آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله هفتم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۱۸/آبان/۱۴۰۳

دفترچه شماره یک

بودجه‌بندی دروس

حسابان و ریاضیات پایه	ریاضیات گسسته	هندسه
ریاضی (۱) فصل ۴ صفحهٔ ۶۹ تا ۹۳ حسابان (۱) فصل ۱ (درس ۲ تا ۴) صفحهٔ ۷ تا ۲۸ حسابان (۲) فصل ۱ صفحهٔ ۱ تا ۲۲	ریاضیات گسسته فصل ۱ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای قضیهٔ تقسیم و کاربردها) صفحهٔ ۱ تا ۱۴	هندسه (۱) فصل ۲ صفحهٔ ۲۹ تا ۵۱ هندسه (۳) فصل ۱ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن) صفحهٔ ۹ تا ۲۶

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه
مجموع	۴۰ سؤال			۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴
شروع مجدد دوازدهم از مهر

Azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

حسابان و ریاضیات پایه

۱- اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^۳+mx^۲+x-۲$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر عبارت $x-۱$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲- چندجمله‌ای $f(x)=x^۳+ax^۲+bx-۱$ مفروض است. اگر چندجمله‌ای $f(x-۲)$ بر $x-۳$ و چندجمله‌ای $f(x-۳)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد، حاصل ab کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۶ ۴) -۶

۳- اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^۴+ax^۳+۵x^۲+bx+۴$ بر $x^۲+۲x+۴$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) صفر

۴- اگر معادلهٔ $mx^۲+۴x+m+۳=۰$ دارای دو جواب حقیقی مثبت باشد، در مورد معادلهٔ $(m+۳)x^۲-x+m+۴=۰$، کدام مورد صحیح است؟

۱) دو جواب حقیقی منفی دارد.
۲) دو جواب حقیقی مثبت دارد.
۳) دو جواب حقیقی غیر هم‌علامت دارد.
۴) جواب حقیقی ندارد.

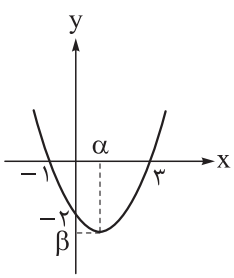
۵- رأس سهمی $y=۲x^۲-(۲a+۲)x+a$ روی خط $y=-۵$ قرار دارد. مجموع طول نقاط برخورد سهمی با محور xها کدام است؟

۱) ۴ یا -۱ ۲) ۳ یا -۲ ۳) ۳ یا -۱ ۴) ۴ یا -۲

۶- جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۵x-۲=۰$ اعداد α و β هستند و جواب‌های معادلهٔ $x^۳+ax^۲+bx+c=۰$ اعداد ۲، $۲\alpha-۱$ و $۲\beta-۱$ هستند. حاصل $a-b+c$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱

۷- نمودار یک تابع درجه‌دوم (سهمی) در شکل زیر رسم شده است. جواب‌های کدام معادله $\alpha+\beta$ و $\alpha\beta$ هستند؟

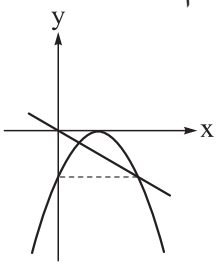


۱) $۹x^۲-۳۹x-۴۰=۰$
۲) $۹x^۲-۳۹x+۴۰=۰$
۳) $۹x^۲+۳۹x+۴۰=۰$
۴) $۹x^۲+۳۹x-۴۰=۰$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۸- خط $۲y + x = ۰$ و نمودار تابع $f(x) = ax^۲ + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام است؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۶

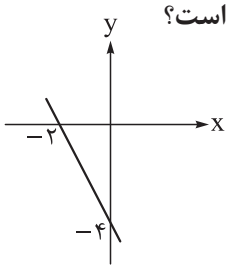
۹- دو ماشین A و B با هم کاری را در ۱۲ روز تمام می‌کنند. اگر ماشین A به تنهایی کار را در ۳۶ روز تمام کند، چند ماشین B هم‌زمان با هم کار کنند تا تمام کار سه‌روزه تمام شود؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۰- اگر $a = \sqrt{۲x-۶} + \sqrt{۲x+a}$ و $b = \sqrt{۲x+a} - \sqrt{۲x-۶} - ۱$ باشد، حاصل ab کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۱- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. عبارت $p(x) = \frac{۲x - f(x)}{f(x) - x}$ در کدام بازه مثبت است؟



۱) $(-۱, \frac{۴}{۳})$ ۲) $(-\frac{۴}{۳}, -۱)$

۳) $(-\frac{۴}{۳}, ۱)$ ۴) $(۱, \frac{۴}{۳})$

۱۲- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{ax+۴}{x-۲} > ۳$ بازهٔ $(b, +\infty)$ است. حاصل ab کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۳- عبارت $p(x) = (x+۲)(۲x^۳ + ax^۲ + b)$ همواره نامنفی است. حدود a کدام است؟

۱) $[۴, ۱۲]$ ۲) $[-۱۲, -۴]$

۳) $[-۴, ۱۲]$ ۴) $[-۱۲, ۴]$

۱۴- نمودار تابع $y = f(۱ - \frac{x}{۲})$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. نمودار به‌دست‌آمده مربوط به کدام تابع است؟ (تابع f وارون‌پذیر است.)

۱) $y = f^{-۱}(\frac{x}{۲})$ ۲) $y = ۲f^{-۱}(\frac{x}{۲})$

۳) $y = -۲f^{-۱}(x)$ ۴) $y = f^{-۱}(-\frac{x}{۲})$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۱۵- نمودار تابع $f(x)=۲(x-a)^۲-b$ را ۴ واحد به راست و ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و سپس نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم تا به نمودار تابع $y=-۲(x-b)^۲-a$ برسیم. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۶ ۴) -۶

۱۶- توابع $f(x)=\frac{۳-۲x}{ax+۱}$ و $g(x)=(b^۲-۱)x^۲+bx-۱$ هر دو روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی هستند. کدام تابع روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است؟

۱) $f-۲g$ ۲) $g-۲f$ ۳) $f-g$ ۴) $f+g$

۱۷- مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(\frac{۱}{۱۲۵})^{x^۲-۱}\leq(\frac{۱}{۵})^{۶x+۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۸- اگر $f(x)=۳x+|x-۴|$ و $f(m^۲-۲m+۱)<f(۴m-m^۲-۳)$ باشد، حدود m کدام است؟

۱) $(۱,۲)$ ۲) $(-۲,-۱)$ ۳) $(-۱,۲)$ ۴) $(-۲,۱)$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

ریاضیات گسسته

۱۹- چند نقطه با مختصات صحیح در تساوی $\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{x}+\frac{۳}{xy}$ صدق می‌کند؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۲۰- به ازای چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۱ رابطهٔ $۸۰ \mid ۳^n - ۱$ برقرار است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

۲۱- به ازای چند عدد طبیعی n هر دو عدد $۵n+۴$ و $۷n+۳$، مقسوم‌علیه مشترک مساوی ۱۷ دارند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲- اگر a، b و c سه عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند به طوری که $a^۲ \mid b^۵$ و $b^۶ \mid c^۷$، کدام گزینه درست است؟

۱) $a^{۱۵} \mid c^{۲۹}$ ۲) $a^{۱۶} \mid c^{۳۱}$ ۳) $a^{۱۷} \mid b^{۳۳}$ ۴) $a^{۱۸} \mid c^{۳۵}$

۲۳- کدام گزینه، مثال نقض گزارهٔ زیر است؟

«اگر $(x+۵)(x+۱)$ گویا باشد، آن‌گاه $\frac{\sqrt{۷+\sqrt{۴۸}}}{x+۱}$ گنگ است.»

۱) $-۳-\sqrt{۳}$ ۲) $-۳+\sqrt{۳}$ ۳) $-۳+\sqrt{۷}$ ۴) مثال نقض ندارد.

۲۴- A یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S=\{۲,۳,۴,۵,۶\}$ است. اگر $\frac{n^۲(n^۲-۱)^۲}{۳۶}$ زوج باشد و $n \in A$، آن‌گاه مجموعهٔ A حداکثر چند عضو دارد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۲۵- اگر به ازای هر $n \in \mathbb{Z}$ داشته باشیم $n+۱ \mid ۲m^۳ - m^۲ - ۴m + ۳$، برای m چند مقدار صحیح به دست می‌آید؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۳

۲۶- اگر a و b نسبت به هم اول باشند، ب.م.م دو عدد $۷a+۲b$ و $۳a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۷- عدد طبیعی a مضرب ۷۲ است. اگر مکعب a بر ۴۸۰ بخش‌پذیر باشد، مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار چهاررقمی a کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

۲۸- اگر $۷ \mid ۳k+۴$، آن‌گاه در رابطهٔ $۴۹ \mid ۹k^۲ + ۴۵k + \alpha$، مقدار α کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۸ ۳) ۲۴ ۴) ۴۴

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

هندسه

۲۹- اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و AB یک ماتریس قطری باشد، آن‌گاه حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۳۰- اگر مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که در آن $a_{ij}=\begin{cases}ai+j & ; i-j=۲\\ i-aj & ; i-j\neq ۲\end{cases}$، برابر با ۷ باشد، درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A^۳$ کدام است؟

۱) ۶۸ ۲) ۶۶ ۳) ۶۴ ۴) ۶۲

۳۱- در دستگاه $\begin{bmatrix}a & a+۱\\ a+۱ & a+۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ -۳\end{bmatrix}$، حاصل $x-y$ کدام است؟

۱) $۲a+۴$ ۲) -۶ ۳) $-۲(۴a+۳)$ ۴) $-a-۴$

۳۲- دستگاه $\begin{cases}(m-۳)y-۴x=۳\\ ۲x-\frac{m-۳}{۲}y=۱\end{cases}$ فاقد جواب است. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $\mathbb{R}-\{۳\}$ ۳) $\mathbb{R}-\{۷,-۱\}$ ۴) $\varnothing$

۳۳- اگر $A^۳=۹I$ باشد، حاصل $(A-۲I)^{-۱}-۱۷(A+۲I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) I ۲) A ۳) $۴(A+I)$ ۴) $۴A$

۳۴- فرض کنید $A^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & a & ۳\\ ۰ & ۲a & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۴ & ۲\\ ۱ & ۳\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}$. اگر مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $۲B^۶A$ برابر با -۹ باشد، کوچک‌ترین درایهٔ ماتریس A کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۶ ۳) -۵ ۴) -۸

۳۵- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ ۲ & ۷\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی باشد به طوری که $ACB=I$، آن‌گاه ماتریس مجموع درایه‌های سطر دوم C کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) -۱۹ ۳) -۳ ۴) ۳

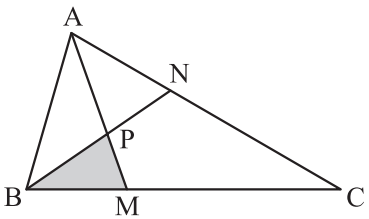
محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۳۶- در مثلثی به اضلاع $AB = ۶$، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر M، N و P به ترتیب وسط اضلاع BC، AC و AB باشند، آن‌گاه مساحت چهارضلعی MNPH کدام است؟

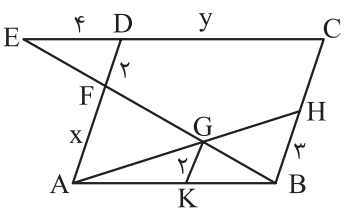
۱) ۷/۶۸ ۲) ۸/۷۸ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۶/۷۵

۳۷- مطابق شکل زیر، اگر $\frac{AN}{AC} = \frac{BM}{MC} = \frac{۱}{۳}$، آن‌گاه مساحت BMP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



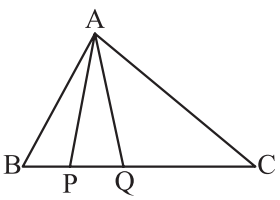
۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۳۸- در شکل زیر، ABCD متوازی‌الاضلاع و $GK \parallel AD$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $x + ۲y$ کدام است؟



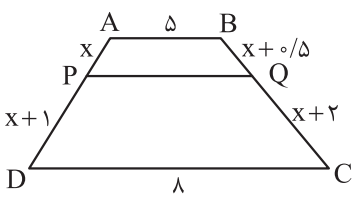
۱) ۲۴
۲) ۳۶
۳) ۳۰
۴) ۲۰

۳۹- در شکل رسم‌شده، طول پاره‌خط BQ واسطهٔ هندسی طول پاره‌خط‌های BP و BC است. نسبت مساحت مثلث APQ به مساحت مثلث ABP کدام است؟



۱) $\frac{QC}{BQ}$ ۲) $\frac{BC}{PQ}$ ۳) $\frac{PQ}{QC - PQ}$ ۴) $\frac{PQ}{QC - BP}$

۴۰- مطابق شکل، پاره‌خط PQ با قاعده‌های ذوزنقهٔ ABCD موازی است. طول PQ کدام است؟



۱) ۶/۲۵
۲) ۶
۳) ۵/۷۵
۴) ۵/۵

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله هفتم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۱۸/آبان/۱۴۰۳

دفترچه شماره دو

بودجه‌بندی دروس

فیزیک	شیمی
فیزیک (۱) فصل ۴ صفحهٔ ۸۳ تا ۱۲۶ فیزیک (۳) فصل ۱ صفحهٔ ۱ تا ۲۸	شیمی (۱) فصل ۲ صفحهٔ ۴۵ تا ۸۴ شیمی (۳) فصل ۱ (تا ابتدای بازها محلول‌هایی با $۷ < pH \leq ۱۴$) صفحهٔ ۱ تا ۲۸

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۸۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	
مجموع	۶۵ سؤال			۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

Azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

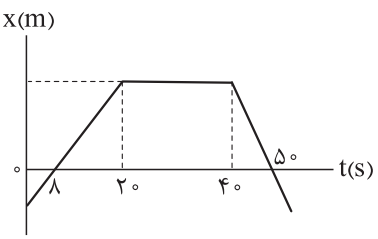
فیزیک دوازدهم

۴۱- متحرکی روی محور x براساس اطلاعات جدول زیر از مکان A به مکان B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک حین جابه‌جایی تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام می‌تواند باشد؟

بردار مکان A	بردار مکان B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$(+۶m)\vec{i}$	$(-۸m)\vec{i}$	$(-۲\frac{m}{s})\vec{i}$	$۶\frac{m}{s}$

۱) $(-۲۰m)\vec{i}$ ۲) $(-۲۲m)\vec{i}$ ۳) $(۲۲m)\vec{i}$ ۴) $(۱۸m)\vec{i}$

۴۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۵۰ s برابر $۶/۴\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰\ s$ تا $t_۲ = ۵۰\ s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

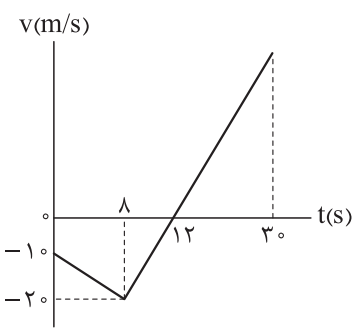


۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۵۵
۴) ۰/۴۴

۴۳- موتورسواری فاصلهٔ ۴۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با تندی ثابت $۱۲۰\frac{km}{h}$ رفته و پس از رسیدن به شهر دوم، با تندی ثابت $۱۰۰\frac{km}{h}$ به طرف شهر اول بازمی‌گردد. تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ کیلومتر را پیموده، چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۵۲/۵ ۴) ۳۷/۵

۴۴- شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازمی‌گردد؟

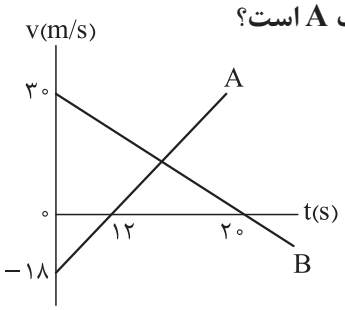


۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۸

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۴۵- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه حرکت خود را شروع کرده‌اند، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، تندی متحرک B چند برابر تندی متحرک A است؟

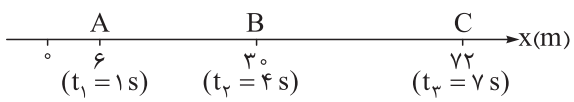


۱) ۱
۲) ۰/۸
۳) ۰/۶
۴) ۰/۵

۴۶- توپی که در امتداد یک خط راست حرکت می‌کند، با تندی $۶۳\frac{km}{h}$ به یک دیوار برخورد کرده و در همان امتداد اولیه با تندی $۲۷\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. اگر زمان برخورد توپ با دیوار ۰/۴ s باشد، شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۹۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۲۵

۴۷- مسیر حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و متحرک در لحظه‌های مشخص‌شده از نقاط A، B و C می‌گذرد. سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟

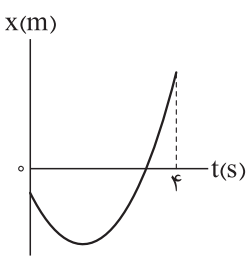


۱) ۴۲
۲) ۱۶
۳) ۱۵
۴) ۱۱

۴۸- معادلهٔ حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۵t - ۲۴$ است. تندی متوسط متحرک در مدت‌زمانی که به صورت کندشونده از مبدأ مختصات دور می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۴/۵

۴۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ t = ۴s، ۲ برابر تندی در لحظهٔ شروع حرکتش باشد، حرکت این متحرک چند ثانیه به صورت کندشونده بوده است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۵۰- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳$ است. در طی این حرکت، کم‌ترین طول بردار مکان متحرک چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

۵۱- بردار مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در دو لحظهٔ $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۷\ s$ تغییر جهت می‌دهد. اگر متحرک در مکان $x = -۲۰\ m$ تغییر جهت دهد، تندی متوسط آن در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲/۵

۵۲- متحرکی با شتاب ثابت $-۲\ m/s^۲$ روی خط راست در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دهم و ثانیهٔ یازدهم با هم برابر باشند، بزرگی جابه‌جایی آن در ثانیهٔ پنجم چند متر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۲۱ ۴) ۷۵

۵۳- خودرویی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که راننده یک سرعت‌گیر را جلوی خود می‌بیند و از لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۳۶ متری سرعت‌گیر قرار دارد، با شتاب ثابت ترمز می‌کند. اگر جابه‌جایی خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز به ترتیب $۱۰/۵\ m$ و $۷/۵\ m$ باشد، کدام موارد درست است؟

الف) خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $۶\ m$ را می‌پیماید.

ب) تندی متوسط خودرو از $۲\ s$ قبل از ترمزکردن تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر $۱۱\frac{m}{s}$ است.

پ) خودرو $۵\ s$ پس از ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) خودرو با تندی $۳\frac{m}{s}$ از روی سرعت‌گیر عبور می‌کند.

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

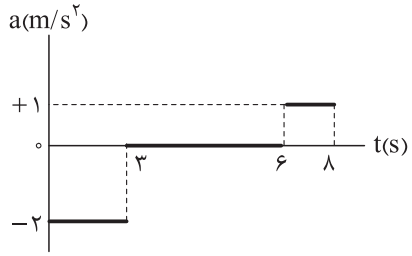
۵۴- خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ در حرکت است که ناگهان راننده، موتورسیکلتی را پیش روی خود می‌بیند که از حال سکون و با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ در جهت حرکت خودرو شروع به حرکت می‌کند. راننده بلافاصله با شتابی به اندازهٔ $۴\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد، اما با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ به موتورسیکلت برخورد می‌کند. فاصلهٔ موتورسیکلت از خودرو در لحظه‌ای که راننده شروع به ترمز می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۴/۷۵ ۳) ۷۴/۲۵ ۴) ۹۴/۵

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۵۵- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت متحرک در $t_1 = 1\,s$ به صورت $(+2\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۵}{۸}$
۲) $\frac{۱۳}{۸}$
۳) $\frac{۹}{۸}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

۵۶- خودرویی با سرعت ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظهٔ گذشتن خودرو از کنار یک خودروی پلیس، خودروی پلیس با شتاب $۵\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. فاصلهٔ میان دو خودرو در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۸ s پس از شروع حرکت پلیس، چند متر تغییر می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۷/۵

۵۷- در شرایط خلأ سنگی را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم. اگر سنگ در ثانیهٔ آخر حرکت خود ۳۴/۳ متر را طی کند، تندی سنگ در لحظهٔ رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۹/۸\,m/s^2)$

۱) ۲۱/۶ ۲) ۳۴/۹ ۳) ۳۹/۲ ۴) ۲۸/۹

۵۸- سنگی در شرایط خلأ از ارتفاع H رها می‌شود. اگر سرعت متوسط سنگ در Δt ثانیهٔ اول حرکت ۸ m/s و در Δt ثانیهٔ آخر حرکت ۴۰ m/s باشد، H چند متر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^2)$

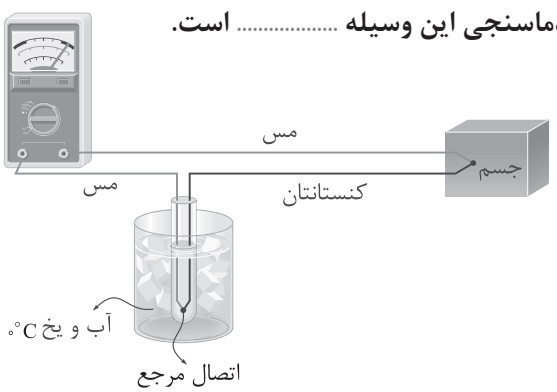
۱) ۱۲۲/۴ ۲) ۱۱۵/۲ ۳) ۱۱۲/۴ ۴) ۱۱۰/۲

۵۹- جسمی از یک بلندی رها می‌شود و در دو ثانیهٔ آخر سقوطش مسافت ۱۴۰ متر را طی می‌کند. تندی جسم هنگام رسیدن به نیمهٔ مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\,N/kg)$

۱) $۴۰\sqrt{۲}$ ۲) ۳۰ ۳) $۳۰\sqrt{۲}$ ۴) ۲۰

فیزیک دهم

۶۰- شکل زیر، یک دماسنج ..... را نشان می‌دهد و کمیت دماسنجی این وسیله ..... است.



۱) ترموکوپل، جریان الکتریکی
۲) ترموکوپل، ولتاژ
۳) کمینه ـ بیشینه، جریان الکتریکی
۴) کمینه ـ بیشینه، ولتاژ

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

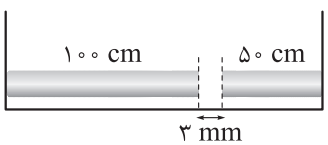
۶۱- اگر دمای جسمی برحسب درجهٔ سلسیوس $\frac{۷}{۶}$ برابر شود، دمای آن برحسب درجهٔ فارنهایت ۹۰ درصد کاهش می‌یابد. دمای اولیهٔ جسم برحسب کلوین کدام است؟

۱) ۲۵۸ ۲) ۲۸۸ ۳) ۲۶۸ ۴) ۲۷۸

۶۲- دمای یک صفحهٔ فلزی دایره‌ای به شعاع $۲\ cm$ را از $۲۰K$ به $۱۲۰K$ می‌رسانیم. اگر محیط دایره ۴ درصد افزایش یابد، قطر دایره چند برابر می‌شود؟

۱) ۰/۰۴ ۲) ۱/۰۴ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۱/۰۸

۶۳- مطابق شکل، یک میلهٔ بتونی به طول $۵۰\ cm$ و یک میلهٔ فولادی به طول $۱۰۰\ cm$ در فاصلهٔ ۳ میلی‌متری هم در دمای $-۲۰^\circ C$ قرار دارند. هنگامی‌که دمای مجموعه را به $۱۳۰^\circ C$ می‌رسانیم، دو میله به یکدیگر می‌رسند و فضای خالی میان آن‌ها پر می‌شود. اگر ضریب انبساط طولی فولاد $۱۳\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$ باشد، ضریب انبساط طولی بتون در SI کدام است؟

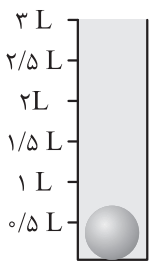


۱) $۱/۴\times۱۰^{-۶}$
۲) $۱/۲\times۱۰^{-۶}$
۳) $۱/۲\times۱۰^{-۵}$
۴) $۱/۴\times۱۰^{-۵}$

۶۴- دمای یک قطعه سرب $۲۵^\circ C$ است. برای آن‌که حجم این قطعه ۲/۲۵ درصد افزایش یابد، باید دمای قطعه سرب به چند درجهٔ سلسیوس برسد؟ ($۳\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$ = ضریب انبساط طولی سرب)

۱) ۷۷۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۷۵ ۴) ۵۷۰

۶۵- در شکل زیر، گلوله‌ای آلومینیومی به شعاع $۵\ cm$ درون ظرفی لبریز از گلیسیرین در دمای $۸۶^\circ F$ ته‌نشین شده است. اگر دمای مجموعه به $۱۲۲^\circ F$ برسد، چند سانتی‌متر مکعب گلیسیرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیوم $۲\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$، ضریب انبساط حجمی گلیسیرین $۵\times۱۰^{-۴}K^{-۱}$ است، از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید و $\pi \simeq ۳$)



۱) ۳۰/۶
۲) ۳۵/۶
۳) ۲۵/۶
۴) ۲۰/۴

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۶۶- بر روی بستهٔ یک مادهٔ غذایی نوشته شده که هر ۳۰ g از آن ماده، ۸۱ kcal انرژی دارد. اگر ۷ g از آن ماده را در یک گرماسنج بمبی بسوزانیم، دمای ۶۰۰ g آب ۲۰°C را چند درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهد؟ ($c = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $۱ cal = ۴/۲ J$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۳/۱۵ ۲) ۳۱/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۷۵

۶۷- مقداری آب در دمای جوش، درون یک کتری برقی به توان ۴/۵ kW داریم. اگر در مدت ۱۰ دقیقه تمام آب بخار شود، جرم آب چند کیلوگرم است؟ ($L_V = ۲۲۵۰ kJ/kg$)

۱) ۰/۳ ۲) ۲/۴ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۶

۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) تمامی جامدها دارای نقطهٔ ذوب کاملاً مشخص هستند.

ب) افزایش فشار وارد بر جسم معمولاً سبب بالارفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود.

پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد.

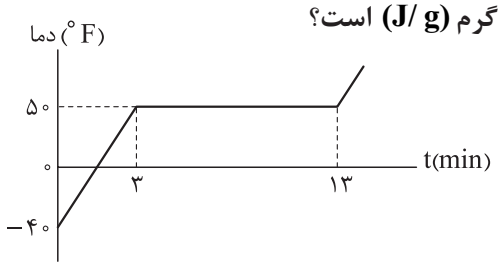
ت) افزایش دما و افزایش مساحت سطح مایع، سبب کاهش آهنگ تبخیر سطحی می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۶۹- درون یک سماور فلزی، ۳ لیتر آب با دمای ۲۵°C قرار دارد. اگر ۷ دقیقه طول بکشد تا با روشن‌کردن گرمکن درون سماور که با آهنگ ثابت ۱۶۰۰ W گرما تولید می‌کند، دمای آب را به ۷۵ °C برسانیم، ظرفیت گرمایی سماور چند ژول بر کلوین است؟ (از اتلاف گرما چشم‌پوشی می‌شود، $\rho_{آب} = ۱ g/cm^۳$ و $c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.K}$)

۱) ۴۸۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۹۶۰

۷۰- به یک قطعهٔ فلزی کوچک با آهنگ ثابت گرما می‌دهیم و نمودار تغییر دمای آن برحسب زمان مطابق شکل است. اگر گرمای ویژهٔ فلز $۹۰۰ \frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای نهان ذوب آن چند ژول بر گرم (J/g) است؟



۱) ۱۲۰
۲) ۱۵۰
۳) ۱۸۰
۴) ۲۷۰

۷۱- ۸۰۰ g یخ با دمای ۱۰°C− را درون چند گرم آب با دمای ۳۰ °C بیندازیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، ۱۰۵۰ g آب ۰°C داشته باشیم؟ (از اتلاف گرما صرف نظر می‌کنیم، $c_{یخ} = ۲c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.K}$ و $L_F = ۳۳۶ J/g$)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۲۵

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۷۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش براق مناسب‌تر است.

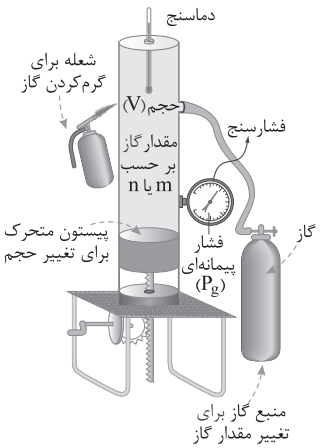
ب) در فرایند همرفت، ماده جابه‌جا نمی‌شود.

پ) در ساحل دریا و در روز، جریان هوا از ساحل به دریا است.

ت) انتقال گرما از سطح خورشید به زمین بر اثر پدیدهٔ همرفت رخ می‌دهد.

۱) الف ۲) الف و پ ۳) پ ۴) ب و ت

۷۳- دستگاهی که در شکل مقابل می‌بینید برای آزمایش کدام تحقیق به کار می‌رود؟



۱) تحقیق قانون گازهای کامل

۲) تحقیق قانون آووگادرو

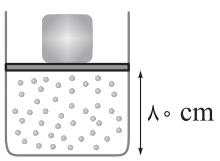
۳) تحقیق اصل پاسکال

۴) تحقیق گرماسنجی

۷۴- درون یک مخزن فلزی به حجم $40\ L$، جرم‌های مساوی از دو گاز هلیم و نیتروژن وجود دارد و وقتی دمای گاز به $7\ ^\circ C$ می‌رسد، فشارسنج متصل به مخزن عدد $7\ atm$ را نشان می‌دهد. جرم گاز درون مخزن چند گرم است؟ (جرم مولی گازهای هلیم و نیتروژن به ترتیب $4\ g/mol$ و $28\ g/mol$، $R = 8\ \frac{J}{mol.K}$ و فشار هوای محیط $1\ atm$ است.)

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

۷۵- مطابق شکل، درون یک ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعدهٔ $200\ cm^2$، مقداری گاز آرمانی در تعادل قرار دارد. جرم پیستون و وزنهٔ روی آن مجموعاً $50\ kg$ و اصطکاک پیستون با دیواره ناچیز است. چند کیلوگرم از جرم وزنه کم کنیم تا پیستون $4\ cm$ جابه‌جا شود؟ (دمای گاز را ثابت در نظر بگیرید، $g = 10\ N/kg$ و $P_0 = 8\times10^4\ Pa$ است.)



۱) ۱۰ ۲) ۱۵

۳) ۲۰ ۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

شیمی دوازدهم

۷۶- کدام مورد درست است؟

۱) با استفاده از صابون آنزیم‌دار، نمی‌توان درصد لکه‌های چربی باقی‌مانده روی پارچه را به صفر رساند.

۲) از صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، در تنور نان سنگک برای چرب‌کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.

۳) شمار اتم‌های بخش قطبی پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بخش قطبی پاک‌کننده‌های صابونی، یک واحد بیشتر است.

۴) مولکول‌های گازی که در اثر واکنش پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب تولید می‌شود، دارای دو عنصر هستند.

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) ذره‌های سازندهٔ یک نمونه ژله، از ذره‌های سازندهٔ مخلوط اتیلن‌گلیکول در آب بزرگ‌تر است.

ب) نمک اسید چرب دومین و سومین عنصرهای گروه دوم جدول تناوبی، همانند مس (II) سولفات در آب نامحلول هستند.

پ) صابون‌های جامد برخلاف صابون‌های مایع، نمی‌توانند فاقد عنصر فلزی باشند.

ت) به طور کلی، سرعت افزایش شاخص امید به زندگی در سال‌های اخیر، در نواحی برخوردار از نواحی کم‌برخوردار بیشتر است.

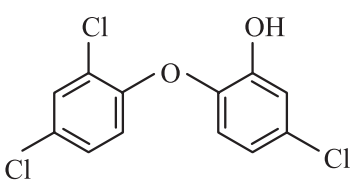
۱) الف ـ پ ۲) ب ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ ت

۷۸- چند مورد از موارد زیر درست است؟ $(C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1})$

- **نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اتیلن‌گلیکول، ۱/۱۲۵ برابر این نسبت در اوره است.**
- **فرمول مولکولی یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۱۸کربنی با سه پیوند دوگانه، به صورت $C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na$ است.**
- **درصد جرمی کربن در وازلین از درصد جرمی این عنصر در بنزین، کم‌تر است.**
- **پس از ورود صابون به آب، سر آب‌دوست مولکول‌های آن با سر منفی مولکول‌های آب، نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی ایجاد می‌کنند.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۹- تری‌کلوسان، ترکیب آروماتیکی است که در گذشته در شوینده‌ها استفاده می‌کردند، ولی به تازگی به دلیل عوارض جانبی برای انسان از شوینده‌ها حذف شده است. دلیل استفاده از این ماده در شوینده‌ها کدام مورد زیر بوده است؟



۱) از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی

۲) خاصیت گندزدایی و میکروب‌کشی

۳) افزایش قدرت پاک‌کنندگی

۴) خاصیت بازی مناسب

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۸۰- به موادی مانند اتانول و شکر که انحلال آن‌ها در آب به شکل ..... است، ..... و به موادی مانند سدیم کلرید و هیدروژن کلرید که انحلال آن‌ها در آب به شکل ..... است، ..... می‌گویند.

۱) مولکولی ـ غیرالکترولیت ـ یونی ـ الکترولیت
۲) مولکولی ـ الکترولیت ـ یونی ـ غیرالکترولیت
۳) یونی ـ غیرالکترولیت ـ مولکولی ـ الکترولیت
۴) یونی ـ الکترولیت ـ مولکولی ـ غیرالکترولیت

۸۱- در دمای معین، درصد یونش اسید HA برابر ۴ بوده و درصد یونش اسید HB دو برابر آن است. اگر در دو ظرف جداگانه غلظت HA دو برابر غلظت HB باشد، تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته، چند برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۵

۸۲- کدام مورد، نادرست است؟

۱) در یک واکنش برگشت‌پذیر که هم‌زمان واکنش‌های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند.
۲) در سامانهٔ تعادلی، مقدار و غلظت همهٔ ماده‌ها ثابت می‌شوند، ولی لزومی ندارد که با هم برابر شوند.
۳) در سامانهٔ تعادلی، سرعت مصرف و تولید همهٔ ماده‌ها ثابت و برابر می‌شود.
۴) اگر در یک واکنش مقدار و غلظت حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها به صفر برسد، سامانه به یقین تعادلی نخواهد بود.

۸۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) ثابت تعادل اسیدها فقط به دما بستگی داشته و در دمای معین با تغییر غلظت اولیهٔ اسید، تغییر نمی‌کند.
ب) هر چه ثابت یونش یک اسید بیشتر باشد، قوی‌تر بوده و در دمای معین غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر خواهد بود.
پ) هر چه اسید ضعیف‌تر باشد، آنیون حاصل از آن، تمایل بیشتری به جذب یون هیدرونیوم دارد.
ت) در غلظت یکسان، میزان اسیدی‌بودن محلول شامل فورمیک اسید، به یقین بیشتر از محلول شامل استیک اسید خواهد بود.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

۸۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- **اسیدها و بازها با ثابت یونش بزرگ، الکترولیت قوی به شمار می‌روند.**
- **اغلب اسیدها و بازهای شناخته‌شده، قوی هستند.**
- **در محلول ۰/۱ مولار هیدرویدیک اسید در دمای اتاق، $[I^-] = 0/1\,mol.L^{-1}$ است.**
- **در محلول ۰/۰۱ مولار هیدروسیانیک اسید، $[HCN] > [H^+]$ است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۸۵- ۵/۶ لیتر هیدروژن سیانید، در شرایط STP را در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب‌مقطر حل می‌کنیم. اگر درصد یونش هیدروسیانیک اسید برابر با ۰/۰۰۳ باشد، ثابت یونش آن به تقریب چند مول بر لیتر خواهد بود؟ (از تغییر حجم در اثر حل‌شدن گاز صرف نظر کنید.)

۱) $۴/۵\times۱۰^{-۶}$ ۲) $۲/۲۵\times۱۰^{-۶}$ ۳) $۴/۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۲/۲۵\times۱۰^{-۱۰}$

۸۶- شکل‌های مقابل، واکنش دو قطعه نوار منیزیم با ظاهری یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهند. اگر جرم نوار منیزیم ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها درست است؟

(الف)

(ب)

۱) سرعت واکنش در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۲) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۳) در پایان واکنش، حجم گاز آزادشده در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۴) درجهٔ یونش اسید موجود در ظرف (ب) در شرایط یکسان، بیشتر از ظرف (الف) است.

۸۷- اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم در محلول کربنیک اسید در دمای معین برابر با $۰/۰۰۰۳\ mol.L^{-1}$ بوده و غلظت تعادلی کربنیک اسید در این محلول برابر ۰/۲ مولار باشد، غلظت تعادلی یون هیدروژن کربنات (HCO_3^-) و ثابت تعادل یونش اسید در این دما، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۳×۱۰^{-۴} ـ $۱/۸\times۱۰^{-۸}$ ۲) ۳×۱۰^{-۴} ـ $۴/۵\times۱۰^{-۷}$

۳) ۶×۱۰^{-۵} ـ $۱/۸\times۱۰^{-۸}$ ۴) ۶×۱۰^{-۵} ـ $۴/۵\times۱۰^{-۷}$

۸۸- کدام مورد، نادرست است؟

۱) دستگاه گردش خون انسان، یک سامانهٔ بازی محسوب می‌شود.

۲) تغییر رنگ کاغذ pH، معیاری برای تشخیص اسیدی یا بازی بودن محلول‌ها است.

۳) در یک سامانهٔ خنثی، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با یکدیگر یکسان بوده و برابر با $۱۰^{-۷}$ مول بر لیتر است.

۴) هر اندازه که غلظت یکی از یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید در محلولی بیشتر شود، به همان نسبت از دیگری کاسته خواهد شد.

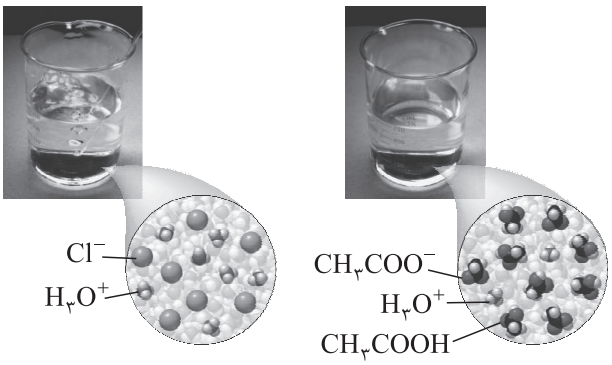
۸۹- اگر مخلوط a میلی‌لیتر از هیدروبرمیک اسید با $pH = ۱/۴$ و b میلی‌لیتر از محلول همان اسید با $pH = ۱/۷$، دارای ۰/۰۶ مول یون برمید باشد، $a + b$ می‌تواند برابر با چند میلی‌لیتر باشد؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۷۰۰

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۹۰- شکل‌های مقابل محلول‌هایی از هیدروکلریک اسید و استیک اسید را نشان می‌دهد. اگر حجم هر یک از محلول‌ها برابر با ۳۱۵ میلی‌لیتر باشد، تفاوت pH این محلول‌ها در دمای $25^\circ C$، کدام است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۱۵ مول در نظر بگیرید.)



