 = 15 \text{ cm} = 15/100 \text{ m}} \rightarrow m_2 = 1200 \times 3/14 \times 1^2 \times 0.15 = 942 \text{ kg}$$

حالا جرم کل دو مایع درون استوانه را حساب می‌کنیم.

$$m_{\text{کل}} = m_1 + m_2 = 314 + 942 = 1256 \text{ kg}$$

یک ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع  $5 \text{ cm}^2$  حاوی  $1/5 \text{ L}$  آب است. درون این ظرف، یک قطعه فلزی با جرم  $3 \text{ kg}$  و چگالی  $5 \text{ g/cm}^3$  و یک قطعه فلزی دیگر با جرم  $54 \text{ g}$  و چگالی  $6000 \text{ kg/m}^3$  را می‌اندازیم. در این حالت، ارتفاع آب نسبت به قبل از انداختن قطعه‌ها چند سانتی‌متر تغییر کرده است؟ (هر دو قطعه درون آب فرو می‌روند و  $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$  است.)

۳ (۴)

۱۶/۸ (۳)

۷/۸ (۲)

۱۲ (۱)


**پاسخ خیلی تشریحی**

**گام اول:** حجم هر یک از دو قطعه فلزی را با استفاده از رابطه چگالی به دست می‌آوریم.

$$V_A = \frac{m_A}{\rho_A} \xrightarrow{\frac{m_A = 3 \text{ kg} = 3000 \text{ g}}{\rho_A = 5 \text{ g/cm}^3}} V_A = \frac{3000}{5} = 600 \text{ cm}^3$$

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} \xrightarrow{\frac{m_B = 54 \text{ g}}{\rho_B = 6000 \text{ kg/m}^3 = 6 \text{ g/cm}^3}} V_B = \frac{54}{6} = 9 \text{ cm}^3$$

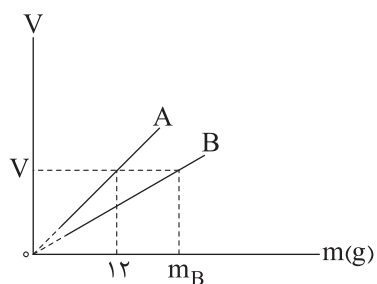
**گام دوم:** حجم آبی که درون ظرف بالا می‌آید، برابر است با مجموع حجم‌های  $A$  و  $B$ .

$$\Delta V = V_A + V_B = 600 + 9 = 609 \text{ cm}^3$$

**گام سوم:** حالا با معلوم بودن مساحت مقطع ظرف، تغییر ارتفاع آب نسبت به قبل را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V = A \Delta h \xrightarrow{\frac{\Delta V = 609 \text{ cm}^3}{A = 5 \text{ cm}^2}} 609 = 5 \Delta h \Rightarrow \Delta h = 121.8 \text{ cm}$$

نمودار حجم بر حسب جرم دو جسم A و B مطابق شکل زیر است.  $m_B$  چند گرم است؟ ( $\rho_B = 3600 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_A = 2700 \text{ kg/m}^3$ )



۸۱ (۴)

۴۸ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۶ (۱)



نسبت چگالی جسم A به جسم B را می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\rho_A=2700 \text{ kg/m}^3, m_A=12 \text{ g}} \frac{2700}{3600} = \frac{12}{m_B} \times \frac{V}{V} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{12}{m_B} \Rightarrow m_B = 16 \text{ g}$$

توجه شود که وقتی روابط فیزیکی به صورت نسبتی نوشته می‌شوند، همین که یکای صورت و مخارج هر قسمت یکسان باشد، کافی است و ضروری نیست که حتماً یکاها در SI باشند.

دو مایع A و B و هر یک با جرم m را داخل ظرفی می‌ریزیم و بایکدیگر مخلوط می‌کنیم، سپس مایع A با جرم m را با مایع مخلوط شده در ظرف دیگری می‌ریزیم و با هم مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط نهایی چند گرم بر لیتر است؟ ( $\rho_B = 2 \text{ g/cm}^3, \rho_A = 1 \text{ g/cm}^3$ ) و از تغییر حجم در اثر مخلوط صرف نظر شود.

$$\begin{array}{ll}
 1500 \text{ (۱)} & 1/2 \text{ (۲)} \\
 1/5 \text{ (۳)} & 1200 \text{ (۴)}
 \end{array}$$

۵۰



## دینس Box

اگر دو یا چند ماده با جرم‌های  $m_1, m_2, \dots$  و حجم‌های  $V_1, V_2, \dots$  و چگالی‌های  $\rho_1, \rho_2, \dots$  با یکدیگر مخلوط شوند (به شرطی که تغییر حجم رخ ندهد)، چگالی ماده حاصل، از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

گام اول: ابتدا چگالی حاصل از مخلوط دو مایع A و B را حساب می‌کنیم. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

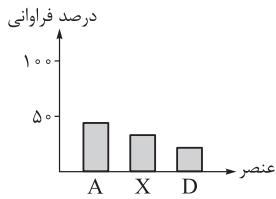
$$\rho_{\text{مخلوط A و B}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{\substack{m_A = m_B = m \\ \rho_A = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_B = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}} \rho_{\text{مخلوط A و B}} = \frac{2m}{\frac{m}{1} + \frac{m}{2}} = \frac{2m}{\frac{3}{2}m} = \frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام دوم: در ادامه، مایع حاصل از مخلوط دو مایع A و B و مایع A با جرم m با یکدیگر مخلوط شده است. چگالی مخلوط نهایی را مشابه گام اول به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{مخلوط نهایی}} &= \frac{m_{\text{مخلوط A و B}} + m'_A}{\frac{m_{\text{مخلوط A و B}}}{\rho_{\text{مخلوط A و B}}} + \frac{m'_A}{\rho_A}} \xrightarrow{\substack{m_{\text{مخلوط A و B}} = 2m, m'_A = m \\ \rho_{\text{مخلوط A و B}} = \frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_A = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}} \rho_{\text{مخلوط نهایی}} = \frac{2m + m}{\frac{\frac{4}{3}m}{\frac{4}{3}} + \frac{m}{1}} \\
 &= \frac{3m}{\frac{10}{3}m} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1200 \frac{\text{g}}{\text{L}}
 \end{aligned}$$



نمودار زیر مربوط به درصد فراوانی سه عنصر فراوان تر یکی از سیاره‌های زمین یا مشتری است. با توجه به آن، کدام مطلب درست است؟



(۱) نمودار داده‌شده، مربوط به مشتری است و A همان هیدروژن است.

(۲) نمودار داده‌شده مربوط به زمین است و D همان کربن است.

