

آزمون آزمایشی خیلی سبز

مرحله دوم

پایه دهم

رشته ریاضی

تاریخ برگزاری: ۱۸/آبان/۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

بودجه بندی دروس

ریاضی (۱)	هندسه (۱)
فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۳۵	فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱) صفحه ۹ تا ۳۳
فیزیک (۱)	شیمی (۱)
فصل ۱ و فصل ۲ (تا ابتدای فشارسنج هوا (بارومتر)) صفحه ۱ تا ۳۷	فصل ۱ (تا ابتدای توزیع الکترون ها در لایه ها و زیرلایه ها) صفحه ۱ تا ۲۷

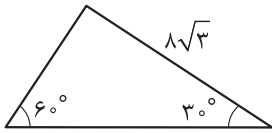
تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	مواد امتحانی
۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	ریاضی
۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	هندسه
۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فیزیک
۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	شیمی
۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	مجموع

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.



ریاضی دهم

۱- مساحت مثلث مقابل کدام است؟



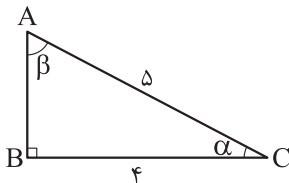
(۲) $32\sqrt{3}$

(۱) $8\sqrt{3}$

(۴) $24\sqrt{3}$

(۳) $12\sqrt{3}$

۲- با توجه به مثلث ABC، مقدار $\tan \beta + \cos \alpha$ کدام است؟



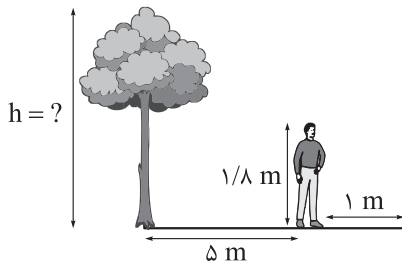
(۲) $\frac{31}{20}$

(۱) $\frac{31}{12}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{32}{15}$

۳- فاصله علی از درخت مقابلش ۵ متر است. اگر قد علی ۱/۸ متر و طول سایه او ۱ متر باشد، ارتفاع درخت کدام است؟



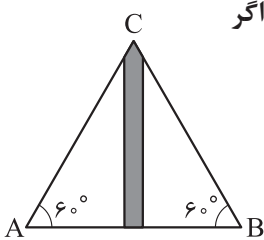
(۱) $12/6$

(۲) $10/8$

(۳) $10/6$

(۴) $9/8$

۴- مطابق شکل، دو شخص از نقاط A و B با زاویه 60° می‌توانند بالای ساختمان را ببینند. اگر ارتفاع ساختمان $15\sqrt{2}$ متر باشد، آن‌ها تقریباً در چه فاصله‌ای از هم ایستاده‌اند؟



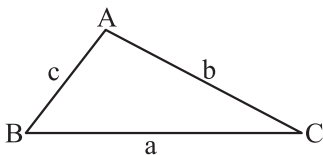
(۲) $15\sqrt{6}$

(۱) $5\sqrt{6}$

(۴) $30\sqrt{2}$

(۳) $10\sqrt{6}$

۵- اگر در مثلث ABC، $\cos \hat{C} = \frac{1}{3}$ و $a = \frac{1}{b}$ باشد، مساحت این مثلث کدام است؟



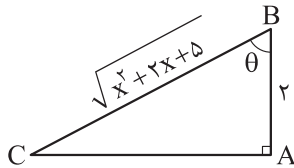
(۲) $\frac{1\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(۴) $\frac{1\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات



۶- اگر $\tan \theta = 3$ باشد، مقدار x در شکل مقابل کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۶

۷- اگر $\sin x = a$ باشد، در این صورت مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a}$
(۲) $\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{1-a^2}}$
(۳) $\frac{1}{a\sqrt{1-a^2}}$
(۴) $\frac{a}{1-a}$

۸- در یک دنباله حسابی $a_3 = \frac{2 \tan x + 1}{\tan x + 1}$ و $a_7 = \frac{3 \cot x + 4}{\cot x + 1}$ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- (۱) $\sin x$
(۲) $\cos x$
(۳) ۲
(۴) $\frac{1}{2}$

۹- اگر در یک دنباله هندسی $a_5 = 72$ و $2a_3 + 1 = 17$ باشد، مقدار $\frac{a_6 + a_7}{a_3 + a_7}$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۷
(۳) ۳۶
(۴) ۸۱

۱۰- اگر a_n دنباله‌ای حسابی باشد و $a_8 = a_5 + 15$ و $2a_3 = a_7 + 7$ باشد، آن گاه a_6 کدام است؟

- (۱) ۴۲
(۲) ۴۸
(۳) ۳۶
(۴) ۳۰

۱۱- اگر $2x + 2$ ، $x + 10$ ، $x + 3$ و $2x + 6$ چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن گاه y کدام است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۴
(۳) ۱۱
(۴) ۱۴

۱۲- اگر اعداد $a + 1$ ، $5 - 2a$ و $3a + 3$ به ترتیب از چپ به راست، سه جمله نخست یک دنباله حسابی باشند، آن گاه

نخستین جمله این دنباله که عددی فرد است، جمله چندم آن است؟

- (۱) دوازدهم
(۲) دهم
(۳) هشتم
(۴) ششم

۱۳- اگر اعضای $\{3, x, 6\}$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه نسبت بیشترین مقدار x به کمترین مقدار آن،

کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{3}$
(۲) $-\sqrt{2}$
(۳) $-3\sqrt{2}$
(۴) $-2\sqrt{2}$

۱۴- در یک دنباله هندسی $a_1 a_3 a_5 = 8$ و $a_4 a_6 a_8 = 27$ است. اختلاف مشترک دنباله حسابی که جمله اول آن $2a_3$ و

جمله چهارم آن $a_5 + 5$ است، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) ۴
(۴) ۱

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر دو مجموعه A و B را داشته باشیم به طوری که $n(A) = 2x + 5$ و $n(B) = x + 10$ و $n(A - B) = x + 3$ باشد، آن گاه $n(B - A)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $x - 2$ (۴) $x + 3$

۱۶- اگر اشتراک مجموعه‌های A و B برابر A باشد و $C \subseteq A$ باشد، حاصل عبارت $(B \cup C) \cup (A - B)$ کدام است؟

- (۱) $A \cap C$ (۲) $B \cup (C - A)$ (۳) $C - B$ (۴) $A - C$

۱۷- در آمار جرایم رانندگی شهری، معلوم شده است که ۶۰ درصد راننده‌ها جریمه نشده‌اند، ولی ۳۰ درصد به علت سرعت غیرمجاز و ۲۵ درصد به علت نبستن کمربند ایمنی جریمه شده‌اند. چند درصد این جامعه فقط به علت نبستن کمربند ایمنی جریمه شده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

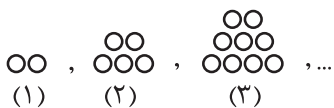
۱۸- اگر $(a, 2a) \cup [b, 3] = [1, 4]$ باشد، آن گاه $(a, 2a) \cap [b, 3]$ کدام است؟

- (۱) $(2, 3]$ (۲) $(1, 3]$ (۳) $(1, 2]$ (۴) $\{1\}$

۱۹- فرض کنید $A = [a - 2, 2a]$ و $B = [-2, 6]$ دو مجموعه جدا از هم باشند. در این صورت a چند مقدار طبیعی را نمی‌تواند بپذیرد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۰- در الگوی مقابل، شکل دهم از چند دایره تشکیل شده است؟



- (۱) ۶۴ (۲) ۶۱

- (۳) ۶۵ (۴) ۶۳

هندسه دهم

۲۱- نقیض گزاره «یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند» کدام است؟

(۱) همه چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

(۲) چهارضلعی‌ای وجود دارد که دو قطر آن برابرند.

(۳) همه چهارضلعی‌ها دو قطر نابرابر دارند.

(۴) مستطیل چهارضلعی‌ای با دو قطر برابر است.

۲۲- مثلث ABC در رأس A متساوی الساقین است. عمودمنصف ساق AB، امتداد ساق AC را در نقطه T قطع می‌کند.