(۱) (۲)

۱) ۰/۴۸
۲) ۰/۵۵
۳) ۰/۸۷
۴) ۱/۰۲

۹۱- اگر pH محلول اسید قوی HX با pH محلول اسید ضعیف HY برابر باشد، چند مورد از موارد زیر به یقین درست است؟ $(HX = 50 , HY = 60 : g.mol^{-1})$

- شمار مول‌های آغازی دو اسید برای تشکیل دو محلول، نابرابر است.
- اگر غلظت محلول HX برابر با ۰/۱ مولار بوده و حجم محلول یک لیتر باشد، تفاوت جرم دو اسید حل‌شده برابر با یک گرم خواهد بود.
- در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با این دو محلول برابر است.
- اگر حجم دو محلول برابر نباشد، رسانایی دو محلول متفاوت خواهد بود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۹۲- اگر در دمای معین و در دو ظرف جداگانه، غلظت تعادلی HNO_2 در محلول، دو برابر غلظت تعادلی فورمیک اسید در محلول و pH محلول نیترو اسید، برابر ۲/۱۵ باشد، تفاوت جرم دو آنیون در محلول آن‌ها، برابر چند گرم است؟ (حجم هر یک از محلول‌ها، برابر یک لیتر است، $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$HNO_2(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq) , K_a = 4/9 \times 10^{-4}$$

$$HCOOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq) , K_a = 1/8 \times 10^{-4}$$

۱) ۰/۱۱۳ ۲) ۰/۱۳۱ ۳) ۰/۱۷۸ ۴) ۰/۱۸۷

۹۳- غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۰۵ مولار هیدروکلریک اسید، چند برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۰۲ مولار هیپوکلرو اسید با $K_a = 4/5 \times 10^{-8} mol.L^{-1}$ است؟

۱) $5/83 \times 10^{-9}$ ۲) $6/67 \times 10^{-9}$ ۳) $1/25 \times 10^{8}$ ۴) $1/5 \times 10^{8}$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

شیمی دهم

۹۴- از کدام‌یک از موارد زیر برای نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی و انجماد مواد غذایی در صنعت سرماسازی استفاده می‌شود؟

۱) هلیم ۲) نیتروژن ۳) اکسیژن ۴) آرگون

۹۵- کدام مورد، نادرست است؟

۱) جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

۲) در ساختار لوویس مواد، هرگاه اتم عنصرهای گروه ۱۷، اتم کناری باشند، تنها یک پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند.

۳) افزون بر فلزهایی مانند طلا و پلاتین که به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند، فلزهایی وجود دارند که با بیش از یک نوع اکسید در طبیعت شناخته شده‌اند.

۴) در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای مواد مولکولی، الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها طوری کنار آن‌ها چیده می‌شوند که همهٔ اتم‌های سازندهٔ ترکیب، از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی کنند.

۹۶- مطابق جدول زیر، کدام گزینه موارد a، b، c و d را به ترتیب از راست به چپ، به درستی نشان می‌دهد؟

نام ترکیب	مس (II) سولفید	b	c	سیلیسیم تترابرمید
فرمول شیمیایی	a	CS_2	CrO	d

۱) Cu_2S ـ کربن سولفید ـ کروم اکسید ـ $SiBr_4$

۲) Cu_2S ـ کربن سولفید ـ کروم (I) اکسید ـ SBr_4

۳) CuS ـ کربن دی‌سولفید ـ کروم اکسید ـ SBr_4

۴) CuS ـ کربن دی‌سولفید ـ کروم (II) اکسید ـ $SiBr_4$

۹۷- در کدام ردیف‌های جدول زیر، داده‌های مربوط به ترکیب، درست است؟ (منظور از p.e، جفت‌الکترون‌های پیوندی و n.e، جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها است.)

۱) ۱ و ۳

۲) ۱ و ۴

۳) ۲ و ۳

۴) ۲ و ۴

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار p.e	$\frac{p.e}{n.e}$
۱	فسفر تری‌کلرید	PCl_3	۳	$\frac{1}{3}$
۲	کربن مونوکسید	CO	۳	$\frac{3}{2}$
۳	گوگرد تری‌اکسید	SO_3	۳	$\frac{1}{2}$
۴	دی‌نیتروژن مونوکسید	N_2O	۴	۱

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۹۸- نمونه‌ای به جرم ۳/۱۷۵ گرم از فلز X با ۰/۶۰۰ لیتر گاز اکسیژن با چگالی ۱/۳۴ گرم بر لیتر، اکسیدی با فرمول XO تشکیل می‌دهد، جرم مولی عنصر X چند گرم بر مول بوده و در این واکنش، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ $(O = 16\,g.mol^{-1})$

۱) ۶۳/۵ و ۱/۹۸ ۲) ۶۳/۵ و ۳/۹۹ ۳) ۱۲۷ و ۱/۹۸ ۴) ۱۲۷ و ۳/۹۹

۹۹- در واکنش زیر و پس از موازنهٔ آن، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد جامد، به مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی‌شکل، کدام است؟

$$FeCr_2O_4(s) + K_2CO_3(s) + O_2(g) \rightarrow Fe_2O_3(s) + K_2CrO_4(s) + CO_2(g)$$

۱) ۱/۰۶ ۲) ۱/۴۷ ۳) ۲ ۴) ۲/۸

۱۰۰- اوزون تروپوسفری طی واکنش‌های موازنه‌نشدهٔ زیر تولید می‌شود. اگر تمام نیتروژن دی‌اکسید تولیدشده، در مرحلهٔ آخر مصرف شده و منجر به تولید $8/428\times10^{24}$ مولکول اوزون شود، چند لیتر گاز نیتروژن با چگالی ۰/۷ گرم بر لیتر مصرف شده است؟ $(O = 16, N = 14 : g.mol^{-1})$

۱) $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g)$

۲) $NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$

۳) $NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$

۱) ۱۵۶/۸ ۲) ۲۸۰ ۳) ۳۱۳/۶ ۴) ۵۶۰

۱۰۱- طبق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، کدام موارد نادرست است؟ $(O = 16 , N = 14 , H = 1 : g.mol^{-1})$

$$N_2O_4(l) + N_2H_4(l) \rightarrow A(g) + H_2O(g)$$

الف) اگر به جای A، N_2 قرار بگیرد، برای تولید ۰/۹ مول از آن، ۱۹/۲ گرم، N_2H_4 نیاز است.

ب) اگر به جای A، NO قرار بگیرد، با مصرف ۹/۲۰ گرم N_2O_4، ۸/۹۶ لیتر گاز، در شرایط STP تولید می‌شود.

پ) اگر به جای A، N_2 قرار بگیرد، با مصرف ۰/۲ مول از واکنش‌دهنده‌ها، ۵/۶ گرم از فراورده تولید می‌شود که در ساختار لوویس خود پیوند اشتراکی بیشتری دارد.

ت) اگر به جای A، NO قرار بگیرد، برای مصرف ۱۴۷/۲ گرم از N_2O_4، به تقریب ۱۸/۵ لیتر گاز N_2H_4 در دمای $182^\circ C$ و فشار ۲atm، مورد نیاز است.

۱) ب ـ ت ۲) الف ـ ب ۳) الف ـ ت ۴) پ ـ ت

۱۰۲- کدام مطلب، نادرست است؟ $(S = 32, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1})$

۱) اوزون و گوگرد دی‌اکسید از لحاظ ساختار لوویس مشابه هستند به همین دلیل رفتار شیمیایی آن‌ها نیز مشابه خواهد بود.

۲) در بررسی رفتار زمین در برابر پرتوی خورشیدی، حدود ۶۰ درصد پرتوی فروسرخ گسیل‌شده از زمین وارد فضا می‌شوند و بخش کوچکی از پرتوهای ارسالی خورشید به زمین توسط هواکره جذب می‌شود.

۳) اگر در دما و فشار یکسان، حجم ۱۲/۸ گرم SO_2 برابر حجم ۱۵/۲ گرم N_2O_x باشد، x برابر ۳ می‌باشد.

۴) اوزون و اکسیژن هر دو در حالت مایع به رنگ آبی هستند و در ساختار لوویس اوزون ۱۲ الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود.

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

۱۰۳- کدام مورد درست است؟ $(Cl = ۳۵/۵, P = ۳۱ : g.mol^{-۱})$

۱) براساس شواهد، فصل بهار در نیمکرهٔ شمالی نسبت به ۵۰ سال گذشته حدود یک ماه زودتر آغاز می‌شود.

۲) به منظور تولید ۴۱۲/۵ گرم فسفر تری‌کلرید، باید ۱۸۶ گرم فسفر $(P_۴)$ با گاز کلر واکنش دهد.

۳) با افزایش ارتفاع در لایهٔ تروپوسفر، فشار گاز اکسیژن کاهش می‌یابد، اما درصد حجمی آن ثابت است.

۴) جاذبهٔ زمین، عامل توزیع گازها در سرتاسر هواکره است.

۱۰۴- پتاسیم پرمنگنات $(KMnO_۴)$ و آلومینیم سولفات $(Al_۲(SO_۴)_۳)$ طبق واکنش‌های موازنه‌نشدهٔ زیر، در ظرف درباز تجزیه می‌شوند. اگر جرم مادهٔ جامد به‌کاررفته در واکنش (I)، ۲ برابر واکنش (II) باشد، کاهش جرم واکنش (I) چند برابر واکنش (II) است و اگر تفاوت جرم فراورده‌های جامد در واکنش (I)، ۵۵ گرم باشد، جرم واکنش‌دهندهٔ (II) چند گرم بوده است؟ $(Mn = ۵۵, K = ۳۹, S = ۳۲, Al = ۲۷, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

I) $KMnO_۴(s) \rightarrow K_۲MnO_۴(s) + MnO_۲(s) + O_۲(g)$

II) $Al_۲(SO_۴)_۳(s) \rightarrow Al_۲O_۳(s) + SO_۳(g)$

۱) ۱۵۸ ،۰/۲۸۸ ۲) ۷۹ ،۰/۱۴۲ ۳) ۱۵۸ ،۰/۱۴۲ ۴) ۷۹ ،۰/۲۸۸

۱۰۵- اگر در فرایند هابر، مخلوط واکنش به دمای ۲۳۳K برسد، کدام گزینه ماده (مواد) با حالت فیزیکی مایع را نشان می‌دهد؟

۱) $H_۲$ ۲) $N_۲$ ۳) $NH_۳$ ۴) $N_۲$ و $NH_۳$

محل انجام محاسبات

AzmoonFree.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | مرحله هفتم

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۱۸/آبان/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
هندسه	محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ کیوان صارمی ـ حمید گلزاری ـ حسین هاشمی طاهری
فیزیک	محمد باغبان ـ علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی علیرضا عبداللهی ـ حمید فدائی‌فرد ـ فرزاد نامی ـ حامد نبی‌منصور
شیمی	مبین توکل ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ محمدرضا طهرانچی ـ سجاد ططری‌فر ـ محمدرضا طاهری‌نژاد

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	عادل حسینی	محمدسجاد نقیه عادل حسینی سجاد داوطلب	مهدی خوشنویس منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی	ماهان فنی‌فر مهدی خوشنویس ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	حمید فدائی‌فرد	علیرضا جباری	امین امینی	مهدی بابائی مریم حسن‌لو مدیا عیدی احسان محمدی امیر محمودی انزابی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	وحید فارسیان سروش عبادی محمدرضا طاهری‌نژاد	محمد مرادی وحید فارسیان	احسان رحیمی مهسا خاکی امیررضا نوری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

Azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	منیژه حق‌دوست ـ راضیه سادات خلدی‌نسب زهرا صفری ـ محیا غنی‌فرد زهرا فرهادی‌مهر ـ مریم مسلمی‌زاده ساعده نمازی ـ مریم نوری‌نیا
رسام	مونا آندستا سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	سحر ازلی تاش ـ فاطمه بخششی مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخایی مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته مهدیه گل‌پور ـ لیلا نعمت‌پور

Azmoon.kheilisabz.com

AzmoonFree.ir

حسابان و ریاضیات پایه

۱ اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^۳+mx^۲+x-۲$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر عبارت $x-۱$ کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

مشاوره این سؤال عیناً سؤال نهایی خرداد ۱۴۰۳ است که برای شما به صورت تستی طرح کرده‌ایم. سؤال ساده‌ای که در قالب کنکور سراسری هم می‌گنجد. این یعنی رویکردهای امتحانات نهایی تغییر کرده است و رفته‌رفته تفاوت‌های امتحانات نهایی و کنکور سراسری در تیپ و نگارش سؤال کم و کم‌تر می‌شود.

Hint $p(-۲)$ رو صفر بذار و بعدش $p(۱)$ رو حساب کن.

درس Box

رابطهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر چندجمله‌ای درجه‌اول $x-a$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$p(x)=(x-a)\underbrace{q(x)}_{\text{خارج قسمت}}+\underbrace{r}_{\text{باقی‌مانده}}$$

که r برابر $p(a)$ است.

اگر $p(a)$ برابر صفر باشد، گوییم $p(x)$ بر $x-a$ بخش‌پذیر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: $p(x)$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است، پس $p(-۲)$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مقدار m به دست آید:

$$p(-۲)=-۸+۴m-۲-۲=۴m-۱۲=۰ \Rightarrow m=۳$$

گام دوم: و باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=x^۳+۳x^۲+x-۲$ بر $x-۱$ برابر $p(۱)$ است:

$$r=p(۱)=۱+۳+۱-۲=۳$$

AzmoonFree.ir

۲ چندجمله‌ای $f(x)=x^۳+ax^۲+bx-۱$ مفروض است. اگر چندجمله‌ای $f(x-۲)$ بر $x-۳$ و چندجمله‌ای $f(x-۳)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد، حاصل ab کدام است؟

۱) -۱

۲) ۱

۳) ۶

۴) -۶

مشاوره در تقسیم چندجمله‌ای‌ها، مثل تابع با آن‌ها برخورد نمی‌کنیم، پس ویژگی‌های توابع را نمی‌توان به این عبارت‌ها نسبت داد. این یعنی ترکیب آن‌ها، مشتق‌گیری از آن‌ها و ... بی‌معنی و غیرمجاز است اما غلطی است که مصطلح شده است و می‌پذیریم. مثلاً در این سؤال $f(x-۲)$ معنایی ندارد، اما با همان نگاه تابعی، به جای هر x، چندجمله‌ای $x-۲$ قرار دهید.

Hint در $f(x-۲)$ و $f(x-۳)$ به جای x، ۳ و ۲ بذار.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: چندجمله‌ای $f(x-۲)$ بر $x-۳$ بخش‌پذیر است، پس $f(۳-۲)$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f(۳-۲)=f(۱)=۱+a+b-۱=۰ \Rightarrow a+b=۰ \quad (۱)$$

گام دوم: چندجمله‌ای $f(x-۳)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر است، پس $f(۲-۳)$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f(۲-۳)=f(-۱)=-۱+a-b-۱=۰ \Rightarrow a-b=۲ \quad (۲)$$

گام سوم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a+b=۰ \\ a-b=۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} ۲a=۲ \Rightarrow a=۱ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} b=-۱$$

پس خواستهٔ سؤال $ab=-۱$ است.

AzmoonFree.ir

۳ اگر چندجمله‌ای $p(x)=x^۴+ax^۳+۵x^۲+bx+۴$ بر $x^۲+۲x+۴$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۴

۲) ۲

۳) -۲

۴) صفر

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: چندجمله‌ای $p(x)=x^۴+ax^۳+۵x^۲+bx+۴$ بر $x^۲+۲x+۴$ بخش‌پذیر است، پس مقدار چندجمله‌ای $p(x)$ در ریشهٔ $x^۲+۲x+۴$ برابر صفر است. اما عبارت $x^۲+۲x+۴$ که ریشهٔ حقیقی ندارد. حال با دقت در این عبارت می‌بینیم که عبارت چاقِ $x-۲$ است، پس طرفین رابطهٔ تقسیم را در $x-۲$ ضرب می‌کنیم:

$$p(x)=(x^۲+۲x+۴)q(x) \xrightarrow{\times(x-۲)} (x-۲)p(x)=(x^۳-۸)q(x)$$

گام دوم: حالا می‌توانیم ریشهٔ $x^۳-۸=۰$ را در $p(x)$ جای‌گذاری کنیم. برای این کار هر $x^۳$ای که می‌بینیم، به جای آن ۸ قرار می‌دهیم:

$$p(x)=(x^۴+ax^۳+۵x^۲+bx+۴) \xrightarrow{x^۳=۸}$$

باقی‌مانده: $r=(x^۳)x+a(x^۳)+۵x^۲+bx+۴=۸x+۸a+۵x^۲+bx+۴$

$$=۵x^۲+(۸+b)x+۸a+۴$$

گام سوم: ریشهٔ غیرحقیقی معادلهٔ $x^۲+۲x+۴=۰$ جایی است که $x^۲$ مساوی $-۲x-۴$ است، پس در عبارت $۵x^۲+(۸+b)x+۸a+۴$ به جای $x^۲$ عبارت $-۲x-۴$ را قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow r=۵(-۲x-۴)+(۸+b)x+۸a+۴=(b-۲)x+۸a-۱۶$$

گام چهارم: باقی‌مانده باید همواره برابر صفر باشد، پس $b-۲$ و $۸a-۱۶$ هر دو باید صفر باشند:

$$\begin{cases} b-۲=۰ \Rightarrow b=۲ \\ ۸a-۱۶=۰ \Rightarrow a=۲ \end{cases} \Rightarrow a-b=۰$$

یه‌جور دیگه

از همان ابتدا می‌توانستیم به جای $x^۲$ها عبارت $-۲x-۴$ قرار دهیم، به صورت زیر:

$$p(x)=(x^۲)^۲+ax(x^۲)+۵(x^۲)+bx+۴$$

$$\Rightarrow r=(-۲x-۴)^۲+ax(-۲x-۴)+۵(-۲x-۴)+bx+۴$$

و دوباره اگر $x^۲$ دیدیم، به جای آن $-۲x-۴$ قرار می‌دهیم.

AzmoonFree.ir

۴ اگر معادلهٔ $mx^۲ + ۴x + m + ۳ = ۰$ دارای دو جواب حقیقی مثبت باشد، در مورد معادلهٔ $(m+۳)\,x^۲ - x + m + ۴ = ۰$، کدام مورد صحیح است؟

(Δ مثبت ← دارای دو جواب حقیقی مثبت ← S و P مثبت)

۱) دو جواب حقیقی منفی دارد.

۲) دو جواب حقیقی مثبت دارد.

۳) دو جواب حقیقی غیرهم‌علامت دارد.

۴) جواب حقیقی ندارد.

Hint شرط دو جواب، اون هم دو جواب مثبت رو دنبال کن تا حدود m در بیاد. Δ، S و P هر سه مثبتن.

درس Box در مورد تعداد جواب‌های حقیقی معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ براساس مشخصهٔ $\Delta = b^۲ - ۴ac$ می‌توان گفت:

$\Delta < ۰$: معادله جواب حقیقی ندارد.

$\Delta = ۰$: معادله یک جواب (یا همان ریشهٔ مضاعف) دارد که برابر $x_۰ = -\frac{b}{۲a}$ است.

$\Delta > ۰$: معادله دو جواب متمایز دارد که برابر هستند با $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$.

در مورد علامت‌های جواب‌ها هم در حالت $\Delta > ۰$ می‌توان جدول زیر را ارائه کرد:

$P > ۰$	$S > ۰$	هر دو جواب مثبت هستند.
	$S < ۰$	هر دو جواب منفی هستند.
$P < ۰$	$S > ۰$	جواب‌ها غیرهم‌علامت‌اند، اما قدرمطلق جواب مثبت بزرگ‌تر است.
	$S < ۰$	جواب‌ها غیرهم‌علامت‌اند، اما قدرمطلق جواب منفی بزرگ‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ما به حدود m نیاز داریم تا در مورد معادلهٔ دوم اظهار نظر کنیم. برای این کار شرط‌های لازم در مورد معادلهٔ $mx^۲ + ۴x + m + ۳ = ۰$ را اعمال می‌کنیم. طبق درس‌باکس، Δ، S و P هر سه باید مثبت باشند تا این معادله دو جواب حقیقی و مثبت داشته باشد:

$$۱)\ \Delta = ۴^۲ - ۴(m)(m+۳) = ۱۶ - ۴m^۲ - ۱۲m = -۴(m^۲ + ۳m - ۴) = -۴(m+۴)(m-۱)$$

$$\xrightarrow{\Delta > ۰} -۴(m+۴)(m-۱) > ۰ \Rightarrow (m+۴)(m-۱) < ۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -۴ < m < ۱$$

$$۲)\ S = -\frac{b}{a} = -\frac{۴}{m} > ۰ \Rightarrow m < ۰$$

$$۳)\ P = \frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow \frac{m+۳}{m} > ۰ \xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} m < -۳ \text{ یا } m > ۰$$

هر سه شرط باید برقرار شوند، پس اشتراک سه مجموعهٔ به‌دست‌آمده را در نظر می‌گیریم:

$$(-۴ < m < ۱) \cap (m < ۰) \cap (m < -۳ \cup m > ۰) = -۴ < m < -۳$$

گام دوم: حالا با داشتن حدود m، می‌رویم سراغ معادلهٔ دوم و باز هم باید از روی Δ، S و P اظهار نظر کنیم.

$$\underbrace{(m+۳)}_{a}\,x^۲ - x + \underbrace{m+۴}_{c} = ۰$$

$$a: -۴ < m < -۳ \Rightarrow -۱ < m+۳ < ۰ \Rightarrow -۱ < a < ۰$$

$$c: -۴ < m < -۳ \Rightarrow ۰ < m+۴ < ۱ \Rightarrow ۰ < c < ۱$$

a و c در معادلهٔ جدید غیر هم‌علامت‌اند، پس معادلهٔ دوم قطعاً دو جواب حقیقی و غیرهم‌علامت دارد.

تیزبازی در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$، اگر $ac < ۰$ (که همان معنای $P < ۰$ را می‌دهد) باشد، $\Delta > ۰$ است و معادله دو جواب غیرهم‌علامت دارد.

AzmoonFree.ir

۵ رأس سهمی $y = ۲x^۲ - (۲a+۲)x + a$ روی خط $y = -۵$ قرار دارد. مجموع طول نقاط برخورد سهمی با محور xها کدام است؟

عرض رأس سهمی برابر -۵ است ← $y = -۵$

جواب‌های معادلهٔ $y = ۰$ ← طول نقاط برخورد سهمی با محور xها

۱) ۴ یا ۱−

۲) ۳ یا ۲−

۳) ۳ یا ۱−

۴) ۴ یا ۲−

Hint عرض رأس سهمی رو داری، a رو به دست بیار و بعدش S رو حساب کن.

درس Box اگر خط افقی $y = k$ بر یک سهمی مماس باشد، به این معنی است که رأس سهمی روی خط $y = k$ و عرض رأس سهمی برابر همان مقدار k است.

رأس سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ نقطهٔ $(-\frac{b}{۲a}, -\frac{\overset{\Delta}{\uparrow}}{۴a})$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** رأس سهمی روی خط $y = -۵$ است، پس عرض رأس سهمی برابر -۵ است. طبق درس‌باکس، از فرمول $y_s = -\frac{\Delta}{۴a}$ استفاده می‌کنیم:

$$-\frac{(-(۲a+۲))^۲ - ۴(۲)(a)}{۴\times۲} = -۵ \Rightarrow \frac{۴(a+۱)^۲ - ۴(۲a)}{۴(۲)} = ۵ \Rightarrow \frac{a^۲ + ۲a + ۱ - ۲a}{۲} = ۵$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۱ = ۱۰ \Rightarrow a^۲ = ۹ \Rightarrow a = \pm ۳$$

گام دوم: محل‌های برخورد سهمی $y = ۲x^۲ - (۲a+۲)x + a$ با محور xها جواب‌های معادلهٔ $۲x^۲ - (۲a+۲)x + a = ۰$ هستند که مجموع آن برابر است با:

$$S = -\frac{-۲(a+۱)}{۲} = a + ۱ \xrightarrow[a=۳]{a=-۳} \begin{matrix} S = -۲ \\ S = ۴ \end{matrix}$$

پس مجموع جواب‌ها می‌تواند -۲ یا ۴ باشد.

یه جور دیگه خط $y = -۵$ بر سهمی داده‌شده مماس است. پس معادلهٔ حاصل از تقاطع خط و سهمی باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد:

$$۲x^۲ - ۲(a+۱)x + a = -۵ \Rightarrow ۲x^۲ - ۲(a+۱)x + a + ۵ = ۰$$

پس باید Δ ی این عبارت صفر شود:

$$\Delta = (-۲(a+۱))^۲ - ۴(۲)(a+۵) = ۰ \Rightarrow ۴(a^۲ + ۲a + ۱) - ۴(۲a + ۱۰) = ۰ \xrightarrow{\div ۴} a^۲ + ۲a + ۱ - ۲a - ۱۰ = ۰$$

$$\Rightarrow a^۲ = ۹ \Rightarrow a = \pm ۳$$

از این‌جا به بعد همان روش قبلی است.

AzmoonFree.ir

۶ جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۵x-۲=۰$ اعداد α و β هستند و جواب‌های معادلهٔ $x^۳+ax^۲+bx+c=۰$ اعداد $۲\alpha-۱$، ۲ و $۲\beta-۱$ هستند. حاصل $a-b+c$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱

Hint اول معادله‌ای رو تشکیل بده که جواب‌های اون $۲\alpha-۱$ و $۲\beta-۱$ باشن، بعدش اون رو در $x-۲$ ضرب کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: معادلهٔ $x^۳+ax^۲+bx+c=۰$ در اصل به صورت $(x-۲)(x-(۲\alpha-۱))(x-(۲\beta-۱))=۰$ بوده است که یعنی $x-۲$ را در طرفین معادلهٔ $(x-(۲\alpha-۱))(x-(۲\beta-۱))=۰$ ضرب کرده‌ایم. این هم یعنی در ابتدا باید معادله‌ای تشکیل دهیم که جواب‌های آن $\alpha'=۲\alpha-۱$ و $\beta'=۲\beta-۱$ باشند.

گام دوم: برای این‌کار $\alpha'+\beta'$ و $\alpha'\beta'$ را حساب می‌کنیم:

$$S'=\alpha'+\beta'=۲\alpha-۱+۲\beta-۱=۲(\alpha+\beta)-۲ \xrightarrow{\text{از معادلهٔ اصلی } \alpha+\beta=۵ \text{ است.}} S'=۲(۵)-۲=۸$$

$$P'=\alpha'\beta'=(۲\alpha-۱)(۲\beta-۱)=۴\alpha\beta-۲(\alpha+\beta)+۱ \xrightarrow{\text{از معادلهٔ اصلی } \alpha\beta=-۲ \text{ است.}} P'=۴(-۲)-۲(۵)+۱=-۱۷$$

پس این معادله $x^۲-(۸)x-۱۷=۰$ یا $x^۲-۸x-۱۷=۰$ است.

گام سوم: وقت آن رسیده است که $x-۲$ را در آن ضرب کنیم:

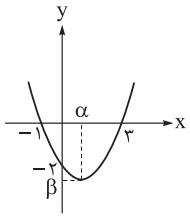
$$x^۳+ax^۲+bx+c=(x-۲)(x^۲-۸x-۱۷)$$

با جای‌گذاری $x=-۱$ در چندجمله‌ای $x^۳+ax^۲+bx+c$ می‌توانیم حاصل $a-b+c$ را حساب کنیم:

$$\xrightarrow{x=-۱} -۱+a-b+c=(-۳)(-۸) \Rightarrow a-b+c=۲۵$$

AzmoonFree.ir

۷ نمودار یک تابع درجه‌دوم (سهمی) در شکل مقابل رسم شده است. جواب‌های کدام معادله $\alpha+\beta$ و $\alpha\beta$ هستند؟



۱) $۹x^۲-۳۹x-۴۰=۰$

۲) $۹x^۲-۳۹x+۴۰=۰$

۳) $۹x^۲+۳۹x+۴۰=۰$

۴) $۹x^۲+۳۹x-۴۰=۰$

Hint

کافیه معادلهٔ سهمی رو به دست بیاری، همه‌چی روشن می‌شه.

درس Box

معادلهٔ سهمی

ضابطهٔ یک سهمی را می‌توان به صورت $f(x)=a(x-x_s)^۲+y_s$ نیز نمایش داد. به جدول زیر توجه کنید:

معادله	مختصات رأس	محور تقارن	ماکزیمم (مینیمم)
$f(x)=a(x-x_s)^۲+y_s$	$S(x_s,y_s)$	$x=x_s$	y_s
$f(x)=ax^۲+bx+c$	$S(\frac{-b}{۲a},-\frac{\Delta}{۴a})$	$x=\frac{-b}{۲a}$	$f(-\frac{b}{۲a})=-\frac{\Delta}{۴a}$
$f(x)=a(x-x_۱)(x-x_۲)$	$S(\frac{x_۱+x_۲}{۲},f(\frac{x_۱+x_۲}{۲}))$	$x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$	$f(\frac{x_۱+x_۲}{۲})$

در ردیف آخر، $x_۱$ و $x_۲$ صفرهای سهمی هستند. در حالت کلی ریشه‌های ضابطهٔ تابع f یا طول نقاط برخورد نمودار آن با محور xها را صفرهای تابع f می‌نامیم.

نکته

اگر $y=k$ سهمی را در دو نقطه به طول‌های $x_۱$ و $x_۲$ قطع کند، طول رأس وسط طول‌های این دو نقطه یعنی $x_s=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ است که همان معادلهٔ محور تقارن تابع است. از طرفی اگر خط $y=k$ سهمی را در یک نقطه قطع کند، عرض نقطهٔ ماکزیمم (مینیمم) برابر k است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مقدار α که طول رأس سهمی است، برابر میانگین صفرهای تابع است.

$$\Rightarrow \alpha=\frac{-۱+۳}{۲}=۱$$

گام دوم: اما برای محاسبهٔ β لازم است معادلهٔ سهمی را به دست آوریم و طبق جدول درس‌باکس از حالت سوم که صفرهای تابع را داریم استفاده می‌کنیم:

$$y=a(x+۱)(x-۳) \xrightarrow[x=۰ \Rightarrow y=-۲]{\text{عرض از مبدأ}-۲-\text{است}} -۲=a(۱)(-۳) \Rightarrow a=\frac{۲}{۳}$$

گام سوم: پس معادلهٔ سهمی $y=\frac{۲}{۳}(x+۱)(x-۳)$ است و اگر $x=\alpha=۱$ را جای‌گذاری کنیم، مقدار β به دست می‌آید:

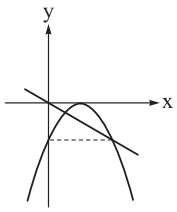
$$\beta=\frac{۲}{۳}(۲)(-۲)=-\frac{۸}{۳}$$

گام چهارم: در انتها باید معادله‌ای بسازیم که جواب‌های آن $\alpha+\beta=-\frac{۵}{۳}$ و $\alpha\beta=-\frac{۸}{۳}$ باشند:

$$\Rightarrow x^۲-(-\frac{۸}{۳}-\frac{۵}{۳})x+(-\frac{۸}{۳})(-\frac{۵}{۳})=۰ \Rightarrow x^۲+\frac{۱۳}{۳}x+\frac{۴۰}{۹}=۰ \xrightarrow{\times ۹} ۹x^۲+۳۹x+۴۰=۰$$

AzmoonFree.ir

۸ خط $۲y + x = ۰$ و نمودار تابع $f(x) = ax^۲ + bx + c$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار b کدام است؟



۱) ۴

۲) ۳

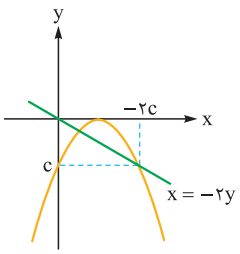
۳) ۲

۴) ۶

Hint از عرض از مبدأ c استفاده کن، یعنی همهٔ پارامترها رو برحسب c بنویس.

پاسخ خیلی تشریحی

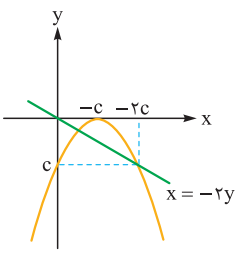
گام اول: عرض از مبدأ سهمی برابر c است و معادلهٔ خط نیز $y = -\frac{x}{۲}$ است. از آن‌جا که عرض یکی از نقاط خط و سهمی برابر c است، پس طول این نقطه برابر $-۲c$ است:



گام دوم: دو نقطهٔ هم‌عرض با مختصات $(۰, c)$ و $(-۲c, c)$ روی سهمی قرار دارند و طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه است، پس:

$$x_s = \frac{۰ - ۲c}{۲} = -c$$

پس معادلهٔ سهمی $y = a(x + c)^۲$ است.



گام سوم: ضابطهٔ $y = a(x + c)^۲$ با ضابطهٔ $f(x) = ax^۲ + bx + c$ باید یکسان باشد:

$$ax^۲ + bx + c = ax^۲ + ۲acx + ac^۲$$

$$\Rightarrow c = ac^۲ \xrightarrow{c \neq ۰} ac = ۱$$

$$\Rightarrow b = ۲ac = ۲$$

AzmoonFree.ir

۹ دو ماشین **A** و **B** با هم کاری را در ۱۲ روز تمام می‌کنند. اگر ماشین **A** به تنهایی کار را در ۳۶ روز تمام کند، چند ماشین **B** هم‌زمان با هم کار کنند تا تمام کار سه‌روزه تمام شود؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۹

Hint با یه معادلهٔ ساده تعداد روز ماشین B رو حساب کن. تمام!

درس Box اگر شخص ۱ یک کار را به تنهایی در مدت‌زمان t_1، شخص ۲ همین کار را به تنهایی در مدت‌زمان t_2، ...، شخص n همین کار را به تنهایی در t_n و همهٔ این n شخص کار را با هم در مدت‌زمان T انجام دهند، رابطهٔ زیر بین t_iها و T برقرار است:

$$\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\ldots+\frac{1}{t_n}=\frac{1}{T}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** ابتدا باید تعداد روزی که طول می‌کشد تا ماشین B به تنهایی کار را تمام کند، به دست آوریم و برای این کار از درس‌باکس استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\frac{1}{t_A}+\frac{1}{t_B}=\frac{1}{12} \xrightarrow{t_A=36} \frac{1}{36}+\frac{1}{t_B}=\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{t_B}=\frac{1}{12}-\frac{1}{36}=\frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow t_B = 18 \text{ روز}$$

گام دوم: پس باید ۶ ماشین B هم‌زمان کار کنند تا کار در $\frac{18}{6}=3$ روز تمام شود.

AzmoonFree.ir

۱۰ اگر $\sqrt{۲x+a}+\sqrt{۲x-۶}=a$ و $\sqrt{۲x+a}-\sqrt{۲x-۶}-۱=b$ باشد، حاصل **ab** کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

Hint دوتا عبارت مزدوج می‌بینی، در هم ضربشون کن.

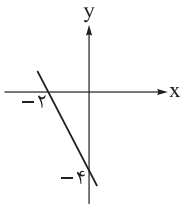
پاسخ خیلی تشریحی نیازی به حل معادلهٔ گنگ نیست. می‌بینیم که $\sqrt{۲x+a}+\sqrt{۲x-۶}$ و $\sqrt{۲x+a}-\sqrt{۲x-۶}$ مزدوج یکدیگرند، پس در یکدیگر ضرب می‌کنیم:

$$(\overbrace{\sqrt{۲x+a}+\sqrt{۲x-۶}}^{a})(\overbrace{\sqrt{۲x+a}-\sqrt{۲x-۶}}^{b+۱})=a(b+۱)$$

$$\Rightarrow (۲x+a)-(۲x-۶)=ab+a \Rightarrow a+۶=ab+a \Rightarrow ab=۶$$

AzmoonFree.ir

۱۱ نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. عبارت $p(x)=\frac{۲x-f(x)}{f(x)-x}$ در کدام بازه مثبت است؟



۱) $(-۱,\frac{۴}{۳})$

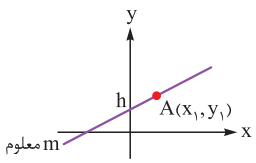
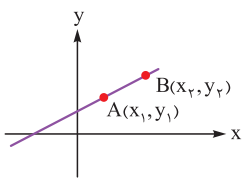
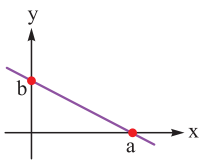
۲) $(-\frac{۴}{۳},-۱)$

۳) $(-\frac{۴}{۳},۱)$

۴) $(۱,\frac{۴}{۳})$

Hint اول معادلهٔ خط رو به دست بیار. بعدش ریشه‌های صورت و مخرج $p(x)$ رو.

درس Box **روش‌های نوشتن معادلهٔ خط:** در هر یک از حالت‌های زیر، می‌توان معادلهٔ خط را نوشت:

معلوم‌بودن شیب و یک نقطه از خط	معلوم‌بودن دو نقطه از خط	معلوم‌بودن طول از مبدأ و عرض از مبدأ
		
$y-y_۱=m(x-x_۱)$ یا $y=mx+h$	$y-y_۱=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}(x-x_۱)$	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=۱$

تعیین علامت عبارت‌های جبری در حالت کلی

ابتدا همهٔ عبارت‌ها را تجزیه و ریشه‌ها را می‌یابیم. ریشه‌هایی را که در صورت هستند در جدول مساوی صفر قرار می‌دهیم و در ریشه‌های مخرج، عبارت تعریف‌نشده است. ریشه‌ها را در جدول به ترتیب صعودی قرار داده و مرتبه ریشه (ساده ـ مضاعف و ...) را مشخص می‌کنیم. علامت عبارت را در یک فاصله با قراردادن عددی دلخواه از آن بازه، تعیین کرده و علامت سایر بازه‌ها را در مواجهه با ریشه‌های ساده یا مکرر مرتبهٔ فرد عوض کرده ولی در ریشه‌های مکرر مرتبهٔ زوج یا ریشه‌های داخل قدرمطلق تغییر نمی‌دهیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** برای ساختن عبارت $p(x)$، به ضابطهٔ تابع f نیاز داریم. طبق جدول درس‌باکس ، معادلهٔ خط را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{x}{-۲}+\frac{y}{-۴}=۱ \Rightarrow \frac{y}{۴}=-\frac{۱}{۲}x-۱ \Rightarrow y=f(x)=-۲x-۴$$

گام دوم: حالا عبارت $p(x)$ را می‌سازیم:

$$p(x)=\frac{۲x-(-۲x-۴)}{(-۲x-۴)-x}=\frac{۴x+۴}{-۳x-۴}$$

گام سوم: و جدول تعیین علامت آن به صورت زیر است:

x		$-\frac{۴}{۳}$		-۱	
$۴x+۴$	$-$		$-$	۰	$+$
$-۳x-۴$	$+$	۰	$-$		$-$
$p(x)$	$-$	ت‌ن	$+$	۰	$-$

که می‌بینیم عبارت $p(x)$ فقط در بازهٔ $(-\frac{۴}{۳},-۱)$ مثبت است.

تیزبازی به گزینه‌ها که دقت می‌کنید، می‌بینید که بازه‌ها به صورت (a,b) هستند. این یعنی عبارت $p(x)$ در بازهٔ بین ریشه‌هایش (صورت و مخرج) مثبت است. در نتیجه برای حل سؤال، کافی است فقط ریشه‌های صورت و مخرج را حساب کنیم و به جدول تعیین علامت نیازی نداریم.

AzmoonFree.ir

۱۲ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{ax+۴}{x-۲} > ۳$ بازهٔ $(b,+\infty)$ است. حاصل **ab** کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

Hint

حالت‌های تعیین علامت عبارت $\frac{Ax+B}{Cx+D}$ رو در نظر بگیر. ببین این سؤال شبیه کدومشونه؟ و اگر نیست، چه شرطی باید داشته باشیم؟

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا مسئلهٔ نامعادله را به مسئلهٔ تعیین علامت تبدیل می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{ax+۴}{x-۲} - ۳ > ۰ \Rightarrow \frac{(a-۳)x+۱۰}{x-۲} > ۰ \qquad (*)$$

گام دوم: تعیین علامت عبارت $\frac{(a-۳)x+۱۰}{x-۲}$ مانند تعیین علامت عبارت درجه‌دوم است، پس مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ (*) یکی از حالت‌های (α,β) یا $\mathbb{R}-[\alpha,\beta]$ است. حال که بازهٔ جواب نامعادله شبیه هیچ‌کدام از این دو حالت نیست و به صورت $(b,+\infty)$ است، نتیجه می‌گیریم تعیین علامت (*) باید شبیه تعیین علامت یک عبارت درجه‌اول باشد، در نتیجه $a-۳$ باید برابر صفر باشد:

$$\Rightarrow a = ۳$$

گام سوم: حالا باید مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{۱۰}{x-۲} > ۰$ را پیدا کنیم:

$$\frac{۱۰}{x-۲} > ۰ \xrightarrow{۱۰ \text{ مثبت است}} x-۲ > ۰ \Rightarrow x > ۲$$

پس $b = ۲$ و در نتیجه $ab = ۶$ است.