(۳) عنصر X، جزء عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر دو سیاره زمین و مشتری است.

(۴) عنصر A، نخستین عنصری است که پس از مهبانگ، پا به عرصه جهان گذاشته است.



درپس Box

مقایسه برخی از ویژگی‌های مهم در سیاره زمین و مشتری:

مشتری	زمین	نام سیاره ویژگی
هیدروژن (H)	آهن (Fe)	فراوان ترین عنصر
بیشتر از ۵۰ درصد (حدود ۹۰٪)	کمتر از ۵۰ درصد (حدود ۴۰٪)	درصد فراوانی فراوان ترین عنصر
نئون (Ne)	آلومینیم (Al)	عنصری با کمترین فراوانی در بین ۸ عنصر فراوان
گاز	سنگ	بیشتر از چه جنسی است؟
زمین > مشتری		اندازه (شعاع)
زمین > مشتری		فاصله از خورشید
اکسیژن (O) و گوگرد (S)		عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان
مشتری > زمین		درصد فراوانی عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان

با توجه به این که درصد فراوانی فراوان ترین عنصر (A)، کمتر از ۵۰٪ است، نمودار، سه عنصر فراوان تر زمین را نمایش می‌دهد. عنصر X، همان اکسیژن بوده که جزء عناصر مشترک زمین و مشتری است.

۳: Fe > O > Si عنصر فراوان تر زمین

۳: H > He > C عنصر فراوان تر مشتری

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): نمودار داده‌شده مربوط به سه عنصر فراوان تر زمین است.

فراوان ترین عنصر مشتری، هیدروژن بوده و درصد فراوانی آن حدود ۹۰٪ است، در حالی که فراوان ترین عنصر سازنده زمین، آهن بوده و درصد فراوانی آن کمتر از ۵۰٪ است.



گزینه (۲): سومین عنصر سازنده فراوان زمین، سیلیسیم (Si) است، نه کربن.

گزینه (۴): عنصر A، همان آهن است و جزء عناصر سنگین دسته‌بندی می‌شود؛ پس از مهبانگ، ابتدا عناصر سبک‌تر مانند H و He تولید شدند.

۵۲

کدام مطلب نادرست است؟

۹۲

۲۶

 (۱) شمار عناصر طبیعی در جدول تناوبی، به تقریب  $3/5$  برابر شمار عناصر ساختگی در آن است.

 (۲) خواص شیمیایی عنصری با عدد اتمی ۹، شبیه به خواص شیمیایی  $X$  است.

تعداد نوترون‌ها

 (۳) در اتم  ${}^A_Z E$ ، اگر مقدار  $A - Z$  برابر تعداد پروتون‌ها باشد، شمار هر یک از ذره‌های زیراتمی در اتم  $E$  برابر است.

(۴) تعداد نوترون‌ها در پایدارترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، برابر با تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن است.



نکته

۱۱۸ عنصر

شناخته شده

۹۲ عنصر موجود در طبیعت (به تقریب ۷۸٪)

۲۶ عنصر ساختگی (به تقریب ۲۲٪) در طبیعت وجود ندارند و در واکنشگاه هسته‌ای، توسط انسان ساخته شده‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

 لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی با نمادهای  ${}^6\text{Li}$  و  ${}^7\text{Li}$  بوده و فراوانی  ${}^7\text{Li}$  در طبیعت بیشتر است. در هر اتم از  ${}^7\text{Li}$ ، ۴ نوترون وجود دارد. می‌دانیم که هیدروژن نیز، دارای ۴ ایزوتوپ ساختگی و ۳ ایزوتوپ طبیعی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در جدول تناوبی، ۱۱۸ عنصر وجود دارد که ۹۲ عنصر آن، طبیعی و ۲۶ عنصر آن، ساختگی است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{92}{26} = 3/5$$

گزینه (۲): عناصری با اعداد اتمی ۹ و ۱۷ در گروه ۱۷ جدول تناوبی جای دارند.

عناصری که در یک گروه از جدول تناوبی جای دارند، خواص شیمیایی مشابهی دارند.

 گزینه (۳):  $A$  و  $Z$  به ترتیب نشان‌دهنده عدد جرمی و عدد اتمی هستند و داریم:

$$\begin{cases} A = n + p \\ Z = p \end{cases}$$

با در نظر گرفتن فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$A - Z = p \Rightarrow \underbrace{n + p}_{A} - \underbrace{p}_{Z} = p \Rightarrow n = p$$

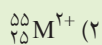
 بنابراین در اتم خنثی  $E$ ، شمار کل ذرات زیراتمی با هم برابر است.

در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها (ذرات باردار منفی) با تعداد پروتون‌ها (ذرات باردار مثبت) برابر است.

نکته

شمار الکترون‌های  ${}_{36}^{84}\text{A}$ ،  ${}_{8}^{0}/$  برابر شمار نوترون‌های کدام گونه است؟

۵۳



**مشاوره** یکی از مباحث پرتکرار و مورد علاقه طراحان کنکور سراسری، مسائل شمارش تعداد ذره‌های زیراتمی است.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

اتم A، یک اتم خنثی بوده و در آن تعداد پروتون‌ها با الکترون‌ها برابر است. چون عدد اتمی A، برابر ۳۶ است، پس در هر اتم از A، ۳۶ پروتون و ۳۶ الکترون وجود دارد.

در اتم  ${}_{Z}^A\text{E}$  یا کاتیون‌ها ( ${}_{Z}^A\text{E}^{m+}$ ) و آنیون‌ها ( ${}_{Z}^A\text{E}^{m-}$ )، شمار نوترون‌ها به مقدار بار الکتریکی وابسته نیست و از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$n = A - Z$$

نوترون

شمار نوترون‌ها در هرگونه را به دست می‌آوریم:

$${}_{35}^{80}\text{X} \Rightarrow n = 80 - 35 = 45$$

$${}_{25}^{55}\text{M}^{2+} \Rightarrow n = 55 - 25 = 30$$

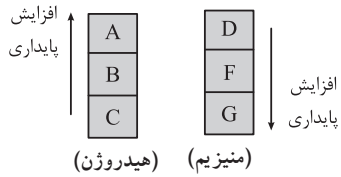
$${}_{50}^{120}\text{Z} \Rightarrow n = 120 - 50 = 70$$

$${}_{53}^{127}\text{D}^{-} \Rightarrow n = 127 - 53 = 74$$

نسبت شمار الکترون‌ها در  ${}_{36}^{84}\text{A}$ ،  ${}_{8}^{0}/$  برابر شمار نوترون‌ها در  ${}_{35}^{80}\text{X}$  است. محاسبات انجام‌شده به صورت زیر است:

$$\frac{36}{45} = 0/8$$

در شکل زیر، ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن و منیزیم برحسب افزایش پایداری آن‌ها مرتب شده‌اند. بر این اساس، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (n نماد نوترون و p نماد پروتون است.)