اگر $\angle TBA = 72^\circ$ باشد، اندازه زاویه C چند درجه است؟

۳۸ (۱) ۳۶ (۲) ۳۴ (۳) ۳۲ (۴)

۲۳- در مثلث ABC، نقطه M وسط ضلع BC، $AB = 6 - 4x$ ، $AC = 4 + 2x$ ، و $AM = x + 1$ است. حدود x کدام است؟

۰ < x < ۱ (۱) x < ۱ (۲) x < ۲ (۳) x > ۲ (۴)

۲۴- در مراحل رسم متوازی الاضلاعی که طول دو قطر آن معلوم است، به کدام یک از ترسیم‌های زیر نیاز داریم؟

(۱) عمودمنصف یک پاره خط

(۲) نیمساز یک زاویه

(۳) خطی موازی خط مفروض از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

(۴) خطی عمود بر خط مفروض از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

۲۵- اگر $\frac{3a+b+c}{d} = \frac{3a+b+d}{c} = \frac{b+c+d}{3a} = \frac{3a+c+d}{b}$ باشد، حاصل $\frac{9a^2b^2 + b^2c^2 + c^2d^2}{2b^2d^2}$ کدام است؟

۰/۵ (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴)

۲۶- در مثلث ABC ($AC = 20$ و $AB = 12$)، از رأس C خطی به موازات AB رسم کرده و روی آن نقطه D را چنان

انتخاب می‌کنیم که $DA = DB$ باشد. اگر فاصله B تا AC برابر $4/8$ باشد، طول پاره خط AD کدام است؟

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

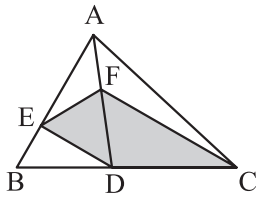
۲۷- در مثلث ABC، $AB = 12$ و $AC = 15$ است. اگر طول ارتفاع وارد بر ضلع BC، برابر مجموع نصف اندازه ارتفاع

وارد بر ضلع AC و دو برابر اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AB باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۸- در شکل زیر F وسط AD ، $CD = 2BD$ و $AE = 3BE$ است. مساحت چهارضلعی $CDEF$ چه کسری از مساحت



مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۴) $\frac{11}{24}$

۲۹- در مثلث حاده الزاویه ABC ، نیمساز زاویه B ، عمود منصف ضلع BC را در خارج مثلث قطع می کند و نیمساز زاویه A ،

عمود منصف ضلع AC را روی مثلث قطع می کند. کدام نامساوی زیر درست است؟

(۲) $AC > BC > AB$

(۱) $BC > AC > AB$

(۴) $AC > AB > BC$

(۳) $BC > AB > AC$

۳۰- در مثلث ABC ، نقطه D روی خط شامل ضلع AC قرار دارد. در مثلث ABD ، نقطه ای که از سه ضلع مثلث به

یک فاصله است، کجا قرار دارد؟

(۲) یک نیم خط

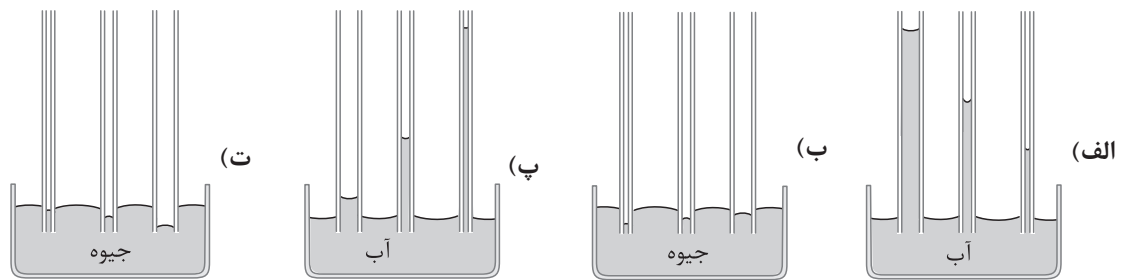
(۱) دو خط موازی

(۴) دو نیم خط عمود بر هم

(۳) یک دایره

فیزیک دهم

۳۱- کدام یک از شکل‌های زیر، خاصیت مویینگی در لوله‌های شیشه‌ای تمیز را به درستی نشان می‌دهند؟



(الف) و «ب» (۱) «پ» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴)

۳۲- شکل زیر، قطره‌ای شدن جیوه روی سطح شیشه را نشان می‌دهد. هر چه قطره باشد، نیروی آن را تخت‌تر می‌کند.



(۱) کوچک‌تر - گرانش زمین (۲) بزرگ‌تر - گرانش زمین
(۳) کوچک‌تر - دگرچسبی (۴) بزرگ‌تر - دگرچسبی

۳۳- موی انسان در یک سال تقریباً 6 in رشد می‌کند. موی انسان در یک روز چند میلی‌متر رشد می‌کند؟ (یک ماه را 30 روز در نظر بگیرید و $1 \text{ in} = 2.5 \text{ cm}$)

(۱) $\frac{25}{6}$ (۲) $\frac{5}{12}$
(۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{1}{24}$

۳۴- مطابق شکل زیر، طول جسمی را توسط دو ابزار رقمی (دیجیتال) A و B اندازه‌گیری کرده‌ایم. دقت اندازه‌گیری A، cm و ابزار دقیق‌تر است.

A
36.10 mm

B
36.103 mm

A - 0/01 (۲) A - 0/001 (۱)
B - 0/01 (۴) B - 0/001 (۳)

۳۵- آزمایشگری جرم جسمی را ۶ بار اندازه‌گیری کرده و گزارش اندازه‌گیری آن‌ها در جدول زیر آمده است. نتیجه این اندازه‌گیری در SI کدام است؟

شماره گزارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶
جرم (g)	۲۵۵۴	۲۵۵۵	۲۷۶۰	۲۵۶۰	۲۴۱۰	۲۵۵۵

(۱) ۲۵۵۵ (۲) ۲/۵۵۶
(۳) ۲/۵۵۵ (۴) ۲۵۵۶

محل انجام محاسبات

۳۶- جرم و شعاع کره زمین به ترتیب $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $6/4 \times 10^3 \text{ km}$ است. چگالی کره زمین در SI تقریباً کدام است؟ ($\pi = 3$)

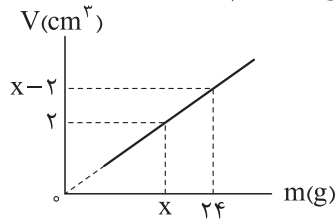
۵۷۲۲ (۲)

۳۶۶۲ (۱)

۱۹۵۳ (۴)

۴۸۸۲ (۳)

۳۷- نمودار حجم بر حسب جرم ماده همگنی مطابق شکل زیر است. چگالی این ماده در SI کدام است؟



۴۰۰۰ (۱)

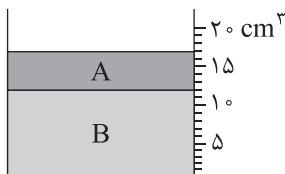
۴ (۲)

۳۰۰۰ (۳)

۳ (۴)

۳۸- مطابق شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشده A و B درون ظرف مدرجی ریخته شده‌اند و مجموع جرم مایع‌های درون

ظرف $22/5 \text{ g}$ است. چگالی مایع B چند گرم بر لیتر است؟ ($\rho_A = 0/9 \text{ g/cm}^3$)



۱/۵ (۱)

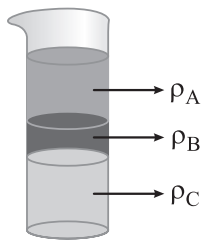
۲/۳۴ (۲)

۱۵۰۰ (۳)

۲۳۴۰ (۴)

۳۹- مطابق شکل زیر، سه مایع مخلوط‌نشده A، B و C با چگالی‌های متفاوت درون ظرف استوانه‌ای ریخته شده‌اند.

کدام رابطه بین چگالی‌های این سه مایع درست است؟


 $\rho_C > \rho_B > \rho_A$ (۱)

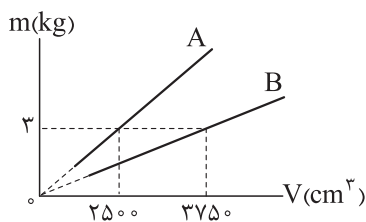
 $\rho_A > \rho_B > \rho_C$ (۲)

 $\rho_C > \rho_A > \rho_B$ (۳)

 $\rho_B > \rho_A > \rho_C$ (۴)

۴۰- نمودار جرم بر حسب حجم دو مایع A و B مطابق شکل زیر است. اگر ۱۰ L از مایع A را با ۳۰ L از مایع B مخلوط

کنیم، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر می‌شود؟ (از تغییر حجم در اثر مخلوط‌شدن، صرف نظر کنید).



۹۶۰ (۱)

۰/۹ (۲)

۹۰۰ (۳)

۰/۹۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) ذرات جسم جامد به سبب نیروهای گرانشی که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند.
 ب) با کشش سطحی می‌توان توضیح داد که چرا قطره‌هایی که آزادانه سقوط می‌کنند، تقریباً کروی‌اند.
 پ) دلیل پخش ذرات جوهر در آب، فقط به حرکت مولکول‌های جوهر مربوط می‌شود.
 ت) وقتی فاصله بین مولکول‌ها چند برابر فاصله بین مولکولی شود، نیروهای بین مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهد شد.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۴۲- شکل زیر، خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت از دهانه قطره‌چکان‌های (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. اگر دمای قطره‌های روغن و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن را به ترتیب با T و F نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟



$$F_1 > F_2 \text{ و } T_1 < T_2 \text{ (۱)}$$

$$F_1 < F_2 \text{ و } T_1 > T_2 \text{ (۲)}$$

$$F_1 < F_2 \text{ و } T_1 < T_2 \text{ (۳)}$$

$$F_1 > F_2 \text{ و } T_1 > T_2 \text{ (۴)}$$

۴۳- مطابق شکل زیر، کارت را طوری روی لبه لیوان پر از آب قرار می‌دهیم که تنها نیمی از آن با آب در تماس باشد. در این حالت با وجود وزنه ۵ گرمی روی قسمتی از کارت که با آب در تماس نیست، کارت در آستانه جدا شدن از سطح آب قرار می‌گیرد. چه عاملی مانع از جدا شدن کارت از سطح آب می‌شود؟ یکی دو قطره مایع شوینده به آب اضافه می‌کنیم و وزنه‌ای با جرم m را به جای وزنه ۵ گرمی قرار می‌دهیم و باز هم کارت از سطح آب جدا نمی‌شود. m چند گرم می‌تواند باشد؟



(۱) نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت - ۳

(۲) کشش سطحی - ۳

(۳) نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت - ۷

(۴) کشش سطحی - ۷

۴۴- مطابق شکل زیر، شخصی دستش را به صورت افقی نگه داشته است. اگر مساحت کف دست شخص 80 cm^2 باشد، وزن ستون هوا از سطح کف دست او تا بالاترین بخش جو زمین چند نیوتون است؟ ($P_0 = 1 \text{ bar}$)