AzmoonFree.ir

۱۳ عبارت $p(x)=(x+۲)(۲x^۳+ax^۲+b)$ همواره نامنفی است. حدود a کدام است؟

$p(x)\geq ۰$

۱) $[۴,۱۲]$

۲) $[-۱۲,-۴]$

۳) $[-۴,۱۲]$

۴) $[-۱۲,۴]$

Hint $p(x)$ یا نباید ریشه داشته باشه یا اگر داره، مضاعف باید باشه.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عبارت $p(x)$ قطعاً ریشهٔ $x=-۲$ را دارد و در ظاهر علامت آن حول $x=-۲$ به صورت زیر است:

x		-۲	
$P(x)$	$-$	۰	$+$

یعنی علامت عبارت تغییر می‌کند که خلاف فرض سؤال است. پس نتیجه می‌گیریم حتماً $x+۲$ یک بار دیگر در عبارت $p(x)$ تکرار شده است و $x=-۲$ ریشهٔ مضاعف آن است.

گام دوم: این یعنی عبارت $۲x^۳+ax^۲+b$ حداقل یک ریشه برابر -۲ دارد، پس آن را با دانستن عامل $x+۲$ تجزیه می‌کنیم:

$$۲x^۳+ax^۲+b=(x+۲)(۲x^۲+(a-۴)x-۲a+۸)$$

گام سوم: پس داریم:

$$p(x)=(x+۲)^۲(۲x^۲+(a-۴)x-۲a+۸)$$

حال اگر بخواهیم $p(x)$ را همواره نامنفی کنیم، باید کاری کنیم که عبارت درجه‌دوم $۲x^۲+(a-۴)x-۲a+۸$ حداکثر یک ریشه داشته باشد، پس باید Δ ی آن را نامثبت قرار دهیم:

$$\Delta=(a-۴)^۲-۴(۲)(-۲a+۸)=a^۲-۸a+۱۶+۱۶a-۶۴=a^۲+۸a-۴۸$$

$$\xrightarrow{\Delta\leq ۰}(a+۱۲)(a-۴)\leq ۰\Rightarrow -۱۲\leq a\leq ۴$$

AzmoonFree.ir

۱۴ نمودار تابع $y = f(1-\frac{x}{2})$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. نمودار به‌دست‌آمده مربوط به کدام تابع است؟ (تابع f وارون‌پذیر است.)

وارون می‌کنیم

۱) $y = f^{-1}(\frac{x}{2})$

۲) $y = 2f^{-1}(\frac{x}{2})$

۳) $y = -2f^{-1}(x)$

۴) $y = f^{-1}(-\frac{x}{2})$

Hint

فقط یه وارون کردنه که چالشه، انتقال به پایین که کاری نداره.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تبدیلات گفته‌شده را روی نمودار تابع f اعمال می‌کنیم. در ضمن یادآوری این نکته لازم است که با قرینه‌کردن نمودار یک تابع وارون‌پذیر نسبت به خط $y = x$ نمودار تابع وارون آن حاصل می‌شود:

$$y = f(1-\frac{x}{2}) \xrightarrow{\text{وارون}} x = f(1-\frac{y}{2})$$

$$\Rightarrow 1-\frac{y}{2} = f^{-1}(x) \Rightarrow y = 2-2f^{-1}(x)$$

گام دوم: حالا ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. در این صورت نمودار تابع $y = -2f^{-1}(x)$ به دست می‌آید.

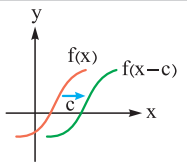
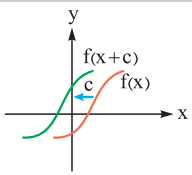
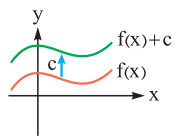
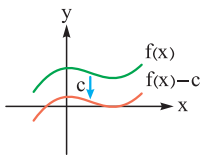
AzmoonFree.ir

۱۵ نمودار تابع $f(x)=۲(x-a)^۲-b$ را ۴ واحد به راست و ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهیم و سپس نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم تا به نمودار تابع $y=-۲(x-b)^۲-a$ برسیم. حاصل $a+b$ کدام است؟

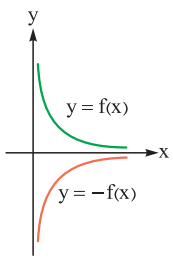
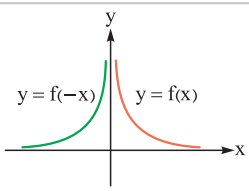
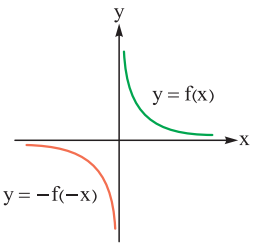
$-f(-x)$

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۶ ۴) -۶

درس Box

ویژگی	نمودار	توضیح	تابع	نوع انتقال
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_۰+c,y_۰)$ روی نمودار تابع $y=f(x-c)$ تبدیل می‌شود. برد ثابت است ولی دامنه تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به راست انتقال می‌دهیم.	$y=f(x-c)$	افقی
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_۰-c,y_۰)$ روی نمودار تابع $y=f(x+c)$ تبدیل می‌شود. برد ثابت است ولی دامنه تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به چپ انتقال می‌دهیم.	$y=f(x+c)$	
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_۰,y_۰+c)$ روی نمودار تابع $y=f(x)+c$ تبدیل می‌شود. دامنه ثابت است ولی برد تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به بالا انتقال می‌دهیم.	$y=f(x)+c$	عمودی
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ $A'(x_۰,y_۰-c)$ روی نمودار تابع $y=f(x)-c$ تبدیل می‌شود. دامنه ثابت است ولی برد تغییر می‌کند.		نمودار تابع f را c واحد به پایین انتقال می‌دهیم.	$y=f(x)-c$	

انعکاس (قرینه‌کردن)

ویژگی‌ها	روش ترسیم	نمودار	تابع خواسته‌شده
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی تابع f به نقطهٔ $A'(x_۰,-y_۰)$ روی تابع $y=-f(x)$ تبدیل می‌شود. دامنه ثابت است ولی برد تغییر می‌کند.	کافی است قرینهٔ تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور xها رسم کنیم.		$y=-f(x)$
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی تابع f به نقطهٔ $A'(-x_۰,y_۰)$ روی تابع $y=f(-x)$ تبدیل می‌شود. برد ثابت است ولی دامنه تغییر می‌کند.	کافی است قرینهٔ تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور yها رسم کنیم.		$y=f(-x)$
نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ روی تابع f به نقطهٔ $A'(-x_۰,-y_۰)$ روی تابع $y=-f(-x)$ تبدیل می‌شود. دامنه و برد هر دو تغییر می‌کنند.	کافی است قرینهٔ تابع $y=f(x)$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کنیم.		$y=-f(-x)$

AzmoonFree.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به جدول‌های درس‌باکس، تبدیل‌ها را به ترتیب روی نمودار f اعمال می‌کنیم:

$$f(x)=۲(x-a)^۲-b \xrightarrow[x\to x-۴]{\text{۴ واحد به راست}} y=۲(x-۴-a)^۲-b \xrightarrow[y\to y+۴]{\text{۴ واحد به پایین}} y+۴=۲(x-۴-a)^۲-b$$

$$\Rightarrow\ y=۲(x-۴-a)^۲-b-۴ \xrightarrow[x\to -x\ ,\ y\to -y]{\text{قرینه نسبت به مبدأ مختصات}} y=-۲(-x-۴-a)^۲+b+۴$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، این ضابطه باید با ضابطهٔ $y=-۲(x-b)^۲-a$ متحد باشد:

$$-۲(x+۴+a)^۲+b+۴=-۲(x-b)^۲-a \Rightarrow \begin{cases} ۴+a=-b \\ b+۴=-a \end{cases} \Rightarrow a+b=-۴$$

AzmoonFree.ir

۱۶ توابع $f(x)=\frac{۳-۲x}{ax+۱}$ و $g(x)=(b^۲-۱)x^۲+bx-۱$ هر دو روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی هستند. کدام تابع روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است؟

۱) $f-۲g$

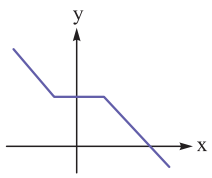
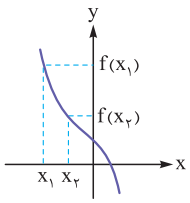
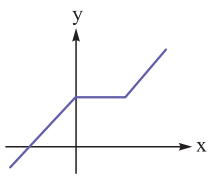
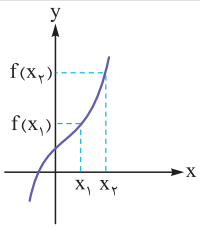
۲) $g-۲f$

۳) $f-g$

۴) $f+g$

Hint جفتشون باید خطی باشن.

درس Box مجموعهٔ A $(A\subseteq D_f)$ را در نظر بگیرید. به ازای هر $x_۱$ و $x_۲$ متعلق به مجموعهٔ A، تابع f:

نزولی است.	اکیداً نزولی است.	صعودی است.	اکیداً صعودی است.
$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)\geq f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)>f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)\leq f(x_۲)$	$x_۱<x_۲ \Rightarrow f(x_۱)<f(x_۲)$
			
در بازه‌ای که تابع f نزولی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، رو به بالا نخواهیم رفت.	در بازه‌ای که تابع f اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، همواره رو به پایین خواهیم رفت.	در بازه‌ای که تابع f صعودی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، رو به پایین نخواهیم رفت.	در بازه‌ای که تابع f اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، همواره رو به بالا خواهیم رفت.

دقت کنید اگر بازهٔ مجموعهٔ A برابر دامنهٔ تابع باشد، گوییم تابع f روی دامنهٔ خود صعودی (اکیداً صعودی) یا نزولی (اکیداً نزولی) است. هم‌چنین اگر تابعی روی دامنهٔ خود صعودی (نزولی) باشد، آن‌گاه آن را یکنوا می‌نامیم.

الف) هر تابع اکیداً صعودی خود یک تابع صعودی است و به طریق مشابه هر تابع اکیداً نزولی خود یک تابع نزولی است.

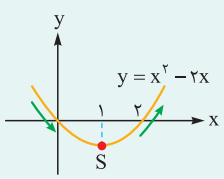
ب) تابع ثابت (روی یک بازه) را تابعی هم صعودی و هم نزولی در نظر می‌گیریم.

پ) اگر تابع f روی دامنهٔ خود صعودی یا نزولی نباشد، f را تابعی غیریکنوا می‌نامیم.

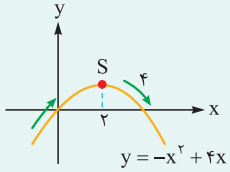
بعضی از توابع در دامنهٔ خود غیریکنوا هستند ولی با محدودکردن دامنه می‌توان تابعی یکنوا به دست آورد.

نمودار دو تابع مقابل را در نظر بگیرید. تابع شکل (۱) در دامنهٔ خود غیریکنوا ولی در بازهٔ $(-\infty,۱]$ نزولی و در بازهٔ $[۱,+\infty)$ صعودی است. هم‌چنین تابع شکل (۲) نیز در دامنهٔ خود غیریکنواست، ولی در بازهٔ $(-\infty,۲]$ صعودی و در بازهٔ $[۲,+\infty)$ نزولی است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که:

(۱)



(۲)



تابع درجه‌دوم $y=ax^۲+bx+c$ روی دامنهٔ خود غیریکنواست، ولی روی بازهٔ قبل از رأس و خود آن، یا بعد از رأس و خود آن یکنواست؛ به عبارت دیگر این تابع روی هر یک از بازه‌های $(-\infty,\frac{-b}{۲a}]$ یا $[\frac{-b}{۲a},+\infty)$ یکنوا است.

نکته تابع $y=\frac{Ax+B}{Cx+D}$ فقط در صورتی روی دامنه‌اش اکیداً یکنواست که $C=۰$ باشد.

AzmoonFree.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** طبق نکتهٔ درس‌باکس، a باید برابر صفر باشد تا تابع ظاهراً هموگرافیک $f(x)=\frac{۳-۲x}{ax+۱}$ اکیداً یکنوا شود، که از قضا اکیداً نزولی است.

$$\xrightarrow{a=۰} f(x)=-۲x+۳$$

گام دوم: طبق درس‌باکس، برای این‌که تابع ظاهراً درجه‌دوم g روی $\mathbb{R}$ اکیداً یکنوا باشد، لازم است که ضریب $x^۲$ صفر شود:

$$\Rightarrow b^۲-۱=۰ \Rightarrow b=\pm ۱$$

می‌خواهیم که g نیز اکیداً نزولی شود، پس مقدار $b=-۱$ را می‌پذیریم:

$$\Rightarrow g(x)=-x-۱$$

گام سوم: حالا تابع داده‌شده در هر گزینه را می‌سازیم تا ببینیم کدام‌یک اکیداً صعودی است:

گزینهٔ (۱): $(f-۲g)(x)=۵$

گزینهٔ (۲): $(g-۲f)(x)=۳x-۷$

گزینهٔ (۳): $(f-g)(x)=-x+۴$

گزینهٔ (۴): $(f+g)(x)=-۳x+۲$

که فقط تابع گزینهٔ (۲) اکیداً صعودی است.

AzmoonFree.ir

۱۷ مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(\frac{۱}{۱۲۵})^{x^۲-۱} \leq (\frac{۱}{۵})^{۶x+۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

Hint تابع نمایی $y = (\frac{۱}{۵})^x$ اکیداً نزولیه.

درس Box

کاربرد یکنوایی در حل نامعادلات

$$f(g(x)) > f(h(x)) \Rightarrow \begin{cases} g(x) < h(x) & \text{تابع } f \text{ نزولی باشد} \\ g(x) > h(x) & \text{تابع } f \text{ صعودی باشد} \end{cases}$$

این قانون در سایر نامساوی‌ها هم برقرار است.

فقط نکتهٔ این قانون این است که حتماً دامنهٔ توابع fog و foh لحاظ شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع $f(x) = (\frac{۱}{۵})^x$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی است. با این فرض نامعادلهٔ صورت سؤال را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(۶x+۳) \leq f(۳x^۲-۳)$$

دقت کنید که $(\frac{۱}{۱۲۵})^{x^۲-۱}$ را به صورت $(\frac{۱}{۵})^{۳x^۲-۳}$ یا $((\frac{۱}{۵})^۳)^{x^۲-۱}$ در نظر گرفته‌ایم.

گام دوم: حالا طبق درس‌باکس، چون تابع f اکیداً نزولی است. جهت نامساوی عوض می‌شود و داریم:

$$۶x+۳ \geq ۳x^۲-۳ \Rightarrow ۳x^۲-۶x-۶ \leq ۰ \xrightarrow{\div ۳} x^۲-۲x-۲ \leq ۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} \underbrace{۱-\sqrt{۳}}_{\text{کم‌ترین}} \leq x \leq \underbrace{۱+\sqrt{۳}}_{\text{بیشترین}}$$

کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین جواب نامعادله به ترتیب $۱-\sqrt{۳}$ و $۱+\sqrt{۳}$ است که مجموع آن‌ها برابر ۲ است.

AzmoonFree.ir

۱۸ اگر $f(x)=۳x+|x-۴|$ و $f(m^۲-۲m+۱)<f(۴m-m^۲-۳)$ باشد، حدود m کدام است؟

۱) $(۱,۲)$

۲) $(-۲,-۱)$

۳) $(-۱,۲)$

۴) $(-۲,۱)$

Hint تابع f اکیداً صعودیه.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** تابع $y=ax+|bx|$ با شرط $|a|>|b|$ اکیداً یکنواست. اگر $a>۰$ باشد، اکیداً صعودی و اگر $a<۰$ باشد، اکیداً نزولی است.

گام دوم: پس در این سؤال تابع f اکیداً صعودی است و به کمک درس‌باکس سؤال قبلی داریم:

$$f(m^۲-۲m+۱)<f(۴m-m^۲-۳) \xrightarrow{f\text{ اکیداً صعودی}} m^۲-۲m+۱<۴m-m^۲-۳ \Rightarrow ۲m^۲-۶m+۴<۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} m^۲-۳m+۲=(m-۱)(m-۲)<۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} ۱<m<۲$$

یه جور دیگه عددگذاری کنیم. $m=۰$ را امتحان کنیم، زیرا گزینه‌های (۳) و (۴) شامل صفر هستند اما (۱) و (۲) نیستند:

$$\xrightarrow{m=۰} f(۱)<f(-۳) \Rightarrow$$ طبق ضابطه غلط است.

پس یکی از گزینه‌های (۱) یا (۲) پاسخ صحیح سؤال است. $m=-\frac{۱}{۲}$ را امتحان می‌کنیم:

$$f(\frac{۹}{۴})<f(-\frac{۲۱}{۴}) \Rightarrow$$ طبق ضابطه غلط است.

پس گزینهٔ (۱) پاسخ صحیح است.

AzmoonFree.ir

ریاضیات گسسته

۱۹ چند نقطه با مختصات صحیح در تساوی $\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{xy}+\frac{۲}{x}$ صدق می‌کند؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۵

Hint

تساوی را به صورت معادله‌ای برحسب x بنویس.

درس Box

۱) عدد صحیح a، که مخالف صفر است، شمارندهٔ عدد b است ـ یا b بر a بخش‌پذیر است یا a را می‌شمارد یا $a \mid b$ ـ هرگاه عددی صحیح چون q وجود داشته باشد به طوری که $b = aq$.

۲) کسر $\frac{m}{n}$، عددی صحیح است هرگاه n شمارندهٔ m باشد یا $n \mid m$.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با مخرج‌مشترک‌گیری و طرفین‌وسطین، معادله‌ای برحسب x به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲}{x}+\frac{۳}{xy}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۲y+۳}{xy}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۴y+۶=xy \Rightarrow xy-۴y=۶ \Rightarrow y(x-۴)=۶ \Rightarrow y=\frac{۶}{x-۴}$$

گام دوم: برای اینکه y عددی صحیح باشد باید $x-۴$، ۶ را بشمارد یعنی:

$$x-۴ \mid ۶ \Rightarrow \begin{cases} x-۴=\pm ۱ \Rightarrow x=۵,۳ \\ x-۴=\pm ۲ \Rightarrow x=۶,۲ \\ x-۴=\pm ۳ \Rightarrow x=۷,۱ \\ x-۴=\pm ۶ \Rightarrow x=۱۰,-۲ \end{cases}$$

گام سوم: هشت جواب صحیح برای x پیدا شد، در نتیجه هشت مقدار صحیح نیز برای y یافت می‌شود.

$$(-۲,-۱)\ ،\ (۱۰,۱)\ ،\ (۱,-۲)\ ،\ (۷,۲)\ ،\ (۲,-۳)\ ،\ (۶,۳)،(۵,۶)،(۳,-۶)$$

دقت کنید که x و y هر دو باید مخالف صفر باشند، زیرا در مخرج کسرها قرار گرفته‌اند. در این سؤال هیچ مقدار غیر قابل قبولی نداریم، پس هشت نقطه با مختصات صحیح در این تساوی صدق می‌کنند.

AzmoonFree.ir

۲۰ به ازای چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۱ رابطهٔ $۸۰ | ۳^n - ۱$ برقرار است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

نکته اگر a و b اعداد طبیعی باشند و $n \in \mathbb{N}$ آن‌گاه:

$$a - b \mid a^n - b^n$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:**

$$۸۰ \mid ۳^n - ۱ \Rightarrow ۳^۴ - ۱ \mid ۳^n - ۱ \Rightarrow ۳^۴ - ۱ \mid (۳^۴)^{\frac{n}{۴}} - ۱^{\frac{n}{۴}}$$

گام دوم: فرض کنیم $b = ۱$ و $a = ۳^۴$؛ بنابراین:

$$۳^۴ - ۱ \mid (۳^۴)^{\frac{n}{۴}} - ۱^{\frac{n}{۴}} \Rightarrow a - b \mid a^{\frac{n}{۴}} - b^{\frac{n}{۴}}$$

گام سوم: طبق نکتهٔ بالا $\frac{n}{۴}$ باید عددی طبیعی باشد؛ پس:

$$\frac{n}{۴} = k \ (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow n = ۴k \Rightarrow ۱ \le ۴k \le ۱۰۰$$
$$\Rightarrow ۱ \le k \le ۲۵ \Rightarrow k = ۱, ۲, \ldots, ۲۵ \Rightarrow n = \{۴, ۸, \ldots, ۱۰۰\}$$

بنابراین ۲۵ مقدار مختلف برای n وجود دارد.

AzmoonFree.ir

۲۱ به ازای چند عدد طبیعی n هر دو عدد $5n+4$ و $7n+3$، مقسوم‌علیه مشترک مساوی ۱۷ دارند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

درس Box

عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a,b)=d$، هرگاه:

۱) $d|a\ ,\ d|b$

۲) $\forall m>0\ ;\ m|a\ ,\ m|b \Rightarrow m\le d$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فرض کنیم d بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد باشد، پس داریم:

$$(5n+4,7n+3)=d$$

گام دوم:

$$\begin{cases} d|5n+4 \xrightarrow{\times 7} d|35n+28 \\ d|7n+3 \xrightarrow{\times 5} d|35n+15 \end{cases} \xrightarrow{-} d|13 \xrightarrow{d>0} d=1 \text{ یا } 13$$

گام سوم: اگر ۱۷ مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد باشد، طبق مورد (۲) درس‌باکس باید $d\le 17$ باشد که با مقادیر به‌دست‌آمده برای d در تناقض است، پس به ازای هیچ مقدار طبیعی برای n، این دو عدد، مقسوم‌علیه مشترک ۱۷ ندارند.

AzmoonFree.ir

۳۲ اگر a، b و c سه عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند به طوری که $a^3 \mid b^5$ و $b^6 \mid c^7$، کدام گزینه درست است؟

۱) $a^{15} \mid c^{29}$

۲) $a^{16} \mid c^{31}$

۳) $a^{17} \mid c^{33}$

۴) $a^{18} \mid c^{35}$

نکته

۱) $a \mid b \Rightarrow a^n \mid b^n$

۲) $a \mid b , b \mid c \Rightarrow a \mid c$ (خاصیت تعدی)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

$$\begin{cases} a^3 \mid b^5 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۶}} a^{18} \mid b^{30} \\ b^6 \mid c^7 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۵}} b^{30} \mid c^{35} \end{cases} \xrightarrow{\text{خاصیت تعدی}} a^{18} \mid c^{35}$$

مثال نقض سایر گزینه‌ها: $a = 2^{35}$ و $b = 2^{21}$ و $c = 2^{18}$

گزینهٔ (۱): $(2^{35})^{15} \mid (2^{18})^{29} \Rightarrow 2^{525} \mid 2^{522}$ ×

گزینهٔ (۲): $(2^{35})^{16} \mid (2^{18})^{31} \Rightarrow 2^{560} \mid 2^{558}$ ×

گزینهٔ (۳): $(2^{35})^{17} \mid (2^{18})^{33} \Rightarrow 2^{595} \mid 2^{594}$ ×

AzmoonFree.ir

۲۳ کدام گزینه، مثال نقض گزارهٔ زیر است؟

«اگر $(x+1)(x+5)$ گویا باشد، آن‌گاه $\frac{\sqrt{7+\sqrt{48}}}{x+1}$ گنگ است.»

۱) $-3-\sqrt{3}$

۲) $-3+\sqrt{3}$

۳) $-3+\sqrt{7}$

۴) مثال نقض ندارد.

Hint دنبال مثالی باش که ارزش گزاره، نادرست شود.

درس Box

- به مثالی که برای ردکردن یک حکم کلی به کار می‌رود، «مثال نقض» می‌گوییم.
- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب « $p \Rightarrow q$ » که خوانده می‌شود «اگر p آن‌گاه q» را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم.
- ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با ترکیب شرطی دو گزاره سروکار داریم:

اگر $\underbrace{(x+1)(x+5)\text{ گویا باشد}}_{p}$، آن‌گاه $\underbrace{\frac{\sqrt{7+\sqrt{48}}}{x+1}\text{ گنگ است.}}_{q}$

گام دوم: طبق درس‌باکس، ترکیب شرطی زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد. پس دنبال xی هستیم که

$(x+1)(x+5)$ گویا باشد، ولی $\frac{\sqrt{7+\sqrt{48}}}{x+1}$ گنگ نباشد.

گام سوم: بهترین روش، امتحان گزینه‌ها است:

$$x=-3-\sqrt{3}$$

$$(x+1)(x+5)=(-3-\sqrt{3}+1)(-3-\sqrt{3}+5)=(-2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=-1 \Rightarrow$$

گزارهٔ p درست است.

$$\frac{\sqrt{7+\sqrt{48}}}{x+1}=\frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}{-3-\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}}{-2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{-2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{-(2+\sqrt{3})}=-1 \Rightarrow$$

گزارهٔ q نادرست است.

در نتیجه گزینهٔ (۱) مثال نقضی برای این گزارهٔ شرطی است.

AzmoonFree.ir

۲۴ A یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S=\{2,3,4,5,6\}$ است. اگر $\frac{n^2(n^2-1)^2}{36}$ زوج باشد و $n\in A$، آن‌گاه مجموعهٔ A حداکثر چند عضو دارد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

Hint تمام اعضای مجموعهٔ S را امتحان کن.

درس Box

برخی از روش‌های استدلال و اثبات در ریاضی:

۱) اثبات مستقیم

۲) مثال نقض

۳) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

۴) اثبات غیرمستقیم (برهان خلف)

۵) اثبات‌های بازگشتی/ گزاره‌های هم‌ارز

اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها: گاهی برای اثبات یک گزاره لازم است همهٔ موارد ممکن در یک مسئله را در نظر بگیریم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: به روش اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها، تمام حالت‌های مجموعهٔ S را بررسی می‌کنیم.

n	۲	۳	۴	۵	۶
$\frac{n^2(n^2-1)^2}{36}$	۱	۱۶	۱۰۰	۴۰۰	۱۲۲۵
زوج بودن	×	✓	✓	✓	×

گام دوم: از آن‌جا که مجموعهٔ A زیرمجموعهٔ S است، پس مجموعهٔ A حداکثر ۳ عضو می‌تواند داشته باشد. $A=\{3,4,5\}$

AzmoonFree.ir

۲۵ اگر به ازای هر $n \in \mathbb{Z}$ داشته باشیم $n+1 \mid 2m^3 - m^2 - 4m + 3$، برای m چند مقدار صحیح به دست می‌آید؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۳

نکته به ازای هر عدد صحیح a داریم: $a \mid 0$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق نکتهٔ بالا، وقتی این رابطه به ازای هر n صحیح برقرار است که سمت راست رابطه صفر باشد.

$$2m^3 - m^2 - 4m + 3 = 0$$

گام دوم: معادله را تجزیه می‌کنیم. $m = 1$ در معادله صدق می‌کند، پس داریم:

$$2m^3 - m^2 - 4m + 3 = 0 \xrightarrow[\text{صدق می‌کند}]{m=1} (m-1)(2m^2 + m - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-1)(2m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

بنابراین، برای m یک مقدار صحیح به دست می‌آید.

AzmoonFree.ir

۲۶ اگر a و b نسبت به هم اول باشند، ب.م.م دو عدد $۲a+b$ و $۳a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

درس Box

عدد طبیعی d را ب. م. م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a,b)=d$ هرگاه:

۱) $d\mid a\,,\,d\mid b$

۲) $\forall m>۰\,;\,m\mid a\,,\,m\mid b \Rightarrow m\le d$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنیم d بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک $۲a+b$ و $۳a+b$ باشد:

$$(۳a+b\,,\,۲a+b)=d$$

گام دوم: طبق مورد (۱) درس‌باکس داریم:

$$\begin{cases} d\mid ۲a+b \xrightarrow{\times ۳} d\mid ۶a+۳b \\ d\mid ۳a+b \xrightarrow{\times ۲} d\mid ۶a+۲b \end{cases} \xrightarrow{-} d\mid b$$

$$\begin{cases} d\mid ۲a+b \Rightarrow d\mid ۲a+b \\ d\mid ۳a+b \xrightarrow{\times ۲} d\mid ۶a+۲b \end{cases} \xrightarrow{-} d\mid a$$

بنابراین d، مقسوم‌علیه‌مشترک a و b است.

گام سوم: از آن‌جایی که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و b برابر عدد ۱ است، یعنی $(a,b)=۱$، طبق مورد (۲) درس‌باکس باید $d\le ۱$ پس $d=۱$.

تیزبازی

در واقع می‌توان گفت:

$$\begin{cases} d\mid a \\ d\mid b \end{cases} \Rightarrow d\mid (a,b) \Rightarrow d\mid ۱ \xrightarrow{d\in\mathbb{N}} d=۱$$

AzmoonFree.ir

۲۷ عدد طبیعی **a** مضرب ۷۲ است. اگر مکعب **a** بر ۴۸۰ بخش‌پذیر باشد، مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار چهاررقمی **a** کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

درس Box

۱) برای یافتن ک.م.م دو عدد طبیعی، ابتدا دو عدد را تجزیه می‌کنیم، سپس پایه‌های مشترک با بیشترین توان و پایه‌های غیرمشترک را در یکدیگر ضرب می‌کنیم.

۲) اگر m بر a و b بخش‌پذیر باشد، بر ک.م.م آن‌ها نیز بخش‌پذیر است.

$$\begin{matrix} a \mid m \\ b \mid m \end{matrix} \Rightarrow [a,b] \mid m$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$۴۸۰ \mid a^۳ \xrightarrow{\text{تجزیه}} ۲^۵ \times ۳ \times ۵ \mid a^۳ \Rightarrow a^۳ = ۲^۵ \times ۳ \times ۵ \times q$$

گام دوم: برای این‌که توان اعداد در دو طرف تساوی مضرب ۳ باشد باید $q = ۲ \times ۳^۲ \times ۵^۲ \times k^۳$ در نظر بگیریم. یعنی:

$$a^۳ = ۲^۶ \times ۳^۳ \times ۵^۳ \times k^۳$$

گام سوم: از طرفین ریشهٔ سوم می‌گیریم:

$$\Rightarrow a = \underbrace{۲^۲ \times ۳ \times ۵}_{۶۰} \times k \Rightarrow ۶۰ \mid a$$

گام چهارم: از طرفی می‌دانیم $a \mid ۷۲$، پس طبق مورد (۲) درس‌باکس داریم:

$$\begin{cases} ۶۰ \mid a \\ ۷۲ \mid a \end{cases} \Rightarrow [۶۰,۷۲] \mid a \xrightarrow{[۶۰,۷۲]=۳۶۰} ۳۶۰ \mid a \Rightarrow a = ۳۶۰k, (k \in \mathbb{Z})$$

گام پنجم: برای یافتن بزرگ‌ترین مقدار چهاررقمی a قرار می‌دهیم $a \leq ۹۹۹۹$ پس:

$$۳۶۰k \leq ۹۹۹۹ \Rightarrow k \leq ۲۷/۷۷۵ \xrightarrow{\text{بزرگ‌ترین مقدار}} k = ۲۷$$

گام ششم:

بزرگ‌ترین مقدار چهاررقمی a: $a = ۳۶۰ \times ۲۷ = ۹۷۲۰ \xrightarrow{\text{مجموع ارقام } a} ۹+۷+۲+۰ = ۱۸$

AzmoonFree.ir

۲۸ اگر $۷ \mid ۳k+۴$، آن‌گاه در رابطهٔ $۴۹ \mid ۹k^۲ + ۴۵k + \alpha$، مقدار α کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۸ ۳) ۲۴ ۴) ۴۴

درس Box

برخی ویژگی‌های رابطهٔ عادکردن:

۱) $a \mid b \Rightarrow a \mid mb \,(m \in \mathbb{Z})$

۲) $a \mid b, a \mid c \Rightarrow a \mid mb \pm nc \,, (m,n \in \mathbb{Z})$

۳) $a \mid b \Rightarrow a^n \mid b^n \,, (n \in \mathbb{N})$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:**

$$۷ \mid ۳k+۴ \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} ۴۹ \mid ۹k^۲ + ۲۴k + ۱۶ \quad (۱)$$

گام دوم: چون ضریب k در عبارت صورت سوال، برابر ۴۵ است، پس باید $۲۱k$ به رابطهٔ (۱) گام اول اضافه کنیم، داریم:

$$۷ \mid ۳k+۴ \xrightarrow{\text{طرفین} \times ۷} ۴۹ \mid ۲۱k + ۲۸ \quad (۲)$$

گام سوم: سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۴۹ \mid ۹k^۲ + ۲۴k + ۱۶ \\ ۴۹ \mid ۲۱k + ۲۸ \end{cases} \xrightarrow{+} ۴۹ \mid ۹k^۲ + ۴۵k + ۴۴$$

در نتیجه: $\alpha = ۴۴$.

AzmoonFree.ir

هندسه

۲۹ اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و AB یک ماتریس قطری باشد، آن‌گاه حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۷

۲) ۶

۳) ۵

۴) ۴

مشاوره سؤال ساده‌ای است که مشابه آن را هم در کتاب درسی و هم در امتحان‌های نهایی داشته‌ایم.

درس Box

ماتریس قطری: ماتریس قطری ماتریسی است مربعی که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفرند.

$$\begin{bmatrix}a & ۰ & ۰\\ ۰ & b & ۰\\ ۰ & ۰ & c\end{bmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ ماتریس AB): ماتریس $A\times B$ را به دست می‌آوریم:

$$AB=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴+۳a & -۸+۲a\\ b-۳ & -۲b-۲\end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبهٔ a و b): می‌دانیم در ماتریس قطری، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر هستند؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases}-۸+۲a=۰ \Rightarrow a=۴\\ b-۳=۰ \Rightarrow b=۳\end{cases} \Rightarrow a+b=۷$$

AzmoonFree.ir

۳۰ اگر مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که در آن $a_{ij}=\begin{cases} ai+j & ; \ i-j=۲ \\ i-aj & ; \ i-j\neq ۲ \end{cases}$، برابر با ۷ باشد، درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A^۳$ کدام است؟

۱) ۶۸

۲) ۶۶

۳) ۶۴

۴) ۶۲

مشاوره تشکیل ماتریس به کمک درایهٔ عمومی آن، یکی از مباحث مهم، هم در کنکور و هم در امتحان نهایی است، ضمن آن‌که در حل این سؤال باید بتوانید درایهٔ خاص از ماتریس $A^۳$ را بدون به دست آوردن کل آن محاسبه کنید. روش انجام این کار در درس‌باکس گفته شده است.

درس Box

درایهٔ سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس ABC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\text{سطر i‌اُم A}].\text{B}.\begin{bmatrix}\text{ستون}\\ \text{jاُم}\\ \text{C}\end{bmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ a): با توجه به درایهٔ عمومی ماتریس، درایه‌های سطر سوم را به دست آورده و مجموع آن‌ها را ۷ قرار می‌دهیم:

$$a_{۳۱}+a_{۳۲}+a_{۳۳}=۷ \Rightarrow (۳a+۱)+(۳-۲a)+(۳-۳a)=۷ \Rightarrow a=۰$$

گام دوم (نمایش ماتریس A): a را به دست آوردیم. حالا تمام درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم و ماتریس A را تشکیل می‌دهیم:

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱\\ ۲ & ۲ & ۲\\ ۱ & ۳ & ۳\end{bmatrix}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): خواستهٔ سؤال، درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A^۳$ است. برای محاسبهٔ این درایه از ماتریس $A^۳$ به جای این‌که ماتریس $A^۳=A.A.A$ را به دست بیاوریم، برای سریع‌ترشدن حل مسئله، ابتدا سطر دوم ماتریس A را در ماتریس A و سپس حاصل را در ستون سوم ماتریس A ضرب می‌کنیم. حاصل، درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A^۳$ است:

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix}۲ & ۲ & ۲\end{bmatrix}}_{\text{سطر دوم A}}\underbrace{\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱\\ ۲ & ۲ & ۲\\ ۱ & ۳ & ۳\end{bmatrix}}_{\text{A}}\underbrace{\begin{bmatrix}۱\\ ۲\\ ۳\end{bmatrix}}_{\text{ستون سوم A}}=\begin{bmatrix}۸ & ۱۲ & ۱۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۲\\ ۳\end{bmatrix}=۸+۲۴+۳۶=۶۸$$

AzmoonFree.ir

۳۱ در دستگاه $\begin{bmatrix} a & a+1 \\ a+1 & a+2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$، حاصل $x-y$ کدام است؟

۱) $2a+4$ ۲) -6

۳) $-2(4a+3)$ ۴) $-a-4$

درس Box

حل دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی به کمک ماتریس وارون:

در دستگاه $\begin{cases} ax+by=e_1 \\ cx+dy=e_2 \end{cases}$، $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب، $B=\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه می‌باشد. در این صورت دستگاه به شکل معادلهٔ ماتریسی $AX=B$ نوشته می‌شود و در صورتی که ماتریس A وارون‌پذیر باشد (یا $|A|\neq 0$)، با ضرب A^{-1} از چپ در معادلهٔ فوق می‌توان مجهولات را به صورت زیر به دست آورد:

$$AX=B \Rightarrow A^{-1}(AX)=A^{-1}B \Rightarrow (A^{-1}A)X=A^{-1}B \Rightarrow IX=A^{-1}B \Rightarrow X=A^{-1}B$$

یعنی برای حل دستگاه، باید معکوس ماتریس ضرایب را از سمت چپ در ماتریس مقادیر معلوم ضرب کرد.

وارون (معکوس) ماتریس: برای هر ماتریس مربعی مانند A، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی چون B می‌باشد به طوری که $AB=BA=I$. در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با A^{-1} نشان می‌دهیم.

وارون ماتریس مربعی $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در صورت وجود به صورت $A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (محاسبهٔ وارون ماتریس ضرایب): ابتدا وارون ماتریس ضرایب را به دست می‌آوریم تا در مرحلهٔ بعد برای حل دستگاه معادلاتی از آن استفاده کنیم.

$$\begin{bmatrix} a & a+1 \\ a+1 & a+2 \end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{a(a+2)-(a+1)^2}\begin{bmatrix} a+2 & -a-1 \\ -a-1 & a \end{bmatrix}$$

گام دوم (حل دستگاه): با توجه به درس‌باکس، داریم:

$$\begin{bmatrix} a & a+1 \\ a+1 & a+2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & a+1 \\ a+1 & a+2 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{1}{a(a+2)-(a+1)^2}\begin{bmatrix} a+2 & -a-1 \\ -a-1 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{1}{a^2+2a-a^2-2a-1}\begin{bmatrix} a+2+3a+3 \\ -a-1-3a \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} 4a+5 \\ -4a-1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -4a-5 \\ 4a+1 \end{bmatrix} \Rightarrow x=-4a-5,\ y=4a+1$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): صورت سؤال مقدار $x+y$ را می‌خواهد. طبق آن‌چه در گام دوم به دست آوردیم، داریم:

$$x=-4a-5,\ y=4a+1 \Rightarrow x-y=-8a-6=-2(4a+3)$$

AzmoonFree.ir

۳۲ دستگاه $\begin{cases}(m-۳)y-۴x=۳\\ ۲x-\frac{m-۳}{۲}y=۱\end{cases}$ فاقد جواب است. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $\mathbb{R}-\{۳\}$ ۳) $\mathbb{R}-\{۷,-۱\}$ ۴) $\varnothing$

درس Box

تعبیر هندسی و بحث در تعداد جواب‌های دستگاه

می‌دانیم در دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ هر معادله، معرف یک خط در صفحه است. دو خط در صفحه سه وضعیت دارند:

۱) در یک نقطه متقاطع‌اند. در این صورت نقطهٔ برخورد در هر دو معادله صدق می‌کند؛ پس جواب دستگاه است. برای این‌که دو خط متقاطع باشند باید شیب آن‌ها نابرابر باشد، یعنی دستگاه جواب منحصربه‌فرد دارد اگر و تنها اگر $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ (در این حالت دترمینان ماتریس ضرایب مخالف صفر است ($|A|\neq ۰$)).