- (الف) از میان ایزوتوپ‌های داده‌شده، فقط در دو مورد،  $n \leq p$  است.  
 (ب) شمار نوترون‌ها در اتم G، ۴ برابر مجموع شمار نوترون‌ها در دو اتم B و C است.  
 (پ) شمار الکترون‌ها در  $F^{2+}$ ، با شمار الکترون‌ها در  $D^{2+}$  برابر است.  
 (ت) ایزوتوپ D نسبت به سایر ایزوتوپ‌های منیزیم در طبیعت، فراوانی کم‌تر و عدد جرمی بزرگ‌تری دارد.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ت

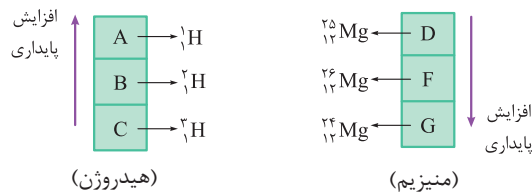
(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

ایزوتوپ‌های طبیعی چند عنصر زیر را به خاطر بسپارید.

ترتیب پایداری و فراوانی در طبیعت	ایزوتوپ‌ها	عنصر
${}_{12}^{24}\text{Mg} > {}_{12}^{26}\text{Mg} > {}_{12}^{25}\text{Mg}$	${}_{12}^{24}\text{Mg}$ , ${}_{12}^{25}\text{Mg}$ , ${}_{12}^{26}\text{Mg}$	منیزیم (Mg)
${}^1_1\text{H} > {}^2_1\text{H} > {}^3_1\text{H}$	${}^1_1\text{H}$ , ${}^2_1\text{H}$ , ${}^3_1\text{H}$	هیدروژن (H)
${}^7_3\text{Li} > {}^6_3\text{Li}$	${}^6_3\text{Li}$ , ${}^7_3\text{Li}$	لیتیم (Li)

طبق نکته ذکر شده می‌توان نوشت:



بر این اساس، عبارتهای «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارتهای:

(الف) از بین ایزوتوپ‌های داده‌شده در سه مورد،  $n \leq p$  است:

$${}^1_1\text{H} \Rightarrow \begin{cases} p=1 \\ n=0 \end{cases} \Rightarrow n < p \quad | \quad {}^2_1\text{H} \Rightarrow \begin{cases} p=1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow n = p \quad | \quad {}_{12}^{24}\text{Mg} \Rightarrow \begin{cases} p=12 \\ n=12 \end{cases} \Rightarrow n = p$$

(ب)

$$\begin{cases} G \Rightarrow {}_{12}^{24}\text{Mg} \Rightarrow n=12 \\ B \Rightarrow {}^2_1\text{H} \Rightarrow n=1 \\ C \Rightarrow {}^3_1\text{H} \Rightarrow n=2 \end{cases} \Rightarrow n \text{ مجموع} = 3 \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{12}{3} = 4$$

(پ) به ترتیب معادل با  ${}_{12}^{25}\text{Mg}$  و  ${}_{12}^{26}\text{Mg}$  هستند و در هر دو یون  $F^{2+}$  و  $D^{2+}$ ، ۱۰ الکترون وجود دارد.

(ت) درصد فراوانی ایزوتوپ  ${}_{12}^{25}\text{Mg}$  در طبیعت کم‌تر از سایر ایزوتوپ‌های منیزیم است، ولی عدد جرمی آن کم‌تر از  ${}_{12}^{26}\text{Mg}$  است.

برای یون  ${}^A_Z Y^{4+}$ ، رابطه  $A = 2/5Z + 2$  برقرار است. اگر یون  $Y^{2+}$ ، در مجموع دارای ۲۸۷ ذره زیراتمی باشد، نسبت شمار الکترون‌ها به نوترون‌ها در یون  $Y^{4+}$  کدام است؟

۰/۶۲۴ (۲)

۰/۳۹۶ (۱)

۰/۷۸ (۴)

۰/۶۴ (۳)

تعداد الکترون‌ها (e) در یک گونه را می‌توان از رابطه مقابل به دست آورد:  $e = p -$  بار (با در نظر گرفتن علامت)



**پاسخ خیلی تشریحی** **گام اول:** مقدار عدد اتمی (Z) و عدد جرمی (A) در یون‌های  $Y^{2+}$  و  $Y^{4+}$  برابر است و یون‌های مربوط به یک عنصر فقط در تعداد الکترون‌ها متفاوت هستند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

رابطه (I)  $n = 1/5p + 2$

**گام دوم:** در یون  $Y^{2+}$ ، مجموع ذرات زیراتمی برابر با ۲۸۷ است؛ بنابراین داریم:

رابطه (II)  $n + 2p = 287$

**گام سوم:** با ادغام روابط (I) و (II)، می‌توان عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) را به دست آورد:

$1/5p + 2 = 287 - 2p \Rightarrow 3/5p = 285 \Rightarrow p = 82$

با قراردادن شمار پروتون‌ها در رابطه (I)، شمار نوترون‌ها نیز محاسبه می‌شود:

$n = 1/5p + 2 \Rightarrow n = (1/5 \times 82) + 2 = 125$

**گام چهارم:** در یون  $Y^{4+}$ ، شمار نوترون‌ها برابر ۱۲۵ و شمار الکترون‌ها برابر با ۷۸ است، بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$\frac{\text{شمار الکترون‌ها در } Y^{4+}}{\text{شمار نوترون‌ها در } Y^{4+}} = \frac{78}{125} = 0/624$

کدام یک از موارد زیر، دربارهٔ ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن درست است؟



- (۱) سبک‌ترین آن‌ها، نیم‌عمری در حدود ۱۲ سال دارد.
- (۲) ناپایدارترین آن‌ها، در هستهٔ خود ۷ نوترون دارد.
- (۳) با افزایش شمار نوترون‌های آن‌ها، نیم‌عمر آن‌ها به طور منظم کاهش می‌یابد.
- (۴) در همهٔ آن‌ها، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی بزرگ‌تر از ۳ است.