(۲) ۸۰۰

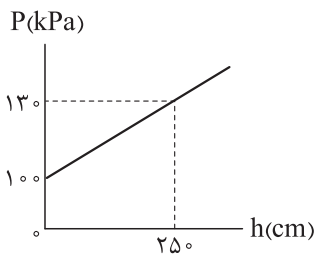
(۱) ۰/۰۰۸

(۴) ۸۰

(۳) ۰/۸

محل انجام محاسبات

۴۵- نمودار زیر، فشار درون یک مایع بر حسب فاصله از سطح آزاد آن را نشان می‌دهد. فشار کل در عمق ۱۸۰ سانتی‌متری



این مایع، چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۱۱۰/۸ (۱)

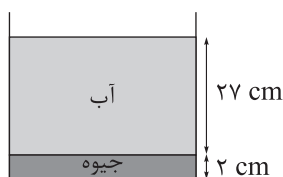
۱۲۸/۸ (۲)

۱۲۱/۶ (۳)

۱۳۶ (۴)

۴۶- مطابق شکل زیر، مقداری آب و جیوه درون ظرف وجود دارد. فشار حاصل از مایع‌ها در کف ظرف چند پاسکال است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \text{ g/cm}^3$)



۳۶۶۵۰ (۱)

۳۶۶۵ (۲)

۵۴۰ (۳)

۵۴۰۰ (۴)

۴۷- 20 cm^3 از مایعی با چگالی 800 g/L را با 12 cm^3 از مایعی با چگالی 2000 g/L مخلوط می‌کنیم. اگر 30 cm^3

از این مخلوط را درون ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع 5 cm^2 بریزیم، فشار کل در ته این ظرف چند پاسکال

می‌شود؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$) و از تغییر حجم در اثر مخلوط‌شدن، صرف نظر کنید.)

۱۰۰۷۵۰ (۴)

۱۰۰۸۰۰ (۳)

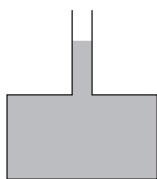
۱۰۰۸۴۰ (۲)

۱۰۰۰۵۰ (۱)

۴۸- در شکل زیر، ظرف مکعب‌شکلی با مساحت مقطع 225 cm^2 روی سطح افقی قرار دارد و به سطح بالایی ظرف،

لوله قائمی با مساحت مقطع 5 cm^2 وصل شده است و درون آن تا اندازه نشان داده شده آب قرار دارد. اگر وزن هر قطره

آب W باشد، چند قطره آب به درون لوله اضافه کنیم تا نیرویی که آب بر کف ظرف وارد می‌کند، $90W$ افزایش یابد؟



۹ (۱)

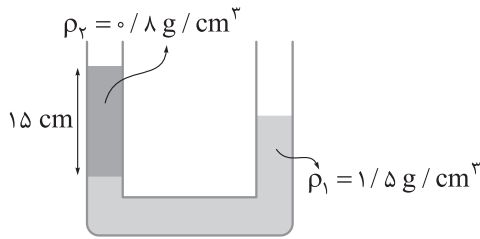
۳۰ (۲)

۲ (۳)

۱۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۹- در شکل زیر، مساحت مقطع لوله 2 cm^2 است. در سمت راست لوله، چند گرم مایع مخلوطنشده با چگالی $\rho_3 = 1 \text{ g/cm}^3$ بریزیم تا سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان شود؟



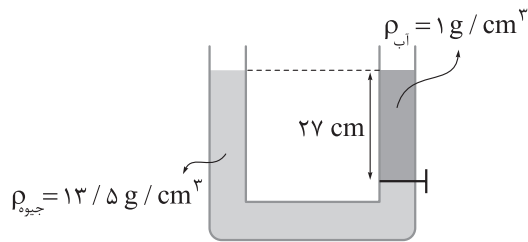
۴۲ (۱)

۲۱ (۲)

۲۷/۶ (۳)

۵۵/۲ (۴)

۵۰- در شکل زیر، آب و جیوه توسط شیر رابط از هم جدا شده‌اند. اگر شیر را باز کنیم، اختلاف ارتفاع سطح آزاد آب و جیوه در دو طرف لوله چند سانتی‌متر می‌شود؟



۲۵ (۱)

۱۲/۵ (۲)

۱۴/۵ (۳)

۱۳/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۵۱- کدام موارد زیر در ارتباط با عنصرهای سازنده سیاره‌های مشتری و زمین، درست است؟
 الف) در میان ۸ عنصر فراوان تر این دو سیاره، مجموع درصد فراوانی عنصرهای مشترک در سیاره زمین بیشتر است.
 ب) مأموریت دو فضاپیمای وویجر (۱) و (۲)، خروج از سامانه خورشیدی و کشف عنصرهای سازنده اجرام آسمانی بود.
 پ) در سیاره مشتری، درصد فراوانی عنصر کربن کم تر از اکسیژن است.
 ت) اولین و دومین عنصر فراوان سیاره مشتری، به ترتیب اولین و دومین عنصرهای پیدایش یافته پس از مهبانگ هستند.
 ۱) الف - پ - ت ۲) ب - پ ۳) الف - ت ۴) الف - ب - پ

۵۲- کدام مورد درست است؟

۱) سحابی‌ها که سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند، از مجموعه‌های گازی مانند هلیوم و هیدروژن با دمای بالا تشکیل می‌شوند.
 ۲) در خورشید به عنوان نزدیک‌ترین ستاره به زمین، در دماهای بالا، واکنش‌های هسته‌ای تبدیل عنصرهای سنگین تر به عنصرهای سبک تر رخ می‌دهد.
 ۳) در شرایط یکسان، جرم نمونه‌هایی به حجم یک لیتر از ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر گازی با هم متفاوت است.
 ۴) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره مشتری، بیشتر عنصرها نماد شیمیایی دوحرفی دارند.
 ۵۳- شمار نوترون‌ها در ایزوتوپ ^{23}A ، ۳ برابر شمار نوترون‌ها در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم است. اگر عدد اتمی عنصر A برابر با اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در گونه xM و همچنین نسبت شمار نوترون‌ها به الکترون‌ها

در گونه $^{2-}M^x$ ، برابر $1/25$ باشد، تفاوت عدد اتمی دو عنصر A و M چه قدر است؟

۱) ۲۳ ۲) ۲۵ ۳) ۲۱ ۴) ۳۴

۵۴- با توجه به نمادهای $^a_b X$ ، $^{a-2}_b Y$ و $^a_b Z$ ، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- اتم‌های X و Y به یقین به یک دوره جدول تعلق دارند اما اتم X، دو خانه بعد از اتم Y قرار دارد.
- X و Z ایزوتوپ یکدیگر هستند و فراوانی ایزوتوپ X در طبیعت بیشتر است.
- شمار نوترون‌های Y و Z برابر و دو واحد بیشتر از X است.

• اگر مجموع شمار ذرات زیراتمی در آن‌ها را با t نمایش دهیم، رابطه $t_X = \frac{t_Y + t_Z}{2}$ بین آن‌ها برقرار است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۵۵- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ۱) از روی نماد شیمیایی یک عنصر، می‌توان شمار ذره‌های زیراتمی آن را تعیین کرد.
- ۲) نخستین عنصر ساخت دست بشر، با این‌که یک رادیوایزوتوپ است، اما نسبت $\frac{n}{p}$ آن کوچک‌تر از $1/5$ است.
- ۳) در یک نمونه طبیعی از عنصر اورانیم، به ازای هر 10^3 اتم اورانیم، حداکثر 70 اتم ^{235}U وجود دارد.
- ۴) در یک نمونه طبیعی منیزیم، ایزوتویی که شمار ذرات زیراتمی آن با هم برابر است، پایدارتر از سایر ایزوتوپ‌هاست.

۵۶- کدام گزینه برای تکمیل جمله داده شده، مناسب است؟

«نسبت در ایزوتوپ عنصر هیدروژن، به شمار نوترون‌ها در سبک‌ترین رادیوایزوتوپ آن، برابر ۲ است.»

(۱) شمار ذرات زیراتمی درون هسته - پایدارترین - پرتوزای ساختگی

(۲) شمار ذرات زیراتمی باردار - سبک‌ترین - ساختگی

(۳) شمار ذرات زیراتمی خنثی - فراوان‌ترین - نوترون‌دار

(۴) شمار ذرات زیراتمی - سنگین‌ترین - طبیعی

۵۷- با توجه به شکل زیر که برشی از جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، اتم کدام عنصر می‌تواند به کاتیونی مشابه Ga^{3+} در

ترکیب‌ها تبدیل شود؟

گروه	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
دوره			A	B	C
		E	F		

E (۴)

F (۳)

B (۲)

A (۱)

۵۸- شکل زیر بعضی عنصرها و موقعیت آن‌ها را در جدول تناوبی نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، کدام یک از

مطالب زیر نادرست است؟ (نمادهای داده شده فرضی است.)

(۱) جرم اتمی میانگین عنصری از جدول که عدد اتمی‌اش از عنصر E کوچک‌تر است، برابر $1/008u$ است.

(۲) در کشور ایران، رادیوایزوتوپی از عنصر F ساخته شده است.

(۳) تفاوت عدد اتمی D و A، برابر عدد اتمی یکی از عناصر هم‌گروه E است.

(۴) اگر شکل زیر، نشان‌دهنده روند تشکیل عنصرها باشد، در جاهای خالی به ترتیب از چپ به راست می‌توان عنصرهای

A، B و E را قرار داد.