۲) با هم نقطهٔ مشترک ندارند (موازی هستند)، یعنی دستگاه جواب ندارد؛ در این صورت: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$.

۳) بر هم منطبق هستند، یعنی دستگاه بی‌شمار جواب دارد و هر نقطه از خط، جواب دستگاه است؛ در این صورت: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (تحلیل سؤال): مطابق درس‌باکس برای این‌که دستگاه معادلات خطی، فاقد جواب باشد، باید خط‌ها موازی باشند و بین ضرایب معادلات رابطهٔ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ برقرار باشد.

گام دوم (محاسبهٔ مقادیر قابل قبول برای m): مطابق گام اول ابتدا ضرایب را منظم می‌کنیم و پس از آن مقادیر قابل قبول برای m را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}(m-۳)y-۴x=۳\\ -(\frac{m-۳}{۲})y+۲x=۱\end{cases}$$

با شرط $m\neq ۳$ برای آن‌که دستگاه فاقد جواب باشد، باید:

$$\frac{m-۳}{\frac{-(m-۳)}{۲}}=\frac{-۴}{۲}\neq ۳ \Rightarrow -۲=-۲\neq ۳$$

به یک جواب بدیهی رسیدیم، پس به ازای هر $m\neq ۳$ از اعداد حقیقی، این دستگاه معادلات فاقد جواب است.

به ازای $m=۳$ نیز دستگاه فاقد جواب است، چون به صورت زیر است:

$$\begin{cases}-۴x=۳\Rightarrow x=-\frac{۳}{۴}\\ ۲x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

یعنی به ازای همهٔ مقادیر حقیقی m، دستگاه فاقد جواب است.

AzmoonFree.ir

۳۳ اگر $A^۳ = ۹I$ باشد، حاصل $(A-۲I)^{-۱} - ۱۷(A+۲I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) I ۲) A ۳) $۴(A+I)$ ۴) $۴A$

درس Box

۱) **توان ماتریس‌ها:** اگر A یک ماتریس مربعی باشد، داریم:

$$A^۱ = A, A^۲ = A.A, A^۳ = A.A^۲ = A^۲.A, \ldots, A^n = A.A^{n-۱} = A^{n-۱}.A$$

توجه: اگر A ماتریس مربعی و m و n اعداد طبیعی و k عددی حقیقی باشد، آن‌گاه:

۱) $I^n = I$ ۲) $(kA)^n = k^n A^n$ ۳) $A^m \times A^n = A^{m+n}$ ۴) $(A^m)^n = A^{mn}$

۲) ماتریس I با هر ماتریس مربعی هم‌مرتبه با آن مانند A تعویض‌پذیر است، یعنی $AI = IA = A$، پس اتحادهای جبری برای ماتریس‌های A و I برقرارند؛ مثلاً $(A-I)(A+I) = A^۲ - I^۲ = A^۲ - I$.

۳) اگر دو ماتریس مربعی A و B به گونه‌ای باشند که $AB = I$، آن‌گاه A و B وارون هم هستند و می‌نویسیم $A^{-۱} = B$ و $A = B^{-۱}$.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (ایجاد $(A-۲I)$ و $(A+۲I)$): صورت سؤال اطلاعاتی دربارهٔ $A^۳$ به ما داده است؛ پس ما برای ساختن عبارت‌های $A-۲I$ و $A+۲I$ از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم. طبق فرض $A^۳ = ۹I$ پس $A^۳ - ۸I = I$ و حالا این عبارت را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} A^۳ = ۹I \xrightarrow{-۸I} A^۳ - ۸I = I \Rightarrow (A-۲I)(A^۲+۲A+۴I) = I \Rightarrow (A-۲I)^{-۱} = A^۲ + ۲A + ۴I \\ A^۳ = ۹I \xrightarrow{+۸I} A^۳ + ۸I = ۱۷I \Rightarrow (A+۲I)(A^۲-۲A+۴I) = ۱۷I \Rightarrow (A+۲I)^{-۱} = \frac{۱}{۱۷}(A^۲-۲A+۴I) \\ \Rightarrow ۱۷(A+۲I)^{-۱} = A^۲ - ۲A + ۴I \end{cases}$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ صورت سؤال): برای ایجاد عبارت خواسته‌شده باید طرفین دو عبارت به‌دست‌آمده در گام اول را از یکدیگر کم کنیم:

$$(A-۲I)^{-۱} - ۱۷(A+۲I)^{-۱} = (A^۲+۲A+۴I) - (A^۲-۲A+۴I) = ۴A$$

AzmoonFree.ir

۳۴ فرض کنید $A^{-1}=\begin{bmatrix}۱ & a & ۳\\ ۰ & ۲a & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۴ & ۲\\ ۱ & ۳\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}$. اگر مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $۲B^{۶}A$ برابر با -۹ باشد، کوچک‌ترین درایهٔ ماتریس A کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۶ ۳) -۵ ۴) -۸

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ ماتریس A): ماتریس A^{-1} را به دست آورده و آن را وارون می‌کنیم تا ماتریس A را به دست آوریم:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}۱ & a & ۳\\ ۰ & ۲a & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۴ & ۲\\ ۱ & ۳\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۴+a+۶ & ۲+۳a+۰\\ ۰+۲a+۲ & ۰+۶a+۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a+۲ & ۳a+۲\\ ۲a+۲ & ۶a\end{bmatrix}$$

می‌دانیم $(A^{-1})^{-1}=A$؛ بنابراین داریم:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}a+۲ & ۳a+۲\\ ۲a+۲ & ۶a\end{bmatrix}\Rightarrow(A^{-1})^{-1}=\begin{bmatrix}a+۲ & ۳a+۲\\ ۲a+۲ & ۶a\end{bmatrix}^{-1}\Rightarrow A=\underbrace{\frac{۱}{۶a(a+۲)-(۳a+۲)(۲a+۲)}}_{۲a-۴}\begin{bmatrix}۶a & -(۳a+۲)\\ -(۲a+۲) & a+۲\end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبهٔ ماتریس $B^{۶}$): ابتدا ماتریس $B^{۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$B=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}\Rightarrow B^{۲}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow B^{۲}=I\Rightarrow(B^{۲})^{۳}=I^{۳}\Rightarrow B^{۶}=I$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): طبق گام دوم $۲B^{۶}A=۲IA=۲A$؛ پس:

$$۲B^{۶}A=۲A=۲\times\frac{۱}{۲a-۴}\begin{bmatrix}۶a & -(۳a+۲)\\ -(۲a+۲) & a+۲\end{bmatrix}=\frac{۱}{a-۲}\begin{bmatrix}۶a & -(۳a+۲)\\ -(۲a+۲) & a+۲\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی این ماتریس -۹ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{۶a}{a-۲}+\frac{a+۲}{a-۲}=-۹\Rightarrow\frac{۷a+۲}{a-۲}=-۹\Rightarrow ۷a+۲=۱۸-۹a\Rightarrow ۱۶a=۱۶\Rightarrow a=۱\Rightarrow A=-\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۶ & -۵\\ -۴ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & ۲/۵\\ ۲ & -۱/۵\end{bmatrix}$$

بنابراین کوچک‌ترین درایهٔ ماتریس A برابر -۳ است.

AzmoonFree.ir

۳۵ اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ ۲ & ۷\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ و I ماتریس همانی باشد به طوری که $ACB=I$، آن‌گاه ماتریس مجموع درایه‌های سطر دوم C کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۹− ۳) ۳− ۴) ۳

مشاوره محاسبهٔ ماتریس مجهول، به کمک ضرب تساوی ماتریس در وارون ماتریس‌ها، بارها در کنکور مورد سؤال بوده است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ ماتریس $A^{-۱}$ و $B^{-۱}$): ماتریس‌های $A^{-۱}$ و $B^{-۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$A^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ ۲ & ۷\end{bmatrix}^{-۱}=\frac{۱}{۷-۶}\begin{bmatrix}۷ & -۳\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$$

$$B^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}^{-۱}=\frac{۱}{۴-۳}\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبهٔ ماتریس C):

دو طرف رابطهٔ $ACB=I$ را از سمت چپ در $A^{-۱}$ و از سمت راست در $B^{-۱}$ ضرب می‌کنیم:

$$A^{-۱}(ACB)B^{-۱}=A^{-۱}\underbrace{IB^{-۱}}_{B^{-۱}} \Rightarrow \underbrace{(A^{-۱}A)}_{I}C\underbrace{(BB^{-۱})}_{I}=A^{-۱}B^{-۱} \Rightarrow C=A^{-۱}B^{-۱}$$

اکنون داریم:

$$A^{-۱}B^{-۱}=\begin{bmatrix}۷ & -۳\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۷ & -۲۷\\ -۵ & ۸\end{bmatrix} \Rightarrow \text{خواستهٔ سؤال} = -۵+۸=۳$$

نکته اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشند، آن‌گاه $A^{-۱}B^{-۱}=(BA)^{-۱}$.

یه جور دیگه به کمک نکتهٔ بالا، وقتی به $C=A^{-۱}B^{-۱}$ رسیدیم، می‌توانیم بگوییم:

$$C=A^{-۱}B^{-۱}=(BA)^{-۱}$$

$$BA=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ ۲ & ۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۲۷\\ ۵ & ۱۷\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (BA)^{-۱}=\frac{۱}{\underbrace{۸\times۱۷-۲۷\times۵}_{۱}}\begin{bmatrix}۱۷ & -۲۷\\ -۵ & ۸\end{bmatrix} \Rightarrow C=\begin{bmatrix}۱۷ & -۲۷\\ -۵ & ۸\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{خواستهٔ سؤال} = -۵+۸=۳$$

AzmoonFree.ir

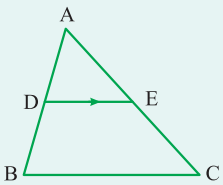
۳۶ در مثلثی به اضلاع $AB = ۶$ ، $AC = ۸$ و $BC = ۱۰$ ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر M، N و P به ترتیب وسط اضلاع BC، AC و AB باشند، آن‌گاه مساحت چهارضلعی $MNPH$ کدام است؟

۱) ۷/۶۸ ۲) ۸/۷۸ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۶/۷۵

مشاوره این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۰ طراحی شده است.

درس Box

۱) قضیهٔ تالس در مثلث: هرگاه خطی موازی با یک ضلع مثلث، دو ضلع دیگر مثلث را قطع کند، روی آن‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌کند.



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

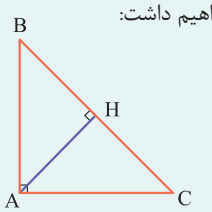
تعمیم قضیهٔ تالس:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

۲) عکس قضیهٔ تالس: هرگاه خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد کند، آن‌گاه آن خط با ضلع سوم مثلث موازی است.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$

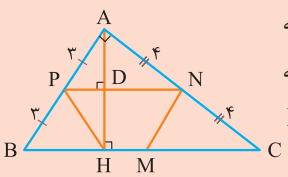
۳) روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه: در هر مثلث قائم‌الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر روابط زیر را خواهیم داشت:



۱) $AB^۲ = BH \times BC$

۲) $AC^۲ = CH \times BC$

پاسخ خیلی تشریحی



گام اول (رسم شکل مسئله): اضلاع مثلث، اعداد فیثاغورسی هستند و چون طبق فرض مسئله $AN = NC$ و $AP = PB$، با توجه به عکس قضیهٔ تالس $PN \parallel BC$ است و شکل مسئله به صورت مقابل رسم می‌شود و طبق تالس جزءبه‌کل داریم: $\frac{PN}{BC} = \frac{۱}{۲}$ و می‌دانیم $BC = ۱۰$ پس $PN = ۵$.

گام دوم (محاسبهٔ MH): می‌دانیم BM نصف BC و برابر با ۵ است.

برای محاسبهٔ MH ابتدا باید طول BH را محاسبه کنیم. ABC یک مثلث قائم‌الزاویه و AH ارتفاع وارد بر وتر آن است؛ پس بنا به رابطهٔ طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^۲ = BH \times BC \Rightarrow ۶^۲ = BH \times ۱۰ \Rightarrow BH = ۳/۶$$

و طول MH برابر است با:

$$MH = BM - BH = ۵ - ۳/۶ = ۱/۴$$

گام سوم (محاسبهٔ DH): طبق قضیهٔ تالس در مثلث ABH، $\frac{AP}{AB} = \frac{AD}{AH} = \frac{۱}{۲}$ پس $AD = DH = \frac{AH}{۲}$، حالا مساحت مثلث ABC را یک بار با اضلاع قائمه و یک بار با ارتفاع AH می‌نویسیم تا طول AH و بعد DH را به دست بیاوریم.

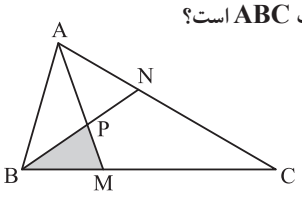
$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AB \times AC = \frac{۱}{۲} AH \times BC \Rightarrow AH = \frac{۶ \times ۸}{۱۰} = ۴/۸ \Rightarrow DH = \frac{۴/۸}{۲} = ۲/۴$$

گام چهارم (محاسبهٔ مساحت چهارضلعی): چهارضلعی $MNPH$ یک ذوزنقه است؛ پس:

$$S_{MNPH} = \frac{۱}{۲} DH \times (MH + PN) = \frac{۱}{۲} \times ۲/۴ \times (۱/۴ + ۵) = ۱/۲ \times ۶/۴ = ۷/۶۸$$

AzmoonFree.ir

۳۷ مطابق شکل مقابل، اگر $\frac{AN}{AC}=\frac{BM}{MC}=\frac{۱}{۳}$، آن‌گاه مساحت **BMP** چه کسری از مساحت مثلث **ABC** است؟



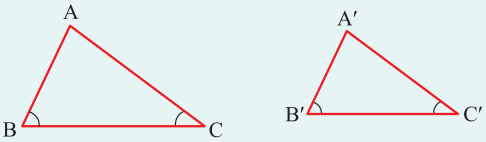
۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۸}$
۳) $\frac{۱}{۹}$
۴) $\frac{۱}{۱۲}$

مشاوره در سؤال‌های تالس و تشابه، گاهی نیاز به رسم خط اضافه داریم. پاسخ سؤال را به دقت بخوانید تا برای حل سؤال‌های مشابه، ایده داشته باشید.

درس Box

۱) هرگاه اندازه‌های ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع‌ها.

۲) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

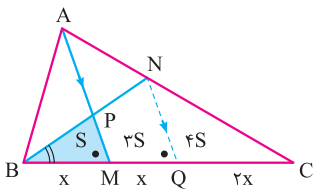


$$\begin{cases}\hat{B}=\hat{B}'\\ \hat{C}=\hat{C}'\end{cases}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

۳) نسبت مساحت‌ها در دو مثلث متشابه: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر با مجذور نسبت تشابه است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (رسم خط موازی با AM): از نقطهٔ N موازی با AM رسم می‌کنیم تا BC را در Q قطع کند، طبق قضیهٔ تالس داریم:



$$NQ\parallel AM\Rightarrow \frac{AN}{NC}=\frac{MQ}{QC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow QC=۲MQ$$

حالا برای راحت‌ترشدن محاسبات، فرض می‌کنیم $MQ=x$، پس $QC=۲x$؛ همچنین با توجه به فرض $\frac{BM}{MC}=\frac{۱}{۳}$ داریم $BM=x$.

گام دوم (محاسبهٔ نسبت مساحت مثلث‌ها): مثلث‌های BMP و BNQ طبق قضیهٔ اساسی تشابه متشابه‌اند؛ پس نسبت مساحت‌های آن‌ها، مجذور نسبت تشابه آن‌ها است:

$$\frac{S_{BMP}}{S_{BNQ}}=\left(\frac{BM}{BQ}\right)^{۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow S_{BNQ}=۴S_{BMP}$$

و برای راحت‌ترشدن محاسبات، S_{BMP} را S در نظر می‌گیریم، پس S_{BNQ} برابر ۴S و S_{MPNQ} که اختلاف این دو مساحت است برابر ۳S می‌شود؛ همچنین مثلث‌های BNQ و CNQ قاعده و ارتفاع برابر دارند؛ پس مساحت‌های برابر نیز دارند:

$$S_{CNQ}=S_{BNQ}=۴S$$

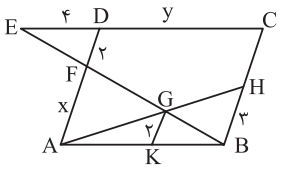
گام سوم (محاسبهٔ خواسته سؤال): در مثلث‌های ABN و BCN ارتفاع مشترک وجود دارد؛ بنابراین:

$$\frac{S_{ABN}}{S_{BCN}}=\frac{AN}{NC}=\frac{۱}{۲}=\frac{S_{ABN}}{۸S}\Rightarrow S_{ABN}=۴S\Rightarrow S_{ABC}=S_{ABN}+S_{BCN}=۴S+۸S=۱۲S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BMP}}{S_{ABC}}=\frac{S}{۱۲S}=\frac{۱}{۱۲}$$

AzmoonFree.ir

۳۸ در شکل زیر، **ABCD** متوازی‌الاضلاع و **GK || AD** است، با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل **۲y + x** کدام است؟



۱) ۲۴

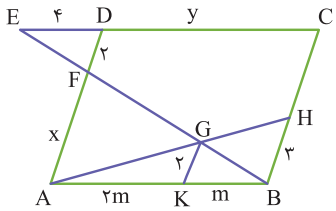
۲) ۳۶

۳) ۳۰

۴) ۲۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (نوشتن تالس در مثلث ABH): در مثلث ABH قضیهٔ تالس را می‌نویسیم:



$$GK \parallel BH \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{GK}{BH} = \frac{۲}{۳}$$

بنابراین برای راحت‌ترشدن محاسبات در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} AK = ۲m \\ AB = ۳m \end{cases}$$

گام دوم (محاسبهٔ x): با توجه به قضیهٔ تالس در مثلث ABF داریم:

$$GK \parallel AF \Rightarrow \frac{GK}{AF} = \frac{BK}{AB} \Rightarrow \frac{۲}{x} = \frac{m}{۳m} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow x = ۲ \times ۳ = ۶$$

گام سوم (محاسبهٔ y): دو مثلث AFB و DFE به دلیل برابری زاویه‌ها متشابه‌اند، نسبت تشابه را می‌نویسیم:

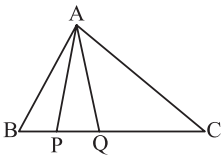
$$\overset{\Delta}{AFB} \sim \overset{\Delta}{DFE} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AF}{DF} \Rightarrow \frac{AB}{۴} = \frac{۶}{۲} \Rightarrow AB = ۱۲ \Rightarrow y = ۱۲$$

گام چهارم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

$$۲y + x = ۲ \times ۱۲ + ۶ = ۲۴ + ۶ = ۳۰$$

AzmoonFree.ir

۳۹ در شکل رسم‌شده، طول پاره‌خط **BQ** واسطهٔ هندسی طول پاره‌خط‌های **BP** و **BC** است. نسبت مساحت مثلث **APQ** به مساحت مثلث **ABP** کدام است؟



۱) $\frac{QC}{BQ}$

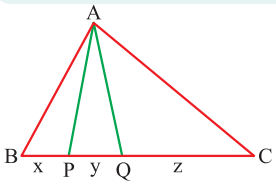
۲) $\frac{BC}{PQ}$

۳) $\frac{PQ}{QC-PQ}$

۴) $\frac{PQ}{QC-BP}$

درس Box **واسطهٔ هندسی:** اگر c، b و a سه عدد حقیقی باشند، b واسطهٔ هندسی a و c است، اگر و تنها اگر: $b^2 = a \times c$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول (تحلیل سؤال):** به جای BP، PQ و QC، x، y و z می‌گذاریم:



حال طبق فرض، BQ واسطهٔ هندسی BP و BC است، پس داریم:

$$BC.BP = BQ^2 \Rightarrow (x+y+z)x = (x+y)^2 \Rightarrow x^2+y^2+2xy = x^2+xy+xz$$

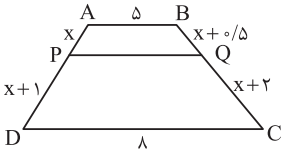
$$\Rightarrow y^2+xy = xz \Rightarrow y(x+y) = xz \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{z}{x+y} \Rightarrow \frac{PQ}{BP} = \frac{QC}{BQ}$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): مثلث‌های ABP و APQ هم‌ارتفاع هستند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هایشان است؛ بنابراین با توجه به گام اول، داریم:

$$\frac{S_{APQ}}{S_{ABP}} = \frac{PQ}{BP} = \frac{QC}{BQ}$$

AzmoonFree.ir

۴۰ مطابق شکل، پاره‌خط **PQ** با قاعده‌های ذوزنقهٔ **ABCD** موازی است. طول **PQ** کدام است؟



۱) ۶/۲۵

۲) ۶

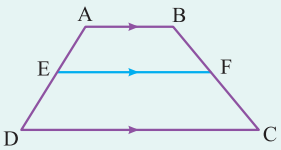
۳) ۵/۷۵

۴) ۵/۵

مشاوره یکی از روش‌های حل چنین سؤال‌هایی، رسم یکی از قطرهای ذوزنقه و استفاده از قضیهٔ تالس در دو مثلث ایجادشده است.

Hint ابتدا با استفاده از تالس در ذوزنقه، x را به دست بیاور و برای محاسبهٔ طول PQ، یکی از قطرها را رسم کن.

درس Box **قضیهٔ تالس در ذوزنقه:** اگر از نقطه‌ای روی یکی از ساق‌های ذوزنقه، خطی موازی قاعده‌ها رسم کنیم، این خط ساق‌ها را به یک نسبت تقسیم می‌کند:



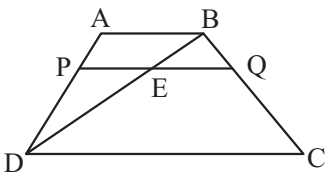
$$\frac{AE}{ED}=\frac{BF}{FC}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول (محاسبهٔ x):** طبق تالس در ذوزنقه داریم:

$$AB \parallel PQ \parallel DC \Rightarrow \frac{AP}{PD}=\frac{BQ}{QC} \Rightarrow \frac{x}{x+۱}=\frac{x+۰/۵}{x+۲} \Rightarrow x(x+۲)=(x+۱)(x+۰/۵)$$

$$\Rightarrow x^۲+۲x=x^۲+۱/۵x+۰/۵ \Rightarrow ۰/۵x=۰/۵ \Rightarrow x=۱$$

گام دوم (محاسبهٔ PQ): برای محاسبهٔ PQ، ابتدا قطر BD را رسم می‌کنیم تا PQ را در E قطع کند، سپس با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث‌های به‌وجودآمده، PE و EQ را به دست می‌آوریم:



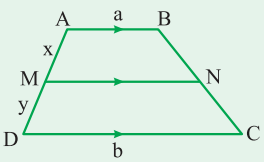
$$\overset{\Delta}{DAB} \text{ تعمیم تالس در } \Rightarrow \frac{PE}{۵}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow PE=\frac{۱۰}{۳}$$

$$\overset{\Delta}{BCD} \text{ تعمیم تالس در } \Rightarrow \frac{EQ}{۸}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow EQ=\frac{۸}{۳}$$

پس:

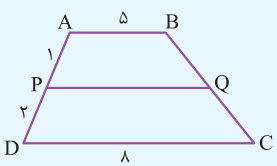
$$PQ=\frac{۱۰}{۳}+\frac{۸}{۳}=۶$$

نکته در شکل مقابل، MN با قاعده‌های ذوزنقه موازی است، داریم:



$$MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow MN=\frac{bx+aY}{x+y}$$

یه‌جور دیگه به کمک نکتهٔ بالا، وقتی x را پیدا کردیم، می‌توانیم بگوییم:



$$PQ=\frac{۱\times۸+۲\times۵}{۱+۲}=\frac{۱۸}{۳}=۶$$

AzmoonFree.ir

فیزیک دوازدهم

۴۱ متحرکی روی محور x براساس اطلاعات جدول زیر از مکان A به مکان B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک حین جابه‌جایی تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام می‌تواند باشد؟

بردار مکان A	بردار مکان B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$(+۶\text{m})\vec{i}$	$(-۸\text{m})\vec{i}$	$(-۲\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$	$۶\frac{\text{m}}{\text{s}}$

۱) $(-۲۰\text{m})\vec{i}$
۲) $(-۲۲\text{m})\vec{i}$
۳) $(۲۲\text{m})\vec{i}$
۴) $(۱۸\text{m})\vec{i}$

مشاوره حرکت‌شناسی یکی از مباحث فیزیک است که دامنهٔ طرح سؤالات در آن بسیار وسیع است. این تست فیزیک از آن‌هاست که مشابه آن در کنکورهای سراسری کم‌تر دیده شده است.

Hint ابتدا بازهٔ زمانی حرکت و مسافت پیموده‌شده توسط متحرک را به دست آورید؛ سپس دو حالت ممکن برای چنین حرکتی را تحلیل کنید.

درس Box

۱) در حرکت روی محور x، سرعت متوسط و تندی متوسط از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$$ (l: مسافت (m)، s_{av}: تندی متوسط $(\frac{\text{m}}{\text{s}})$، Δt: بازهٔ زمانی (s))

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$ (Δx: جابه‌جایی (m)، v_{av}: سرعت متوسط $(\frac{\text{m}}{\text{s}})$، Δt: بازهٔ زمانی (s))

۲) در حرکت روی خط راست، متحرک در لحظه‌ای می‌تواند تغییر جهت دهد که متوقف شود.

۳) بردار مکان $(\vec{r})$، برداری است که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط، بازهٔ زمانی این حرکت را به دست می‌آوریم:

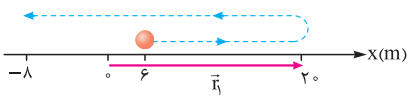
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta x=x_B-x_A=-۸-۶=-۱۴\text{m}]{v_{av}=-۲\frac{\text{m}}{\text{s}}} -۲=\frac{-۱۴}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=۷\text{ s}$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده توسط متحرک را حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۷\text{s}]{s_{av}=۶\frac{\text{m}}{\text{s}}} ۶=\frac{l}{۷} \Rightarrow l=۴۲\text{ m}$$

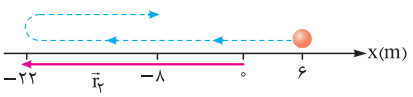
گام سوم: با توجه به اطلاعات موجود، دو حالت زیر می‌تواند وجود داشته باشد. در هر مورد، مسیر حرکت روی محور x به صورت خط‌چین نشان داده‌شده است.

حالت اول:



$$\vec{r}_1=(۲۰\text{ m})\vec{i}$$

حالت دوم:

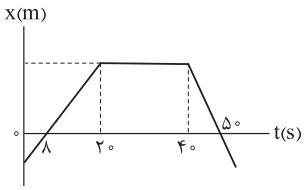


$$\vec{r}_2=(-۲۲\text{m})\vec{i}$$

حالت اول در گزینه‌ها موجود نیست، اما حالت دوم مطابق گزینهٔ (۲) است.

AzmoonFree.ir

۴۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $50\,s$ برابر $6/4\,\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 10\,s$ تا $t_2 = 50\,s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۰/۰۵

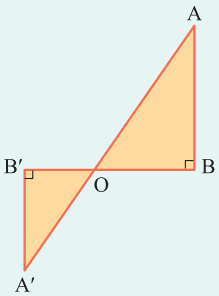
۲) ۰/۱

۳) ۰/۵۵

۴) ۰/۴۴

Hint ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک را به دست آورید؛ سپس مکان متحرک را در لحظه‌های $t_1 = 0\,s$ و $t' = 20\,s$ مشخص کنید. در پایان نیز سرعت متحرک را در لحظه‌های t_1 و t_2 حساب کرده و شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورید.

درس Box ۱) در نمودارهای حرکت‌شناسی، نوشتن نسبت تشابه بین اضلاع مثلث‌های متشابه (رابطهٔ تالس) کاربرد فراوانی دارد. جهت یادآوری به شکل مقابل توجه کنید:



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB}$$

۲) وقتی در یک بازهٔ زمانی، سرعت متحرک ثابت است؛ سرعت متحرک در هر لحظه با سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است.

۳) وقتی نمودار مکان ـ زمان متحرک در یک بازهٔ زمانی به صورت یک خط شیب‌دار با شیب ثابتی باشد، سرعت متحرک در این بازهٔ زمانی ثابت است.

۴) در هر بازهٔ زمانی دلخواه، نسبت تغییر سرعت به بازهٔ زمانی را شتاب متوسط می‌گوییم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

a_{av} = شتاب متوسط $(\frac{m}{s^2})$

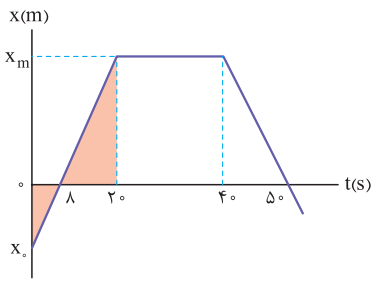
v_1 = سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 $(\frac{m}{s})$

v_2 = سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 $(\frac{m}{s})$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده در مدت $50\,s$ را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 50\,s]{s_{av} = 6/4\,\frac{m}{s}} 6/4 = \frac{l}{50} \Rightarrow l = 320\,m$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ تالس و تشابه مثلث‌های رنگی، مکان متحرک را در لحظه‌های $t = 0\,s$ و $t = 20\,s$ مشخص می کنیم:



$$\frac{|x_0|}{x_m} = \frac{8-0}{20-8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow x_m = 1/5\,|x_0|$$

از طرفی می‌دانیم مسافت طی‌شده برابر با طول مسیر حرکت است؛ بنابراین داریم:

$$l = |x_0| + x_m + x_m \xrightarrow[x_m = 1/5|x_0|]{l = 320\,m} 320 = |x_0| + 1/5\,|x_0| + 1/5\,|x_0|$$

$$\Rightarrow 320 = 4\,|x_0| \Rightarrow |x_0| = 80\,m \Rightarrow x_0 = -80\,m$$

$$x_m = 1/5\,|x_0| = 1/5 \times 80 = 120\,m$$

AzmoonFree.ir

گام سوم: سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 10\,s$ همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $0\,s$ تا $20\,s$ است:

$$v_1 = v_{av} = \frac{x_m - x_0}{t_m - t_0} = \frac{120 - (-80)}{20 - 0} = \frac{200}{20} = 10\,\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 50\,s$ همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $40\,s$ تا $50\,s$ است:

$$v_2 = v'_{av} = \frac{0 - x_m}{50 - 40} = \frac{-120}{10} = -12\,\frac{m}{s}$$

گام چهارم: شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورده و بزرگی آن را تعیین می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-12 - 10}{50 - 10} = -\frac{22}{40} = -0/55\,\frac{m}{s^2}$$

$$|a_{av}| = 0/55\,\frac{m}{s^2}$$

AzmoonFree.ir

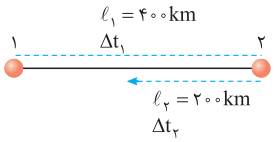
۴۳ موتورسواری فاصلهٔ ۴۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با تندی ثابت $۱۲۰\frac{km}{h}$ رفته و پس از رسیدن به شهر دوم، با تندی ثابت $۱۰۰\frac{km}{h}$ به طرف شهر اول بازمی‌گردد. تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ کیلومتر را پیموده، چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۵۲/۵ ۴) ۳۷/۵

مشاوره در بسیاری از تست‌های حرکت‌شناسی، تمام یا بخشی از حل سؤال به تفاوت بین مفاهیم مسافت و جابه‌جایی و هم‌چنین مفاهیم تندی متوسط و سرعت متوسط مربوط است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بازهٔ زمانی حرکت موتورسوار در مسیر رفت از شهر اول به شهر دوم را به دست می‌آوریم:



$$s_{av,۱} = \frac{l_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{۴۰۰}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = \frac{۴۰۰}{۱۲۰} = \frac{۱۰}{۳}\,h$$

گام دوم: از آن‌جا که در متن سؤال، کل مسیر پیموده‌شده ۶۰۰ km است، مطابق شکل فوق، موتورسوار ۲۰۰ km به طرف شهر اول برگشته است. بازهٔ زمانی حرکت موتورسوار را در این مرحله نیز به دست می‌آوریم:

$$s_{av,۲} = \frac{l_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۲۰۰}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = ۲\,h$$

گام سوم: تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ km را پیموده است، به دست می‌آوریم:

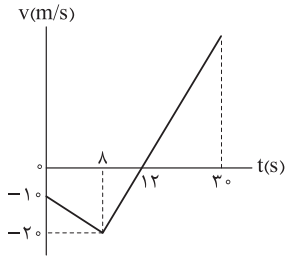
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l_۱ + l_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{۴۰۰ + ۲۰۰}{\frac{۱۰}{۳} + ۲} = \frac{۶۰۰}{\frac{۱۶}{۳}} = \frac{۱۸۰۰}{۱۶}\frac{km}{h}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{۲۲۵}{۲} = ۱۱۲/۵\frac{km}{h}$$

گول نخوری اگر در گام سوم به جای مسافت از جابه‌جایی استفاده کنید، به گزینهٔ نادرست (۴) می‌رسید.

AzmoonFree.ir

۴۴ شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازمی‌گردد؟



۱) ۱۶

۲) ۲۰

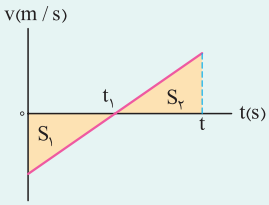
۳) ۲۴

۴) ۲۸

مشاوره وقتی در یک تست حرکت‌شناسی نمودار سرعت ـ زمان مطرح می‌شود، به مساحت سطح محدود بین نمودار و محور زمان توجه خاصی داشته باشید.

Hint برای آن‌که متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازگردد، باید جابه‌جایی آن صفر باشد؛ بنابراین باید مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان، در قسمت‌های پایین و بالای محور t هم‌اندازه باشند.

درس Box در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی، برابر با جابه‌جایی (تغییر مکان) در آن بازه است. برای مساحت سطحی که زیر محور t است، $S = |\Delta x|$ و برای مساحت سطحی که بالای محور t است، $S = \Delta x$ به کار می‌رود. مثلاً در نمودار مقابل می‌توان نوشت:

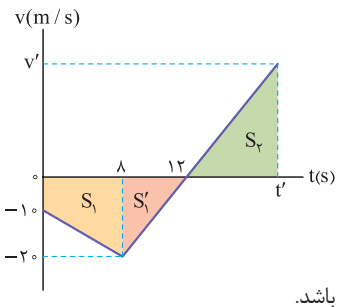


در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 : $S_1 = |\Delta x_1|\ ,\ \Delta x_1 < 0$

در بازهٔ زمانی t_1 تا t : $S_2 = \Delta x_2$

در بازهٔ زمانی ۰ تا t : $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۱۲ s را حساب می‌کنیم:



$$S_1 + S'_1 = \left[\frac{(10+20)8}{2} + \frac{(12-8)20}{2}\right] = 120 + 40 = 160\ m$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x'_1 = -160\ m$$

گام دوم: برای آن‌که متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازگردد، باید جابه‌جایی آن صفر باشد.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x'_1 + \Delta x_2 = 0 \Rightarrow 0 = -160 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 160\,m$$

گام سوم: نسبت تشابه بین مثلث‌های S'_1 و S_2 را می‌نویسیم:

$$\frac{v'}{20} = \frac{(t'-12)}{12-8} \Rightarrow v' = 5(t'-12)$$

از طرفی می‌دانیم که مساحت سطح مثلث S_2 با Δx_2 برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

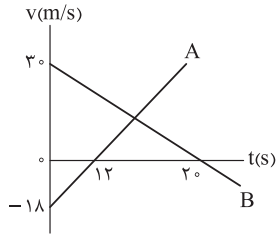
$$\Delta x_2 = \frac{(t'-12)\times v'}{2} \xrightarrow[v'=5(t'-12)]{\Delta x_2 = 160\,m} 160 = \frac{(t'-12)\times 5(t'-12)}{2}$$

$$\Rightarrow 64 = (t'-12)^2 \Rightarrow \begin{cases} t'-12 = 8 \Rightarrow t' = 20\ s \\ t'-12 = -8 \Rightarrow t' = 4\ s \end{cases}$$

چون از ۱۲s کوچک‌تر است، قابل قبول نیست.

AzmoonFree.ir

۴۵ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک **A** و **B** که از یک نقطه حرکت خود را شروع کرده‌اند، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، تندی متحرک **B** چند برابر تندی متحرک **A** است؟



۱) ۱

۲) ۰/۸

۳) ۰/۶

۴) ۰/۵

درس Box

۱) هرگاه دو متحرک در لحظه‌ای به هم برسند، می‌توان در آن لحظه، معادلهٔ مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار داد و مجهول مورد نظر را به دست آورد.