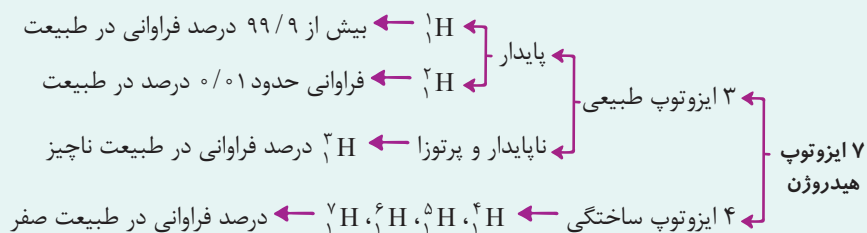
**مشاوره نکات و ویژگی‌های**  
ایزوتوپ‌های مختلف هیدروژن، یکی از مهم‌ترین مباحث فصل اول است. در سؤال‌های مربوط به این قسمت، به طبیعی یا ساختگی بودن، پایدار یا ناپایدار بودن و ترتیب نیم‌عمر این ایزوتوپ‌ها خیلی دقت کنید.

### درس‌Box

#### ایزوتوپ‌های هیدروژن

هیدروژن دارای ۷ ایزوتوپ به شرح زیر است:

نماد ایزوتوپ ویژگی ایزوتوپ	${}^1_1\text{H}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_1\text{H}$	${}^5_1\text{H}$	${}^6_1\text{H}$	${}^7_1\text{H}$
نیم‌عمر	پایدار	پایدار	۱۲/۳۲ سال	$1/4 \times 10^{-22}$ ثانیه	$9/1 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/3 \times 10^{-22}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵	۰/۰۱۱۴	ناچیز	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)	(ساختگی)



مقایسهٔ پایداری ایزوتوپ‌های هیدروژن:  ${}^1_1\text{H} > {}^2_1\text{H} > {}^3_1\text{H} > {}^4_1\text{H} > {}^5_1\text{H} > {}^6_1\text{H} > {}^7_1\text{H}$

نسبت  $A$  (عدد جرمی) به  $Z$  (عدد اتمی) در ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن به صورت زیر است:

$${}^4_1\text{H} \Rightarrow \frac{A}{Z} = 4, \quad {}^5_1\text{H} \Rightarrow \frac{A}{Z} = 5, \quad {}^6_1\text{H} \Rightarrow \frac{A}{Z} = 6, \quad {}^7_1\text{H} \Rightarrow \frac{A}{Z} = 7$$

در همهٔ ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن، نسبت  $\frac{A}{Z}$  بزرگ‌تر از ۳ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سبک‌ترین رادیوایزوتوپ ساختگی هیدروژن،  ${}^4_1\text{H}$  است که نیم‌عمر آن در حدود  $10^{-22}$  ثانیه است. دقت کنید که  ${}^3_1\text{H}$  رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن است و نیم‌عمر آن، ۱۲/۳ سال است.

گزینهٔ (۲): ناپایدارترین ایزوتوپ هیدروژن،  ${}^7_1\text{H}$  بوده که ۶ نوترون در هستهٔ خود دارد.

گزینهٔ (۳): ترتیب پایداری و نیم‌عمر ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن به صورت منظم نیست.

مقایسهٔ پایداری ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن:  ${}^5_1\text{H} > {}^6_1\text{H} > {}^4_1\text{H} > {}^7_1\text{H}$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید،  ${}^4_1\text{H}$  شمار نوترون‌های کم‌تری نسبت به  ${}^5_1\text{H}$  داشته و ناپایدارتر است.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ (نماد اتم‌های نیتروژن و اکسیژن به ترتیب به صورت  ${}^{14}_7\text{N}$  و  ${}^{16}_8\text{O}$  است.)

- در دود سیگار و قلیان، مقدار بسیار کمی مواد پرتوزا وجود دارد که ممکن است خطرناک باشند.
- پاسخ به پرسش «جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟» در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.
- در هر واحد از یون  $\text{NO}_3^-$ ، در مجموع ۶۳ ذرهٔ زیراتمی باردار وجود دارد.
- از مواد پرتوزا می‌توان در پزشکی استفاده کرد ولی نمی‌توان از آن‌ها در تولید انرژی الکتریکی بهره گرفت.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

**مشاوره** در بعضی از سؤالات موردی کنکور، عبارت‌های محاسباتی مثل عبارت سوم این سؤال وجود دارد. توصیهٔ ما این است که ابتدا بقیهٔ موارد را بخوانید و از درستی و نادرستی آن‌ها اطمینان حاصل کنید. در این سؤال، عبارت‌های اول، دوم و چهارم نادرست‌اند. در نتیجه، یکی از عبارات باید درست باشد. بدون انجام محاسبه و بدون این‌که عبارت سوم را بخوانید، سؤال حل می‌شود.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

فقط مورد سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: دود سیگار و قلیان، مقدار قابل توجهی (نه کمی) مواد پرتوزا دارد. از این‌رو اغلب افرادی که به سرطان ریه دچار می‌شوند، سیگاری هستند.

عبارت دوم:

- پرسش‌های مهم
- ۱) هستی چگونه پدید آمده است؟ ← پاسخ آن در قلمرو علم تجربی (مانند فیزیک و شیمی) نمی‌گنجد.
  - ۲) جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟ ← پاسخ آن در چارچوب اعتقادی و آموزه‌های الهی قرار دارد.
  - ۳) پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند؟ ← پاسخ آن‌ها در قلمرو علم تجربی قرار دارد.

عبارت سوم:

در یون‌های چنداتمی (یونی که بیشتر از یک اتم دارد مانند  $\text{SO}_4^{2-}$ )، تعداد کل الکترون‌ها را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد: (مقدار بار را با علامت در رابطه قرار می‌دهیم.)

بار - مجموع تعداد پروتون‌های اتم‌ها = تعداد الکترون‌های یون چنداتمی

تعداد پروتون‌ها را در یون  $\text{NO}_3^-$  محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} {}^{14}_7\text{N} &\Rightarrow p = 7 \\ {}^{16}_8\text{O} &\Rightarrow p = 8 \end{aligned} \Rightarrow \text{تعداد پروتون‌ها در } \text{NO}_3^- = \underbrace{(1 \times 7)}_{\text{N}} + \underbrace{(3 \times 8)}_{\text{O}} = 31$$

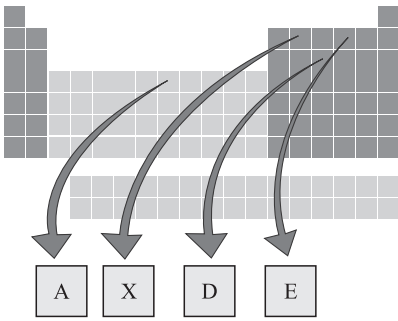
تعداد الکترون‌ها در این یون، یک عدد بیشتر از پروتون‌ها بوده و برابر ۳۲ است.

$$e = p - \text{بار} \Rightarrow e = 31 - (-1) = 32 \Rightarrow p + e = 31 + 32 = 63$$

عبارت چهارم: یکی از کاربردهای مواد پرتوزا، استفاده از آن‌ها در تولید انرژی الکتریکی است.