۵۹- عنصری با عدد اتمی ۳۴ دارای ۲ ایزوتوپ پایدار ${}^A X$ و ${}^{A+2} X$ با فراوانی برابر است. اگر جرم اتمی میانگین این

عنصر، برابر 79 amu باشد، شمار نوترون‌ها در هسته ایزوتوپ سنگین‌تر آن کدام است؟

۴۷ (۴)

۴۶ (۳)

۴۵ (۲)

۴۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۰- اگر جرم نمونه‌ای از CaC_2O_4 ، $\frac{1}{4}$ جرم نمونه‌ای از SO_3 باشد، نسبت شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه SO_3 ، چند برابر شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه CaC_2O_4 است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1}$)

۲/۴ (۱) ۱/۲ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴)

۶۱- کدام مورد درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) با این که یکای جرم اتمی، یکای بسیار کوچکی است؛ اما از آن در آزمایشگاه استفاده شده و رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم به شمار می‌رود.

(۲) جرم $10^{21} \times 1/204$ مولکول N_2O_5 ، ۲۶۱ میلی‌گرم است.

(۳) یک مول گاز کربن مونوکسید (CO) و یک مول گاز نیتروژن (N_2)، جرم‌های یکسانی دارند.

(۴) در یک نمونه یک‌گرمی از گاز هیدروژن، به تعداد N_A مولکول هیدروژن وجود دارد.

۶۲- عنصر کلر، دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl است که فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر، ۳ برابر ایزوتوپ سنگین‌تر است.

عنصر اکسیژن نیز دارای سه ایزوتوپ ^{16}O ، ^{17}O و ^{18}O است که نسبت فراوانی آن‌ها به ترتیب به صورت ۶، ۳ و ۱ است.

اگر در یک نمونه $21/6$ گرمی از NaClO_x ، ۱۷ گرم اتم نافلزی وجود داشته باشد، x کدام است؟ ($\text{Na} = 23 \text{g.mol}^{-1}$)

جرم اتمی و عدد جرمی را تقریباً یکسان در نظر بگیرید.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۶۳- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) بار الکتریکی پروتون ($+1p$) و الکترون ($-1e$) به ترتیب +۱ و -۱ کولن (واحد بار الکتریکی در SI) است.

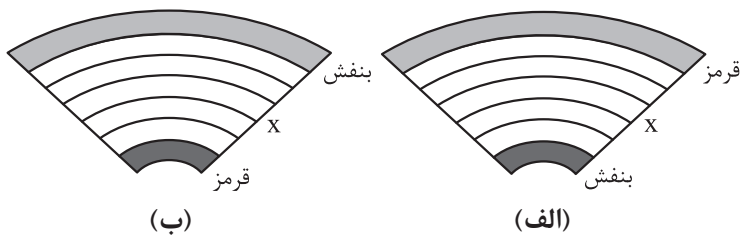
(۲) جرم یک طلا را با ترازوی زرگری به دقت یک صدم گرم می‌سنجند.

(۳) گلوکز نشان‌دار همانند گلوکز طبیعی به همراه جریان خون در سرتاسر بدن از جمله مغز و اندام‌ها توزیع می‌شود.

(۴) جرم اتمی ایزوتوپی که از آن برای ایجاد مقیاس amu استفاده می‌شود، دقیقاً برابر ۱۲ amu است.

۶۴- با توجه به شکل‌های زیر، فرم درست تشکیل رنگین‌کمان است و اگر پرتو x ، در وسط رنگین‌کمان باشد، رنگ

شعله کدام ترکیب، مشابه پرتو x است؟



(۲) الف - مس (II) نیترات

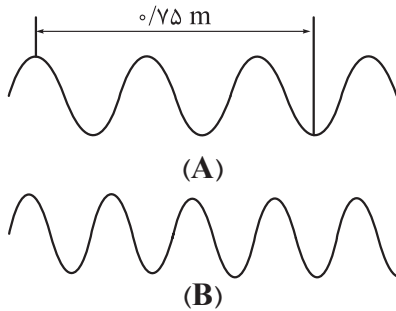
(۴) ب - مس (II) نیترات

(۱) الف - سدیم سولفات

(۳) ب - سدیم سولفات

محل انجام محاسبات

۶۵- کدام گزینه، عبارت‌های «الف» و «پ» را به درستی و عبارت «ب» را به نادرستی کامل می‌کند؟ (مقیاس نسبی شکل‌ها به درستی رعایت شده است.)

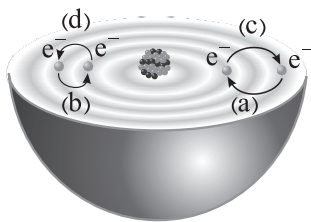


الف) در شکل داده‌شده، طول موج پرتو A، برابر متر است.
 ب) اگر پرتو A، مربوط به ناحیه امواج رادیویی باشد، پرتو B را می‌توان به ناحیه نسبت داد.
 پ) از میان موارد «میزان انحراف برابر عبور از منشور - تفاوت طول موج با طول موج پرتو گاما - طول موج»، در مورد، مقایسه «بنفش > زرد > نارنجی» برقرار است.

۱) ۰/۳ - مرئی - دو ۲) ۰/۳ - ریزموج‌ها - یک ۳) ۰/۳۷۵ - مرئی - یک ۴) ۰/۳۷۵ - ریزموج‌ها - دو

۶۶- کدام مورد درست است؟

۱) با عبور نور خورشید از منشور، یک طیف نشری همانند طیف نشری خطی عنصرهای هیدروژن و لیتیم پدید می‌آید.
 ۲) طیف نشری خطی همه عنصرها منحصر به فرد است؛ لذا تعداد خطوط طیف نشری خطی هر عنصری در گستره مرئی، مخصوص آن عنصر است.
 ۳) هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عنصرها، نوری با طول موج و انرژی معین هنگام انتقال الکترون‌ها از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر را نشان می‌دهد.
 ۴) هیدروژن، ساده‌ترین عنصر بوده و نیلز بور برای توجیه طیف نشری خطی آن، مدل لایه‌ای را پیشنهاد داد.



۶۷- با توجه به شکل مقابل، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟

الف) طول موج نور نشرشده بر اثر انتقال‌های a یا b، دارای رابطه وارونه با انرژی لازم برای انتقال‌های c یا d است.
 ب) انرژی آزادشده b برابر با انرژی آزادشده در اثر انتقال الکترون از لایه $n = 3$ به لایه $n = 2$ در اتم هیدروژن است.

پ) مطابق این شکل، در نتیجه جابه‌جایی الکترون بین لایه‌ها، انرژی با طول موج دلخواه جذب یا نشر می‌شود.
 ت) انرژی الکترون‌ها در اتم، با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد؛ در نتیجه مقدار انرژی آزادشده a بیشتر از مقدار انرژی آزادشده b است.

۱) الف - ب ۲) ب - ت ۳) الف - ت ۴) ب - پ

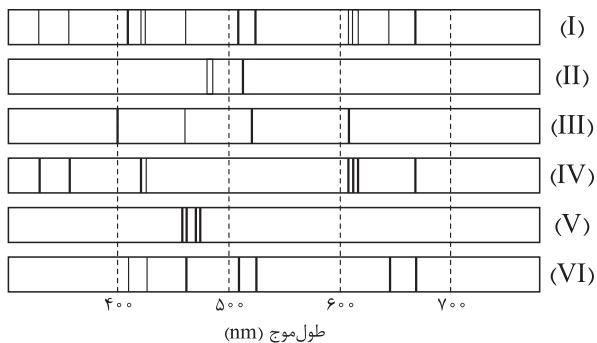
۶۸- چند مورد از مطالب زیر درباره طیف نشری خطی عنصر هیدروژن، درست است؟

- پرتو مربوط به انتقال الکترون اتم هیدروژن از لایه سوم به لایه دوم، هم‌رنگ با شعله عنصری با عدد اتمی ۳ است.
- نوارهای رنگی این طیف با افزایش طول موج پرتو، از یکدیگر دور می‌شوند.
- اتم‌های برانگیخته هیدروژن، پرا انرژی و ناپایدارند و همه با ایجاد یک پرتوی الکترومغناطیسی به حالت پایه بازمی‌گردند.
- در یک مسافت ثابت، تعداد نوسان‌های پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 6$ به لایه $n = 2$ ، بیشتر از پرتو با طول موج 486 nm است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

۶۹- با توجه به طیف‌های نشری خطی زیر که مربوط به ۵ فلز و یک مخلوط است، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ، به درستی مشخص شده است؟



• طیف نشری خطی (I) می‌تواند مربوط به آلیاژی از گونه‌های (IV) و (VI) باشد.

• شمار خطوط در ناحیه مرئی طیف نشری خطی گونه (III) و فلز لیتیم برابر است.

• مقایسه طیف‌های نشری خطی گونه‌های (V) و (II) نشان می‌دهد که الکترون‌های برانگیخته در اتم (II)، هنگام بازگشت به حالت پایه، انرژی بیشتری آزاد می‌کنند.

• اختلاف طول موج دو پرتو کم‌انرژی‌تر در طیف نشری خطی گونه (III)، کم‌تر از این اختلاف در طیف نشری خطی گونه (VI) است.