۲) معادله‌های مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت روی محور x به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \qquad \text{و} \qquad v = at + v_0$$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

x_0 = مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ (m)

a = شتاب $(\frac{m}{s^2})$

v_0 = سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ $(\frac{m}{s})$

v = سرعت متحرک در لحظهٔ t $(\frac{m}{s})$

t = زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: متحرک A با شتاب ثابت a_A و متحرک B با شتاب ثابت a_B حرکت می‌کنند. شتاب هر یک از آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{0-(-18)}{12-0} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{0-30}{20-0} = -\frac{30}{20} = -\frac{3}{2}\ \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، معادلهٔ مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0A}=-18\frac{m}{s},\ v_{0B}=30\frac{m}{s}]{x_{0A}=x_{0B}} \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}t^2 - 18t = \frac{1}{2}(-\frac{3}{2})t^2 + 30t \Rightarrow \frac{3}{4}t^2 + \frac{3}{4}t^2 = 48t \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 = 48t \Rightarrow \frac{3}{2}t = 48$$

$$\Rightarrow t = 32\ s$$

گام سوم: سرعت هر یک از دو متحرک را در لحظهٔ $t = 32s$ به دست می‌آوریم. برای این کار از معادلهٔ سرعت ـ زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_{0A}=-18\frac{m}{s}]{a_A=\frac{3}{2}\frac{m}{s^2},\ t=32s} v_A = \frac{3}{2}\times 32 - 18 = 30\frac{m}{s}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow[v_{0B}=30\frac{m}{s}]{a_B=-\frac{3}{2}\frac{m}{s^2},\ t=32s} v_B = -\frac{3}{2}\times 32 + 30 = -18\frac{m}{s}$$

گام چهارم: نسبت تندی متحرک B به تندی متحرک A در لحظهٔ $t = 32s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{|v_B|}{v_A} = \frac{18}{30} = 0/6$$

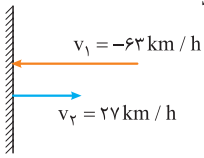
AzmoonFree.ir

۴۶ توپی که در امتداد یک خط راست حرکت می‌کند، با تندی $۶۳\frac{km}{h}$ به یک دیوار برخورد کرده و در همان امتداد اولیه با تندی $۲۷\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. اگر زمان برخورد توپ با دیوار $۰/۴\ s$ باشد، شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۹۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۲۵

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا تغییر سرعت توپ را برحسب $\frac{km}{h}$ به دست می‌آوریم، سپس این تغییر سرعت را برحسب $\frac{m}{s}$ می‌نویسیم:



$$\Delta v = v_2 - v_1 = ۲۷ - (-۶۳) = ۹۰\frac{km}{h}$$

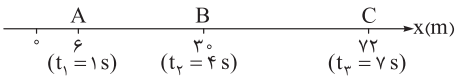
$$\Delta v = ۹۰ \times \frac{۱}{۳/۶} = ۲۵\frac{m}{s}$$

گام دوم: شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۴ s]{\Delta v = ۲۵ \frac{m}{s}} a_{av} = \frac{۲۵}{۰/۴} = \frac{۲۵۰}{۴} = ۶۲/۵\frac{m}{s^2}$$

AzmoonFree.ir

۴۷ مسیر حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور **x** حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و متحرک در لحظه‌های مشخص‌شده از نقاط **A**، **B** و **C** می‌گذرد. سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ **B** چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴۲

۲) ۱۶

۳) ۱۵

۴) ۱۱

Hint

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان متحرک را یک بار برای فاصلهٔ AB و بار دیگر برای فاصلهٔ AC بنویسید و با استفاده از این دو معادله، شتاب متحرک و سرعت آن را در نقطهٔ A حساب کنید. سپس به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت متحرک در نقطهٔ B را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان متحرک را یک بار برای فاصلهٔ AB و بار دیگر برای فاصلهٔ AC می‌نویسیم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{۱}{۲}at_{AB}^{۲} + v_A t_{AB} \xrightarrow[t_{AB}=t_۲-t_۱=۴-۱=۳s]{\Delta x_{AB}=۳۰-۶=۲۴m} ۲۴ = \frac{۱}{۲}a(۳)^{۲} + v_A \times ۳ \xrightarrow{\times(-۲)} -۴۸ = -۹a - ۶v_A$$

$$\Delta x_{AC} = \frac{۱}{۲}at_{AC}^{۲} + v_A t_{AC} \xrightarrow[t_{AC}=t_۳-t_۱=۷-۱=۶s]{\Delta x_{AC}=۷۲-۶=۶۶m} ۶۶ = \frac{۱}{۲}a(۶)^{۲} + v_A \times ۶ \Rightarrow ۶۶ = ۱۸a + ۶v_A$$

گام دوم: به کمک معادلات به‌دست‌آمده در گام اول، مقادیر a و v_A را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} -۴۸ = -۹a - ۶v_A \\ ۶۶ = ۱۸a + ۶v_A \end{cases} \xrightarrow[\text{دو معادله}]{\text{مجموع}} ۱۸ = ۹a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^{۲}}$$

$$۶۶ = ۱۸\times۲ + ۶v_A \Rightarrow ۳۰ = ۶v_A \Rightarrow v_A = ۵\frac{m}{s}$$

گام سوم: اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$v_B = at_{AB} + v_A \xrightarrow[v_A=۵\frac{m}{s}]{a=۲\frac{m}{s^{۲}},\ t_{AB}=۳s} v_B = ۲\times۳ + ۵ = ۱۱\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

۴۸ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-\frac{۳}{۲}t^۲+۱۵t-۲۴$ است. تندی متوسط متحرک در مدت‌زمانی که به صورت کندشونده از مبدأ مختصات دور می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۴/۵

مشاوره در حل بعضی از تست‌های حرکت‌شناسی، رسم نمودار مکان ـ زمان یا نمودار سرعت ـ زمان می‌تواند تا حد زیادی به ما کمک کند.

Hint

ابتدا لحظه‌هایی را که متحرک از مبدأ مختصات می‌گذرد، به دست آورید. سپس به کمک ویژگی‌های نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، محدودهٔ زمانی و مکانی حرکت کندشوندهٔ متحرک را وقتی از مبدأ مختصات دور می‌شود، تعیین کنید و تندی متوسط خواسته‌شده را حساب کنید.

درس Box

۱) نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان، در این نوع حرکت از نوع درجهٔ دو می‌باشد، نمودار آن به صورت قسمتی از یک سهمی است و نقطهٔ شروع آن روی محور x، مکان اولیه $(x_۰)$ را نشان می‌دهد.

اگر گودی این سهمی رو به بالا باشد، شتاب مثبت است: $a>۰$

اگر گودی این سهمی رو به پایین باشد، شتاب منفی است: $a<۰$

۲) شیب خط مماس بر هر نقطه از نمودار مکان ـ زمان، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد. مثلاً شیب خط مماس بر ابتدای این نمودار در لحظهٔ $t=۰$ بیانگر سرعت اولیهٔ متحرک $(v_۰)$ است.

۳) در محدوده‌ای از نمودار مکان ـ زمان که بزرگی شیب خط مماس بر نمودار، کاهش می‌یابد، می‌گوییم حرکت کندشونده است. در این محدوده، سرعت و شتاب متحرک، غیرهم‌علامت هستند $(av<۰)$. اما در محدوده‌ای از نمودار که بزرگی شیب خط مماس بر نمودار، افزایش می‌یابد، می‌گوییم حرکت تندشونده است. در این محدوده، سرعت و شتاب متحرک، هم‌علامت هستند $(av>۰)$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا معادلهٔ مکان متحرک را برابر با صفر قرار می‌دهیم تا لحظه‌هایی را که متحرک از مبدأ مختصات می‌گذرد، به دست آوریم:

$$x=۰ \Rightarrow ۰=-\frac{۳}{۲}t^۲+۱۵t-۲۴ \xrightarrow{\times(-\frac{۲}{۳})} t^۲-۱۰t+۱۶=۰ \Rightarrow (t-۲)(t-۸)=۰ \Rightarrow t_۱=۲\,s, t_۲=۸\,s$$

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ مکان متحرک، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیهٔ آن را حساب می‌کنیم و به کمک آن‌ها، معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را می‌نویسیم:

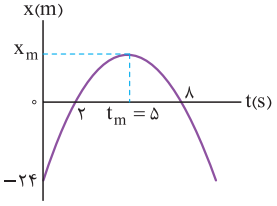
$$\begin{cases} x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \\ x=-\frac{۳}{۲}t^۲+۱۵t-۲۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a=-\frac{۳}{۲} \Rightarrow a=-۳\frac{m}{s^۲}, v_۰=۱۵\frac{m}{s}, x_۰=-۲۴m$$

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=-۳t+۱۵$$

گام سوم: لحظه‌ای را که متحرک متوقف می‌شود، پیدا می‌کنیم:

$$v=-۳t+۱۵ \xrightarrow[t=t_m]{v=۰} ۰=-۳t_m+۱۵ \Rightarrow t_m=۵\,s$$

اکنون می‌توانیم نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم کنیم:



در بازهٔ زمانی ۲ s تا ۵ s حرکت متحرک کندشونده است و از مبدأ مختصات دور می‌شود.

گام چهارم: مکان متحرک در لحظهٔ $t_m=۵\,s$ را به دست می‌آوریم:

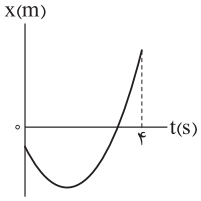
$$x_m=-\frac{۳}{۲}t_m^۲+۱۵t_m-۲۴ \xrightarrow{t_m=۵s} x_m=-\frac{۳}{۲}(۲۵)+۱۵\times۵-۲۴=\frac{۷۵}{۲}-۲۴ \Rightarrow x_m=۱۳/۵\,m$$

گام پنجم: تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۲ s تا ۵ s را حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{۱}{\Delta t}=\frac{x_m-۰}{t_m-۲}=\frac{۱۳/۵}{۵-۲}=۴/۵\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

۴۹ نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = 4s$ ، ۲ برابر تندی در لحظهٔ شروع حرکتش باشد، حرکت این متحرک چند ثانیه به صورت کندشونده بوده است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

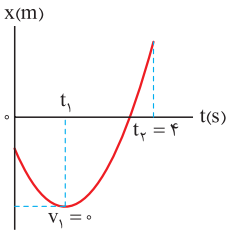
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

درس Box در حرکت با شتاب ثابت، نمودار مکان ـ زمان به صورت یک سهمی است. وقتی نمودار به رأس این سهمی نزدیک می‌شود، حرکت آن کندشونده و هنگامی که از رأس این سهمی دور می‌شود، حرکت آن تندشونده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ اگر رأس سهمی، در لحظهٔ $t_۱$ باشد، با توجه به ثابت‌بودن شتاب در کل حرکت و رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، برای دو بازهٔ صفر تا $t_۱$ و صفر تا $t_۲$ می‌توان نوشت:



$$\frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱} = \frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow \frac{v_۱ - v_۰}{t_۱ - ۰} = \frac{v_۲ - v_۰}{t_۲ - ۰} \xrightarrow[v_۲ = -۲v_۰ , v_۲ > ۰]{v_۱ = ۰ , v_۰ < ۰} \frac{۰ - v_۰}{t_۱} = \frac{-۲v_۰ - v_۰}{۴ - ۰} \Rightarrow -\frac{v_۰}{t_۱} = -\frac{۳v_۰}{۴} \Rightarrow t_۱ = \frac{۴}{۳}\ s$$

AzmoonFree.ir

۵۰ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳$ است. در طی این حرکت، کم‌ترین طول بردار مکان متحرک چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

مشاوره اگر پایهٔ ریاضی خوبی داشته باشید، تست‌های حرکت‌شناسی را با تسلط بیشتر و سریع‌تر پاسخ می‌دهید. پس حداقل‌های لازم در این حوزه را بلد باشید.

درس Box یادآوری ریاضی: در یک معادلهٔ درجه‌دوم مانند $x = At^۲ + Bt + C$، برای تعیین وضعیت ریشه‌های معادله، Δ را تشکیل می‌دهیم:

$$\Delta = B^۲ - ۴AC$$

اگر $\Delta > ۰$ باشد، معادله دارای دو ریشهٔ متفاوت است.

اگر $\Delta = ۰$ باشد، معادله دارای یک ریشهٔ مضاعف است.

اگر $\Delta < ۰$ باشد، معادله ریشه ندارد.

نکته کم‌ترین طول بردار مکان متحرک هنگامی است که مکان متحرک (x) کم‌ترین مقدار خود را داشته باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

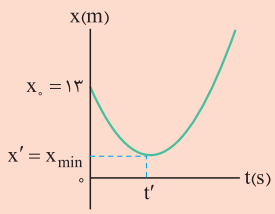
گام اول: با استفاده از شکل کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، کمیت‌های a، $v_۰$ و $x_۰$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۳ \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = -۱۲\frac{m}{s}\ ,\ x_۰ = ۱۳\ m$$

گام دوم: با به دست آوردن Δ، وضعیت ریشه‌های معادله را مشخص می‌کنیم:

$$\Delta = B^۲ - ۴AC \xrightarrow[C=۱۳]{A=۳\ ,\ B=-۱۲} \Delta = (-۱۲)^۲ - ۴\times ۳\times ۱۳ \Rightarrow \Delta = ۱۴۴ - ۱۵۶ = -۱۲$$

بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده در این سؤال، ریشه ندارد و محور t را قطع نمی‌کند. اکنون نمودار مکان ـ زمان آن را رسم می‌کنیم:



گام سوم: در لحظهٔ t' (رأس سهمی) سرعت متحرک صفر است. این لحظه را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v' = at' + v_۰ \xrightarrow[v'=۰]{a=۶\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰=-۱۲\frac{m}{s}} ۰ = ۶t' - ۱۲ \Rightarrow ۶t' = ۱۲ \Rightarrow t' = ۲\ s$$

گام چهارم: در لحظهٔ $t' = ۲\ s$ متحرک کم‌ترین مکان خود را دارد و طول بردار مکان آن کم‌ترین مقدار خود را پیدا می‌کند. پس:

$$x_{min} = x' = ۳t'^۲ - ۱۲t' + ۱۳ \xrightarrow{t'=۲s} x_{min} = ۳(۲)^۲ - ۱۲(۲) + ۱۳ \Rightarrow x_{min} = ۱۲ - ۲۴ + ۱۳ = ۱\ m$$

AzmoonFree.ir

۵۱ بردار مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در دو لحظهٔ $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 7\,s$ تغییر جهت می‌دهد. اگر متحرک در مکان $x = -20\,m$ تغییر جهت دهد، تندی متوسط آن در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

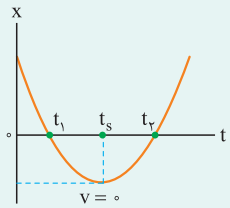
۱) ۲۰ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۱۲/۵

درس Box

۱) در حرکت با شتاب ثابت روی محور x، هرگاه بردار مکان تغییر جهت دهد یعنی $x = 0$ است، اما در لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، سرعت آن صفر است.

۲) در نمودار مکان ـ زمان مربوط به حرکت روی خط راست و با شتاب ثابت، زمان رأس سهمی (t_s) روی محور تقارن سهمی قرار می‌گیرد و داریم:



$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

۳) در حرکت با شتاب ثابت روی محور x، با داشتن یک نقطه از نمودار مکان ـ زمان و ریشه‌های معادله $(\alpha$ و $\beta)$ می‌توانیم معادلهٔ مکان را بنویسیم.

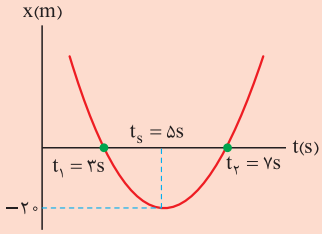
$$x = k(t-\alpha)(t-\beta)$$

با قراردادن مختصات نقطهٔ معلوم در معادلهٔ فوق، k به دست می‌آید و معادلهٔ مکان ـ زمان کامل می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار مکان ـ زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. این نمودار در لحظه‌های $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 7\,s$ که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، محور t را قطع می‌کند. هم‌چنین مکان $x = -20\,m$ رأس سهمی است؛ زیرا متحرک در این مکان تغییر جهت می‌دهد و سرعت آن صفر می‌شود. از طرفی با توجه به قسمت دوم درس‌باکس داریم:

$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{3+7}{2} = 5\,s$$



گام دوم: اکنون می‌توانیم به کمک قسمت سوم درس‌باکس معادلهٔ مکان ـ زمان سهمی را بنویسیم:

$$x = k(t-\alpha)(t-\beta) \xrightarrow[t=t_s=5s \Rightarrow x=-20m]{\alpha=t_1=3s\,,\,\beta=t_2=7s} -20 = k(5-3)(5-7) \Rightarrow -20 = k(-4) \Rightarrow k = 5$$

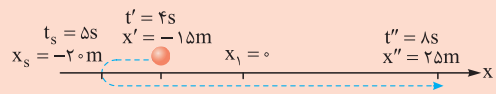
$$\Rightarrow x = 5(t-3)(t-7)$$

گام سوم: چهار ثانیهٔ دوم حرکت یعنی از لحظهٔ $t' = 4\,s$ تا لحظهٔ $t'' = 8\,s$. مکان متحرک در این دو لحظه را حساب می‌کنیم.

$$t' = 4s \Rightarrow x' = 5(4-3)(4-7) = -15m$$

$$t'' = 8s \Rightarrow x'' = 5(8-3)(8-7) = 25m$$

با توجه به مسیر حرکت متحرک که در شکل زیر با خط‌چین نشان داده‌شده است، مسافت طی‌شده در چهار ثانیهٔ دوم را به دست می‌آوریم:



$$l = |x_s - x'| + (x'' - x_s) = |-20+15| + (25-(-20)) = 5 + 45 = 50\,m$$

در پایان نیز تندی متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{50}{8-4} = 12/5\,\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

۵۲ متحرکی با شتاب ثابت $-۲\ m/s^۲$ روی خط راست در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دهم و ثانیهٔ یازدهم با هم برابر باشند، بزرگی جابه‌جایی آن در ثانیهٔ پنجم چند متر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۲۱ ۴) ۷۵

درس Box

۱) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در دو بازهٔ زمانی یکسان و متوالی $(t'-t_۱)$ و $(t_۲-t')$ برابر باشد، یعنی متحرک در لحظهٔ t' متوقف شده است.

۲) در حرکت با شتاب ثابت a و سرعت اولیهٔ $v_۰$ روی محور x، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ nاُم حرکت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_n = (n-۰/۵)a + v_۰$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بزرگی جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۹ s تا ۱۰ s و ۱۰ s تا ۱۱ s یکسان است؛ بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t'=۱۰\ s$ برابر با صفر است. بنابراین می‌توانیم به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، مقدار $v_۰$ را به دست آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۲\times ۱۰ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۲۰\ \frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از قسمت دوم درس‌باکس، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ پنجم حرکت را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_n = (n-۰/۵)a + v_۰ \xrightarrow[v_۰=۲۰\frac{m}{s}]{n=۵\ ,\ a=-۲\frac{m}{s^۲}} \Delta x_۵ = (۵-۰/۵)(-۲) + ۲۰ = -۹ + ۲۰ = ۱۱\ m$$

AzmoonFree.ir

۵۳ خودرویی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که راننده یک سرعت‌گیر را جلوی خود می‌بیند و از لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۳۶ متری سرعت‌گیر قرار دارد، با شتاب ثابت ترمز می‌کند. اگر جابه‌جایی خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز به ترتیب $۱۰/۵\ m$ و $۷/۵\ m$ باشد، کدام موارد درست است؟

الف) خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $۶\ m$ را می‌پیماید.

ب) تندی متوسط خودرو از $۲\ s$ قبل از ترمزکردن تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر $۱۱\frac{m}{s}$ است.

پ) خودرو $۵\ s$ پس از ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) خودرو با تندی $۳\frac{m}{s}$ از روی سرعت‌گیر عبور می‌کند.

۱) الف و پ ۲) الف و ت

۳) ب و پ ۴) ب و ت

درس Box

۱) در یک حرکت کندشونده روی خط راست و با شتاب ثابت a، متحرک در هر ثانیه نسبت به ثانیهٔ قبل خود به اندازهٔ $|a|$ مسافت کم‌تری را می‌پیماید.

۲) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی، برابر است با سرعت لحظه‌ای در وسط همین بازهٔ زمانی.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اندازهٔ اختلاف جابه‌جایی‌های خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز، به اندازهٔ قدرمطلق شتاب حرکت است.

$$|a| = ۱۰/۵ - ۷/۵ = ۳\ \frac{m}{s^۲}$$

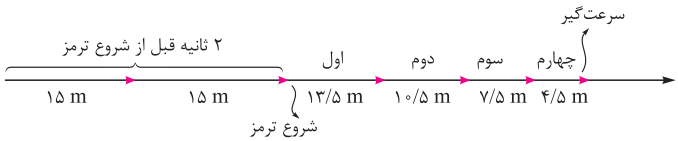
پس جابه‌جایی خودرو در ثانیهٔ اول پس از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_۱ - \Delta x_۲ = |a| \Rightarrow \Delta x_۱ - ۱۰/۵ = ۳ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۳/۵\ m$$

حالا باید سرعت ثابتی که خودرو قبل از ترمزکردن داشت را به دست آوریم:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۱۳/۵ = \frac{۱}{۲}\times(-۳)\times(۱)^۲ + ۱\times v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۵\ m/s$$

قبل از ترمز کردن، خودرو در هر ثانیه، به اندازهٔ $۱۵\ m$ جابه‌جا می‌شود. شکل زیر جابه‌جایی خودرو در مدت $۲\ s$ قبل از ترمز تا رسیدن به سرعت‌گیر را نشان می‌دهد:



گام دوم: عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست. خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $۱۲m$ را می‌پیماید. $۷/۵ + ۴/۵ = ۱۲m$

ب) درست. از $۲\ s$ قبل از ترمز تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر، مسافت طی‌شده توسط خودرو را به دست می‌آوریم:

$$l = ۱۵ + ۱۵ + ۱۳/۵ + ۱۰/۵ + ۷/۵ + ۴/۵ = ۶۶\ m$$

تندی متوسط در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۶۶}{۶} = ۱۱\ \frac{m}{s}$$

پ) نادرست. خودرو ۴ ثانیه بعد از شروع ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) درست. تندی خودرو هنگام عبور از سرعت‌گیر برابر است با:

$$v = at + v_۰ = -۳\times۴ + ۱۵ = ۳\ \frac{m}{s}$$

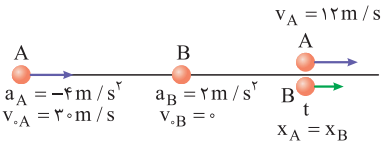
AzmoonFree.ir

۵۴ خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ در حرکت است که ناگهان راننده، موتورسیکلتی را پیش روی خود می‌بیند که از حال سکون و با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ در جهت حرکت خودرو شروع به حرکت می‌کند. راننده بلافاصله با شتابی به اندازهٔ $۴\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد، اما با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ به موتورسیکلت برخورد می‌کند. فاصلهٔ موتورسیکلت از خودرو در لحظه‌ای که راننده شروع به ترمز می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۲۰
۲) ۱۱۴/۷۵
۳) ۷۴/۲۵
۴) ۹۴/۵

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان اتومبیل، زمان برخورد اتومبیل (A) به موتورسیکلت (B) را به دست می‌آوریم:



$$v_A = a_A t + v_{۰A} \Rightarrow ۱۲ = -۴t + ۳۰ \Rightarrow ۴t = ۱۸ \Rightarrow t = ۴/۵\ s$$

گام دوم: محل شروع ترمز اتومبیل را به عنوان مبدأ مختصات در نظر گرفته و معادلهٔ مکان ـ زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ برخورد آن‌ها به دست آید.

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A}t + x_{۰A} = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B}$$

$$\xrightarrow[a_B=۲\frac{m}{s^۲},\ v_{۰B}=۰]{x_{۰A}=۰,\ a_A=-۴\frac{m}{s^۲},\ v_{۰A}=۳۰\frac{m}{s}} \frac{۱}{۲}(-۴)t^۲ + ۳۰t = \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ + x_{۰B}$$

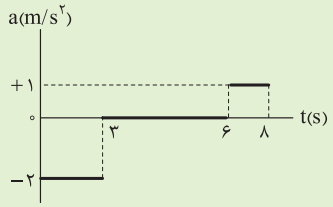
$$\Rightarrow -۲t^۲ + ۳۰t = t^۲ + x_{۰B} \Rightarrow x_{۰B} = -۳t^۲ + ۳۰t$$

$$\xrightarrow{t=۴/۵s} x_{۰B} = -۳(۴/۵)^۲ + ۳۰\times ۴/۵ = -۳(۲۰/۲۵) + ۱۳۵ = ۷۴/۲۵\ m$$

فاصلهٔ اولیهٔ موتورسیکلت از اتومبیل در لحظهٔ شروع ترمز، همین $x_{۰B}$ یعنی $۷۴/۲۵\ m$ است.

AzmoonFree.ir

۵۵ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت متحرک در $t_1 = 1\,s$ به صورت $(+2\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{15}{8}$

۲) $\frac{13}{8}$

۳) $\frac{9}{8}$

۴) $\frac{5}{8}$

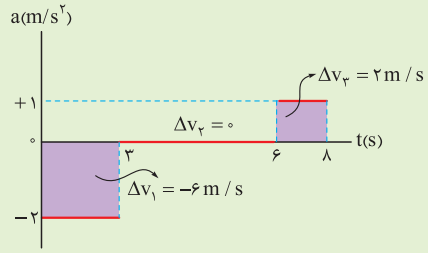
درس Box مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر با اندازهٔ تغییر سرعت متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

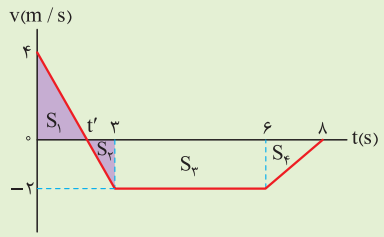
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت اولیهٔ متحرک (v_0) را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-2\frac{m}{s^2}]{v=2\frac{m}{s},\ t_1=1\,s} 2 = -2(1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 4\frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان، تغییرات سرعت در هر مرحله را محاسبه کرده و نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می کنیم.





به کمک رابطهٔ تالس، لحظهٔ t' را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{4}{2} = \frac{t'-0}{3-t'} \Rightarrow t' = 6 - 2t' \Rightarrow 3t' = 6 \Rightarrow t' = 2\,s$$

گام سوم: قدرمطلق مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان را که با مسافت طی‌شده برابر است، در بازهٔ زمانی ۸s به دست می‌آوریم:

$$l = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{2\times4}{2} + \frac{1\times2}{2} + 3\times2 + \frac{2\times2}{2} = 13\,m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{13}{8}\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

۵۶ خودرویی با سرعت ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظهٔ گذشتن خودرو از کنار یک خودروی پلیس، خودروی پلیس با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. فاصلهٔ میان دو خودرو در بازهٔ زمانی $۵\ s$ تا $۸\ s$ پس از شروع حرکت پلیس، چند متر تغییر می‌کند؟

۱) صفر
۲) ۲/۵
۳) ۵
۴) ۷/۵

مشاوره این تست براساس یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۱ از کتاب فیزیک ۳ طرح شده و تغییراتی در آن دیده می‌شود.

درس Box

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت مقابل است: $x = vt + x_۰$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

$x_۰$ = مکان اولیه یا مبدأ حرکت (m)

v = سرعت متحرک $(\frac{m}{s})$

t = زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: لحظهٔ عبور خودرو (A) از کنار خودروی پلیس (B) را به عنوان مبدأ حرکت در نظر می‌گیریم و معادلهٔ مکان ـ زمان هر یک از آن‌ها را می‌نویسیم $(x_{۰A} = x_{۰B} = ۰)$

$$v_A = ۱۰۸\frac{km}{h} = \frac{۱۰۸}{۳/۶} = ۳۰\frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow[x_{۰A}=۰]{v_A = ۳۰\frac{m}{s}} x_A = ۳۰t$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \xrightarrow[a_B = ۵\frac{m}{s^۲},\ x_{۰B}=۰]{v_{۰B}=۰} x_B = \frac{۵}{۲}t^۲$$

گام دوم: جابه‌جایی هر دو متحرک A و B را در بازهٔ زمانی $t = ۵\ s$ تا $t' = ۸\ s$ به دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} t = ۵\ s \Rightarrow x_A = ۳۰\times ۵ = ۱۵۰\ m \\ t' = ۸\ s \Rightarrow x'_A = ۳۰\times ۸ = ۲۴۰\ m \end{array}\right\} \Rightarrow x'_A - x_A = ۲۴۰ - ۱۵۰ \Rightarrow \Delta x_A = ۹۰\ m$$

$$\left.\begin{array}{l} t = ۵\ s \Rightarrow x_B = \frac{۵}{۲}\times ۵^۲ = ۶۲/۵\ m \\ t' = ۸\ s \Rightarrow x'_B = \frac{۵}{۲}\times ۸^۲ = ۱۶۰\ m \end{array}\right\} \Rightarrow x'_B - x_B = ۱۶۰ - ۶۲/۵ \Rightarrow \Delta x_B = ۹۷/۵\ m$$

$$\Delta x_B - \Delta x_A = ۹۷/۵ - ۹۰ = ۷/۵ m$$

AzmoonFree.ir

۵۷ در شرایط خلأ سنگی را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم. اگر سنگ در ثانیهٔ آخر حرکت خود ۳۴/۳ متر را طی کند، تندی سنگ در لحظهٔ رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 9/8\ m/s^2)$

۱) ۲۱/۶ ۲) ۳۴/۹ ۳) ۳۹/۲ ۴) ۲۸/۹

Hint ابتدا کل زمان سقوط که همان لحظهٔ رسیدن سنگ به زمین است را به دست آورید؛ سپس با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت و تندی سنگ در لحظهٔ رسیدن به زمین را پیدا کنید.

درس Box ۱) وقتی جسمی از ارتفاعی رها شده و سقوط آزاد می‌کند، مسافت طی‌شده در ثانیهٔ آخر حرکت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$l = \frac{1}{2}g(2t-1)$$

l = مسافت (m)

g = شتاب گرانش در سطح زمین $(\frac{m}{s^2})$

t = کل زمان سقوط (s)

۲) معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت سقوط آزاد و بدون سرعت اولیه به صورت مقابل است: $v = -gt$

v = سرعت (m/s)

g = شتاب گرانش در سطح زمین $(\frac{m}{s^2})$

t = زمان سقوط (s)

نکته در تمام لحظات سقوط آزاد، تندی متحرک برابر با اندازهٔ سرعت آن است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** وقتی سنگ رها می‌شود، یعنی سرعت اولیهٔ آن صفر بوده است $(v_0 = 0)$؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ زیر، کل زمان سقوط آن را به دست می‌آوریم:

$$l = \frac{1}{2}g(2t-1) \xrightarrow[g=9/8\frac{m}{s^2}]{l=34/3m} 34/3 = \frac{1}{2}\times 9/8(2t-1) \Rightarrow 7 = 2t-1 \Rightarrow t = 4\ s$$

گام دوم: اکنون با معلوم‌بودن زمان رسیدن سنگ به زمین، سرعت و تندی آن را در این لحظه پیدا می‌کنیم:

$$v = -gt \xrightarrow[g=9/8\frac{m}{s^2}]{t=4s} v = -9/8\times 4 = -39/2\frac{m}{s} \Rightarrow |v| = 39/2\ \frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

۵۸ سنگی در شرایط خلأ از ارتفاع H رها می‌شود. اگر سرعت متوسط سنگ در Δt ثانیهٔ اول حرکت $8\ m/s$ و در Δt ثانیهٔ آخر حرکت $40\ m/s$ باشد، H چند متر است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۱۲۲/۴ ۲) ۱۱۵/۲ ۳) ۱۱۲/۴ ۴) ۱۱۰/۲

درس Box

۱) رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت سقوط آزاد، مشابه حرکت روی محور x به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

v_{av} = سرعت متوسط $(\frac{m}{s})$

Δy = جابه‌جایی (m)

Δt = بازهٔ زمانی (s)

۲) وقتی جسمی از ارتفاعی رها شده و سقوط آزاد انجام می‌دهد، جابه‌جایی آن در T ثانیهٔ اول حرکت (Δy) و جابه‌جایی آن در T ثانیهٔ آخر حرکت $(\Delta y')$ از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gT^2$$

$$\Delta y' = -\frac{1}{2}gT(2t - T)$$

t = کل زمان حرکت (s)

g = شتاب گرانش در سطح زمین $(\frac{m}{s^2})$

$T = \Delta t$ = بازهٔ زمانی (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در Δt ثانیهٔ اول حرکت $(\Delta t = T)$ رابطه‌های جابه‌جایی متحرک را می‌نویسیم و از آن‌جا T را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta y = -\frac{1}{2}gT^2 \xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} \Delta y = -5T^2 \\ \Delta y = v_{av} \times \Delta t \xrightarrow[v_{av}=-8\frac{m}{s}]{\Delta t = T} \Delta y = -8T \end{cases} \Rightarrow -5T^2 = -8T \Rightarrow T = \frac{8}{5} = 1/6\ s$$

گام دوم: جابه‌جایی سنگ در Δt ثانیهٔ آخر حرکت را به دست آورده و از آن‌جا کل زمان سقوط را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta y' = v'_{av}\Delta t \xrightarrow[\Delta t = 1/6\ s]{v'_{av} = -40\frac{m}{s}} \Delta y' = -40 \times 1/6 = -64\ m$$

$$\Delta y' = -\frac{1}{2}gT(2t - T) \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2},\ T=1/6\ s]{\Delta y' = -64\ m} -64 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 1/6(2t - 1/6) \Rightarrow 8 = 2t - 1/6$$

$$\Rightarrow 2t = 9/6 \Rightarrow t = 4/8\ s$$

گام سوم: اکنون می‌توانیم ارتفاع سقوط (H) را حساب کنیم:

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[t=4/8\ s]{g=10\frac{m}{s^2}} H = \frac{1}{2} \times 10(4/8)^2 = 115/2\ m$$

AzmoonFree.ir

۵۹ جسمی از یک بلندی رها می‌شود و در دو ثانیهٔ آخر سقوطش مسافت ۱۴۰ متر را طی می‌کند. تندی جسم هنگام رسیدن به نیمهٔ مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) $۴۰\sqrt{۲}$ ۲) ۳۰ ۳) $۳۰\sqrt{۲}$ ۴) ۲۰

Hint ابتدا کل زمان سقوط و ارتفاع بلندی را به دست آورید، سپس با معلوم‌بودن جابه‌جایی در نیمهٔ مسیر، تندی جسم در آن‌جا را به دست آورید.

درس Box رابطهٔ مستقل از زمان برای جسمی که از یک بلندی رها می‌شود تا سقوط آزاد نماید، به صورت زیر است:

$$v^۲ = -۲g\Delta y$$

v = سرعت $(\frac{m}{s})$

g = شتاب گرانش در سطح زمین $(\frac{m}{s^۲})$

Δy = جابه‌جایی (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با استفاده از جابه‌جایی در دو ثانیهٔ آخر سقوط جسم، زمان سقوط آن را به دست می‌آوریم:

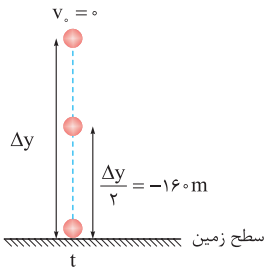
$$\Delta y' = -\frac{۱}{۲}gT(۲t - T) \xrightarrow[T=۲s]{g=۱۰\frac{m}{s^۲},\ \Delta y'=-۱۴۰m} -۱۴۰ = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲(۲t-۲) \Rightarrow ۱۴ = ۲t - ۲$$

$$\Rightarrow ۲t = ۱۶ \Rightarrow t = ۸\ s$$

گام دوم: کل ارتفاع سقوط (Δy) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \xrightarrow[t=۸s]{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} \Delta y = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۸^۲ = -۳۲۰\ m$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، سرعت و تندی جسم هنگام رسیدن به نیمهٔ مسیر $(\frac{\Delta y}{۲})$ به دست می‌آید:



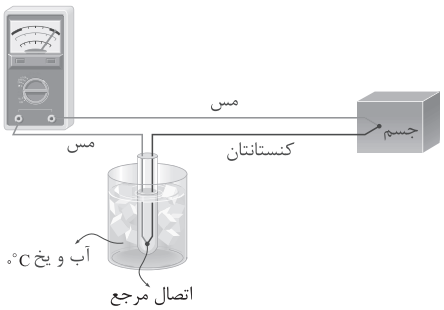
$$v^۲ = -۲g(\frac{\Delta y}{۲}) \xrightarrow[\frac{\Delta y}{۲}=-۱۶۰\ m]{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} v^۲ = -۲\times ۱۰\times(-۱۶۰) \Rightarrow v^۲ = ۳۲۰۰ \Rightarrow v = -\sqrt{۳۲۰۰} = -۴۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

$$|v| = ۴۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

AzmoonFree.ir

فیزیک دهم

۶۰ شکل زیر، یک دماسنج ..... را نشان می‌دهد و کمیت دماسنجی این وسیله ..... است.



۱) ترموکوپل، جریان الکتریکی

۲) ترموکوپل، ولتاژ

۳) کمینه ـ بیشینه، جریان الکتریکی

۴) کمینه ـ بیشینه، ولتاژ

مشاوره شکل‌های موجود در کتاب درسی را جدی بگیرید. بعضی از تست‌های کنکور مستقیماً با استفاده از همین شکل‌ها طرح می‌شوند.

درس Box

ترموکوپل، نوعی دماسنج است که کمیت دماسنجی آن ولتاژ می‌باشد. ترموکوپل از دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان تشکیل شده که دو سر آن‌ها به هم تابیده شده است. یک طرف مشترک آن‌ها در دمای مرجع $(0^\circ C)$ و یک طرف دیگر آن‌ها به جسم یا مکانی متصل است که می‌خواهیم دمای آن را به دست آوریم. در مسیر سیم مسی یک ولت‌سنج قرار دارد که با تغییر دمای محل مورد اندازه‌گیری، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، تغییر می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به متن درس‌باکس، شکل داده‌شده مربوط به یک ترموکوپل است و کمیت دماسنجی آن ولتاژ می‌باشد. پس گزینهٔ (۲) درست است.

AzmoonFree.ir

۶۱ اگر دمای جسمی برحسب درجهٔ سلسیوس $\frac{۷}{۶}$ برابر شود، دمای آن برحسب درجهٔ فارنهایت ۹۰ درصد کاهش می‌یابد. دمای اولیهٔ جسم برحسب کلوین کدام است؟

۱) ۲۵۸ ۲) ۲۸۸ ۳) ۲۶۸ ۴) ۲۷۸

مشاوره رابطه‌های مربوط به تبدیل یکاهای دما گاهی مانند این‌جا، به صورت یک تست مستقل مطرح می‌شوند و گاهی به عنوان بخشی از حل یک تست گرما به کار می‌روند.

درس Box

رایج‌ترین مقیاس‌ها (یکاهای) دما عبارت‌اند از سلسیوس (سانتی‌گراد)، کلوین و فارنهایت. رابطهٔ بین این یکاها به صورت زیر است:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲$$

$$T = \theta + ۲۷۳$$

θ = دما برحسب درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$)

T = دما برحسب کلوین (K)

F = دما برحسب درجهٔ فارنهایت ($^\circ F$)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به متن سؤال، رابطهٔ بین دماهای اولیه و ثانویه را هم برحسب سلسیوس و هم برحسب فارنهایت می‌نویسیم:

$$\theta_۲ = \frac{۷}{۶}\theta_۱$$

$$F_۲ = F_۱ - \frac{۹}{۱۰}F_۱ \Rightarrow F_۲ = \frac{۱}{۱۰}F_۱$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲$ می‌توان نوشت:

$$F_۲ = \frac{۱}{۱۰}F_۱ \Rightarrow \frac{۹}{۵}\theta_۲ + ۳۲ = \frac{۱}{۱۰}(\frac{۹}{۵}\theta_۱ + ۳۲) \xrightarrow{\theta_۲ = \frac{۷}{۶}\theta_۱} \frac{۹}{۵} \times \frac{۷}{۶}\theta_۱ + ۳۲ = \frac{۹}{۵۰}\theta_۱ + ۳/۲$$

$$\Rightarrow ۲/۱\theta_۱ - ۰/۱۸\theta_۱ = ۳/۲ - ۳۲ \Rightarrow ۱/۹۲\theta_۱ = -۲۸/۸ \Rightarrow \theta_۱ = -۱۵^\circ C$$

گام سوم: دمای به دست‌آمده برحسب درجهٔ سلسیوس را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T_۱ = \theta_۱ + ۲۷۳ \Rightarrow T_۱ = -۱۵ + ۲۷۳ = ۲۵۸K$$

AzmoonFree.ir

۶۲ دمای یک صفحهٔ فلزی دایره‌ای به شعاع **۲ cm** را از **۲۰K** به **۱۲۰K** می‌رسانیم. اگر محیط دایره ۴ درصد افزایش یابد، قطر دایره چند برابر می‌شود؟

۱) ۰/۰۴ ۲) ۱/۰۴ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۱/۰۸

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر محیط دایره را با L و شعاع آن را با R نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$L_۲ = L_۱ + ۰/۰۴L_۱ \Rightarrow L_۲ = ۱/۰۴L_۱$$

$$\frac{L_۲}{L_۱} = \frac{۲\pi R_۲}{۲\pi R_۱} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{L_۲}{L_۱} = \frac{۱/۰۴L_۱}{L_۱} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = ۱/۰۴$$

یعنی شعاع دایره نیز ۴ درصد افزایش می‌یابد.

گام دوم: اگر قطر دایره را با d نمایش دهیم، داریم:

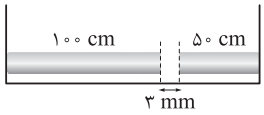
$$\frac{d_۲}{d_۱} = \frac{۲R_۲}{۲R_۱} \Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = ۱/۰۴$$

بنابراین قطر دایره ۱/۰۴ برابر می‌شود.