با توجه به جدول زیر، هر یک از توضیحات زیر را به ترتیب به کدام عنصرها می‌توان نسبت داد؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



• تفاوت شماره دوره و گروه آن در جدول برابر ۱۲ است.

۱۱۸

• تفاوت عدد اتمی آن با تعداد کل عنصرهای شناخته شده، برابر با تعداد عنصرهای طبیعی است.

۹۲

• با عنصری که اتم آن ۱۶ الکترون دارد، خواص شیمیایی مشابهی دارد.

X, A, D (۲)

E, A, X (۱)

A, E, D (۴)

E, D, X (۳)

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به جدول، به راحتی می‌توان عدد اتمی و شماره دوره و گروه عنصرها را پیدا کرد.

عنصر	A	X	D	E
عدد اتمی	۲۶	۶	۱۵	۸
شماره دوره	۴	۲	۳	۲
شماره گروه	۸	۱۴	۱۵	۱۶

• تفاوت شماره دوره و گروه برای دو عنصر X و D برابر ۱۲ است.

• تاکنون، ۱۱۸ عنصر شناخته شده که ۹۲ تا آن‌ها طبیعی و ۲۶ تا آن‌ها، ساختگی است.

$$۱۱۸ - ۹۲ = ۲۶ \Rightarrow \text{عدد اتمی عنصر A}$$

• می‌دانیم که عنصرهای هم‌گروه، خواص شیمیایی مشابهی دارند. عنصری با عدد اتمی ۱۶ مانند عنصر E، به گروه ۱۶ جدول تعلق دارد.



در نمونه‌ای ۵۰۰ اتمی شامل ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم ( $^{24}\text{Mg}$ )، شمار نوترون‌ها، ۱۵۵ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. اگر درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ در این نمونه برابر ۸۰٪ باشد، درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ کدام است؟

- ۹ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۲ (۴)



درصد فراوانی یک ایزوتوپ در طبیعت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد فراوانی ایزوتوپ } X = \frac{\text{تعداد ایزوتوپ } X}{\text{تعداد کل اتم‌ها در نمونه}} \times 100$$

**گام اول:** منیزیم در طبیعت به صورت ایزوتوپ‌های  $^{24}\text{Mg}$ ،  $^{25}\text{Mg}$  و  $^{26}\text{Mg}$  یافت می‌شود. طبق فرض سؤال، فراوانی ایزوتوپ  $^{24}\text{Mg}$  (سبک‌تر) در نمونه برابر ۸۰٪ است؛ در نتیجه، در نمونه ۵۰۰ اتمی از منیزیم، تعداد اتم‌های  $^{24}\text{Mg}$  برابر است با:

$$\text{درصد فراوانی } ^{24}\text{Mg} = \frac{\text{تعداد ایزوتوپ } ^{24}\text{Mg}}{\text{تعداد کل اتم‌ها در نمونه}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{500} \times 100 \Rightarrow x = 400$$

**گام دوم:** ایزوتوپ‌های یک عنصر در تعداد نوترون‌ها با همدیگر تفاوت دارند ولی تعداد پروتون‌ها در آن‌ها برابر است؛ بنابراین تعداد پروتون‌ها در نمونه ۵۰۰ اتمی از منیزیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد پروتون‌ها در نمونه} \Rightarrow 500 \times 12 = 6000$$

با توجه به این‌که تعداد نوترون‌ها، ۱۵۵ واحد بیشتر از تعداد پروتون‌ها است، می‌توان نوشت:

$$\text{تعداد نوترون‌ها در نمونه} = 6000 + 155 = 6155$$

**گام سوم:** از ۵۰۰ اتم منیزیم، ۴۰۰ اتم  $^{24}\text{Mg}$  است؛ در نتیجه مجموع اتم‌های  $^{25}\text{Mg}$  و  $^{26}\text{Mg}$  برابر ۱۰۰ اتم است. اگر تعداد اتم‌های  $^{25}\text{Mg}$  را برابر با  $x$  و تعداد اتم‌های  $^{26}\text{Mg}$  را برابر با  $y$  در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$x + y = 100$$

از طرفی تعداد نوترون‌های  $^{25}\text{Mg}$  برابر  $13x$  و تعداد نوترون‌های  $^{26}\text{Mg}$  برابر با  $14y$  خواهد بود. اکنون با حل دستگاه زیر، مقادیر  $x$  و  $y$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد ایزوتوپ‌های } ^{25}\text{Mg} \text{ و } ^{26}\text{Mg} \Rightarrow x + y = 100$$

$$\text{تعداد کل نوترون‌ها در نمونه} \Rightarrow \underbrace{(12 \times 400)}_{^{24}\text{Mg}} + \underbrace{13x}_{^{25}\text{Mg}} + \underbrace{14y}_{^{26}\text{Mg}} = 6155 \Rightarrow 13x + 14y = 1355$$

با حل دو معادله - دو مجهول،  $x$  و  $y$  مشخص می‌شوند. اگر معادله اول را در ۱۳ ضرب می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 13x + 13y = 1300 \\ 13x + 14y = 1355 \end{cases} \Rightarrow y = 55 \text{ (تعداد اتم‌های } ^{26}\text{Mg)}$$

**گام چهارم:** درصد فراوانی ایزوتوپ  $^{26}\text{Mg}$  برابر است با:

$$\text{درصد فراوانی ایزوتوپ } ^{26}\text{Mg} = \frac{\text{تعداد اتم‌های } ^{26}\text{Mg}}{\text{تعداد کل اتم‌ها در نمونه}} \times 100 = \frac{55}{500} \times 100 = 11\%$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون  $^{139}\text{X}^{3+}$  برابر ۲۸ باشد، کدام اتم را می‌توان ایزوتوپ اتم X در نظر گرفت؟



### درسی Box

● به تعداد پروتون‌های هسته اتم هر عنصر، عدد اتمی آن عنصر گفته می‌شود. عدد اتمی (Z) هر عنصر، منحصر به فرد است و به کمک عدد اتمی، نوع عنصر را تعیین می‌کنند.

● به مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های یک اتم، عدد جرمی گفته می‌شود.

نماد شیمیایی عنصر  $\rightarrow Z E \leftarrow$  عدد اتمی  
عدد جرمی  $\leftarrow A$

● اتم، ذره‌ای خنثی است؛ بنابراین تعداد پروتون‌های یک اتم (Z) با تعداد الکترون‌های آن (e) برابر است.