(۱) درست - درست - درست - درست - نادرست

(۲) درست - درست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - درست - نادرست

(۴) درست - درست - درست - نادرست - درست

۷۰- در آلیاژی از دو فلز مس (Cu) و نیکل (Ni)، $\frac{1}{5}$ جرم آلیاژ را فلز نیکل تشکیل داده است. اگر در نمونه‌ای از این آلیاژ، شمار اتم‌های نیکل برابر با $\frac{3}{2}N_A$ باشد، چند مول مس در این نمونه وجود دارد؟ ($N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

۲۹/۵ (۴)

۱۴/۷۵ (۳)

۱۱/۸ (۲)

۲۳/۶ (۱)

مهم‌ترین ویژگی‌های آزمون‌های خیلی سبز در پایه‌های دهم و یازدهم:

۱- برگزاری دست‌کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه

۲- برگزاری آزمون‌های ویژه برای زمان‌های خاص (میان‌ترم، ترم، پس از عید و...)

۳- امکان جبران عقب‌ماندگی‌ها یا دوره‌مطالب برای تثبیت آن‌ها

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی

خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

محل انجام محاسبات

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دهم

مرحله دوم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

تاریخ برگزاری: ۱۸/آبان/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	بهاره خزاعی - شقایق راهبریان - علی شهبازی - امید غیور - محسن فراهانی - میلاد منصوری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاهر شعاعی - صبا مهدوی - حسین هاشمی طاهری
فیزیک	علیرضا گونه
شیمی	سروش عبادی - امیرحسین مسلمی - محدثه ملکپور

نام درس	مستقل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	شقایق راهبریان	میلاد منصوری	شقایق راهبریان میلاد منصوری	علی شهبازی سجاد داوطلب	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	زهرا جالینوسی	مهدی خوشنویس ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	علیرضا گونه	علیرضا گونه	محمدجواد سورچی	ماهان فنی فر	امیر محمودی انزلی پارسا مرادی ابوالفضل ناصری
شیمی	یاسر عبداللهی	سروش عبادی	سروش عبادی	مهسا خاکی	احسان رحیمی هومن زندی صدرا عبادی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانیپور



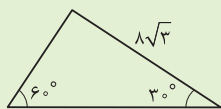
آزمون آزمایشی خلی سبز

سپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	منیژه حق دوست - راضیه سادات خلای نسب زهره صفری - محیا غنی فرد زهره فرهادی مهر - مریم مسلمی زاده ساعده نمازی - مریم نوری نیا
رسام	مونا آندستا سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	سحر ازلی تاش - فاطمه بخششی مریم حسین زاده - سپیده سخایی مائده صبری - نیلوفر فرخجسته مهدیه گل پور - لیلا نعمت پور



مساحت مثلث مقابل کدام است؟

۱



۳۲√۳ (۲)

۸√۳ (۱)

۲۴√۳ (۴)

۱۲√۳ (۳)

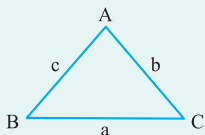
از تعریف سینوس و کسینوس اندازه ضلع‌ها را به دست آورید و سپس مساحت را حساب کنید.

Hint

دربش Box

معمولاً اضلاع مثلث به این صورت نام‌گذاری می‌شوند:

یعنی ضلع روبه‌رو به زاویه \hat{A} را a ، ضلع روبه‌رو به زاویه \hat{B} را b و ضلع روبه‌رو به زاویه \hat{C} را c می‌نامیم. (ضلع روبه‌روی هر زاویه، با حرف کوچک آن زاویه نشان داده می‌شود).



ارتفاع وارد بر ضلع a ، b و c را هم h_a ، h_b و h_c می‌نامند.

با این قراردادها، مساحت مثلث دو دسته فرمول دارد که هر دو مفید هستند:

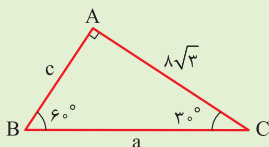
این مورد همون فرمول قدیمی «ارتفاع ضرب در قاعده تقسیم بر ۲» خودمون هست. $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$

$$2) S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

در هر مسئله هندسه که مربوط به مثلث است، باید به دو چیز فکر کنیم: (۱) فرمول‌های بالا (۲) تعاریف نسبت‌های مثلثاتی. حل تشریحی این سؤال به درک دقیق این درس‌نامه کمک می‌کند.

گام اول: تشخیص می‌دهیم که این مثلث قائم‌الزاویه است. شاید بپرسید چگونه؟ مجموع زاویه‌های هر مثلث 180° است. دو زاویه 30° و 60° روی شکل مشخص است. پس زاویه سوم برابر است با: $180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

پاسخ خیلی تشریحی

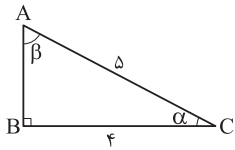


گام دوم: از تعریف کسینوس زاویه 30° می‌توانیم a را به دست آوریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{a} \Rightarrow a = 16$$

گام سوم: با داشتن AC ، BC و زاویه 30° ، مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 16 \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{3}$$



با توجه به مثلث ABC ، مقدار $\tan \beta + \cos \alpha$ کدام است؟

$$\frac{31}{20} \quad (2)$$

$$\frac{31}{12} \quad (1)$$

$$\frac{8}{4} \quad (4)$$

$$\frac{32}{15} \quad (3)$$

۲



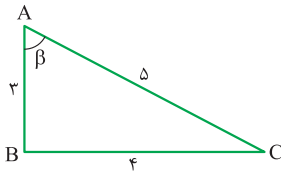
گام اول: از طریق نسبت‌های مثلثاتی، به راحتی $\cos \alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$

گام دوم: برای داشتن $\tan \beta$ باید اندازه ضلع AB را از طریق قضیه فیثاغورس به دست آوریم:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow AB^2 + 16 = 25 \Rightarrow AB^2 = 9 \Rightarrow AB = 3$$

گام سوم: حالا $\tan \beta$ را هم محاسبه می‌کنیم:



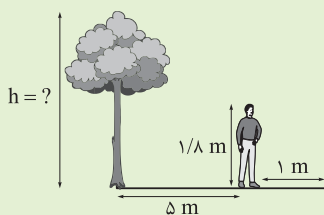
$$\tan \beta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$$

گام چهارم:

$$\tan \beta + \cos \alpha = \frac{4}{3} + \frac{4}{5} = \frac{20 + 12}{15} = \frac{32}{15}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فاصله علی از درخت مقابلش ۵ متر است. اگر قد علی $\frac{1}{8}$ متر و طول سایه او ۱ متر باشد، ارتفاع درخت کدام است؟



۱۲/۶ (۱)

۱۰/۸ (۲)

۱۰/۶ (۳)

۹/۸ (۴)

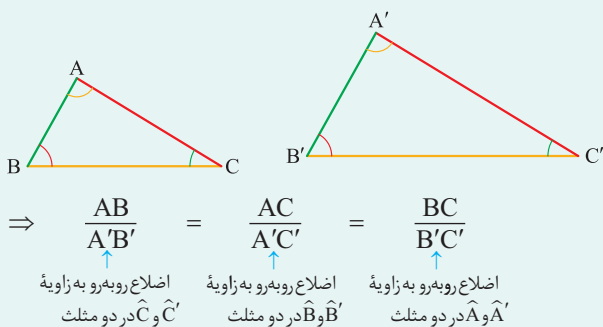
مشاوره سؤالی کاملاً مشابه مثال کار در کلاس و تمرین کتاب درسی که احتمال مطرح شدن آن در امتحان نهایی زیاد است.

Hint

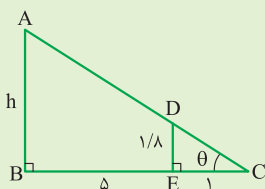
درسی Box

تشابه دو مثلث

اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، می‌گوییم که این دو مثلث متشابه هستند. وقتی دو مثلث متشابه باشند، می‌توان بین اضلاع آن‌ها تناسب برقرار کرد. در واقع اضلاع روبه‌رو به زاویه‌های برابر، متناسب هستند. مثلاً اگر در دو مثلث زیر $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{A} = \hat{A}'$ باشد، داریم:



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: شکل مناسبی رسم می‌کنیم.



گام دوم: یک بار $\tan \theta$ را برای مثلث بزرگ و بار دیگر برای مثلث کوچک می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{در مثلث بزرگ: } \tan \theta &= \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{h}{5+1} = \frac{h}{6} \\ \text{در مثلث کوچک: } \tan \theta &= \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{1/8}{1} = 1/8 \end{aligned} \right\} \frac{h}{6} = 1/8 \Rightarrow h = 6 \times 1/8 = 10/8$$

گام اول: مثلث کوچک داخلی و مثلث بزرگ با هم متشابه‌اند، چون دو زاویه برابر دارند (یکی زاویه θ و دیگری زاویه 90°)، پس

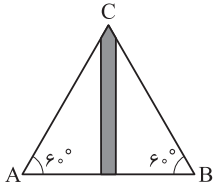
می‌توان نوشت:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB} = \frac{CD}{AC}$$

ما می‌خواهیم از این قسمت استفاده کنیم.

گام دوم: نسبت به‌دست‌آمده در گام اول را نوشته و مقادیر آن را از روی شکل جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{1/8}{h} = \frac{1}{6} \Rightarrow h = 6 \times 1/8 = 10/8$$



مطابق شکل، دو شخص از نقاط **A** و **B** با زاویه 60° می‌توانند بالای ساختمان را ببینند. اگر ارتفاع ساختمان

$15\sqrt{2}$ متر باشد، آن‌ها تقریباً در چه فاصله‌ای از هم ایستاده‌اند؟

$$15\sqrt{6} \quad (2)$$

$$5\sqrt{6} \quad (1)$$

$$30\sqrt{2} \quad (4)$$

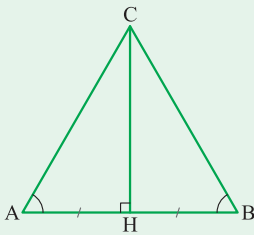
$$10\sqrt{6} \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** اطلاعات صورت سؤال را روی شکل پیاده می‌کنیم، تا ببینیم استفاده از چه فرمولی بهتر است.