گول نخوری: حواستون باشه که مقدار تغییر دما و یا اندازهٔ شعاع دایره در به دست آوردن این پاسخ نقشی نداشتند. پس خیال نکنید که همهٔ اعداد داده‌شده در یک تست حتماً در حل آن به کار می‌روند.

AzmoonFree.ir

۶۳ مطابق شکل، یک میلهٔ بتونی به طول ۵۰ cm و یک میلهٔ فولادی به طول ۱۰۰ cm در فاصلهٔ ۳ میلی‌متری هم در دمای $-۲۰^\circ C$ قرار دارند. هنگامی‌که دمای مجموعه را به $۱۳۰^\circ C$ می‌رسانیم، دو میله به یکدیگر می‌رسند و فضای خالی میان آن‌ها پر می‌شود. اگر ضریب انبساط طولی فولاد $۱۳\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$ باشد، ضریب انبساط طولی بتون در SI کدام است؟



۱) $۱/۴\times۱۰^{-۶}$

۲) $۱/۲\times۱۰^{-۶}$

۳) $۱/۲\times۱۰^{-۵}$

۴) $۱/۴\times۱۰^{-۵}$

Hint مجموع افزایش طول دو میله را برابر با ۳ mm قرار دهید و با نوشتن رابطهٔ انبساط طولی در جامدها، ضریب انبساط طولی بتون را به دست آورید.

درس Box اگر در دمای $T_۱$ طول یک میله برابر $L_۱$ و در دمای $T_۲$ طول آن برابر $L_۲$ باشد، تجربه نشان می‌دهد با افزایش دما، طول میله افزایش می‌یابد. $\Delta L = L_۱\alpha\Delta T$

تغییر طول میله $= \Delta L = L_۲ - L_۱$

تغییر دما (K) یا $(^\circ C) = \Delta T = T_۲ - T_۱$

ضریب انبساط طولی که به جنس میله بستگی دارد $= \alpha$ $(\frac{۱}{^\circ C})$ یا $(\frac{۱}{K})$

نکته $L_۱$ و ΔL باید یکای یکسانی داشته باشند. مثلاً هر دو برحسب متر یا سانتی‌متر یا ... باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: افزایش دمای میله‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱ = ۱۳۰ - (-۲۰) = ۱۵۰^\circ C \xrightarrow{\Delta T = \Delta\theta} \Delta T = ۱۵۰\ K$$

گام دوم: مجموع افزایش طول دو میله را برابر با ۳ mm یا ۰/۳ cm قرار می‌دهیم:

$$\overset{\text{بتون}}{\Delta L_۱} + \overset{\text{فولاد}}{\Delta L_۲} = ۰/۳ \Rightarrow L_۱\alpha_۱\Delta T + L_۲\alpha_۲\Delta T = ۰/۳$$

$$\xrightarrow[L_۱=۵۰cm\ ,\ L_۲=۱۰۰cm]{\Delta T=۱۵۰K} ۵۰\alpha_۱\times۱۵۰ + ۱۰۰\times۱۳\times۱۰^{-۶}\times۱۵۰ = ۰/۳$$

$$\xrightarrow{\div ۱۵۰} ۵۰\alpha_۱ + ۱۳\times۱۰^{-۴} = \frac{۰/۳}{۱۵۰} \Rightarrow ۵۰\alpha_۱ = ۲۰\times۱۰^{-۴} - ۱۳\times۱۰^{-۴} \Rightarrow ۵۰\alpha_۱ = ۷\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \alpha_۱ = ۱/۴\times۱۰^{-۵}(\frac{۱}{K})$$

AzmoonFree.ir

۶۴ دمای یک قطعه سرب $25^\circ C$ است. برای آن‌که حجم این قطعه ۲/۲۵ درصد افزایش یابد، باید دمای قطعه سرب به چند درجهٔ سلسیوس برسد؟ ($\alpha = 3\times10^{-5} K^{-1}$ = ضریب انبساط طولی سرب)

۱) ۷۷۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۷۵ ۴) ۵۷۰

درس Box

اگر در دمای T_1 حجم یک جسم برابر V_1 و در دمای T_2 حجم آن برابر V_2 باشد، تجربه نشان می‌دهد با افزایش دما، حجم جسم افزایش می‌یابد. $\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T$

تغییر حجم $= \Delta V = V_2 - V_1$

تغییر دما (K) یا $(^\circ C) = \Delta T = T_2 - T_1$

ضریب انبساط حجمی $(\frac{1}{K})$ یا $(\frac{1}{^\circ C}) = 3\alpha$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی می‌گوییم کمیتی مانند حجم چند درصد تغییر کرده، یعنی:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta V}{V_1} = (3\alpha)\Delta T \xrightarrow[\alpha = 3\times10^{-5} K^{-1}]{\frac{\Delta V}{V_1} = 2/25\times10^{-2}} 2/25\times10^{-2} = 3\times3\times10^{-5}\times\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{2250}{9} = 250 K \Rightarrow \Delta\theta = 250^\circ C$$

گام دوم: اکنون می‌توانیم دمای قطعه سرب را در حالت دوم به دست آوریم:

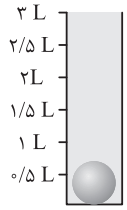
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 250 = \theta_2 - 25 \Rightarrow \theta_2 = 275^\circ C$$

گول نخوری

$250^\circ C$ تغییر دمای قطعه است، نه دمای اولیهٔ آن. بی‌توجهی به این موضوع باعث می‌شود که گزینهٔ (۲) را به اشتباه انتخاب کنید.

AzmoonFree.ir

۶۵ در شکل زیر، گلوله‌ای آلومینیومی به شعاع $5\ cm$ درون ظرفی لبریز از گلیسیرین در دمای $86^\circ F$ ته‌نشین شده است. اگر دمای مجموعه به $122^\circ F$ برسد، چند سانتی‌متر مکعب گلیسیرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیوم $2\times10^{-5}K^{-1}$، ضریب انبساط حجمی گلیسیرین $5\times10^{-4}K^{-1}$ است، از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید و $\pi\simeq3$)



۱) ۳۰/۶
۲) ۳۵/۶
۳) ۲۵/۶
۴) ۲۰/۴

Hint انبساط حجم گلوله و مایع را جداگانه حساب کنید و مجموع آن‌ها را به دست آورید. به همین اندازه گلیسیرین از ظرف بیرون می‌ریزد.

درس Box رابطهٔ انبساط حجمی مایع، مشابه رابطهٔ انبساط حجمی جامد بوده و به صورت زیر است:

$$\Delta V = V_1\beta\Delta T$$

β = ضریب انبساط حجمی مایع $(\frac{1}{K})$ یا $(\frac{1}{^\circ C})$

انبساط در مایع‌ها عموماً نسبت به جامدها بیشتر است. یعنی: $\beta_{\text{مایع}} > 3\alpha_{\text{ظرف}}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تغییر دمای مایع و گلوله را برحسب کلوین به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 122 - 86 = 36^\circ F$$

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F=36^\circ F} 36 = 1/8\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 20^\circ C$$

$$\Delta\theta = \Delta T \Rightarrow \Delta T = 20\ K$$

گام دوم: حجم اولیهٔ گلوله و انبساط حجمی آن را حساب می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow[\pi=3]{R=5cm} V_1 = \frac{4}{3}\times3\times5^3 = 4\times125 = 500\ cm^3$$

$$\Delta V_1 = V_1(3\alpha)\Delta T \xrightarrow[V_1=500\,cm^3,\ \Delta T=20K]{\alpha=2\times10^{-5}K^{-1}} \Delta V_1 = 500\times3\times2\times10^{-5}\times20 = 0/6\ cm^3$$

گام سوم: حجم اولیهٔ گلیسیرین و انبساط حجمی آن را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_1' = \text{حجم ظرف} - \text{حجم گلوله} \xrightarrow[\text{حجم گلوله}=V_1=500cm^3]{\text{حجم ظرف}=3L=3000cm^3} V_1' = 3000 - 500 = 2500\ cm^3$$

$$\Delta V_1' = V_1'\beta\Delta T \xrightarrow[V_1'=2500\,cm^3,\ \Delta T=20\,K]{\beta=5\times10^{-4}K^{-1}} \Delta V_1' = 2500\times5\times10^{-4}\times20 = 25\ cm^3$$

گام چهارم: مجموع انبساط حجمی مایع و انبساط حجمی گلوله را به دست می‌آوریم. به همین اندازه گلیسیرین از ظرف بیرون می‌ریزد.

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_1' = 0/6 + 25 = 25/6\ cm^3$$

AzmoonFree.ir

۶۶ بر روی بستهٔ یک مادهٔ غذایی نوشته شده که هر $30\ g$ از آن ماده، $81\ kcal$ انرژی دارد. اگر $7\ g$ از آن ماده را در یک گرماسنج بمبی بسوزانیم، دمای $600\ g$ آب $20^\circ C$ را چند درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهد؟ ($c = 4200 \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $1\ cal = 4/2\ J$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) $3/15$ ۲) $31/5$ ۳) $7/5$ ۴) 75

Hint ابتدا گرمای حاصل از سوختن $7\ g$ از این مادهٔ غذایی را برحسب ژول به دست آورید، سپس به کمک رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$ تغییر دمای آب را حساب کنید.

درس Box

۱) گرماسنج بمبی: نوع خاصی از گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد، با اندازه‌گیری انرژی آزادشده از آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود.

۲) برای جسمی که در اثر تبادل گرمایی فقط دمای آن تغییر می‌کند (تغییر حالت نمی‌دهد)، می‌توان نوشت: $Q = mc\Delta\theta$

$Q =$ گرما (J)

$m =$ جرم (kg)

$c =$ گرمای ویژه $(\frac{J}{kg.^\circ C})$

$\Delta\theta =$ تغییر دما $(^\circ C)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی گرمایی حاصل از سوختن $7\ g$ از این مادهٔ غذایی را به دست می‌آوریم:

$$Q = 7\ g \times \frac{81\ kcal}{30\ g} = 7 \times 2/7 = 18/9\ kcal = 18900\ cal$$

$$Q = 18900\ cal \times \frac{4/2\ J}{1\ cal} = 79380\ J$$

گام دوم: رابطهٔ گرما را برای آب موجود در گرماسنج می‌نویسیم و از آن‌جا تغییر دمای آب را حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=600\ g=0/6\ kg]{Q=79380\ J\ ,\ c=4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}} 79380 = 0/6 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{79380}{2520} = 31/5^\circ\ C$$

AzmoonFree.ir

۶۷ مقداری آب در دمای جوش، درون یک کتری برقی به توان $۴/۵\ kW$ داریم. اگر در مدت ۱۰ دقیقه تمام آب بخار شود، جرم آب چند کیلوگرم است؟ $(L_V = ۲۲۵۰\ kJ/kg)$

۱) ۰/۳ ۲) ۲/۴ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۶

مشاوره مبحث توان، از آن دسته مطالبی است که قابلیت ترکیب‌شدن با بسیاری از مطالب فیزیک در پایه‌های مختلف دبیرستان را دارد.

درس Box

۱) توان گرمایی: اگر یک وسیلهٔ گرماده با توان P به مدت Δt روشن باشد، گرمای Q را تولید می‌کند.

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

P: توان (W)، Q: گرما (J)، Δt: بازهٔ زمانی (s)

۲) گرمای لازم برای آن‌که مایعی در دمای جوش خود به بخار تبدیل شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Q = mL_V$$

m: جرم (kg)، L_V: گرمای نهان ویژهٔ تبخیر $(\frac{J}{kg})$، Q: گرما (J)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ رابطهٔ توان گرمایی را با رابطهٔ گرمای لازم برای تبخیر مایع ترکیب می‌کنیم و از آن‌جا جرم مایع بخارشده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} P = \frac{Q}{\Delta t} \\ Q = mL_V \end{cases} \Rightarrow P = \frac{mL_V}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱۰\min = ۶۰۰\,s]{P = ۴/۵\,kW,\ L_V = ۲۲۵۰\,\frac{kJ}{kg}} ۴/۵ = \frac{m \times ۲۲۵۰}{۶۰۰} \Rightarrow m = \frac{۴/۵ \times ۶۰۰}{۲۲۵۰} = \frac{۶۰۰}{۵۰۰} = ۱/۲\,kg$$

AzmoonFree.ir

۶۸ چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) تمامی جامدها دارای نقطهٔ ذوب کاملاً مشخص هستند.

ب) افزایش فشار وارد بر جسم معمولاً سبب بالارفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود.

پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد.

ت) افزایش دما و افزایش مساحت سطح مایع، سبب کاهش آهنگ تبخیر سطحی می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

مشاوره گرچه بیشتر تست‌های فیزیک در کنکور، شکل محاسباتی دارند، اما گاهی مانند این سؤال تست‌های مفهومی و توضیحی نیز مطرح می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم تا درستی یا نادرستی هر یک معلوم شود:

الف) نادرست؛ جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالصی مانند قیر، نقطهٔ ذوب کاملاً مشخصی ندارند؛ بلکه پیش از ذوب‌شدن، خمیری‌شکل شده و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند.

ب) درست؛ معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم، شروع فرایند ذوب‌شدن را به تأخیر می‌اندازد و سبب بالارفتن نقطهٔ ذوب جسم می‌شود. اما در برخی مواد مانند یخ، افزایش فشار به کاهش نقطهٔ ذوب می‌انجامد.

پ) درست؛ طبق جدول زیر گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد. چون با افزایش دمای مایع، فاصلهٔ بین مولکولی افزایش می‌یابد و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌ها کاهش پیدا می‌کند. در نتیجه انرژی درونی جسم در حالت مایع و بخار به هم نزدیک شده و گرمای کم‌تری برای تبخیر آب لازم است.

جدول مقادیر L_v برای آب در دماهای مختلف

دما ($^\circ C$)	$L_v (kJ/kg)$
۰	۲۴۹۰
۱۵	۲۴۵۴
۵۰	۲۳۷۴
۱۰۰	۲۲۵۶
۱۵۰	۲۱۱۵
۲۰۰	۱۹۴۰

ت) نادرست؛ افزایش دما و افزایش مساحت سطح مایع سبب می‌شود که مایع سریع‌تر بخار شود.

AzmoonFree.ir

۶۹ درون یک سماور فلزی، ۳ لیتر آب با دمای $25^\circ C$ قرار دارد. اگر ۷ دقیقه طول بکشد تا با روشن‌کردن گرمکن درون سماور که با آهنگ ثابت ۱۶۰۰ W گرما تولید می‌کند، دمای آب را به $75^\circ C$ برسانیم، ظرفیت گرمایی سماور چند ژول بر کلوین است؟ (از اتلاف گرما چشم‌پوشی می‌شود، $\rho_{آب} = 1\,g/cm^3$ و $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$)

۱) ۴۸۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۹۶۰

درس Box

۱) وقتی در اثر گرما دمای جسمی تغییر می‌کند، نسبت گرما به تغییر دما را ظرفیت گرمایی می‌گوییم:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Q: گرما (J)، C: ظرفیت گرمایی (J/K)، ΔT: تغییر دما (K)

$$C = mc$$

m: جرم (kg)، C: ظرفیت گرمایی (J/K)، c: گرمای ویژه $(\frac{J}{kg.K})$

۲) نسبت جرم به حجم یک جسم، چگالی آن جسم نام دارد.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

m: جرم (kg)، ρ: چگالی (kg/m^3)، V: حجم (m^3)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با استفاده از رابطهٔ چگالی، جرم آب موجود در سماور را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \xrightarrow[V=3L]{\rho=1\frac{g}{cm^3}=1000\frac{g}{L}} m = 1000\times 3 = 3000\,g = 3\,kg$$

گام دوم: کل گرمای تولیدشده را با مجموع گرمای دریافت‌شده توسط سماور (۱) و آب (۲) برابر قرار می‌دهیم و ظرفیت گرمایی سماور را حساب می‌کنیم:

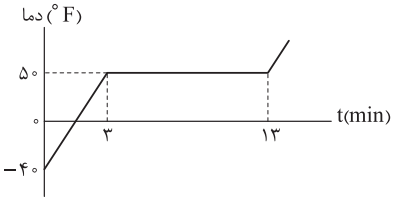
$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 60\times 7 = 420\,s]{P=1600\,W} Q_1 + Q_2 = 1600\times 420$$

$$Q_1 + Q_2 = m_1 c_1 \Delta T + m_2 c_2 \Delta T \xrightarrow[\Delta T = \Delta\theta = 75-25 = 50\,K]{m_1 c_1 = C_1,\ m_2 = 3kg,\ c_2 = 4200\frac{J}{kg\,K}} 1600\times 420 = C_1\times 50 + 3\times 4200\times 50$$

$$\xrightarrow{\div 50} 32\times 420 = C_1 + 3\times 4200 \Rightarrow C_1 = 3/2\times 4200 - 3\times 4200 = 0/2\times 4200 = 840\,\frac{J}{K}$$

AzmoonFree.ir

۷۰ به یک قطعهٔ فلزی کوچک با آهنگ ثابت گرما می‌دهیم و نمودار تغییر دمای آن برحسب زمان مطابق شکل است. اگر گرمای ویژهٔ فلز $۹۰۰\frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای نهان ذوب آن چند ژول بر گرم (J/g) است؟



۱) ۱۲۰

۲) ۱۵۰

۳) ۱۸۰

۴) ۲۷۰

Hint ابتدا تغییر دما در مرحلهٔ اول گرمادهی را برحسب کلوین به دست آورید، سپس نسبت $\frac{Q}{\Delta t}$ را در دو مرحلهٔ گرمادهی، برابر با هم قرار دهید و از آن‌جا L_F را حساب کنید.

درس Box ۱) رابطهٔ تغییر دما در دو مقیاس کلوین و فارنهایت به صورت زیر است:

$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta K$

$\Delta F =$ تغییر دما $(^\circ F)$

$\Delta T =$ تغییر دما (K)

۲) رابطهٔ گرمای لازم برای آن‌که یک جسم جامد در دمای ذوب خود از جامد به مایع تبدیل شود: $Q = mL_F$

$Q =$ گرما (J)

$m =$ جرم (kg)

$L_F =$ گرمای نهان ویژهٔ ذوب (J/kg)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** در مرحلهٔ اول گرمادهی که ۳ دقیقه به طول می‌انجامد، دمای جسم بدون تغییر حالت از $-۴۰\ ^\circ F$ به $۵۰\ ^\circ F$ می‌رسد.

$$\Delta F = F_۲ - F_۱ = ۵۰ - (-۴۰) = ۹۰\ ^\circ F$$

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow ۹۰ = \frac{۹}{۵}\Delta T \Rightarrow \Delta T = ۵۰\ K$$

در مرحلهٔ دوم گرمادهی، جسم در دمای ذوب خود از جامد به مایع تبدیل می‌شود.

گام دوم: وقتی با آهنگ ثابت گرما می‌دهیم، یعنی $\frac{Q}{\Delta t}$ ثابت است و بین دو مرحلهٔ مختلف می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_۱}{\Delta t_۱} = \frac{Q_۲}{\Delta t_۲} \xrightarrow[\Delta t_۱ = ۳\ min\ ,\ \Delta t_۲ = ۱۳-۳ = ۱۰\ min]{Q_۱ = mc\Delta T\ ,\ Q_۲ = mL_F} \frac{mc\Delta T}{۳} = \frac{mL_F}{۱۰} \Rightarrow \frac{۹۰۰ \times ۵۰}{۳} = \frac{L_F}{۱۰} \Rightarrow L_F = ۳۰۰ \times ۵۰ \times ۱۰$$

$$\Rightarrow L_F = ۱۵۰۰۰۰\frac{J}{kg} = ۱۵۰\frac{J}{g}$$

AzmoonFree.ir

۷۱ ۸۰۰ g یخ با دمای $-10\,^\circ C$ را درون چند گرم آب با دمای $30\,^\circ C$ بیندازیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، ۱۰۵۰ g آب $0\,^\circ C$ داشته باشیم؟ (از اتلاف گرما صرف نظر می‌کنیم، $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ و $L_F = 336\ J/g$)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۲۵

درس Box

اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند. یعنی دمای آن‌ها به مقدار یکسانی می‌رسد که دمای تعادل نام دارد. بنا به قرارداد، برای اجسامی که گرما می‌گیرند، $Q > 0$ و برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند، $Q < 0$ است. براساس قانون پایستگی انرژی، با صرف نظر کردن از گرمای تلف‌شده، همان‌قدر که اجسام گرم انرژی از دست می‌دهند، اجسام سرد انرژی می‌گیرند؛ پس جمع جبری گرماهای مبادله‌شده بین آن‌ها صفر می‌شود:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = 0$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: توجه داشته باشید که در این‌جا تمام ۸۰۰ گرم یخ $-10\,^\circ C$ به دمای $0\,^\circ C$ می‌رسد، اما تمام آن ذوب نمی‌شود. بلکه پس از برقراری تعادل گرمایی، آب و یخ در دمای $0\,^\circ C$ در کنار هم می‌مانند. اگر جرم یخ ذوب‌شده را m' فرض کنیم، خواهیم داشت:

$m_1 = 800\ g$ = جرم اولیه

m_2 = جرم آب $30\,^\circ C$ (g)

یخ $-10\,^\circ C$ $\xrightarrow[m_1]{Q_1}$ یخ $0\,^\circ C$ $\xrightarrow[m']{Q_1'}$ آب $0\,^\circ C$ $\xleftarrow[m_2]{Q_2}$ آب $30\,^\circ C$

گام دوم: جمع جبری گرماهای مبادله‌شده را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$Q_1 + Q_1' + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta T_1 + m' L_F + m_2 c_2 \Delta T_2 = 0$$

$$\xrightarrow[\Delta T_1 = 0-(-10) = 10\ K,\ \Delta T_2 = 0-30 = -30\ K]{c_1 = c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{J}{g.K},\ c_2 = c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{J}{g.K},\ L_F = 336 \frac{J}{g}} 800 \times 2/1 \times 10 + m' \times 336 + m_2 \times 4/2(-30) = 0$$

$$\Rightarrow 800 \times 21 + 336 m' = m_2 \times 126 \quad (I)$$

گام سوم: جرم یخ ذوب‌شده را برحسب m_2 به دست آورده و با نتیجهٔ به‌دست‌آمده در گام دوم ترکیب می‌کنیم تا m_2 به دست آید:

$$m_2 + m' = 1050 \Rightarrow m' = 1050 - m_2 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow 800 \times 21 + 336(1050 - m_2) = m_2 \times 126 \Rightarrow 369600 = 462 m_2 \Rightarrow m_2 = 800\ g$$

AzmoonFree.ir

۷۲ کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) برای لباس‌های آتش‌نشانی، پوشش براق مناسب‌تر است.

ب) در فرایند همرفت، ماده جابه‌جا نمی‌شود.

پ) در ساحل دریا و در روز، جریان هوا از ساحل به دریا است.

ت) انتقال گرما از سطح خورشید به زمین بر اثر پدیدهٔ همرفت رخ می‌دهد.

۱) الف ۲) الف و پ

۳) پ ۴) ب و ت

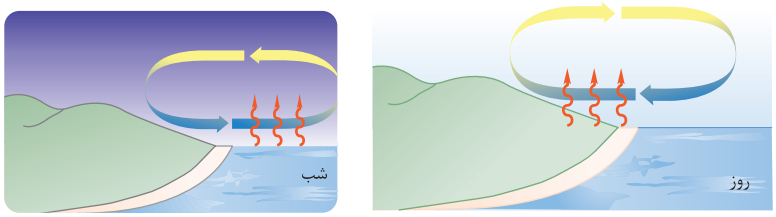
پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی کرده و درستی یا نادرستی آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

الف) درست؛ پوشش‌های براق بازتابندهٔ خوبی برای گرما هستند و جذب گرمایی آن‌ها ناچیز است. به همین دلیل برای لباس‌های آتش‌نشانی مناسب هستند.

ب) نادرست؛ در فرایند همرفت جریانی از مایع یا گاز جابه‌جا شده و گرما را منتقل می‌کند.

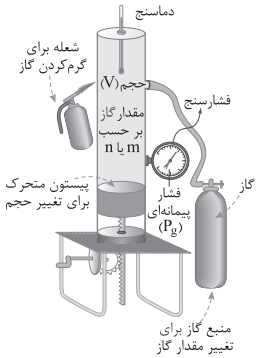
پ) نادرست؛ هنگام روز، زمین ساحل گرم‌تر از آب دریاست و پدیدهٔ همرفت موجب نسیمی از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.



ت) نادرست؛ انتقال گرما از سطح خورشید به زمین بر اثر پدیدهٔ تابش است.

AzmoonFree.ir

۷۳ دستگاهی که در شکل مقابل می‌بینید برای آزمایش کدام تحقیق به کار می‌رود؟



۱) تحقیق قانون گازهای کامل

۲) تحقیق قانون آووگادرو

۳) تحقیق اصل پاسکال

۴) تحقیق گرماسنجی

مشاوره در کنکورهای اخیر به شکل‌ها و جزئیات کتاب‌های درسی، توجه بیشتری می‌شود. پس بهتر است آن‌ها را جدی بگیرید. پاسخ‌گویی به چنین تست‌هایی در همین راستاست.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به وسایل به‌کاررفته در شکل، رابطهٔ بین فشار، حجم و دمای یک گاز مورد بررسی قرار می‌گیرد. این آزمایش مطابق شکل صفحهٔ ۱۲۲ کتاب درسی فیزیک ۱ رشتهٔ ریاضی مربوط به تحقیق قانون گازهای کامل است.

AzmoonFree.ir

۷۴ درون یک مخزن فلزی به حجم $40\ L$، جرم‌های مساوی از دو گاز هلیم و نیتروژن وجود دارد و وقتی دمای گاز به $7\ ^\circ C$ می‌رسد، فشارسنج متصل به مخزن عدد $7\ atm$ را نشان می‌دهد. جرم گاز درون مخزن چند گرم است؟ (جرم مولی گازهای هلیم و نیتروژن به ترتیب $4\ g/mol$ و $28\ g/mol$، $R = 8\frac{J}{mol.K}$ و فشار هوای محیط $1\ atm$ است.)

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

Hint

ابتدا به کمک معادلهٔ قانون گازهای آرمانی، تعداد کل مول‌های گاز را به دست آورید؛ سپس تعداد مول‌های نیتروژن و هلیم را جداگانه تعیین کنید. در پایان نیز جرم هر یک از این دو گاز را پیدا کرده و با هم جمع کنید.

درس Box

۱) معادلهٔ قانون گازهای آرمانی (کامل):

$$PV = nRT$$

P = فشار مطلق (Pa)

V = حجم (m^3)

n = تعداد مول (mol)

R = ثابت جهانی گازها $(\frac{J}{mol.K})$

T = دما (K)

$$m = n\,M$$

(m: جرم گاز (kg)، n: تعداد مول، M: جرم مولی گاز $(\frac{kg}{mol})$)

۲) فشارسنج، فشار پیمانه‌ای گاز را نشان می‌دهد:

$$P = P_0 + P_g$$

P = فشار مطلق (Pa)

P_0 = فشار هوای محیط (Pa)

P_g = فشار پیمانه‌ای (Pa)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فشار مطلق گاز و دمای گاز برحسب کلوین را به دست می‌آوریم:

$$P = P_0 + P_g \xrightarrow[P_g = 7\ atm]{P_0 = 1\ atm} P = 1 + 7 = 8\ atm \Rightarrow P = 8\times10^5\ Pa$$

$$T = \theta + 273 = 7 + 273 = 280\ K$$

اکنون تعداد کل مول‌های گاز را پیدا می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{8\times10^5\times40\times10^{-3}}{8\times280} = \frac{400}{28} = \frac{100}{7}\,mol$$

گام دوم: با توجه به این‌که جرم‌های مساوی از دو گاز هلیم (۱) و نیتروژن (۲) وجود دارد، می‌توانیم رابطه‌ای بین تعداد مول‌های این دو گاز پیدا کنیم:

$$m_1 = m_2 \xrightarrow{m=nM} n_1M_1 = n_2M_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1} \xrightarrow[M_1=4\frac{g}{mol}]{M_2=28\frac{g}{mol}} \frac{n_1}{n_2} = \frac{28}{4} \Rightarrow n_1 = 7n_2$$

گام سوم: نتایج به دست‌آمده از گام‌های اول و دوم را با هم ترکیب می‌کنیم و مقادیر n_1 و n_2 را حساب می‌کنیم:

$$n = n_1 + n_2 = \frac{100}{7} \xrightarrow{n_1=7n_2} 7n_2 + n_2 = \frac{100}{7} \Rightarrow 8n_2 = \frac{100}{7} \Rightarrow n_2 = \frac{100}{56}\,mol$$

$$n_1 = 7n_2 \Rightarrow n_1 = 7\times\frac{100}{56} = \frac{100}{8}\,mol$$

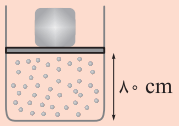
گام چهارم: جرم هر یک از دو گاز هلیم و نیتروژن را محاسبه کرده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$m_1 = n_1M_1 \xrightarrow[M_1=4\frac{g}{mol}]{n_1=\frac{100}{8}mol} m_1 = \frac{100}{8}\times4 = 50\ g$$

$$m = m_1 + m_2 \xrightarrow{m_1=m_2=50g} m = 50 + 50 = 100\ g$$

AzmoonFree.ir

۷۵ مطابق شکل، درون یک ظرف استوانه‌ای به مساحت قاعدهٔ $200\ cm^2$، مقداری گاز آرمانی در تعادل قرار دارد. جرم پیستون و وزنهٔ روی آن مجموعاً $50\ kg$ و اصطکاک پیستون با دیواره ناچیز است. چند کیلوگرم از جرم وزنه کم کنیم تا پیستون $4\ cm$ جابه‌جا شود؟ (دمای گاز را ثابت در نظر بگیرید. $g = 10\ N/kg$ و $P_0 = 8\times10^4\ Pa$ است.)



۱) ۱۰ ۲) ۱۵

۳) ۲۰ ۴) ۴۰

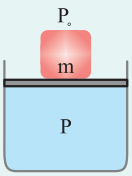
Hint

ابتدا فشار گاز در حالت اول را به دست آورید؛ سپس به کمک قانون گازهای آرمانی فشار گاز در حالت دوم را نیز پیدا کنید و با توجه به آن جرم پیستون و وزنهٔ روی آن را در حالت دوم محاسبه کنید. در پایان نیز اختلاف جرم‌ها را حساب کنید.

درس Box

۱) فشار گاز زیر پیستون:

اگر فشار هوای محیط را P_0 فرض کنیم، فشار گاز زیر یک پیستون به مساحت مقطع A از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$P = P_0 + \frac{F}{A}$$

اگر نیروی F ناشی از وزن پیستون و وزنهٔ روی آن باشد، می‌توان نوشت:

$$P = P_0 + \frac{mg}{A}$$

m = جرم پیستون و وزنهٔ روی آن (kg)

A = مساحت قاعدهٔ استوانه یا پیستون (m^2)

g = شتاب گرانش در سطح زمین (N/kg)

۲) با توجه به قانون گازهای آرمانی، در دمای ثابت برای مقدار معینی گاز آرمانی می‌توان نوشت: $P_1V_1 = P_2V_2$

P_1 = فشار مطلق گاز در حالت اول (Pa)

P_2 = فشار مطلق گاز در حالت دوم (Pa)

V_1 = حجم گاز در حالت اول (m^3)

V_2 = حجم گاز در حالت دوم (m^3)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فشار گاز زیر پیستون در حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$P_1 = P_0 + \frac{m_1 g}{A} \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},\ A=200\ cm^2=200\times10^{-4}\ m^2]{P_0=8\times10^4\ Pa,\ m_1=50\ kg} P = 8\times10^4 + \frac{50\times10}{200\times10^{-4}}$$

$$= 8\times10^4 + 2/5\times10^4 = 10/5\times10^4\ Pa$$

گام دوم: به کمک قانون گازهای آرمانی، فشار گاز در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \xrightarrow{V=Ah} P_1Ah_1 = P_2Ah_2 \Rightarrow P_1h_1 = P_2h_2$$

$$\xrightarrow[P_1=10/5\times10^4\ Pa]{h_1=80\ cm,\ h_2=80+4=84\ cm} 10/5\times10^4\times80 = P_2\times84 \Rightarrow P_2 = 10^5\ Pa$$

گام سوم: اکنون جرم پیستون و وزنهٔ روی آن در حالت دوم را پیدا می‌کنیم و اختلاف آن را نسبت به حالت اول تعیین می‌کنیم:

$$P_2 = P_0 + \frac{m_2 g}{A} \xrightarrow[P_0=8\times10^4\ Pa]{P_2=10^5\ Pa} 10^5 = 8\times10^4 + \frac{m_2\times10}{200\times10^{-4}} \Rightarrow 2\times10^4 = \frac{m_2}{20}\times10^4 \Rightarrow m_2 = 40\ kg$$

پس باید از جرم وزنه $10\ kg$ کم می‌کنیم.

AzmoonFree.ir

شیمی دوازدهم

۷۶ کدام مورد درست است؟

۱) با استفاده از صابون آنزیم‌دار، نمی‌توان درصد لکه‌های چربی باقی‌مانده روی پارچه را به صفر رساند.

۲) از صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، در تنور نان سنگک برای چرب‌کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.

۳) شمار اتم‌های بخش قطبی پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بخش قطبی پاک‌کننده‌های صابونی، یک واحد بیشتر است.

۴) مولکول‌های گازی که در اثر واکنش پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب تولید می‌شود، دارای دو عنصر هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بخش قطبی پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه $-SO_3^-$ و بخش قطبی پاک‌کننده‌های صابونی گروه $-COO^-$ است؛ بنابراین شمار اتم‌های بخش قطبی پاک‌کننده‌های غیرصابونی $۴ - ۳ = ۱$ واحد بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با افزایش دما و استفاده از صابون‌های آنزیم‌دار، می‌توان درصد لکه‌های باقی‌مانده را بر روی پارچه‌هایی که الیاف آن‌ها گروه‌های قطبی قابل توجهی دارند، به صفر رساند. برای مثال درصد لکه‌های چربی باقی‌مانده روی پارچه‌های نخی، پس از استفاده از صابون آنزیم‌دار در دمای $۴۰^\circ C$، به صفر می‌رسد.

گزینهٔ (۲): از صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود. در تنور نان سنگک از نوعی صابون سنتی (متفاوت با صابون مراغه) استفاده می شود.

گزینهٔ (۴): گازی که در اثر واکنش پودر آلومینیم (Al) و سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ با آب تولید می‌شود، گاز هیدروژن (H_2) است که مولکول‌های آن دارای دو **اتم** است، نه دو عنصر!

AzmoonFree.ir

۷۷ کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) ذره‌های سازندهٔ یک نمونه ژله، از ذره‌های سازندهٔ مخلوط اتیلن‌گلیکول در آب بزرگ‌تر است.

ب) نمک اسید چرب دومین و سومین عنصرهای گروه دوم جدول تناوبی، همانند مس (II) سولفات در آب نامحلول هستند.

پ) صابون‌های جامد برخلاف صابون‌های مایع، نمی‌توانند فاقد عنصر فلزی باشند.

ت) به طور کلی، سرعت افزایش شاخص امید به زندگی در سال‌های اخیر، در نواحی برخوردار از نواحی کم‌برخوردار بیشتر است.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ پ

۳) الف ـ ت ۴) ب ـ ت

پاسخ خیلی تشریحی عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

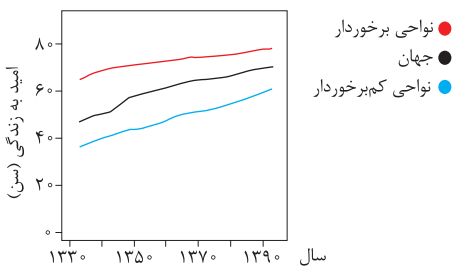
بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) ژله و مخلوط اتیلن‌گلیکول در آب، به ترتیب کلوئید و محلول هستند. با توجه به این‌که ذره‌های سازندهٔ کلوئیدها، توده‌های مولکولی و ذره‌های سازندهٔ محلول‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها هستند، اندازهٔ ذره‌های سازندهٔ ژله بزرگ‌تر است.

ب) دومین و سومین عنصرهای گروه دوم جدول تناوبی، منیزیم و کلسیم هستند. نمک‌های اسید چرب این دو عنصر یعنی $(RCOO)_2Mg$ و $(RCOO)_2Ca$ در آب نامحلول هستند، در حالی که مس (II) سولفات ($CuSO_4$) در آب محلول است.

پ) صابون‌های جامد، نمک سدیم اسید چرب ($RCOONa$) هستند، در حالی که صابون‌های مایع، نمک پتاسیم اسید چرب ($RCOOK$) یا نمک آمونیوم اسید چرب ($RCOONH_4$) هستند؛ بنابراین صابون‌های جامد، به یقین دارای عنصر فلزی (Na) هستند، در حالی که صابون‌های مایع، می‌توانند فاقد عنصر فلزی باشند و *این زمانی است که نمک آمونیوم اسید چرب داشته باشیم!*

ت) سرعت افزایش شاخص امید به زندگی در سال‌های اخیر که در شکل زیر همان شیب نمودار است، در نواحی برخوردار از نواحی کم‌برخوردار کم‌تر است.



AzmoonFree.ir

۷۸ چند مورد از موارد زیر درست است؟ $(C=۱۲, H=۱ : g.mol^{-۱})$

- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اتیلن‌گلیکول، ۱/۱۲۵ برابر این نسبت در اوره است.
- فرمول مولکولی یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۱۸کربنی با سه پیوند دوگانه، به صورت $C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na$ است.
- درصد جرمی کربن در وازلین از درصد جرمی این عنصر در بنزین، کم‌تر است.
- پس از ورود صابون به آب، سر آب‌دوست مولکول‌های آن با سر منفی مولکول‌های آب، نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی ایجاد می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲

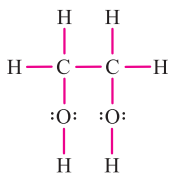
۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

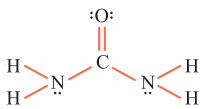
با توجه به ساختار مولکول‌های اتیلن‌گلیکول $(C_۲H_۶O_۲)$ و اوره $(CO(NH_۲)_۲)$، می‌توان شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی و نسبت آن‌ها را به دست آورد:

اتیلن‌گلیکول:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شمار جفت‌الکترون پیوندی} = ۹ \\ \text{شمار جفت‌الکترون ناپیوندی} = ۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون ناپیوندی}} = \frac{۹}{۴}$$

اوره:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی} = ۸ \\ \text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = ۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

بنابراین نسبت مورد نظر در مولکول اتیلن‌گلیکول، $\frac{\frac{۹}{۴}}{۲} = ۱/۱۲۵$ برابر مولکول اوره است.

با توجه به این‌که در حلقهٔ بنزن پاک‌کننده‌های غیرصابونی، سه پیوند دوگانه وجود دارد، می‌توان نتیجه گرفت زنجیر هیدروکربنی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی مورد نظر، سیرشده است.

نکته فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، به صورت $C_nH_{۲n+۱}C_۶H_۴SO_۳Na$ یا $C_nH_{۲n-۷}SO_۳Na$ نوشته می‌شود.

با توجه به ۱۸کربنی بودن مولکول این پاک‌کننده، می‌توان گفت تعداد اتم‌های H مولکول آن برابر $۲۹ = ۷ - (۲\times۱۸)$ و فرمول مولکولی آن به صورت $C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na$ است.