● اتم‌ها با از دست دادن یا گرفتن الکترون به ذره‌های باردار به نام یون تبدیل می‌شوند. در تبدیل اتم‌ها به یون، هسته اتم دستخوش تغییر نمی‌شود؛ بنابراین عدد اتمی و عدد جرمی در اتم‌ها و یون‌های مربوط به آن‌ها، هیچ فرقی با هم نمی‌کند.

● در مبحث عدد جرمی، مسائلی داریم که در آن عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها داده می‌شود. برای پاسخ‌دادن به این سؤال‌ها می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{عدد اتمی } (Z) = \frac{\text{عدد جرمی } (A) - (n - p)}{۲}$$

● در مبحث عدد جرمی، مسائلی داریم که در آن عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) و تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها داده می‌شود. برای پاسخ‌دادن به این سؤال‌ها از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد اتمی } (Z) = \frac{\text{عدد جرمی } (A) - (n - e) + (\text{بار یون با علامت})}{۲}$$

توجه: در ۴ یون  $^{16}\text{O}^{2-}$ ،  $^{32}\text{S}^{2-}$ ،  $^{14}\text{N}^{3-}$  و  $^{31}\text{P}^{3-}$  تعداد الکترون‌ها از نوترون‌ها بیشتر است؛ بنابراین عبارت (n - e) عددی منفی خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ ابتدا باید عدد اتمی عنصر X را حساب کنیم:

طبق فرض سؤال، اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر با ۲۸ شده است؛ لذا می‌توان نوشت:

$$n - e = ۲۸ \xrightarrow{e=p-۳} n - (p - ۳) = ۲۸ \Rightarrow n - p + ۳ = ۲۸ \Rightarrow n - p = ۲۵$$

اکنون با حل دستگاه زیر، مقادیر n و p به دست می‌آید:

$$^{139}\text{E}^{3+} \begin{cases} n + p = ۱۳۹ \\ n - p = ۲۵ \end{cases} \Rightarrow n = ۸۲, p = ۵۷$$

په‌جور دیگره  $\rightarrow$  عدد اتمی  $^{139}\text{E}^{3+}$  برابر است با:

$$\text{عدد اتمی } (Z) = \frac{\text{عدد جرمی } (A) - (N - e) + (\text{بار یون با علامت})}{۲} \Rightarrow Z = \frac{۱۳۹ - ۲۸ + ۳}{۲} = ۵۷$$

عدد اتمی عنصر M نیز برابر ۵۷ است و با عنصر X ایزوتوپ است. (ایزوتوپ‌های یک عنصر، عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت دارند.)

درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب چگونه است؟

- رادیوایزوتوپ فسفر، جزء رادیوایزوتوپ‌هایی است که در ایران تولید می‌شود. ۷
- اختلاف تعداد دوره و گروه در جدول تناوبی، برابر با ۹ است. ۱۸
- فراوان‌ترین ایزوتوپ اورانیم،  $^{235}\text{U}$  است که به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.
- با وجود پیشرفت در علم شیمی و فیزیک، انسان هنوز نمی‌تواند عنصرهای دیگر را به طلا تبدیل کند.

(۲) درست - نادرست - نادرست - نادرست

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - درست

(۳) نادرست - نادرست - درست - درست



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: درست - در ایران، رادیوایزوتوپ‌هایی از جمله تکنسیم و فسفر تولید می‌شود.

عبارت دوم: نادرست - جدول تناوبی از ۱۸ گروه و ۷ دوره تشکیل شده است؛ بنابراین اختلاف شماره دوره و گروه در آن برابر با ۱۱ است.

عبارت سوم: نادرست - درصد فراوانی  $^{235}\text{U}$  در مخلوط طبیعی از اورانیم، کم‌تر از ۷/۰ درصد است.

غنی‌سازی ایزوتوپی ← افزایش مقدار (فراوانی) یک ایزوتوپ در مخلوط ایزوتوپ‌های آن عنصر ← مثال: افزایش فراوانی ایزوتوپ  $^{235}\text{U}$  در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم



عبارت چهارم: نادرست - کیمیاگری (تبدیل عنصرهای دیگر به طلا) آرزوی دیرینه بشر بوده است. با پیشرفت علم شیمی و فیزیک،

انسان می‌تواند طلا تولید کند، اما هزینه تولید آن به اندازه‌ای زیاد است که صرفه اقتصادی ندارد.

اگر اتم مربوط به عنصر E ۹۶ یک رادیوایزوتوپ باشد، حداقل شمار نوترون‌ها در هسته هر اتم از آن برابر با ..... بوده و نسبت عدد

$$\frac{n}{p} \geq 1/5$$

$$192 - 144 \quad (2)$$

$$190 - 146 \quad (4)$$

جرمی آن به مقدار  $\frac{A-Z}{Z}$  در اتم  ${}^{72}_{32}X$  برابر با ..... است.

$$190 - 144 \quad (1)$$

$$192 - 146 \quad (3)$$



## درس‌Box

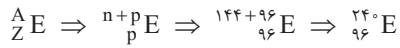
(۱) رادیوایزوتوپ‌ها، دسته‌ای از ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند که ناپایدار و پرتوزا بوده و دارای نیم‌عمرند، یعنی با گذشت زمان هسته آن‌ها متلاشی می‌شود.

(۲) اغلب هسته‌هایی که  $\frac{n}{p} \geq 1/5$  یا  $\frac{A}{Z} \geq 2/5$  دارند، رادیوایزوتوپ هستند و به مرور زمان متلاشی می‌شوند.

✓ پاسخ خیلی تشریحی در اغلب رادیوایزوتوپ‌ها، حداقل شمار نوترون‌ها،  $1/5$  برابر شمار پروتون‌ها است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$n = 1/5p \Rightarrow n = 1/5 \times (96) = 192$$

بر این اساس، نماد عنصر E به صورت زیر است:



در اتم  ${}^{72}_{32}X$  مقدار  $\frac{A-Z}{Z}$  برابر است با:

$$\frac{A-Z}{Z} \Rightarrow \frac{72-32}{32} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$

نسبت خواسته‌شده در قسمت دوم سؤال نیز برابر است با:

$$\frac{240}{96} = \frac{4 \times 240}{96} = \frac{4 \times 240}{4 \times 24} = \frac{240}{24} = 10$$

با دانستن موقعیت یک عنصر در جدول دوره‌ای، کدام مورد را درباره آن عنصر نمی‌توان به دست آورد؟