برای این که فاصله دو نفر از هم را به دست آوریم، کافی است فاصله یکی از آن‌ها را تا پای ساختمان به دست آوریم.

در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع وارد بر قاعده، قاعده را نصف می‌کند.



$$BH = AH$$

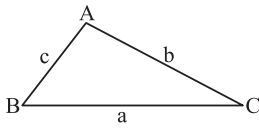
$$\tan 60^\circ = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{2}}{CH} \Rightarrow CH = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{6}}{3} = 5\sqrt{6}$$

گام دوم:

گام سوم: فاصله هر کدام از آن‌ها تا پای ساختمان $5\sqrt{6}$ متر است؛ پس فاصله آن‌ها از هم برابر است با:

$$AB = 2 \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$$

اگر در مثلث ABC ، $a = \frac{4}{3}$ و $\cos \hat{C} = \frac{1}{3}$ باشد، مساحت این مثلث کدام است؟



(۲) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$



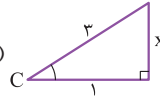
(۴) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

مساحت مثلث ABC ، می‌شود: $S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$ به راحتی به دست می‌آید (گام اول). فقط چالش ما به دست آوردن $\sin \hat{C}$ است. گام اول: از این که $a = \frac{4}{3}$ می‌فهمیم: $ab = 8$.

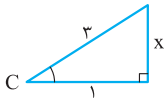
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: از $\cos \hat{C} = \frac{1}{3}$ می‌فهمیم در مثلث قائم‌الزاویه x (چون $\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos C = \frac{1}{3}$) پس ضلع مجاور زاویه C برابر ۱ و وتر برابر ۳ است.) می‌توانیم $\sin \hat{C}$ را هم حساب کنیم:



$$\sin \hat{C} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه بالا، x به راحتی از قضیه فیثاغورس قابل محاسبه است:



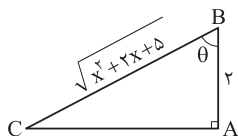
$$x^2 + 1^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

گام سوم: مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{4\sqrt{8}}{3} = \frac{4\sqrt{8}}{3} = \frac{\sqrt{8} = 2\sqrt{2}}{3} = \frac{4 \times 2\sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$





۶ اگر $\tan \theta = 3$ باشد، مقدار x در شکل مقابل کدام است؟

۴ (۲)

۵ (۱)

۶ (۴)

۳ (۳)

Hint از قضیه فیثاغورس و تعریف \tan استفاده کنید.

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

شکل	نسبت	تعریف	با توجه به شکل مقابل
	سینوس	مقابل وتر	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
	کسینوس	مجاور وتر	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
	تانژانت	مقابل مجاور	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
	کتانژانت	مجاور مقابل	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا AC را به کمک قضیه فیثاغورس پیدا کنیم:

$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2 \Rightarrow 2^2 + (AC)^2 = (\sqrt{x^2 + 2x + 5})^2 \Rightarrow 4 + (AC)^2 = x^2 + 2x + 5$$

$$\Rightarrow (AC)^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow (AC)^2 = (x+1)^2 \Rightarrow AC = x+1$$

بازشده اتحاد مربع دو جمله‌ای

گام دوم: صورت سؤال $\tan \theta = 3$ را به ما داده، تعریف $\tan \theta$ را بنویسیم و مساوی ۳ قرار دهیم:

$$\text{در مثلث } ABC: \tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{AC}{AB} \xrightarrow{\text{طبق گام اول}} \tan \theta = \frac{x+1}{2}$$

پس:

$$\left. \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{x+1}{2} \\ \tan \theta = 3 \end{array} \right\} \frac{x+1}{2} = 3 \Rightarrow x+1 = 6 \Rightarrow x = 5$$

اگر $\sin x = a$ باشد، در این صورت مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{a} \quad (۱)$$

$$\frac{a}{1-a} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{a\sqrt{1-a^2}} \quad (۳)$$



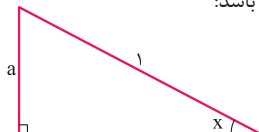
Hint از روی $\sin x = a$ ، مثلث قائم‌الزاویه مورد نظر رو رسم کنید.

وقتی یکی از نسبت‌های مثلثاتی را داشته باشیم، با رسم یک مثلث قائم‌الزاویه می‌توانیم بقیه نسبت‌ها را به دست آوریم.



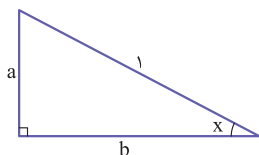
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مثلث قائم‌الزاویه دلخواه را به گونه‌ای رسم می‌کنیم که طبق صورت سؤال $\sin x = a$ باشد:



$$\sin x = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a}{1}$$

گام دوم: پس با استفاده از قضیه فیثاغورس b برابر است با:



$$a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow b^2 = 1 - a^2 \Rightarrow b = \sqrt{1 - a^2}$$

گام سوم: طبق نسبت‌های مثلثاتی، مقدار خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} + \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} + \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$$

گام چهارم: خوب تا این‌جا ما مسئله رو حل کردیم. فقط جواب آخرمون باید با مخرج مشترک‌گیری شبیه‌سازی بشه:

$$\frac{a}{\sqrt{1-a^2}} \times \frac{a}{a} + \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} \times \frac{\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}} = \frac{a^2}{a\sqrt{1-a^2}} + \frac{1-a^2}{a\sqrt{1-a^2}} = \frac{1}{a\sqrt{1-a^2}}$$



در یک دنباله حسابی $a_3 = \frac{2 \tan x + 1}{\tan x + 1}$ و $a_7 = \frac{3 \cot x + 4}{\cot x + 1}$ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

$$d = \frac{a_7 - a_3}{7 - 3}$$

(۱) $\sin x$

(۲) $\cos x$

(۳) ۲

(۴) $\frac{1}{2}$

مشاوره ظاهر بعضی سؤالات غلط‌انداز است. در نگاه اول شاید سؤال دشواری به نظر بیاید، ولی از ظاهر آن‌ها نترسید. این سؤال در نهایت تبدیل می‌شود به سؤالی با چالش جمع دو کسر و مخرج مشترک‌گیری! محاسبات ریاضی در همه جا به سراغ ما می‌آیند. پس بر آن‌ها مسلط باشید.

از رابطه $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ در دنباله‌های حسابی برای به دست آوردن اختلاف مشترک استفاده کنید.

این‌جا فقط یک یادآوری داریم؛ $\tan x$ و $\cot x$ معکوس هم هستند: پس وقتی در هم ضرب شوند، ساده می‌شوند:

$$\tan x \cdot \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$

گام اول: با استفاده از فرمول $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ اختلاف مشترک دنباله a_n را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{a_7 - a_3}{7 - 3} = \frac{a_7 - a_3}{4}$$

گام دوم: حالا بیا ببینیم در یک گام جداگانه، $a_7 - a_3$ را با جای‌گذاری عبارت متناظرشان، حساب کنیم:

$$a_7 - a_3 = \frac{3 \cot x + 4}{\cot x + 1} - \frac{2 \tan x + 1}{\tan x + 1} = \frac{3 \cot x + 4}{\cot x + 1} \times \frac{\tan x + 1}{\tan x + 1} - \frac{2 \tan x + 1}{\tan x + 1} \times \frac{\cot x + 1}{\cot x + 1}$$

$$= \frac{(3 \cot x + 4)(\tan x + 1) - (2 \tan x + 1)(\cot x + 1)}{(\cot x + 1)(\tan x + 1)} = \frac{3 \tan x \cot x + 3 \cot x + 4 \tan x + 4 - 2 \tan x \cot x - 2 \tan x - \cot x - 1}{(\cot x + 1)(\tan x + 1)}$$

طبق نکته $\tan x \cdot \cot x = 1$

$$\frac{3(1) + 3 \cot x + 2 \tan x + 4 - 2(1) - 1}{\underbrace{\tan x \cdot \cot x}_{1} + \cot x + \tan x + \underbrace{\tan x \cdot \cot x}_{1}} = \frac{4 + 3 \cot x + 2 \tan x}{1 + \cot x + \tan x + 1} = \frac{2(2 + \cot x + \tan x)}{2 + \cot x + \tan x} = 2$$

به وقت توی این مرحله نری سراغ گزینه (۳)! ممکنه محاسبات ریاضی زیاد، خواسته اصلی مسئله رو از یاد شما ببره.

گام سوم: حواسمان هست که به دنبال به دست آوردن $d = \frac{a_7 - a_3}{4}$ بودیم، پس:

$$d = \frac{a_7 - a_3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Hint

نکته

پاسخ خیلی تشریحی

گول نخوری

اگر در یک دنباله هندسی $۱۷ = ۲a_۳ + ۱$ و $a_۵ = ۷۲$ باشد، مقدار $\frac{a_۶ + a_۷}{a_۳ + a_۴}$ کدام است؟

۱۶ (۱)

۳۶ (۳)

۲۷ (۲)

۸۱ (۴)



Hint ابتدا $a_۳$ را پیدا کرده و بعد به نکته گفته شده رجوع کنید.