درصد جرمی کربن در وازلین $(C_{۲۵}H_{۵۲})$ و بنزین $(C_۸H_{۱۸})$ به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\text{درصد جرمی C در ترکیب} = \frac{\text{جرم مولی C} \times \text{تعداد اتم C}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{درصد جرمی C در } C_{۲۵}H_{۵۲} = \frac{۲۵\times۱۲}{(۲۵\times۱۲)+(۵۲\times۱)} \times ۱۰۰ \simeq ٪۸۵/۲ \\ \text{درصد جرمی C در } C_۸H_{۱۸} = \frac{۸\times۱۲}{(۸\times۱۲)+(۱۸\times۱)} \times ۱۰۰ \simeq ٪۸۴/۲ \end{cases}$$

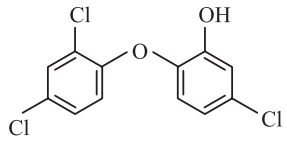
بنابراین درصد جرمی کربن در وازلین از بنزین بیشتر است.

نکته با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها (با فرمول عمومی $C_nH_{۲n+۲}$)، درصد جرمی اتم‌های کربن افزایش و درصد جرمی اتم‌های هیدروژن کاهش می‌یابد.

پس از ورود صابون به آب، سر آب‌دوست مولکول‌های آن یعنی $-COO^-$، با سر **مثبت** مولکول‌های آب که اتم‌های هیدروژن هستند، نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی برقرار می‌کنند.

AzmoonFree.ir

۷۹ تری‌کلوسان، ترکیب آروماتیکی است که در گذشته در شوینده‌ها استفاده می‌کردند، ولی به تازگی به دلیل عوارض جانبی برای انسان از شوینده‌ها حذف شده است. دلیل استفاده از این ماده در شوینده‌ها کدام مورد زیر بوده است؟



۱) از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی

۲) خاصیت گندزدایی و میکروب‌کشی

۳) افزایش قدرت پاک‌کنندگی

۴) خاصیت بازی مناسب

نکته **افزودنی‌های صابون‌ها:**

نوع افزودنی به صابون	ویژگی صابون
ترکیب‌های گوگرددار	از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی
مواد شیمیایی کلردار	خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی بیشتر
نمک‌های فسفات	جلوگیری از تشکیل رسوب و ایجاد لکه (به دلیل واکنش این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت)
جوش‌شیرین ($NaHCO_3$)	افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها (به دلیل خاصیت بازی جوش‌شیرین و در نتیجه واکنش آن با چربی و تولید صابون)

پاسخ خیلی تشریحی طبق معرفی سؤال، ترکیب داده‌شده در شوینده‌ها استفاده می‌شده و به دلیل وجود اتم‌های کلر (Cl) در این ترکیب، به یقین این ترکیب خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی دارد.

بچه‌ها هواستون باشه که نیاز نبود شما سافتار این ترکیب رو حفظ می‌کردین! با توجه به این‌که طراح *محترم* فرموده در شوینده‌ها استفاده می‌شده و در ساختارش هم اتم‌های کلر (Cl) را مشاهده می‌فرمایین، همین برای شما کافیه *بدونین* این مادهٔ شیمیایی کلردار است و خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی دارد.

AzmoonFree.ir

۸۰ به موادی مانند اتانول و شکر که انحلال آن‌ها در آب به شکل ..... است، ..... و به موادی مانند سدیم کلرید و هیدروژن کلرید که انحلال آن‌ها در آب به شکل ..... است، ..... می‌گویند.

۱) مولکولی ـ غیرالکترولیت ـ یونی ـ الکترولیت

۲) مولکولی ـ الکترولیت ـ یونی ـ غیرالکترولیت

۳) یونی ـ غیرالکترولیت ـ مولکولی ـ الکترولیت

۴) یونی ـ الکترولیت ـ مولکولی ـ غیرالکترولیت

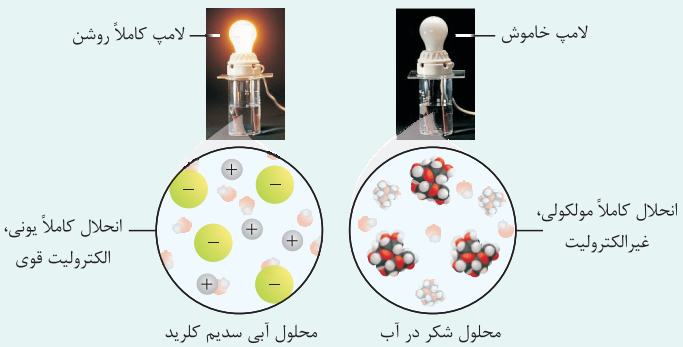
درس Box

انواع محلول‌ها با توجه به نحوهٔ حل‌شدن مواد در آب:

مواد را با توجه به نوع انحلال آن‌ها و برحسب ایجاد یا عدم ایجاد یون در محلول حاصل، به دو دستهٔ الکترولیت (شامل الکترولیت قوی و الکترولیت ضعیف) و غیرالکترولیت تقسیم می‌کنند.

- **انواع ماده**
  - غیرالکترولیت ← انحلال کاملاً مولکولی (عدم تولید یون در محلول) ← مثال ← اغلب ترکیب‌های آلی مانند: اتانول، استون و شکر؛ مواد مولکولی ناقطبی، مانند: I_2 و Br_2 ← محلول آن‌ها در مدار الکتریکی ← لامپ خاموش
  - الکترولیت
    - الکترولیت قوی ← انحلال کاملاً یونی ← اسیدها و بازهای قوی، مانند: HCl و NaOH؛ اغلب نمک‌ها، مانند: $MgCl_2$ ← محلول آن‌ها در مدار الکتریکی ← لامپ با روشنایی زیاد
    - الکترولیت ضعیف ← انحلال به طور عمده مولکولی و به مقدار کمی یونی ← مثال ← اسیدها و بازهای ضعیف، مانند: CH_3COOH, HF و NH_3 ← محلول آن‌ها در مدار الکتریکی ← لامپ با روشنایی کم

مقایسهٔ رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی سدیم کلرید (الکترولیت) و شکر (غیرالکترولیت):



نکته هر الکترولیت قوی‌ای لزوماً رسانای خوب جریان برق نیست! مثلاً AgCl با این‌که در آب نامحلول است، اما جزء الکترولیت‌های قوی محسوب می‌شود؛ زیرا همان مقدار *ذره‌ای* کمی که در آب حل می‌شود، به طور کامل به یون تفکیک می‌شود؛ اما محلول آن رسانای جریان برق نمی‌باشد.

تذکر: شرط این‌که یک محلول رسانای خوب جریان برق باشد:

۱) باید الکترولیت قوی باشد.

۲) غلظت یون‌های موجود در محلول، مناسب و کافی باشد تا بتوانند حرکت آزادانه و نامنظم داشته باشند.

AzmoonFree.ir

نکته

در الکترولیت‌های قوی، هر چه شمار یون‌ها بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی نیز بیشتر است؛ مثلاً رسانایی الکتریکی محلول ۰/۱ مولار $Al(NO_3)_3$ در شرایط یکسان بیشتر از محلول ۰/۱ مولار $BaCl_2$ است؛ زیرا شمار یون‌های حاصل از انحلال $Al(NO_3)_3$ بیشتر است.

$$\underset{0/1\,mol.L^{-1}}{Al(NO_3)_3(s)} \rightarrow \underbrace{Al^{3+}(aq) + 3NO_3^-(aq)}_{4\times 0/1 = 0/4\,mol.L^{-1}}$$

$$\underset{0/1\,mol.L^{-1}}{BaCl_2(s)} \rightarrow \underbrace{Ba^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)}_{3\times 0/1 = 0/3\,mol.L^{-1}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اتانول (C_2H_5OH) و شکر $(C_{12}H_{22}O_{11})$ هر دو به صورت مولکولی در آب حل شده و جزء مواد غیرالکترولیت محسوب می‌شوند، اما سدیم کلرید $(NaCl)$ و هیدروژن کلرید (HCl) در آب به ترتیب تفکیک و یونش می‌یابند و انحلال یونی داشته و هر دو در دستهٔ مواد الکترولیت قرار می‌گیرند.

AzmoonFree.ir

۸۱ در دمای معین، درصد یونش اسید **HA** برابر ۴ بوده و درصد یونش اسید **HB** دو برابر آن است. اگر در دو ظرف جداگانه غلظت **HA** دو برابر غلظت **HB** باشد، تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته، چند برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول **HA** است؟

۱) ۴ ۲) ۸

۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۵

درس Box

می‌دانیم یونش اسیدهای ضعیف به صورت تعادلی است. برای یک اسید تک‌پروتونه می‌توانیم فرایند یونش را به شکل زیر بنویسیم:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

غلظت اولیه: $M \quad 0 \quad 0$

تغییر غلظت: $-x \quad +x \quad +x$

غلظت تعادلی: $M-x \quad x \quad x$

از طرفی با توجه به رابطهٔ درجهٔ یونش، داریم:

$$\alpha = \frac{x}{M} = \frac{[H^+]}{M} = \frac{[A^-]}{M}$$

بنابراین غلظت گونه‌های موجود در محلول برحسب α به شکل زیر محاسبه می‌شود:

غلظت یون هیدرونیوم: $[H^+] = \alpha M$

غلظت آنیون حاصل از اسید: $[A^-] = \alpha M$

غلظت اسید یونش‌نیافته: $[HA] = M - x = M - \alpha M = M - [H^+]$

پاسخ خیلی تشریحی

بیایید برای حل این تست، از آخر به اول بریم. تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته، یعنی تفاوت غلظت تعادلی $[HA]$ و $[HB]$.

$$[HA] = M_A - [H^+]_A \quad , \quad [HB] = M_B - [H^+]_B$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته} = [HA] - [HB] = M_A - [H^+]_A - (M_B - [H^+]_B)$$

ارتباط بین غلظت M_A و M_B را که داریم. غلظت HA دو برابر غلظت HB است:

$$M_A = 2M_B$$

پس می‌ماند ارتباط بین $[H^+]_A$ و $[H^+]_B$. برای پی‌بردن به این ارتباط، از نسبت غلظت $(M_A = 2M_B)$ و نسبت درجهٔ یونش $(\alpha_B = 2\alpha_A)$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{[H^+]_A}{[H^+]_B} = \frac{\alpha_A M_A}{\alpha_B M_B} = \frac{\alpha_A \times (2M_B)}{(2\alpha_A) \times M_B} = 1$$

بنابراین در این شرایط معین، $[H^+]_A$ برابر با $[H^+]_B$ است.

حالا می‌توانیم تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته را حساب کنیم:

$$[HA] - [HB] = M_A - [H^+]_A - (M_B - [H^+]_B) = 2M_B - \cancel{[H^+]_A} - M_B + \cancel{[H^+]_B} = M_B$$

اما *طراح محترم*، نسبت این مقدار را به $[H^+]_A = \alpha_A M_A$ خواسته است. می‌دانیم که $[H^+]_A = \alpha_A M_A$، بنابراین نسبت خواسته‌شده به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\text{تفاوت غلظت تعادلی اسیدهای یونش‌نیافته}}{\text{غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA}} = \frac{M_B}{[H^+]_A} = \frac{M_B}{\alpha_A M_A} = \frac{M_B}{\alpha_A (2M_B)}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_A} = \frac{1}{2 \times 0/04} = \frac{1}{0/08} = \frac{100}{8} = 12/5$$

AzmoonFree.ir

۸۲ کدام مورد، نادرست است؟

۱) در یک واکنش برگشت‌پذیر که هم‌زمان واکنش‌های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند.

۲) در سامانهٔ تعادلی، مقدار و غلظت همهٔ ماده‌ها ثابت می‌شوند، ولی لزومی ندارد که با هم برابر شوند.

۳) در سامانهٔ تعادلی، سرعت مصرف و تولید همهٔ ماده‌ها ثابت و برابر می‌شود.

۴) اگر در یک واکنش مقدار و غلظت حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها به صفر برسد، سامانه به یقین تعادلی نخواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در هنگام تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است، اما الزاماً سرعت مصرف واکنش‌دهنده(ها) و تولید فراورده(ها) با هم برابر نیست! سرعت واکنش‌های رفت یا برگشت از تقسیم سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن‌ها به دست می‌آید؛ مثلاً در واکنش تعادلی $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$، ضرایب استوکیومتری مواد با هم برابر نیست؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{تعادل} \Rightarrow \bar{R}_{(\text{رفت})} = \bar{R}_{(\text{برگشت})}$$

$$\bar{R}_{(\text{رفت})} = \frac{\bar{R}(\text{A مصرف})}{1} = \frac{\bar{R}(\text{B تولید})}{2}$$

$$\bar{R}_{(\text{برگشت})} = \frac{\bar{R}(\text{B مصرف})}{2} = \frac{\bar{R}(\text{A تولید})}{1}$$

$$\Rightarrow \text{در لحظهٔ تعادل:} \quad \frac{\bar{R}\ (\text{A مصرف یا تولید})}{1} = \frac{\bar{R}(\text{B مصرف یا تولید})}{2}$$

بنابراین، در هنگام تعادل، با وجود برابربودن سرعت‌های رفت و برگشت، سرعت تولید یا مصرف B، دو برابر سرعت مصرف یا تولید A است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اگر واکنش‌های برگشت‌پذیر در شرایط مناسبی انجام شوند، سرانجام لحظه‌ای فرا می‌رسد که سرعت واکنش رفت و برگشت برابر می‌شود و غلظت یا مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند. در این حالت می‌گوییم واکنش به تعادل رسیده است.

گزینهٔ (۲): *کاملاً درسته!* در هنگام تعادل، مقدار یا غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها لزوماً با هم برابر نیست و می‌تونه برابر باشه یا حتی برابر نباشه، اما *اون چیزی که مهمه اینه که* غلظت مواد ثابت می‌ماند.

گزینهٔ (۴): اگر مقدار واکنش‌دهنده‌ای به صفر برسد، یعنی عملاً واکنش‌دهنده‌ای باقی نمی‌ماند که تبدیل به فراورده شود و واکنش کامل و متوقف می‌شود. دقت کنید که در واکنش‌های تعادلی غلظت واکنش‌دهنده‌ها به هیچ عنوان صفر نمی‌شود!

AzmoonFree.ir

۸۳ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) ثابت تعادل اسیدها فقط به دما بستگی داشته و در دمای معین با تغییر غلظت اولیهٔ اسید، تغییر نمی‌کند.

ب) هر چه ثابت یونش یک اسید بیشتر باشد، قوی‌تر بوده و در دمای معین غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر خواهد بود.

پ) هر چه اسید ضعیف‌تر باشد، آنیون حاصل از آن، تمایل بیشتری به جذب یون هیدرونیوم دارد.

ت) در غلظت یکسان، میزان اسیدی‌بودن محلول شامل فورمیک اسید، به یقین بیشتر از محلول شامل استیک اسید خواهد بود.

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ پ
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

پاسخ خیلی تشریحی عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) ثابت یونش اسیدها مانند هر ثابت تعادل دیگری فقط و فقط به دما بستگی دارد و با تغییر مقدار اولیهٔ واکنش‌دهنده‌ها و ... تغییری نمی‌کند. به عبارت دیگر می‌توان گفت که ثابت تعادل در دمای ثابت برای هر تعادل، مقداری ثابت است.

ب) در دمای معین، هر چه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، آن اسید قوی‌تر است. به عبارت دیگر در دمای معین، هر چه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد آن اسید بیشتر یونیده شده است؛ اما برای بررسی و مقایسهٔ غلظت یون هیدرونیوم (میزان اسیدی‌بودن محلول) باید دما و غلظت اولیهٔ یکسان باشد، ولی در این عبارت صحبتی از غلظت اولیهٔ نشده است؛ یعنی ممکن است غلظت اولیهٔ یک اسید ضعیف‌تر زیاد باشد و باعث شود که محلول آن اسیدی‌تر باشد (غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر باشد).

پ) آنیون حاصل از اسیدهای ضعیف‌تر به خوبی با یون هیدرونیوم (H^+) واکنش می‌دهد؛ زیرا یونش اسیدهای ضعیف‌تر (واکنش رفت) به سختی انجام می‌شود و تعداد کمی یونش می‌یابند، اما واکنش برگشت آن به راحتی انجام می‌شود و آنیون حاصل از اسید ضعیف‌تر تمایل بسیار زیادی برای جذب کاتیون موجود در محلول (یون هیدرونیوم) را دارد.

ت) ملاک خاصیت اسیدی، غلظت یون هیدرونیوم (H^+) و در نتیجه pH محلول است. می‌دانیم که طبق رابطهٔ زیر، دو عامل غلظت مولار اسید (M) و قدرت اسید (که رابطهٔ مستقیمی با درجهٔ یونش (α) دارد) در تعیین خاصیت اسیدی نقش دارند:

$$M \times \alpha = [H^+] = ۱۰^{-pH}$$

در این عبارت، به غلظت‌های یکسان هر اسید اشاره شده، اما به دمای آن که تأثیر بسیار مهمی روی قدرت اسیدی دارد، اشاره نشده است، بنابراین نمی‌توانیم مقایسه کنیم! اما اگر به جای عبارت «غلظت‌های یکسان» از شرایط یکسان یا غلظت و دمای برابر استفاده می‌شد، می‌توانستیم این عبارت را درست در نظر بگیریم!

AzmoonFree.ir

۸۴ چند مورد از موارد زیر درست است؟

- اسیدها و بازها با ثابت یونش بزرگ، الکترولیت قوی به شمار می‌روند.
- اغلب اسیدها و بازهای شناخته‌شده، قوی هستند.
- در محلول ۰/۱ مولار هیدرویدیک اسید در دمای اتاق، $[I^-] = ۰/۱ mol.L^{-۱}$ است.
- در محلول ۰/۰۱ مولار هیدروسیانیک اسید، $[HCN] > [H^+]$ است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- درسته! اسیدها و بازهای قوی، ثابت یونش بزرگی دارند و جزء الکترولیت‌های قوی محسوب می‌شوند.
- اغلب اسیدها و بازهایی که در زندگی روزانه با آن‌ها *سروکار داریم*، ضعیف هستند، زیرا خوراکی‌ها و داروها و هم‌چنین بسیاری از پاک‌کننده‌های مختلفی که ما مصرف می‌کنیم، حاوی این مواد هستند.
- هیدرویدیک اسید $(HI(aq))$ یک اسید قوی است که به طور کامل یونش می‌یابد و در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم (H^+) و یون یدید (I^-) نیز ۰/۱ مولار است:

$$HI(aq) \rightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$$

$$[H^+] = [I^-] = M = ۰/۱ mol.L^{-۱}$$

- هیدروسیانیک اسید، یک اسید ضعیف است و مقدار ثابت یونش بسیار کوچکی دارد؛ بنابراین غلظت H^+ و CN^- در محلول آن، بسیار کم‌تر از غلظت اولیهٔ اسید (۰/۰۱ مولار) است:

$$[H^+] = [CN^-] = M\alpha$$

$$[HCN] = M - M\alpha = (۱ - \alpha) \times M$$

از آن‌جا که در این اسید خیلی ضعیف، مقدار α بسیار کم است در محلول HCN ، رابطهٔ زیر را داریم:

$$[HCN] > [H^+] = [CN^-]$$

برای هر یک از موارد زیر دلیلی بیاورید. *(تمرین دوره‌ای ۱ ـ صفحهٔ ۳۳)*

الف) اسیدها و بازها با ثابت یونش کوچک، الکترولیت ضعیف به شمار می‌روند.

ب) اغلب اسیدها و بازهای شناخته‌شده، ضعیف هستند.

پ) در محلول ۰/۱ مولار نیتریک اسید در دمای اتاق، $[NO_۳^-] = ۰/۱ mol.L^{-۱}$ است.

ت) در محلول ۰/۰۱ مولار فورمیک اسید، $[HCOOH] > [H^+]$ است.

AzmoonFree.ir

۸۵ ۵/۶ لیتر هیدروژن سیانید، در شرایط **STP** را در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب‌مقطر حل می‌کنیم. اگر درصد یونش هیدروسیانیک اسید برابر با ۰/۰۰۳ باشد، ثابت یونش آن به تقریب چند مول بر لیتر خواهد بود؟ (از تغییر حجم در اثر حل‌شدن گاز صرف نظر کنید.)

۱) $۴/۵\times۱۰^{-۶}$ ۲) $۲/۲۵\times۱۰^{-۶}$

۳) $۴/۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۲/۲۵\times۱۰^{-۱۰}$

Hint

ابتدا غلظت اولیهٔ اسید را با توجه به حجم $HCN(g)$ در شرایط STP و حجم آب حساب می‌کنیم، سپس با توجه به این‌که اسید خیلی ضعیفی است، با استفاده از رابطهٔ $K_a = m\alpha^۲$، ثابت یونش اسید را به دست می‌آوریم.

درس Box

رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش:

در این‌جا می‌خواهیم یک رابطه برای K_a اسید برحسب درجهٔ یونش (α) به شما معرفی کنیم:

اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیهٔ اسید برابر M باشد، اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر $M-M\alpha$ خواهد بود، پس می‌توان نوشت:

$$HX \rightleftharpoons H^+ + X^-$$

غلظت اولیه: M ۰ ۰

تغییر غلظت: $-M\alpha$ $+M\alpha$ $+M\alpha$

غلظت تعادلی: $M-M\alpha$ $M\alpha$ $M\alpha$

$$K_a=\frac{[H^+][X^-]}{[HX]}=\frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M-M\alpha}=\frac{M^۲\alpha^۲}{M(۱-\alpha)}=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \Rightarrow K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}, K_a=\frac{[H^+]^۲}{M-[H^+]}$$

حالا اگر بخواهیم $[H^+]$ را برحسب K_a و α به دست آوریم، این‌جوری می‌شه:

$$K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \xrightarrow{\alpha=\frac{[H^+]}{M}} K_a=\frac{M\times\frac{[H^+]^۲}{M^۲}}{۱-\alpha} \Rightarrow K_a=\frac{[H^+]^۲}{M(۱-\alpha)} \Rightarrow [H^+]=\sqrt{K_a.M(۱-\alpha)}$$

توجه: اگر مقدار α (درجهٔ یونش) کم‌تر از ۰/۰۵ باشد، یعنی اسید ضعیف باشد و یا صورت سؤال بر تقریبی‌بودن جواب تأکید داشته باشد، می‌توان با دقت قابل قبولی در عبارت «$۱-\alpha$» از α صرف‌نظر کرد و «$۱-\alpha$» را با تقریب خوبی برابر ۱ در نظر گرفت؛ بنابراین روابط نوشته‌شده به این صورت خواهد شد:

$$K_a = M.\alpha^۲$$
$$[H^+]=\sqrt{K_a.M}$$

معمولاً برای اسیدهایی با K_a کوچک‌تر از $۱۰^{-۵}$ با *فیال راحت!* می‌توان از رابطهٔ تقریبی گفته‌شده استفاده کرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا باید غلظت اولیهٔ اسید (M) را حساب کنیم:

$$M=\frac{\text{مول}}{\text{حجم محلول}} \xrightarrow{\text{شرایط STP}} M=\frac{\text{حجم گاز برحسب لیتر}}{\text{حجم محلول}}=\frac{\frac{۵/۶}{۲۲/۴}}{۰/۵}=\frac{۰/۲۵}{۰/۵}=۰/۵\,mol.L^{-۱}$$

پس با استفاده از درجهٔ یونش (α) هیدروسیانیک اسید در شرایط فرض‌شده و غلظت اولیهٔ اسید (M)، می‌توانیم با توجه به این‌که این اسید ضعیف $(\alpha<۰/۰۵)$ و $K_a<۱۰^{-۵}$ است، مقدار ثابت یونش هیدروسیانیک اسید را به دست آوریم:

$$\xrightarrow{\alpha<۰/۰۵\,,\,K_a<۱۰^{-۵}} K_a=M\alpha^۲=۰/۵\times(۳\times۱۰^{-۵})^۲=۴/۵\times۱۰^{-۱۰}$$

AzmoonFree.ir

۸۶ شکل‌های مقابل، واکنش دو قطعه نوار منیزیم با ظاهری یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهند. اگر جرم نوار منیزیم ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها درست است؟

(الف)

(ب)

۱) سرعت واکنش در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۲) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۳) در پایان واکنش، حجم گاز آزادشده در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) است.

۴) درجهٔ یونش اسید موجود در ظرف (ب) در شرایط یکسان، بیشتر از ظرف (الف) است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در دو ظرف را می‌توان به صورت $Mg + 2HA \rightarrow MgA_2 + H_2$ نشان داد.

نکته *هواستون باشه که* اگر حجم و غلظت محلول اسیدها و جرم نوارهای منیزیم مشابه باشد، در نهایت (پایان واکنش) حجم گاز آزاد شده در هر دو ظرف برابر خواهد بود، زیرا معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در هر دو ظرف، کاملاً مشابه $(Mg + 2HA \rightarrow MgA_2 + H_2)$ است و مثلاً می‌توان گفت به ازای مصرف ۱ مول منیزیم یا دو مول اسید ۱ مول H_2 تولید می‌شود.

از آن‌جا که جرم نوار منیزیم در ظرف (الف) دو برابر ظرف (ب) بوده و حجم و غلظت اسیدها در دو ظرف با هم برابر است؛ در نتیجه در پایان واکنش، جرم و حجم گاز تولید شده در ظرف (الف)، دو برابر ظرف (ب) می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۲): سرعت واکنش فلزها با محلول اسیدها به غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول بستگی دارد. با غلظت برابر، هر چه اسید قوی‌تر باشد، سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود. در این‌جا سرعت تولید گاز در محلول (الف) بیشتر است؛ بنابراین اسید موجود در محلول (الف) نسبت به محلول (ب) قدرت اسیدی و K_a بیشتری دارد و غلظت یون H^+ در محلول آن بیشتر است. *اما هواستون باشه* که لزوماً نمی‌توان گفت که K_a اسید موجود در ظرف (الف)، دو برابر ظرف (ب) است. به عنوان مثال اگر اسید موجود در ظرف (الف)، هیدروکلریک اسید (HCl) و اسید موجود در ظرف (ب)، هیدروفلوئوریک (HF) باشد، K_a اسید موجود در ظرف (الف)، چندین و چند ده برابر اسید موجود در ظرف (ب) می‌باشد!

گزینهٔ (۴): سرعت تولید گاز H_2 در ظرف (الف) بیشتر است؛ در نتیجه اسید موجود در این ظرف، قدرت اسیدی بیشتری داشته و غلظت یون H^+ در محلول آن بیشتر است. از آن‌جا که غلظت اسید در محلول موجود در دو ظرف (الف) و (ب) یکسان است، با توجه به رابطهٔ $[H^+] = M\alpha$ می‌توان گفت که درجهٔ یونش اسید موجود در ظرف (الف) در شرایط یکسان، بیشتر از اسید موجود در ظرف (ب) است.

نکته

در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت برای دو یا چند محلول حاوی اسیدهای گوناگون ← محلول با خاصیت اسیدی بالاتر:

- حاوی اسید قوی‌تر است. ← K_a اسید بیشتر باشد.
- ← α اسید بیشتر باشد.
- رسانایی الکتریکی بالایی دارد.
- غلظت H^+ بیشتری دارد. ← غلظت OH^- در آن کم‌تر است.
- pH کم‌تری دارد.

AzmoonFree.ir

۸۷ اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم در محلول کربنیک اسید در دمای معین برابر با $0/0003\ mol.L^{-1}$ بوده و غلظت تعادلی کربنیک اسید در این محلول برابر ۰/۲ مولار باشد، غلظت تعادلی یون هیدروژن کربنات (HCO_3^-) و ثابت تعادل یونش اسید در این دما، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) 3×10^{-4} ـ $1/8\times10^{-8}$

۲) 3×10^{-4} ـ $4/5\times10^{-7}$

۳) 6×10^{-5} ـ $1/8\times10^{-8}$

۴) 6×10^{-5} ـ $4/5\times10^{-7}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ یونش کربنیک اسید به صورت زیر است:

$$H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$

با توجه به این‌که در محلول این اسید، غلظت تعادلی یون‌های H^+ و HCO_3^- با هم برابر است، در نتیجه می‌توان گفت:

$$[HCO_3^-] = [H^+] = 3\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

بدین ترتیب می‌توانیم با استفاده از غلظت‌های تعادلی یون‌های H^+ و HCO_3^- و هم‌چنین غلظت تعادلی H_2CO_3 در محلول ثابت یونش کربنیک اسید را در دمای مورد نظر محاسبه کنیم:

$$K_a = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = \frac{[3\times10^{-4}]^2}{2\times10^{-1}} = \frac{9\times10^{-8}}{2\times10^{-1}} = 4/5\times10^{-7}\ mol.L^{-1}$$

اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم در محلول استیک اسید در دمای معین برابر با $0/0006\ mol.L^{-1}$ باشد: *(باهم بیندیشیم ۲ ـ صفحهٔ ۲۳)*

الف) غلظت تعادلی یون استات (CH_3COO^-) را تعیین کنید.

ب) اگر غلظت تعادلی استیک اسید در این محلول برابر با ۰/۰۲ مولار باشد، ثابت تعادل را در این دما حساب کنید.

AzmoonFree.ir

کدام مورد، نادرست است؟

۱) دستگاه گردش خون انسان، یک سامانهٔ بازی محسوب می‌شود.

۲) تغییر رنگ کاغذ pH، معیاری برای تشخیص اسیدی یا بازی بودن محلول‌ها است.

۳) در یک سامانهٔ خنثی، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با یکدیگر یکسان بوده و برابر با 10^{-7} مول بر لیتر است.

۴) هر اندازه که غلظت یکی از یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید در محلولی بیشتر شود، به همان نسبت از دیگری کاسته خواهد شد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در هر دمایی، غلظت این دو یون در آب خالص برابر است ولی فقط در دمای اتاق (دمای $25^\circ C$)، غلظت هر یک از این دو یون برابر $10^{-7}\ mol.L^{-1}$ است.

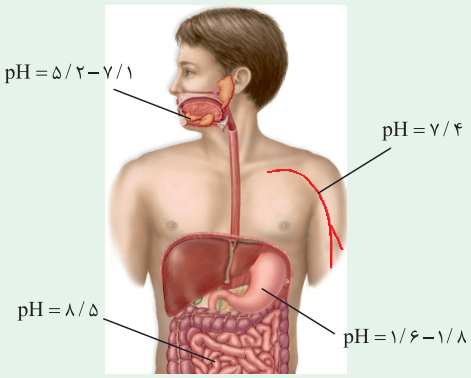
$$[H_3O^+] = [OH^-] = \sqrt{10^{-14}} = 10^{-7}\ mol.L^{-1}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): pH خون انسان حدود ۷/۴ است که یک محدودهٔ بازی می‌باشد.

نکته

با توجه به شکل زیر از کتاب درسی، می‌توان به اسیدی یا بازی بودن برخی محیط‌های بدن پی برد:



بزاق ← $5/2 < pH < 7/1$ ← بیشتر مواقع اسیدی

اسید معده ← $1/6 < pH < 1/8$ ← محیط اسیدی

خون ← $pH = 7/4$ ← محیط بازی

رودهٔ کوچک ← $pH = 8/5$ ← محیط بازی

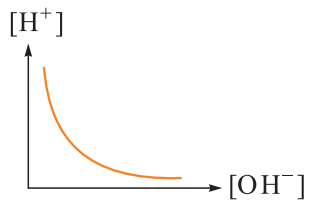
گزینهٔ (۲):

کاغذ pH
- تغییر رنگ کاغذ pH معیاری برای تشخیص **اسیدی یا بازی بودن** محلول‌هاست.
- به کمک رنگی که کاغذ pH در یک محلول به خود می‌گیرد، می‌توان **pH تقریبی (نه دقیق!)** آن محلول را تعیین کرد.
- رنگ کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ قرمز، در محلول‌های خنثی به رنگ **زرد** و در محلول‌های بازی به رنگ **آبی تیره (بنفش)** است.

گزینهٔ (۴):

نکته

با توجه به این‌که حاصل‌ضرب $[H^+]$ و $[OH^-]$ در محلول‌های آبی در دمای اتاق همواره برابر 1×10^{-14} است، می‌توان نتیجه گرفت هر اندازه غلظت یکی از یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید در محلول بیشتر شود به همان نسبت از دیگری کاسته خواهد شد تا حاصل‌ضرب غلظت این یون‌ها در دمای اتاق برابر 1×10^{-14} شود.



$$\text{در دمای اتاق } (25^\circ C) \Rightarrow [H^+][OH^-] = 1\times10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{1\times10^{-14}}{[OH^-]} \Rightarrow \begin{cases} \downarrow [H^+] \Rightarrow \uparrow [OH^-] \\ \uparrow [H^+] \Rightarrow \downarrow [OH^-] \end{cases}$$

AzmoonFree.ir

۸۹ اگر مخلوط **a** میلی‌لیتر از هیدروبرمیک اسید با **pH = ۱/۴** و **b** میلی‌لیتر از محلول همان اسید با **pH = ۱/۷**، دارای ۰/۰۶ مول یون برمید باشد، **a + b** می‌تواند برابر با چند میلی‌لیتر باشد؟

۱) ۲۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۱۷۰۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: هیدروبرمیک اسید (HBr)، یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار است که ابتدا باید معادلهٔ یونش آن در آب را بنویسیم:

$$HBr(aq) \rightarrow H^+(aq) + Br^-(aq)$$

غلظت یون‌های H^+ و Br^- در محلول این اسید یکسان و برابر با غلظت اولیه اسید است.

گام دوم: با توجه به pH هر یک از محلول‌ها، غلظت یون H^+ و در نتیجه غلظت یون Br^- را در آن‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$pH = ۱/۴ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۴} = ۱۰^{۰/۶} \times ۱۰^{-۲} = (۱۰^{۰/۳})^۲ \times ۱۰^{-۲} = ۴ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

$$\rightarrow [Br^-] = ۴ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

$$pH = ۱/۷ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

$$\rightarrow [Br^-] = ۲ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

گام سوم: غلظت یون Br^- در محلول نهایی با حجم $(a+b)$ میلی‌لیتر، باید بین ۰/۰۲ و ۰/۰۴ باشد، بر این اساس می‌توانیم بازهٔ قابل قبول برای حجم محلول نهایی را بیابیم:

$$\text{غلظت یون } Br^- \text{ در محلول نهایی} = ۰/۰۲ mol.L^{-۱} \Rightarrow ۰/۰۲ = \frac{\text{مول } Br^-}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۰۶}{a+b}$$

$$\Rightarrow a+b = \frac{۰/۰۶}{۰/۰۲} = ۳ L \times \frac{۱۰^۳ mL}{۱ L} = ۳۰۰۰ mL$$

$$\text{غلظت یون } Br^- \text{ در محلول نهایی} = ۰/۰۴ mol.L^{-۱} \Rightarrow ۰/۰۴ = \frac{\text{مول } Br^-}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۰۶}{a+b}$$

$$\Rightarrow a+b = \frac{۰/۰۶}{۰/۰۴} = ۱/۵ L \times \frac{۱۰^۳ mL}{۱ L} = ۱۵۰۰ mL$$

بنابراین حجم محلول نهایی می‌تواند بین $۱۵۰۰ < a+b < ۳۰۰۰$ میلی‌لیتر باشد که از میان گزینه‌ها، فقط گزینهٔ (۴) در این بازه قرار دارد.

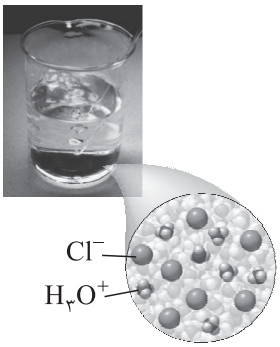
$$\text{غلظت یون } Br^- = ۰/۰۲ mol.L^{-۱} \quad \text{حجم محلول } (a+b) = ۳۰۰۰ mL \quad \xleftrightarrow{۱۵۰۰ mL < a+b < ۳۰۰۰ mL} \quad \text{غلظت یون } Br^- = ۰/۰۴ mol.L^{-۱} \quad \text{حجم محلول } (a+b) = ۱۵۰۰ mL$$

مخلوط **a** میلی‌لیتر از محلول اسید قوی **HA (pH = ۱/۴)** و **b** میلی‌لیتر از محلول همان اسید **(pH = ۱/۷)** با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۳ مولار سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود. **a + b**، برابر چند میلی‌لیتر است؟ *(ریاضی ـ داخل ـ ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*

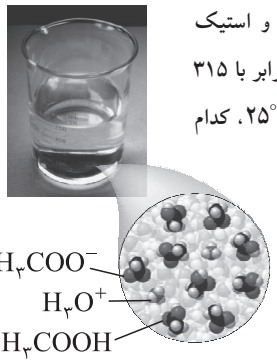
۱) ۵۰۰
۲) ۱۰۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۲۰۰۰

AzmoonFree.ir

۹۰ شکل‌های مقابل محلول‌هایی از هیدروکلریک اسید و استیک اسید را نشان می‌دهد. اگر حجم هر یک از محلول‌ها برابر با ۳۱۵ میلی‌لیتر باشد، تفاوت **pH** این محلول‌ها در دمای $25^\circ C$، کدام است؟ (هر ذره را معادل ۰/۰۱۵ مول در نظر بگیرید.)



(۱)



(۲)

۱) ۰/۴۸
۲) ۰/۵۵
۳) ۰/۸۷
۴) ۱/۰۲

Hint ابتدا با توجه به شکل، غلظت اولیهٔ اسید را محاسبه کرده و با توجه به غلظت اولیهٔ اسید و درجهٔ یونش آن، غلظت یون H^+ را در هر کدام از محلول‌ها به دست می‌آوریم. در نهایت می‌توانیم pH هر یک از محلول‌ها و تفاوت آن‌ها را محاسبه کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** در محلول استیک اسید (محلول ۲)، ۷ ذرهٔ یونیده‌نشده (مولکول CH_3COOH) وجود دارد و ۲ ذره نیز یونیده شده است (به یون‌های H^+ و CH_3COO^-)، در نتیجه غلظت اولیهٔ (M) و درجهٔ یونش (α) این محلول به همراه غلظت یون H^+ در آن را می‌توانیم به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$M = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۹\times ۰/۰۱۵}{۳۱۵\times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱۳۵}{۳۱۵} = \frac{۳}{۷}\ mol.L^{-۱}$$

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده‌شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل‌شده}} = \frac{۲}{۹}$$

$$\Rightarrow [H^+] = M\alpha = \frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۹} = \frac{۲}{۲۱}$$

در محلول هیدروکلریک اسید (محلول ۱)، هر ۷ ذره یونیده شده‌اند (به یون‌های H^+ و Cl^-)؛ در نتیجه درجهٔ یونش این اسید قوی برابر $\alpha = ۱$ است و غلظت اولیهٔ (M) این محلول به همراه غلظت یون H^+ را می‌توانیم به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$M = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۷\times ۰/۰۱۵}{۳۱۵\times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱}{۳}\ mol.L^{-۱}\ ,\ \alpha = ۱$$

$$\Rightarrow [H^+] = M\alpha = \frac{۱}{۳}\ mol.L^{-۱}$$

تیزبازی برای حل این تست، *نیاز به pH داریم؟! آفرین!* برای محاسبهٔ pH هر دو محلول، فقط کافی است غلظت یون H^+ در دو محلول را به دست آوریم. در محلول (۱)، ۷ ذرهٔ H^+ و در محلول (۲)، دو ذرهٔ H^+ وجود دارد و حجم دو محلول، یکسان و برابر با ۳۱۵ میلی‌لیتر است. غلظت یون H^+ در این دو محلول برابر است با:

$$\text{محلول (۱):}\ [H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{حجم}} = \frac{۷\times ۰/۰۱۵}{۳۱۵\times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱}{۳}\ mol.L^{-۱}$$

$$\text{محلول (۲):}\ [H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{حجم}} = \frac{۲\times ۱۵\times ۱۰^{-۳}}{۳۱۵\times ۱۰^{-۳}} = \frac{۲}{۲۱}\ mol.L^{-۱}$$

گام دوم: pH هر یک از این محلول‌ها و تفاوت pH آن‌ها را *مساب کتاب* می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+]$$

$$\Rightarrow \text{محلول استیک اسید:}\ pH = -\log\frac{۲}{۲۱} = \log ۲۱ - \log ۲ = \underbrace{\log ۳}_{۰/۵} + \underbrace{\log ۷}_{۰/۸۵} - \underbrace{\log ۲}_{۰/۳} = ۱/۰۵$$

$$\Rightarrow \text{محلول هیدروکلریک اسید:}\ pH = -\log\frac{۱}{۳} = \log ۳ = ۰/۵$$

تفاوت pH در محلول برابر است با:

$$\Delta pH = ۱/۰۵ - ۰/۵ = ۰/۵۵$$

تیزبازی از همون اول، بدون توجه به مقدار مول هر ذره (۰/۰۱۵) و بدون توجه به حجم ظرف (۳۱۵ میلی‌لیتر) می‌توانستیم تفاوت pH دو محلول را به صورت زیر نیز خیلی تند و سریع حساب کنیم. کافی بود در نظر می‌گرفتیم که در ظرف (۲)، ۲ ذرهٔ H^+ و در ظرف (۱)، ۷ ذرهٔ H^+ داریم:

$$\Delta pH = pH_۲ - pH_۱ = -\log ۲ - (-\log ۷) = \log ۷ - \log ۲ = ۰/۸۵ - ۰/۳ = ۰/۵۵$$

AzmoonFree.ir

۹۱ اگر pH محلول اسید قوی HX با pH محلول اسید ضعیف HY برابر باشد، چند مورد از موارد زیر به یقین درست است؟

$(HX = ۵۰ , HY = ۶۰ : g.mol^{-۱})$

- شمار مول‌های آغازی دو اسید برای تشکیل دو محلول، نابرابر است.
- اگر غلظت محلول HX برابر با ۰/۱ مولار بوده و حجم محلول یک لیتر باشد، تفاوت جرم دو اسید حل‌شده برابر با یک گرم خواهد بود.
- در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با این دو محلول برابر است.
- اگر حجم دو محلول برابر نباشد، رسانایی دو محلول متفاوت خواهد بود.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فقط عبارت سوم به یقین درست است.