۶۳

(۲) عدد اتمی

(۱) شمار الکترون‌ها

(۴) شماره دوره

(۳) شمار نوترون‌ها

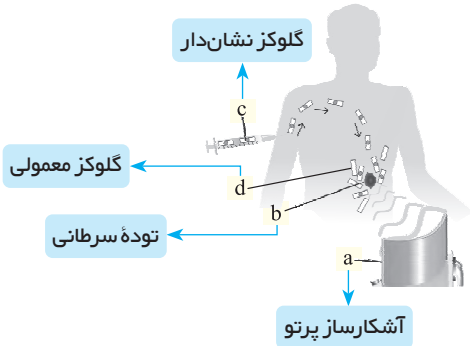


پاسخ خیلی تشریحی ✓

از طریق عدد اتمی می‌توان شماره دوره و گروه هر عنصر را تشخیص داد. هم‌چنین در هر خانه از جدول تناوبی، عدد اتمی عنصر ذکر شده است که نشان‌دهنده شمار پروتون‌ها و الکترون‌ها است، اما در این خانه‌ها، عدد جرمی اتم نوشته نمی‌شود، در نتیجه نمی‌توان تعداد نوترون‌ها در اتم را محاسبه کرد. جرم اتمی میانگین، کمیتی است که در خانه‌های جدول تناوبی نوشته می‌شود. برای نمونه، خانه مربوط به اتم هیدروژن در جدول دوره‌ای به صورت شکل زیر است:

عدد اتمی	۱
نماد شیمیایی	H
نام	هیدروژن
جرم اتمی میانگین	۱/۰۰۸

با توجه به شکل مقابل، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟



**مشاوره** یکی از منابع اصلی طرح سؤالات در کنکور، مطالب و شکل‌های کتاب درسی است. پس بر شما واجب است که بر همه شکل‌ها و متن‌های کتاب درسی، تسلط کافی داشته باشید.

- **b**، یک توده سرطانی را نشان می‌دهد که در اطراف آن، مواد **c** و **d** تجمع می‌یابند.
- **c**، نشان‌دهنده گلوکز نشان‌دار بوده و فاقد اتم پرتوزا است.
- با فرایند انجام گرفته در شکل، توده سرطانی را می‌توان درمان کرد.
- قسمت **a**، آشکارساز پرتو بوده و پرتوهای گسیل شده از **d** و **c** را جذب می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

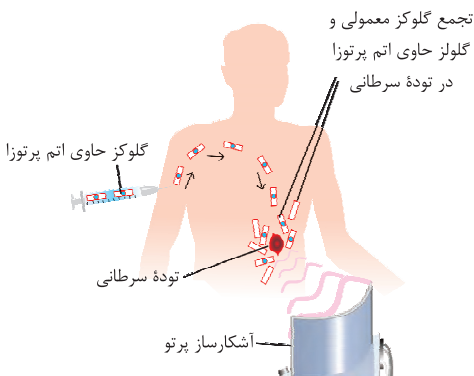
۲ (۲)

۱ (۱)



با توجه به شکل زیر، هر یک از موارد **a**، **b**، **c** و **d** به ترتیب نشان‌دهنده آشکارساز پرتو، توده سرطانی، گلوکز نشان‌دار و گلوکز معمولی هستند. بر این اساس فقط عبارت اول درست است.

**پاسخ خیلی تشریحی**



بررسی عبارت‌ها:

- عبارت اول: **b**، نشان‌دهنده یک توده سرطانی است. با تزریق گلوکز نشان‌دار به بدن، هم گلوکز معمولی و هم گلوکز پرتوزا در محل توده سرطانی تجمع می‌یابند.
- عبارت دوم: **c**، نشان‌دهنده گلوکز نشان‌دار بوده و حاوی اتم پرتوزا است. به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان‌دار گفته می‌شود.
- عبارت سوم: فرایند انجام گرفته در شکل فقط برای شناسایی محل توده سرطانی به کار می‌رود. این فرایند ربطی به درمان مستقیم بیماری ندارد.
- عبارت چهارم: قسمت **a**، نشان‌دهنده آشکارساز پرتو است و پرتوهای گسیل شده از گلوکز نشان‌دار را جذب می‌کند.

دقت کنید که گلوکز معمولی، پرتوزا نیست و هیچ پرتویی را از خود گسیل نمی‌کند تا توسط آشکارساز جذب شود.

**گول نخوری**



درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) جدول دوره‌ای امروزی براساس افزایش جرم اتمی عنصرها مرتب شده است.
- (۲) پسماند راکتورهای اتمی، خطرناک نیست و خاصیت پرتوزایی ندارد.
- (۳) گاز اکسیژن ( $O_2$ ) را برخلاف هلیم ( $He$ )، نمی‌توان عنصر در نظر گرفت.
- (۴) هنگام عکس برداری از دندان‌ها در رادیولوژی، با پوشش‌های سربی از غده تیروئید محافظت می‌شود.



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۴) درست است و بقیه گزینه‌ها نادرست هستند. می‌دانیم که هنگام عکس برداری از دندان‌ها در رادیولوژی باید با استفاده از پوشش‌های سربی از غده تیروئید در برابر پرتوهای پرانرژی و خطرناک محافظت کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عناصر در جدول تناوبی امروزی براساس افزایش عدد اتمی ( $Z$ ) چیده شده‌اند.

گزینه (۲): پسماند راکتورهای اتمی هنوز خاصیت پرتوزایی دارد و خطرناک است؛ از این رو دفع آن‌ها از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای به شمار می‌آید.

گزینه (۳): عنصر شکل خالصی از ماده است که از یک نوع اتم تشکیل شده است. عنصرهایی توانند تک‌اتمی (مانند  $He$ )، دواتمی (مانند  $O_2$ )، چنداتمی (مانند  $P_4$ ) و یا به صورت شمار بسیار زیادی از اتم‌های یکسان که کنار هم قرار گرفته‌اند (مانند  $Mg$ )، باشند.



کدام یک از موارد زیر در رابطه با عنصر تکنسیم درست است؟

(۱) شناخته شده ترین فلز پرتوزا است و در تصویربرداری پزشکی کاربرد دارد.

(۲) نماد این عنصر به صورت  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  بوده و نسبت  $\frac{n}{p}$  در آن بیشتر از این نسبت در  ${}^3_1\text{H}$  است.

(۳) غده تیروئید به همراه جذب یون یدید، یون تکنسیم را نیز جذب می کند. **واکنش هسته‌ای**

(۴) در واکنشی که تکنسیم توسط آن تولید می شود، همانند واکنش تبدیل هیدروژن به هلیم پس از مهبانگ، انرژی آزاد می شود.