درس Box

دنباله هندسی

دنباله هندسی	
تعریف	هر جمله نسبت به جمله قبلی در یک مقدار ثابت ضرب می شود.
جمله عمومی	$a_n = a_۱q^{n-۱}$
رابطه بازگشتی	$a_{n+۱} = a_n \times q$
رابطه اندیس ها	$n + m = p + t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$
سه جمله متوالی Z و Y و X	سه جمله متوالی هندسی X و Y و Z (به Y واسطه هندسی X و Z می گویند.) $Y^۲ = XZ$
درج k واسطه بین a و b	$q^{k+۱} = \frac{b}{a}$
ضرب فرد جمله متوالی	ضرب فرد جمله متوالی $a_۷a_۸a_۹ = (a_۸)^۳$ — مثال — تعداد (وسطی) = حاصل ضرب

نکته

همان طور که می دانید، هر جمله دنباله هندسی از ضرب جمله قبلی در عددی ثابت ساخته می شود:

$$a_۱, a_۲, a_۳, a_۴, a_۵, \dots$$

$$\times q \quad \times q \quad \times q \quad \times q$$

پس می توان گفت: (طبق فرمول جمله عمومی) $a_n = a_۱q^{n-۱}$ (یا $a_n = a_۳q^{n-۳}$ یا $a_n = a_۴q^{n-۴}$).

پس به صورت کلی می توان گفت: $a_n = a_mq^{n-m} \quad (n > m)$

گام اول: طبق سوال $۱۷ = ۲a_۳ + ۱$ است. پس $a_۳$ برابر است با: $۲a_۳ = ۱۷ - ۱ \Rightarrow ۲a_۳ = ۱۶ \Rightarrow a_۳ = ۸$

گام دوم: با داشتن $a_۳ = ۸, a_۵ = ۷۲$ می توانیم q را طبق نکته بالا به دست آوریم:

$$a_۵ = a_۳q^۲ \Rightarrow ۷۲ = ۸q^۲ \Rightarrow q^۲ = \frac{۷۲}{۸} = ۹$$

گام سوم: حالا از نکته بالا استفاده می کنیم و بدون به دست آوردن $a_۴, a_۶$ و $a_۷$ ، حاصل کسر خواسته شده را به دست می آوریم.

$$\frac{a_۶ + a_۷}{a_۳ + a_۴} = \frac{a_۳q^۳ + a_۳q^۴}{a_۳ + a_۳q} = \frac{(a_۳ + a_۳)q^۳}{a_۳ + a_۳} = q^۳ = (q^۲)^۱ = ۹^۱ = ۹$$

پاسخ خیلی تشریحی

۱۰ اگر a_n دنباله‌ای حسابی باشد و $a_8 = a_5 + 15$ و $2a_3 = a_7 + 7$ باشد، آن گاه a_6 کدام است؟

$$48 \quad (2)$$

$$42 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

مشاوره معمولاً یک سؤال کنکور از قسمت دنباله‌های حسابی و هندسی و در همین سطح مطرح می‌شود. با تسلط به نکات این مبحث، این سؤالات به راحتی قابل حل هستند.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

کافی است جملات را بر حسب d و a_1 بنویسید و دستگاه را حل کنید.

گام اول: می‌دانیم که طبق فرمول جمله عمومی دنباله حسابی، $a_8 = a_1 + 7d$ ، $a_5 = a_1 + 4d$ ، $a_3 = a_1 + 2d$ و $a_7 = a_1 + 6d$ است.

گام دوم: در دو رابطه داده‌شده در صورت سؤال، مقادیر گام اول را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a_8 = a_5 + 15 \Rightarrow a_1 + 7d = a_1 + 4d + 15$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d - a_1 - 4d = 15 \Rightarrow 3d = 15 \Rightarrow d = 5$$

هم‌چنین:

$$2a_3 = a_7 + 7 \Rightarrow 2(a_1 + 2d) = a_1 + 6d + 7$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 4d - a_1 - 6d = 7 \Rightarrow a_1 - 2d = 7 \xrightarrow{d=5} a_1 - 10 = 7 \Rightarrow a_1 = 17$$

گام سوم: حالا که $a_1 = 17$ و $d = 5$ را داریم، به راحتی با نوشتن فرمول جمله عمومی، a_6 را به دست می‌آوریم:

$$a_6 = a_1 + 5d = 17 + 5(5) = 17 + 25 = 42$$

۱۱ اگر $2x+6$ ، $y+3$ ، $x+10$ ، $3x+2$ چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن گاه y کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۱ (۳)

۴ (۲)

۱۵ (۱)



Hint وقتی (a, b, c, d) چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، باید به این موضوع توجه کنید که هر کدام از (a, b, c) و

(b, c, d) سه جمله متوالی یک دنباله حسابی اند که می توان رابطه واسطه حسابی را برای آن ها نوشت؛ یعنی:

$$2b = a + c, 2c = b + d$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به متوالی بودن $(2x+6, y+3, x+10)$ و نکته بالا داریم:

$$(2x+6) + (x+10) = 2(y+3) \Rightarrow 3x+16 = 2y+6 \Rightarrow 3x-2y+10=0 \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به متوالی بودن $(y+3, x+10, 3x+2)$ داریم:

$$(y+3) + (3x+2) = 2(x+10) \Rightarrow 3x+y+5 = 2x+20 \Rightarrow x+y=15 \quad (2)$$

گام سوم: دستگاه تشکیل می دهیم و حل می کنیم:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ x + y = 15 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ 2x + 2y = 30 \end{cases} \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

x را در یکی از معادلات بالا جای گذاری کرده و y را به دست می آوریم:

$$x + y = 15 \xrightarrow{x=4} 4 + y = 15 \Rightarrow y = 11$$

اگر اعداد $a+1$ ، $5-2a$ و $3a+3$ به ترتیب از چپ به راست، سه جمله نخست یک دنباله حسابی باشند، آن گاه نخستین جمله این دنباله که عددی فرد است، جمله چندم آن است؟

مشاوره مشابه این سؤال در کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ رشته ریاضی مطرح شد.

(۱) دوازدهم (۲) دهم (۳) هشتم (۴) ششم



Hint

اگر (x, y, z) سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشد، آن گاه $x+z=2y$ است و y را واسطه حسابی x و z می نامند. با استفاده از نکته بالا مقدار a را محاسبه می کنیم. سپس پیدا کردن قدرنسبت و جمله اول، خیلی دشوار نیست. منطقی است که جمله ها را بنویسیم.



دنباله حسابی

دنباله حسابی (عددی)	
تعریف	به هر جمله، نسبت به جمله قبلی یک مقدار ثابت اضافه می شود.
جمله عمومی	$a_n = a_1 + (n-1)d$
رابطه بازگشتی	$a_{n+1} = a_n + d$
رابطه اندیس ها	$n + m = p + t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$
سه جمله متوالی x و y و z	$y = \frac{x+z}{2}$ (به y واسطه حسابی x و z می گویند)
درج k واسطه بین a و b	$d = \frac{b-a}{k+1}$
مجموع فرد جمله متوالی	مثال $\rightarrow a_7 + a_8 + a_9 = 3a_8$ — وسطی \times تعداد = مجموع

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: برای محاسبه a داریم:

$$(3a+3) + (a+1) = 2(5-2a) \Rightarrow 4a+4 = 10-4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

گام دوم: با به دست آمدن $a = \frac{3}{4}$ ، می توانیم سه جمله نخست دنباله را بنویسیم:

جمله اول: $3\left(\frac{3}{4}\right) + 3 = \frac{9}{4} + 3 = \frac{21}{4}$

جمله دوم: $5 - 2\left(\frac{3}{4}\right) = 5 - \frac{6}{4} = \frac{14}{4}$

جمله سوم: $\frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$

گام سوم: با توجه به این که این دنباله، دنباله ای حسابی است، پس اختلاف هر دو جمله، ثابت و برابر است با:

$$\frac{7}{4} - \frac{14}{4} = \frac{-7}{4}$$

و با به دست آوردن اختلاف مشترک جملات، می توانیم جملات دنباله را تا هر جایی ادامه دهیم و بنویسیم.

گام چهارم: چند جمله از دنباله را می نویسیم تا اولین جمله ای که عددی فرد است را پیدا کنیم ($d = -\frac{7}{4}$)

$$\frac{21}{4}, \frac{14}{4}, \frac{7}{4}, -\frac{7}{4}, -\frac{14}{4}, -\frac{21}{4}, -\frac{28}{4} = -7$$

جمله هشتم

پس هشتمین جمله این دنباله، فرد است.

۱۳ اگر اعضای $\{3, x, 6\}$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه نسبت بیشترین مقدار x به کمترین مقدار آن، کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{2}$
 (۳) $-3\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$



Hint باید حالت‌های مختلفی که این سه عدد به عنوان سه جمله متوالی می‌توانند قرار بگیرند را بررسی کنیم.