بررسی عبارت‌ها:

HX، یک اسید قوی و HY، یک اسید ضعیف است؛ در نتیجه برای این‌که pH دو محلول با هم برابر باشد، باید غلظت مولی محلول HX کم‌تر از محلول HY باشد. حال برای مقایسهٔ شمار مول‌های آغازی دو اسید برای تشکیل دو محلول، باید به حجم محلول نیز توجه داشته باشیم! ممکن است شمار مول‌های آغازی دو اسید HY و HX با هم برابر، اما حجم محلول HY کم‌تر باشد و در نتیجه غلظت مولی محلول HY بیشتر می‌شود.

اگر غلظت محلول اسید HX برابر $۰/۱ mol.L^{-۱}$ باشد، چون این اسید قوی و تک‌پروتون‌دار است؛ در نتیجه غلظت یون H^+ نیز در این محلول برابر $۰/۱ mol.L^{-۱}$است و به دلیل pH یکسان دو اسید، غلظت یون H^+ در محلول اسید ضعیف HY نیز برابر $۰/۱ mol.L^{-۱}$ خواهد بود. در محلول اسید ضعیف HY داریم:

$$[H^+] = M\alpha$$

بنابراین غلظت اسید HY در محلول آن، به درجهٔ یونش آن در این شرایط بستگی دارد و لزوماً عدد مشخصی را نمی‌توان بدون دانستن درجهٔ یونش (α)، برای آن در نظر گرفت.

سرعت واکنش فلزها با محلول اسیدها به غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول بستگی دارد و از آن‌جا که pH دو محلول و در نتیجه، غلظت یون H^+ در آن‌ها برابر است، می‌توان گفت که در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول دو اسید HX و HY برابر می‌باشد.

رسانایی الکتریکی محلول، به غلظت یون‌های موجود در آن بستگی دارد، به طوری که هر چه مجموع غلظت یون‌های موجود در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر است. از آن‌جا که pH محلول‌های دو اسید با هم برابر است، می‌توان گفت که غلظت یون H^+ و در نتیجه غلظت آنیون‌ها (X^-, Y^-) نیز در دو محلول یکسان است؛ بنابراین حتی اگر حجم دو محلول متفاوت باشد، رسانایی الکتریکی آن‌ها یکسان خواهد بود.

AzmoonFree.ir

۹۲ اگر در دمای معین و در دو ظرف جداگانه، غلظت تعادلی HNO_2 در محلول، دو برابر غلظت تعادلی فورمیک اسید در محلول و pH محلول نیترو اسید، برابر ۲/۱۵ باشد، تفاوت جرم دو آنیون در محلول آن‌ها، برابر چند گرم است؟ (حجم هر یک از محلول‌ها، برابر یک لیتر است، $O=16, N=14, C=12, H=1 : g.mol^{-1}$)

$HNO_2(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq)\ ,\ K_a = 4/9\times10^{-4}$

$HCOOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq)\ ,\ K_a = 1/8\times10^{-4}$

۱) ۰/۱۱۳ ۲) ۰/۱۳۱

۳) ۰/۱۷۸ ۴) ۰/۱۸۷

Hint

ابتدا با استفاده از pH در محلول نیترو اسید، غلظت یون H^+ رو حساب کن که برابر با غلظت یون NO_2^- است و سپس با استفاده از غلظت یون H^+ در این محلول و K_a نیترو اسید، غلظت تعادلی HNO_2 را در محلول به دست بیار. در نهایت با توجه به این‌که غلظت تعادلی فورمیک اسید در محلول آن، نصف غلظت تعادلی HNO_2 است، با استفاده از غلظت تعادلی فورمیک اسید در محلول و هم‌چنین K_a آن، غلظت یون $HCOO^-$ را محاسبه کن. در نهایت با توجه به حجم محلول‌ها، تفاوت جرم آنیون‌ها را در محلولشان به دست بیار.

درس Box

۱) براساس این‌که در زمان برقراری تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر است، برای تعادل فرضی: $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ که حروف کوچک همان ضرایب استوکیومتری و حروف بزرگ، فرمول شیمیایی مواد شرکت‌کننده در تعادل است، میان غلظت‌های تعادلی رابطهٔ زیر برقرار است:

$$K = \frac{[C]^c \times [D]^d}{[A]^a \times [B]^b}$$

۲) این کسر به عبارت ثابت تعادل و K به ثابت تعادل معروف است و یکای آن برابر است با: $(\frac{mol}{L})^{c+d-(a+b)}$

توجه: اگر مجموع ضرایب استوکیومتری دو سمت معادله برابر باشد و به عبارتی $a+b=c+d$ باشد، آن‌گاه K بدون یکا خواهد بود.

۳) در واقع می‌توان گفت که ثابت تعادل (K) نشان‌دهندهٔ نسبت حاصل‌ضرب غلظت فراورده‌ها به حاصل‌ضرب غلظت واکنش‌دهنده‌ها، به توان ضریب استوکیومتری‌شان است.

توجه: غلظت مواد خالص جامد (s) و مایع (l) ثابت است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. از این‌رو در رابطهٔ K نوشته نمی‌شوند.

۴) هر چه مقدار عددی K بزرگ‌تر باشد. حاصل‌ضرب غلظت فراورده‌ها از حاصل‌ضرب غلظت واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است که این موضوع نشان می‌دهد واکنش‌دهنده‌ها تمایل بیشتری برای تبدیل‌شدن به فراورده‌ها دارند و واکنش بیشتر در جهت رفت انجام می‌شود؛ اما هرچه K کوچک‌تر باشد، یعنی غلظت واکنش‌دهنده‌ها در مخلوط تعادلی بیشتر و تمایل آن‌ها برای تبدیل‌شدن به فراورده‌ها کم‌تر است.

توجه: ثابت تعادل فقط به دما بستگی دارد و با افزایش دما ممکن است کاهش و یا افزایش یابد.

۵) نمونه‌ای از سامانه‌های تعادلی، محلول اسیدهای ضعیف در آب است. در این محلول‌ها، میان اندک یون‌های حاصل از یونش و مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید، تعادل برقرار می‌شود:

$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$

ثابت تعادل برای فرایند یونش اسیدهای ضعیف به ثابت یونش اسیدی معروف است و با K_a نشان داده می‌شود که a حرف اول واژهٔ acid است. بر این اساس K_a برای تعادل بیان‌شده چنین است:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

توجه: در رابطهٔ ثابت یونش اسیدی، $[HA]$ مربوط به غلظت اسید باقی‌مانده در لحظهٔ برقراری تعادل است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به pH محلول نیترو اسید، غلظت یون H^+ را در این محلول حساب می‌کنیم که برابر با غلظت یون NO_2^- است:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/15} = 10^{0/85}\times10^{-3} = 7\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = [NO_2^-] = 7\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ ثابت یونش نیترو اسید، غلظت تعادلی HNO_2 را در این محلول به دست می‌آوریم:

AzmoonFree.ir

$$K_a=\frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]}\xrightarrow{[H^+]=[NO_2^-]}4/9\times10^{-4}=\frac{[7\times10^{-3}]^2}{[HNO_2]}=\frac{49\times10^{-6}}{[HNO_2]}$$

$$\Rightarrow [HNO_2]=0/1\ mol.L^{-1}$$

گام سوم: غلظت تعادلی فورمیک اسید در محلول آن، نصف غلظت تعادلی نیترو اسید است؛ در نتیجه می‌توانیم با استفاده از غلظت تعادلی فورمیک اسید و ثابت یونش این اسید در محلول آن، غلظت تعادلی آنیون $HCOO^-$ را در آن حساب کنیم:

$$[HCOOH]=\frac{[HNO_2]}{2}=\frac{0/1}{2}=0/05\,mol.L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}\xrightarrow{[H^+]=[HCOO^-]}1/8\times10^{-4}=\frac{[HCOO^-]^2}{0/05}$$

$$\Rightarrow [HCOO^-]^2=9\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow [HCOO^-]=3\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

گام چهارم: جرم آنیون‌های NO_2^- و $HCOO^-$ را در محلول‌هایشان و هم‌چنین تفاوت جرم آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$?g\,NO_2^-=7\times10^{-3}\frac{mol\,NO_2^-}{1L\,\text{محلول}}\times1L\times\frac{46\,g\,NO_2^-}{1mol\,NO_2^-}=0/322\,g\,NO_2^-$$

$$?g\,HCOO^-=3\times10^{-3}\frac{mol\,HCOO^-}{1L\,\text{محلول}}\times1L\times\frac{45g\,HCOO^-}{1mol\,HCOO^-}=0/135g\,HCOO^-$$

در نهایت تفاوت جرم آنیون‌ها در دو محلول برابر است با:

$$0/322-0/135=0/187\,g$$

اگر در دمای معین و در ظرف جداگانه، غلظت تعادلی **HF** در محلول، دو برابر غلظت تعادلی استیک اسید در محلول و **pH** محلول هیدروفلوئوریک اسید، برابر ۳ / ۱ باشد، تفاوت جرم دو آنیون در محلول آن‌ها، برابر چند گرم است؟ (حجم هر یک از محلول‌ها، برابر یک لیتر است، $C=12$ ، $O=16$ ، $F=19:g.mol^{-1}$) *(تجربی داخل ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*

$$HF(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+F^-(aq)\ ,\ K_a=5\times10^{-4}$$

$$CH_3COOH(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+CH_3COO^-(aq)\ ,\ K_a=1/6\times10^{-6}$$

۱) ۰ / ۸۳۲ ۲) ۰ / ۸۶۲

۳) ۰ / ۸۸۰ ۴) ۰ / ۷۸۰

AzmoonFree.ir

۹۳ غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۰۵ مولار هیدروکلریک اسید، چند برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۰۲ مولار هیپوکلرو اسید با $K_a = ۴/۵ \times ۱۰^{-۸} mol.L^{-۱}$ است؟

۱) $۵/۸۳ \times ۱۰^{-۹}$

۲) $۶/۶۷ \times ۱۰^{-۹}$

۳) $۱/۲۵ \times ۱۰^{۸}$

۴) $۱/۵ \times ۱۰^{۸}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: هیدروکلریک اسید (HCl)، یک اسید قوی $(\alpha = ۱)$ تک‌پروتون‌دار است؛ در نتیجه در محلول این اسید، غلظت یون H^+ برابر با غلظت اولیه اسید است. بدین ترتیب می‌توانیم غلظت یون OH^- را در این محلول محاسبه کنیم:

$$[HCl] = [H^+] = ۰/۰۵ \, mol.L^{-۱} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}}$$

$$[OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۰/۰۵} = ۲ \times ۱۰^{-۱۳} \, mol.L^{-۱}$$

گام دوم: هیپوکلرو اسید، با توجه به $K_a < ۱۰^{-۵}$ یک اسید ضعیف است؛ در نتیجه در محلول این اسید می‌توانیم غلظت یون H^+ را با استفاده از غلظت اولیهٔ اسید و ثابت یونش به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$[H^+] = \sqrt{K_a.M} = \sqrt{۴/۵ \times ۱۰^{-۸} \times ۰/۰۲} = \sqrt{۹ \times ۱۰^{-۱۰}} = ۳ \times ۱۰^{-۵} \, mol.L^{-۱}$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{غلظت یون } OH^- \text{ در محلول هیدروکلریک اسید}}{\text{غلظت یون } H^+ \text{ در محلول هیپوکلرو اسید}} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۱۳}}{۳ \times ۱۰^{-۵}} = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۹}$$

AzmoonFree.ir

شیمی دهم

۹۴ از کدام‌یک از موارد زیر برای نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی و انجماد مواد غذایی در صنعت سرماسازی استفاده می‌شود؟

۱) هلیم
۲) نیتروژن
۳) اکسیژن
۴) آرگون

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کاربردهای گاز نیتروژن:

۱) پرکردن تایر خودروها

۲) در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی

۳) نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیکی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): هلیم افزون بر پرکردن بالن‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی، در جوشکاری، کپسول غواصی و مهم‌تر از همه برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای تشکیل‌دهندهٔ هواکره است که زندگی روی زمین به وجود آن گره خورده است؛ این عنصر در آب‌کره، در ساختار مولکول‌های آب و در سنگ‌کره به صورت ترکیب با دیگر عناصر وجود دارد؛ هم‌چنین اکسیژن در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها نیز یافت می‌شود.

گزینهٔ (۴): آرگون گازی بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی است. این گاز به دلیل واکنش‌پذیری ناچیزی که دارد، به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و هم‌چنین در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

AzmoonFree.ir

۹۵ کدام مورد، نادرست است؟

۱) جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

۲) در ساختار لوویس مواد، هرگاه اتم عنصرهای گروه ۱۷، اتم کناری باشند، تنها یک پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند.

۳) افزون بر فلزهایی مانند طلا و پلاتین که به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند، فلزهایی وجود دارند که با بیش از یک نوع اکسید در طبیعت شناخته شده‌اند.

۴) در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای مواد مولکولی، الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها طوری کنار آن‌ها چیده می‌شوند که همهٔ اتم‌های سازندهٔ ترکیب، از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای، همهٔ اتم‌های سازندهٔ ترکیب از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. طبق متن کتاب درسی، اتم هیدروژن همواره یک پیوند تشکیل می‌دهد؛ از این‌رو به آرایش دوتایی می‌رسد.

(البته مواردی هم داریم که از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند؛ مثلاً اتم مرکزی در مولکول BeF_2 کم‌تر از هشت‌تایی است یا اتم مرکزی در مولکول SF_4 بیشتر از هشت‌تایی می‌شود.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): زندگی جانداران گوناگون در زیست‌کره با گازهای هواکره گره خورده است. جانداران ذره‌بینی گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

گزینهٔ (۲): هرگاه اتم عنصرهای گروه ۱۷، اتم کناری باشند، فقط یک پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ (۳): طلا و پلاتین از فلزاتی هستند که به صورت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند، ولی فلزاتی دیگر مانند آهن داریم که در واکنش با اکسیژن دو نوع اکسید تولید می‌کنند (FeO و Fe_2O_3).

AzmoonFree.ir

۹۶ مطابق جدول زیر، کدام گزینه موارد **a**، **b**، **c** و **d** را به ترتیب از راست به چپ، به درستی نشان می‌دهد؟

نام ترکیب	مس (II) سولفید	b	c	سیلیسیم تترابرمید
فرمول شیمیایی	a	CS_2	CrO	d

۱) Cu_2S ـ کربن سولفید ـ کروم اکسید ـ $SiBr_4$

۲) Cu_2S ـ کربن سولفید ـ کروم (I) اکسید ـ SBr_4

۳) CuS ـ کربن دی‌سولفید ـ کروم اکسید ـ SBr_4

۴) CuS ـ کربن دی‌سولفید ـ کروم (II) اکسید ـ $SiBr_4$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نام و فرمول شیمیایی موارد a تا d به صورت زیر است:

مورد a: مس (II) سولفید $\Leftarrow Cu^{2+}, S^{2-} \Leftarrow$ CuS

مورد b: کربن دی‌سولفید

مورد c: کروم (II) اکسید $\Leftarrow Cr^{2+}, O^{2-} \Leftarrow$ CrO

مورد d: $SiBr_4$

AzmoonFree.ir

۹۷ در کدام ردیف‌های جدول زیر، داده‌های مربوط به ترکیب، درست است؟ (منظور از **p.e**، جفت‌الکترون‌های پیوندی و **n.e**، جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها است.)

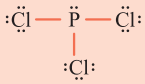
ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار p.e	$\frac{p.e}{n.e}$
۱	فسفر تری‌کلرید	PCl_3	۳	$\frac{۱}{۳}$
۲	کربن مونوکسید	CO	۳	$\frac{۳}{۲}$
۳	گوگرد تری‌اکسید	SO_3	۳	$\frac{۱}{۲}$
۴	دی نیتروژن مونوکسید	N_2O	۴	۱

۱) ۱ و ۳
۲) ۱ و ۴
۳) ۲ و ۳
۴) ۲ و ۴

پاسخ خیلی تشریحی ردیف‌های ۲ و ۴ کاملاً درست‌اند.

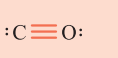
بررسی همهٔ ردیف‌ها:

۱) فسفر تری‌کلرید: PCl_3



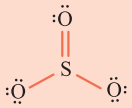
$\Rightarrow p.e = ۳ \quad , \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{۳}{۱۰}$

۲) کربن مونوکسید: CO



$\Rightarrow p.e = ۳ \quad , \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{۳}{۲}$

۳) گوگرد تری‌اکسید: SO_3



$\Rightarrow p.e = ۴ \quad , \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

۴) دی نیتروژن مونوکسید: N_2O

$\Rightarrow p.e = ۴ \quad , \quad \frac{p.e}{n.e} = \frac{۴}{۴} = ۱$

در کدام ردیف‌های جدول زیر، داده‌های مربوط به ترکیب، درست است؟ (منظور از **p.e**، جفت‌الکترون‌های پیوندی و **n.e**، جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها است.) (تجربی داخل ۹۹)

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار p.e	$\frac{p.e}{n.e}$
۱	هیدروژن سیانید	HCN	۴	۴
۲	سیلیسیم تترافلوئورید	SiF_4	۴	$\frac{۱}{۱۲}$
۳	نیتروژن دی‌اکسید	N_2O	۳	$\frac{۲}{۳}$
۴	آرسنیک تری‌برمید	$AsBr_3$	۳	$\frac{۳}{۱۰}$

۱) ۱ و ۳
۲) ۲ و ۴
۳) ۲ و ۳
۴) ۱ و ۴

AzmoonFree.ir

۹۸ نمونه‌ای به جرم ۳/۱۷۵ گرم از فلز X با ۰/۶۰۰ لیتر گاز اکسیژن با چگالی ۱/۳۴ گرم بر لیتر، اکسیدی با فرمول XO تشکیل می‌دهد، جرم مولی عنصر X چند گرم بر مول بوده و در این واکنش، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ $(O = 16\,g.mol^{-1})$

۱) ۶۳/۵ و ۱/۹۸
۲) ۶۳/۵ و ۳/۹۹
۳) ۱۲۷ و ۱/۹۸
۴) ۱۲۷ و ۳/۹۹

Hint ابتدا به کمک حجم گاز اکسیژن و چگالی آن، جرم مولی X را به دست بیار و برای قسمت دوم هم می‌تونی دوباره به کمک حجم گاز اکسیژن مصرف‌شده، جرم فراوردهٔ تولیدشده را به دست بیاری.

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$$2X(s) + O_2(g) \rightarrow 2XO(s)$$

استفاده از کسر تبدیل:

قسمت اول: به کمک حجم گاز اکسیژن، جرم مولی X را به دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,X = 0/6\,L\,O_2 \times \frac{1/34\,g\,O_2}{1\,L\,O_2} \times \frac{1\,mol\,O_2}{32\,g\,O_2} \times \frac{2\,mol\,X}{1\,mol\,O_2} \simeq 0/05\,mol\,X$$

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0/05 = \frac{3/175}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} \simeq 63/5\,g.mol^{-1}$$

قسمت دوم: از طریق حجم گاز اکسیژن مصرف‌شده، جرم فراوردهٔ تولیدشده را می‌سنجیم:

$$?\,g\,XO = 0/6\,L\,O_2 \times \frac{1/34\,g\,O_2}{1\,L\,O_2} \times \frac{1\,mol\,O_2}{32\,g\,O_2} \times \frac{2\,mol\,XO}{1\,mol\,O_2} \times \frac{79/5\,g\,XO}{1\,mol\,XO} = 3/99\,g\,XO$$

یه جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\underbrace{\frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{O_2} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{X} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{XO} \Rightarrow \frac{0/6 \times 1/34}{1 \times 32} = \frac{3/175}{2 \times M} = \frac{x}{2 \times 79/5}$$

$$\Rightarrow M = 63/5\,g.mol^{-1}\,,\; x = 3/99\,g$$

AzmoonFree.ir

۹۹ در واکنش زیر و پس از موازنهٔ آن، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد جامد، به مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی‌شکل، کدام است؟

$$FeCr_2O_4(s) + K_2CO_3(s) + O_2(g) \rightarrow Fe_2O_3(s) + K_2CrO_4(s) + CO_2(g)$$

۱) ۱/۰۶
۲) ۱/۴۷
۳) ۲
۴) ۲/۸

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$4FeCr_2O_4(s) + 8K_2CO_3(s) + 7O_2(g) \rightarrow 2Fe_2O_3(s) + 8K_2CrO_4(s) + 8CO_2(g)$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب مواد جامد}}{\text{مجموع ضرایب مواد گازی}} = \frac{4+8+2+8}{7+8} = \frac{22}{15} \simeq 1/47$$

در واکنش برقکافت زیر و پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب، به مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی‌شکل، کدام است؟ *(تهربی داخل - تیر ۱۴۰۳)*

$$NaCl(aq) + H_2O(l) \rightarrow NaOH(aq) + Cl_2(g) + H_2(g)$$

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

AzmoonFree.ir

۱۰۰ اوزون تروپوسفری طی واکنش‌های موازنه‌نشدهٔ زیر تولید می‌شود. اگر تمام نیتروژن دی‌اکسید تولیدشده، در مرحلهٔ آخر مصرف شده و منجر به تولید $۸/۴۲۸\times۱۰^{۲۴}$ مولکول اوزون شود، چند لیتر گاز نیتروژن با چگالی ۰/۷ گرم بر لیتر مصرف شده است؟ $(O=۱۶, N=۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) $N_۲(g)+O_۲(g)\rightarrow NO(g)$

۲) $NO(g)+O_۲(g)\rightarrow NO_۲(g)$

۳) $NO_۲(g)+O_۲(g)\xrightarrow{\text{نور خورشید}}NO(g)+O_۳(g)$

۱) ۱۵۶/۸ ۲) ۲۸۰

۳) ۳۱۳/۶ ۴) ۵۶۰

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا هر سه واکنش را موازنه می‌کنیم:

۱) $N_۲+O_۲\rightarrow ۲NO$

۲) $۲NO+O_۲\rightarrow ۲NO_۲$

۳) $NO_۲+O_۲\rightarrow NO+O_۳$

چون $NO_۲$ تولیدشده در واکنش دوم، به طور کامل در واکنش سوم مصرف شده است، بنابراین ضرایب مواد در واکنش سوم را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم تا $NO_۲$ در هر دو واکنش هم‌ضریب شود.

۳) $۲NO_۲+۲O_۲\rightarrow ۲NO+۲O_۳$

حال می‌توان به طور مستقیم از روی تعداد مولکول‌های $O_۳$، حجم $N_۲$ مصرفی را محاسبه کرد.

$N_۲ \sim ۲O_۳$

استفاده از کسر تبدیل:

$$?LN_۲=۸/۴۲۸\times۱۰^{۲۴}O_۳\text{ مولکول}\times\frac{۱molO_۳}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}O_۳\text{ مولکول}}\times\frac{۱molN_۲}{۲molO_۳\text{ مولکول}}\times\frac{۲۸gN_۲}{۱molN_۲}\times\frac{۱LN_۲}{۰/۷gN_۲}=۲۸۰LN_۲$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم}\times\text{چگالی}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{N_۲}}=\frac{\text{تعداد}}{\underbrace{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\times\text{ضریب}}_{O_۳}}\Rightarrow\frac{۰/۷\times V}{۱\times۲۸}=\frac{۸/۴۲۸\times۱۰^{۲۴}}{۲\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}\Rightarrow V=۲۸۰L\ N_۲$$

AzmoonFree.ir

۱۰۱ طبق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، کدام موارد نادرست است؟ $(O=16, N=14, H=1 : g.mol^{-1})$

$$N_2O_4(l) + N_2H_4(l) \rightarrow A(g) + H_2O(g)$$

الف) اگر به جای A، N_2 قرار بگیرد، برای تولید ۰/۹ مول از آن، ۱۹/۲ گرم، N_2H_4 نیاز است.

ب) اگر به جای A، NO قرار بگیرد، با مصرف ۹/۲۰ گرم N_2O_4، ۸/۹۶ لیتر گاز، در شرایط STP تولید می‌شود.

پ) اگر به جای A، N_2 قرار بگیرد، با مصرف ۰/۲ مول از واکنش‌دهنده‌ها، ۵/۶ گرم از فراورده تولید می‌شود که در ساختار لوویس خود پیوند اشتراکی بیشتری دارد.

ت) اگر به جای A، NO قرار بگیرد، برای مصرف ۱۴۷/۲ گرم از N_2O_4، به تقریب ۱۸/۵ لیتر گاز N_2H_4 در دمای $182^\circ C$ و فشار ۲atm، مورد نیاز است.

۱) ب ـ ت
۲) الف ـ ب
۳) الف ـ ت
۴) پ ـ ت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) به جای A، N_2 قرار داده و معادله را موازنه می‌کنیم:

$$N_2O_4(l) + 2N_2H_4(l) \rightarrow 3N_2(g) + 4H_2O(g)$$

✍ از روی مول N_2، جرم N_2H_4 لازم را حساب می‌کنیم:

استفاده از کسر تبدیل:

$$?g\,N_2H_4 = 0/9\,mol\,N_2 \times \frac{2\,mol\,N_2H_4}{3\,mol\,N_2} \times \frac{32\,g\,N_2H_4}{1\,mol\,N_2H_4} = 19/2\,g\,N_2H_4$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2H_4}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{N_2}} \Rightarrow \frac{x}{2\times 32} = \frac{0/9}{3} \Rightarrow x = 19/2\,g\,N_2H_4$$

ب) به جای A، NO قرار داده و معادله را موازنه می‌کنیم:

$$2N_2O_4(l) + N_2H_4(l) \rightarrow 6NO(g) + 2H_2O(g)$$

✍ از روی جرم N_2O_4، حجم گاز تولیدشده (NO) در شرایط STP، را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که H_2O در شرایط STP به حالت گاز نیست!

استفاده از کسر تبدیل:

$$?L\,NO = 9/2\,g\,N_2O_4 \times \frac{1\,mol\,N_2O_4}{92\,g\,N_2O_4} \times \frac{6\,mol\,NO}{2\,mol\,N_2O_4} \times \frac{22/4\,L\,NO}{1\,mol\,NO} = 6/72\,L\,NO$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2O_4}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{NO}} \Rightarrow \frac{9/2}{2\times 92} = \frac{x}{6\times 22/4} \Rightarrow x = 6/72\,L\,NO$$

پ) در واکنش زیر، N_2 نسبت به H_2O پیوند اشتراکی بیشتری در ساختار خود دارد.

$$N_2O_4 + 2N_2H_4 \rightarrow 3N_2 + 4H_2O$$

$$:N \equiv N: \qquad \begin{matrix} & \ddot{O} & \\ H & & H \end{matrix}$$

$$?g\,N_2 = 0/2\,mol\,\text{واکنش‌دهنده} \times \frac{3\,mol\,N_2}{(1+2)\,mol\,\text{واکنش‌دهنده}} \times \frac{28\,g\,N_2}{1\,mol\,N_2} = 5/6\,g\,N_2$$

AzmoonFree.ir

ت) ابتدا حجم گاز N_2H_4 را در شرایط STP حساب می‌کنیم:

$$2N_2O_4 + N_2H_4 \rightarrow 6NO + 2H_2O$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$?L\,N_2H_4 = 147/2\,g\,N_2O_4 \times \frac{1\,mol\,N_2O_4}{92\,g\,N_2O_4} \times \frac{1\,mol\,N_2H_4}{2\,mol\,N_2O_4} \times \frac{22/4\,L\,N_2H_4}{1\,mol\,N_2H_4} = 17/92\,L\,N_2H_4$$

یه‌جور دیگه

استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2O_4}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2H_4}} \Rightarrow \frac{147/2}{2 \times 92} = \frac{x}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = 17/92\,L\,N_2H_4$$

۷۵ حجم N_2H_4 را در شرایط داده‌شده به دست می‌آوریم:

$$\frac{\underbrace{P_1V_1}_{STP}}{n_1T_1} = \frac{\underbrace{P_2V_2}_{\text{شرایط جدید}}}{n_2T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 17/92}{\cancel{273}\ 3} = \frac{2 \times V}{\cancel{(273+182)}\ 5} \Rightarrow V = \frac{5}{6} \times 17/92 \simeq 14/93\,L$$

تیزبازی

دیگه لازم نیست به عدد $14/93\,L$ برسیم. همین که بدونیم حاصل $\frac{5}{6} \times 17/92$ کم‌تر از $17/92$ می‌شه، می‌تونیم بفهمیم این عبارت نادرسته.

AzmoonFree.ir

۱۰۲ کدام مطلب، نادرست است؟ $(S = ۳۲, O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) اوزون و گوگرد دی‌اکسید از لحاظ ساختار لوویس مشابه هستند به همین دلیل رفتار شیمیایی آن‌ها نیز مشابه خواهد بود.

۲) در بررسی رفتار زمین در برابر پرتوی خورشیدی، حدود ۶۰ درصد پرتوی فروسرخ گسیل‌شده از زمین وارد فضا می‌شوند و بخش کوچکی از پرتوهای ارسالی خورشید به زمین توسط هواکره جذب می‌شود.

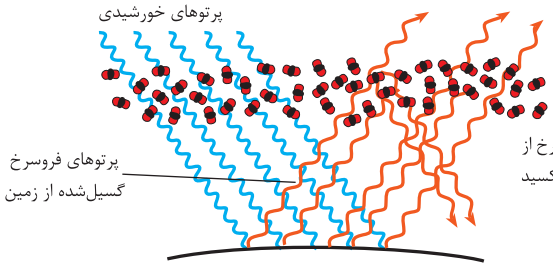
۳) اگر در دما و فشار یکسان، حجم ۱۲/۸ گرم $SO_۲$ برابر حجم ۱۵/۲ گرم $N_۲O_x$ باشد، x برابر ۳ می‌باشد.

۴) اوزون و اکسیژن هر دو در حالت مایع به رنگ آبی هستند و در ساختار لوویس اوزون ۱۲ الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ساختار لوویس $O_۳$ (اوزون) و $SO_۲$ (گوگرد دی‌اکسید) مشابه هم است، ولی رفتار شیمیایی متفاوتی دارند:

گزینهٔ (۲): با توجه به شکل کتاب درسی، از ۵ پرتوی تابشی به سطح زمین، سه پرتو از زمین وارد فضا می‌شود، ولی دو پرتو توسط گازهای گلخانه‌ای دوباره به زمین بازمی‌گردد.

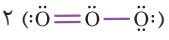


$\frac{۳}{۵} \times ۱۰۰ = ٪۶۰$

گزینهٔ (۳): در دما و فشار یکسان، حجم مولی گازها با هم برابر است، پس اگر حجم $SO_۲$ و $N_۲O_x$ برابر باشد، مول آن دو نیز برابر خواهد بود.

$$?\,mol\,SO_۲ = ۱۲/۸\,g\,SO_۲ \times \frac{۱\,mol\,SO_۲}{۶۴\,g\,SO_۲} = ۰/۲\,mol$$

$$۰/۲\,mol\,N_۲O_x = ۱۵/۲\,g\,N_۲O_x \times \frac{۱\,mol\,N_۲O_x}{(۲۸+۱۶x)\,g\,N_۲O_x} \Rightarrow ۲۸+۱۶x = ۷۶ \Rightarrow x = ۳$$

گزینهٔ (۴): $O_۳$ و $O_۲$ هر دو در حالت مایع آبی‌رنگ هستند و در ساختار لوویس اوزون () ۱۲ الکترون ناپیوندی یا ۶ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

AzmoonFree.ir

۱۰۳ کدام مورد درست است؟ $(Cl = ۳۵/۵, P = ۳۱ : g.mol^{-۱})$

۱) براساس شواهد، فصل بهار در نیمکرهٔ شمالی نسبت به ۵۰ سال گذشته حدود یک ماه زودتر آغاز می‌شود.

۲) به منظور تولید ۴۱۲/۵ گرم فسفر تری‌کلرید، باید ۱۸۶ گرم فسفر ($P_۴$) با گاز کلر واکنش دهد.

۳) با افزایش ارتفاع در لایهٔ تروپوسفر، فشار گاز اکسیژن کاهش می‌یابد، اما درصد حجمی آن ثابت است.

۴) جاذبهٔ زمین، عامل توزیع گازها در سرتاسر هواکره است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با افزایش ارتفاع، هم فشار گاز اکسیژن کاهش می‌یابد و هم فشار بقیهٔ گازها؛ بنابراین درصد حجمی گاز اکسیژن ثابت باقی می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فصل بهار در نیمکرهٔ شمالی نسبت به ۵۰ سال گذشته، حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

گزینهٔ (۲): ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$P_۴(s) + ۶Cl_۲(g) \rightarrow ۴PCl_۳(l)$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$?\,g\,P_۴ = ۴۱۲/۵\,g\,PCl_۳ \times \frac{۱\,mol\,PCl_۳}{۱۳۷/۵\,g\,PCl_۳} \times \frac{۱\,mol\,P_۴}{۴\,mol\,PCl_۳} \times \frac{۱۲۴\,g\,P_۴}{۱\,mol\,P_۴} = ۹۳\,g\,P_۴$$

یه جور دیگه ✔ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{P_۴}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{PCl_۳}} \Rightarrow \frac{x}{۱ \times ۱۲۴} = \frac{۴۱۲/۵}{۲ \times ۱۳۷/۵} \Rightarrow x = ۹۳\,g\,P_۴$$

گزینهٔ (۴): جاذبهٔ زمین باعث می‌شود که تراکم گازها در ارتفاعات پایین‌تر بیشتر از تراکم آن‌ها در ارتفاعات بالاتر باشد. عامل توزیع گازها در سرتاسر هواکره، جنبش پیوستهٔ مولکول‌هاست که ناشی از انرژی گرمایی آن‌ها می‌باشد.

AzmoonFree.ir

۱۰۴ پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) و آلومینیم سولفات ($Al_2(SO_4)_3$) طبق واکنش‌های موازنه‌نشدهٔ زیر، در ظرف دربازِ تجزیه می‌شوند. اگر جرم مادهٔ جامد به‌کاررفته در واکنش (I)، ۲ برابر واکنش (II) باشد، کاهش جرم واکنش (I) چند برابر واکنش (II) است و اگر تفاوت جرم فراورده‌های جامد در واکنش (I)، ۵۵ گرم باشد، جرم واکنش‌دهندهٔ (II) چند گرم بوده است؟

$(Mn=55, K=39, S=32, Al=27, O=16 : g.mol^{-1})$

I) $KMnO_4(s) \rightarrow K_2MnO_4(s) + MnO_2(s) + O_2(g)$

II) $Al_2(SO_4)_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + SO_3(g)$

۱) ۰/۲۸۸، ۱۵۸ ۲) ۰/۱۴۲، ۷۹

۳) ۰/۱۴۲، ۱۵۸ ۴) ۰/۲۸۸، ۷۹

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا هر دو واکنش را موازنه می‌کنیم:

I) $2KMnO_4(s) \rightarrow K_2MnO_4(s) + MnO_2(s) + O_2(g)$

II) $Al_2(SO_4)_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 3SO_3(g)$

قسمت اول: جرم $KMnO_4$ را برابر $2m$ و جرم $Al_2(SO_4)_3$ را برابر m فرض می‌کنیم. از طرف دیگر بایستی دقت کنیم که کاهش جرم یعنی همان جرم گاز خارج‌شده از ظرف واکنش.

استفاده از کسر تبدیل:

$$?gO_2 = 2mg\,KMnO_4 \times \frac{1mol\,KMnO_4}{158g\,KMnO_4} \times \frac{1mol\,O_2}{2mol\,KMnO_4} \times \frac{32g\,O_2}{1mol\,O_2} = \frac{32m}{158}g\,O_2$$

$$?gSO_3 = mg\,Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1mol\,Al_2(SO_4)_3}{342g\,Al_2(SO_4)_3} \times \frac{3mol\,SO_3}{1ml\,Al_2(SO_4)_3} \times \frac{80g\,SO_3}{1mol\,SO_3} = \frac{240m}{342}g\,SO_3$$

$$\frac{\frac{32m}{158}}{\frac{240m}{342}} = 0/288$$

یه‌جور دیگه استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{2m}{2\times158} = \frac{x}{1\times32} \Rightarrow x = \frac{32m}{158}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Al_2(SO_4)_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{SO_3}} \Rightarrow \frac{m}{1\times342} = \frac{x}{3\times80} \Rightarrow x = \frac{240m}{342}$$

$$\frac{\frac{32m}{158}}{\frac{240m}{342}} = 0/288$$

قسمت دوم: تفاوت جرم MnO_2 و K_2MnO_4 برابر ۵۵ گرم داده شده است؛ پس داریم:

$$2KMnO_4 \sim K_2MnO_4(s) + MnO_2(s)$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{\underbrace{(\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A}) - (\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B})}_{K_2MnO_4 + MnO_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2m}{2\times158} = \frac{55}{(1\times197)-(1\times87)} \Rightarrow 2m = 158g$$

چون در ابتدا گفته شده بود که جرم $KMnO_4$ دو برابر جرم $Al_2(SO_4)_3$ است، بنابراین جرم $Al_2(SO_4)_3$ برابر است با:

$$m = \frac{158}{2} = 79g$$

AzmoonFree.ir

۱۰۵ اگر در فرایند هابر، مخلوط واکنش به دمای **۲۳۳K** برسد، کدام گزینه ماده (مواد) با حالت فیزیکی مایع را نشان می‌دهد؟

۱) H_2

۲) N_2

۳) NH_3

۴) N_2 و NH_3

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به نقطهٔ جوش گازهای N_2، H_2 و NH_3 که به ترتیب برابر $-196^\circ C$، $-253^\circ C$ و $-34^\circ C$ است، دمای $233K$ را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم $(233 - 273 = -40^\circ C)$. با توجه به این‌که دمای $-40^\circ C$، پایین‌تر از نقطهٔ جوش NH_3 است، پس فقط این ماده به حالت مایع خواهد شد.

AzmoonFree.ir

AzmoonFree.ir

هرچی برای کنکور و امتحانات نهایی لازم
داری رو کاملا رایگان برات فراهم میکنیم.

+

پخش سوالات آزمون های آزمایشی

AzmoonFree.ir

برای ورود به سایت کلیک کن