همه  ${}^{99}\text{Tc}$  موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش های هسته‌ای ساخته شود. واکنش تبدیل هیدروژن به هلیم نیز، از نوع هسته‌ای است. در واکنش های هسته‌ای، انرژی آزاد می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): تکنسیم، نخستین عنصر ساخت بشر در راکتورهای هسته‌ای بوده و در تصویربرداری پزشکی کاربرد دارد.

شناخته شده ترین فلز پرتوزا، فلز اورانیوم بوده و نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم است.

اغلب هسته‌هایی با  $\frac{n}{p} \geq 1/5$ ، ناپایدار بوده و رادیوایزوتوپ به حساب می آیند، اما در تکنسیم ( ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ )، این نسبت کمتر از  $1/5$  است اما تکنسیم یک رادیوایزوتوپ محسوب می شود:

$${}^{99}_{43}\text{Tc} \Rightarrow \frac{n}{p} = \frac{56}{43} = 1/3 < 1/5 \Rightarrow \text{ولی رادیوایزوتوپ است.}$$

گزینه (۲): نسبت  $\frac{n}{p}$  تکنسیم به تقریب برابر  $1/3$  بوده و کمتر از این نسبت در  ${}^3_1\text{H}$  ( $\frac{n}{p} = 2$ ) است.

گزینه (۳): به دلیل اندازه مشابه یون یدید با یون حاوی تکنسیم (نه خود یون تکنسیم)، غده تیروئید همراه با جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می کند و امکان تصویربرداری از غده فراهم می شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗



۶۸

چند مورد از ویژگی‌های زیر در ایزوتوپ‌های مربوط به یک عنصر، یکسان است؟

- خواص شیمیایی
- چگالی
- نسبت شمار الکترون‌ها به پروتون‌ها
- مجموع ذرات داخل هسته اتم
- جایگاه آن‌ها در جدول دوره‌ای

 $Z$  یکسان،  $A$  متفاوت

نوترون و پروتون

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



ایزوتوپ‌های یک عنصر در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی و نقطه جوش با هم متفاوت‌اند، اما از آن جایی که ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر، عدد اتمی ( $Z$ ) یکسانی دارند، در شمار پروتون‌ها، شمار الکترون‌ها و خواص شیمیایی یکسان هستند.



ایزوتوپ‌های یک عنصر، شمار پروتون‌ها و الکترون‌های یکسانی دارند و در نتیجه نسبت  $\frac{e}{p}$  آن‌ها برابر ۱ است. هم‌چنین در تعداد نوترون‌ها متفاوت هستند و مجموع ذرات داخل هسته (پروتون و نوترون) در آن‌ها متفاوت است. ایزوتوپ‌های یک عنصر، فقط یک جایگاه از جدول تناوبی را اشغال می‌کنند، چون خانه‌های جدول تناوبی براساس افزایش عدد اتمی مرتب می‌شوند نه افزایش عدد جرمی!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عنصر X دارای سه ایزوتوپ با جرم‌های سبک، متوسط و سنگین است؛ به طوری که با دریافت دو الکترون توسط هر اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر، عدد جرمی این ایزوتوپ دو برابر تعداد الکترون‌های آن می‌شود. اگر به ازای ۲ ایزوتوپ سبک‌تر، ۴ ایزوتوپ سنگین‌تر و به ازای هر ایزوتوپ سبک‌تر، ۲ ایزوتوپ با جرم متوسط در نمونه X وجود داشته باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کدام است و در هر اتم از آن، اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها چه قدر است؟

$$F_p = 2F_1$$

$$F_p = 2F_1$$

$$4 - 50 \quad (2)$$

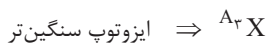
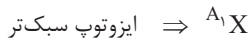
$$5 - 50 \quad (1)$$

$$5 - 40 \quad (4)$$

$$4 - 40 \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ فرض کنیم که نماد ایزوتوپ‌های عنصر X به صورت زیر است:



اگر هر اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر، ۲ الکترون دریافت کند، طبق فرض سؤال می‌توان نوشت:

$${}^{A_3}\text{X}^{2-} \Rightarrow \frac{A_3}{e} = 2 \Rightarrow \frac{n+p}{e} = 2 \xrightarrow{\text{بار } e=p-} \frac{n+p}{p+2} = 2 \Rightarrow 2p+4 = n+p \Rightarrow n-p = 4$$

اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در ایزوتوپ سنگین‌تر برابر با ۴ است.

برای به دست آوردن فراوانی ایزوتوپ‌ها، با توجه به اطلاعات داده‌شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_p = 2F_1 \\ F_p = 2F_1 \end{cases} \xrightarrow{F_1+F_p+F_p=100} F_1+2F_1+2F_1=100$$

$$\Rightarrow 5F_1 = 100 \Rightarrow F_1 = 20 \xrightarrow{F_p=2F_1} F_p = 40$$

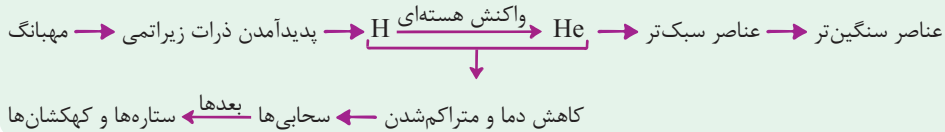
کدام مورد نادرست است؟

۷۰

- ۱) اطلاعاتی که توسط فضاپیماهای وویجر به زمین مخابره می‌شوند، می‌توانند شامل نوع عناصر سازندهٔ سیاره‌ها باشند.
- ۲) با انجام واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها، عناصر سبک‌تر به عناصر سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.
- ۳) با کاهش دما پس از مه‌بانگ، عناصر سبک‌تر متراکم شدند و مجموعه‌هایی سنگی را پدید آوردند.
- ۴) انرژی آزاد شده در واکنش‌های هسته‌ای آن قدر زیاد است که می‌تواند صدها میلیون تن فولاد را ذوب کند.



روند تشکیل عناصر در کیهان را می‌توان به صورت نمودار زیر نمایش داد:



با کاهش دما پس از مه‌بانگ، عناصر H و He متراکم شدند و مجموعه‌هایی گازی (نه سنگی!) به نام سحابی‌ها را پدید آوردند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱): فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون، شناسنامهٔ فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کنند و بفرستند. این شناسنامه‌ها می‌تواند حاوی اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد باشد.

گزینهٔ ۲): درون ستاره‌ها، با انجام واکنش‌های هسته‌ای، عناصر سبک‌تر به عناصر سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

گزینهٔ ۴): **کاملادرسته!**

پاسخ خیلی تشریحی ✓