اگر (a, b, c) سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه واسطه هندسی برای آن‌ها برقرار است:

$$b^2 = ac$$

گام اول: این سه عدد به شش حالت زیر می‌توانند به عنوان سه جمله متوالی دنباله هندسی قرار بگیرند:

$$3, x, 6 \quad 3, 6, x \quad 6, 3, x$$

$$6, x, 3 \quad x, 6, 3 \quad x, 3, 6$$

گام دوم: حالا اگر برای هر کدام از حالت‌های بالا، رابطه واسطه هندسی را بنویسیم، متوجه می‌شویم که کلاً با سه معادله مواجه هستیم:

$$\begin{cases} 3, x, 6 \\ 6, x, 3 \end{cases} x^2 = 18 \quad \begin{cases} 3, 6, x \\ x, 6, 3 \end{cases} 36 = 3x \quad \begin{cases} 6, 3, x \\ x, 3, 6 \end{cases} 9 = 6x$$

گام سوم: با حل سه معادله بالا می‌توان خواسته مسئله، که نسبت بیشترین مقدار x به کمترین مقدار آن است را به دست آورد.

$$x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18}, -\sqrt{18}$$

$$36 = 3x \Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow \frac{\text{بیشترین مقدار } x}{\text{کمترین مقدار } x} = \frac{12}{-\sqrt{18}}$$

$$9 = 6x \Rightarrow x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

گام چهارم: با توجه به مقادیر گزینه‌ها، باید عدد به دست آمده را گویا و ساده کنیم:

$$\frac{12}{-\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \frac{12\sqrt{18}}{-18\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = 3\sqrt{2}}{-18\sqrt{2}} = \frac{2 \times 3\sqrt{2}}{-3\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

نکته



پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱۴ در یک دنباله هندسی $a_1 a_2 a_3 = 8$ و $a_4 a_5 a_6 = 27$ است. اختلاف مشترک دنباله حسابی که جمله اول آن $1 + 2a_3$ و جمله چهارم آن $a_5 + 5$ است، کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$



Hint

از رابطه بین تعداد فرد جمله متوالی در دنباله‌های هندسی شروع کنید.

اگر a_n یک دنباله هندسی باشد و سه جمله a_{m-k}, a_m, a_{m+k} با فاصله یکسان k را از این دنباله داشته باشیم، رابطه زیر بین آن‌ها برقرار است.

$$a_{m-k} a_m a_{m+k} = (a_m)^3 = (\text{وسطی})^3$$

گام اول: با توجه به نکته‌ای که در بالا اشاره کردیم، به جای تساوی داده شده در صورت سوال، می‌نویسیم:

$$a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = (a_5)^3 = 27 \Rightarrow (a_5)^3 = 3^3 \Rightarrow a_5 = 3$$

سه جمله از دنباله هندسی

با فاصله یکسان $(\text{وسطی})^3$

$$a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 = (a_3)^3 = 8 \Rightarrow (a_3)^3 = 2^3 \Rightarrow a_3 = 2$$

سه جمله از دنباله هندسی

با فاصله یکسان $(\text{وسطی})^3$

گام دوم: حالا ما به جای دیگه، به دنباله حسابی داریم که جمله‌های اول و چهارم آن به کمک مقادیر گام اول به دست می‌آید:

$$t_1 = 2a_3 + 1 \xrightarrow{\text{طبق گام اول } a_3=2} 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow t_1 = 5$$

$$t_4 = a_5 + 5 \xrightarrow{\text{طبق گام اول } a_5=3} 3 + 5 = 8 \Rightarrow t_4 = 8$$

گام سوم: حالا می‌توانیم قدرنسبت دنباله حسابی را به دست آوریم. فقط قبش نکته زیر را بخوانید:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

در هر دنباله حسابی، اختلاف مشترک (d) را می‌توان از رابطه روبه‌رو به دست آورد:

پس دیگه الان کار تمومه:

$$d = \frac{t_4 - t_1}{4 - 1} = \frac{8 - 5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

نکته

۱۵ اگر دو مجموعه A و B را داشته باشیم به طوری که $n(A) = 2x + 5$ و $n(B) = x + 10$ و $n(A - B) = x + 3$ باشد، آن گاه $n(B - A)$ کدام است؟

- ۸ (۲) ۶ (۱)
 $x + 3$ (۴) $x - 2$ (۳)

Hint از روابط موجود برای $n(B - A)$ و $n(A - B)$ استفاده کنید.

درنکته Box روابط مشخصی بین تعداد اعضای مجموعه‌ها وجود دارد:

$$۱) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۲) n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

در بسیاری از مسائل دانستن قانون دمورگان هم بسیار مفید است، (U مجموعه مرجع است):

$$۱) A' \cup B' = (A \cap B)'$$

$$۲) n(C') = \text{همه} - n(C) = n(U) - n(C)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به این که $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ ، داریم:

$$x + 3 = 2x + 5 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = x + 2$$

گام دوم: توجه می‌کنیم که $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$ ؛ بنابراین:

$$n(B - A) = (x + 10) - (x + 2) = 8$$

۱۶ اگر اشتراک مجموعه‌های A و B برابر A باشد و $C \subseteq A$ باشد، حاصل عبارت $(B \cup C) \cup (A - B)$ کدام است؟

(۲) $B \cup (C - A)$

(۱) $A \cap C$

(۴) $A - C$

(۳) $C - B$

Hint

ابتدا حاصل عبارت صورت سؤال رو به دست بیار، بعد با گزینه‌ها مقایسه کن.

کرتس Box

اگر مجموعه A زیرمجموعه B باشد ($A \subseteq B$) آن‌گاه موارد زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} A \cap B &= A \\ A \cup B &= B \\ A - B &= \emptyset \\ B' \subseteq A' \\ B' - A' &= \emptyset \end{aligned}$$

گام اول (به دست آوردن حاصل $(B \cup C)$):

با توجه به صورت سؤال اشتراک مجموعه‌های A و B برابر A است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که $A \subseteq B$ است. از طرفی $C \subseteq A$ است، پس داریم:

$$C \subseteq A \subseteq B$$

که از این عبارت می‌توانیم نتیجه بگیریم $C \subseteq B$ است؛ بنابراین $B \cup C = B$ است.

گام دوم (به دست آوردن حاصل $(A - B)$):

از آن‌جا که $A \subseteq B$ است، پس نتیجه می‌گیریم $A - B = \emptyset$ است.

گام سوم (به دست آوردن حاصل $(B \cup C) \cup (A - B)$):

$$(B \cup C) \cup (A - B) = B \cup \emptyset = B$$

بنابراین به دنبال گزینه‌ای هستیم که برابر B باشد.

گام چهارم: بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): $A \cap C = C$

$C \subseteq A$ است، بنابراین $A \cap C = C$ است.

گزینه (۲): $B \cup (C - A) = B$

از آن‌جا که $C \subseteq A$ است پس $C - A = \emptyset$ است.

و با توجه به این‌که اجتماع هر مجموعه‌ای با \emptyset برابر خود آن مجموعه است، بنابراین:

$$B \cup (C - A) = B \cup \emptyset = B$$

که حاصل آن برابر حاصل عبارت صورت سؤال است؛ بنابراین این گزینه درست است.

گزینه (۳): $C - B = \emptyset$

$C \subseteq B$ است بنابراین $C - B = \emptyset$ است.

گزینه (۴): $A - C$

برابر با مجموعه B نمی‌باشد؛ بنابراین نمی‌تواند جواب سؤال باشد.

در آمار جرایم رانندگی شهری، معلوم شده است که ۶۰ درصد راننده‌ها جریمه نشده‌اند، ولی ۳۰ درصد به علت سرعت غیرمجاز و ۲۵ درصد به علت نبستن کمربند ایمنی جریمه شده‌اند. چند درصد این جامعه فقط به علت نبستن کمربند ایمنی جریمه شده‌اند؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

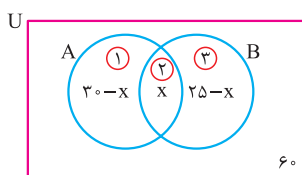
۱۰ (۱)

مشاوره انتظار دیدن چنین مسائلی را در امتحانات نهایی داشته باشید.

درس‌Box

اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه:

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$	اعضایی که فقط در A هستند.
$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$	اعضایی که فقط در B هستند.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$	اعضایی که در A یا B هستند.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$	اعضایی که حداقل در یکی از A و B هستند.
$n(A \cap B)$	اعضایی که هم در A هستند و هم در B .
$n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$	اعضایی که دقیقاً به یکی از A و B تعلق دارند.
$n(A \cup B) = n(U) - n(\text{همه})$	اعضایی که نه در A هستند و نه در B .



گام اول: برای سهولت در محاسبه و نوشتن فرمول، هر گروه را در یک دسته‌بندی قرار می‌دهیم و نام‌گذاری می‌کنیم.

A : افرادی که به علت سرعت غیرمجاز جریمه شده‌اند.

B : افرادی که جریمه به علت نبستن کمربند ایمنی جریمه شده‌اند.

گام دوم: از اطلاعات صورت داریم: $n(A) = 30$ ، $n(B) = 25$ ، $n(A \cup B) = 100 - 60 = 40$

گام سوم: خوب. حالا باید تشخیص بدیم که سوال دقیقاً کدام قسمت از نمودار ون بالا را از ما می‌خواهد:

کسانی که فقط به علت کمربندی ایمنی جریمه شده‌اند، $(25 - x)$ درصد هستند.

$$n(A \cup B) = ① + ② + ③ \Rightarrow 40 = 30 - \cancel{x} + \cancel{x} + 25 - x \Rightarrow x = 55 - 40 = 15$$

گام چهارم: مسئله از ما قسمت ② را می‌خواهد:

$$n(②) = 25 - x = 25 - 15 = 10$$

گام اول و دوم را مانند راه اول طی می‌کنیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{گام سوم:}$$

$$\Rightarrow 40 = 30 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 55 - 40 = 15$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 25 - 15 = 10 \quad \text{گام چهارم: سؤال از ما } n(B - A) \text{ را می‌خواهد، پس:}$$

به‌چور دیگه

اگر $(a, 2a) \cup [b, 3] = [1, 4]$ باشد، آن گاه $(a, 2a) \cap [b, 3]$ کدام است؟

{ } (۴)

$(1, 2]$ (۳)

$(1, 3]$ (۲)

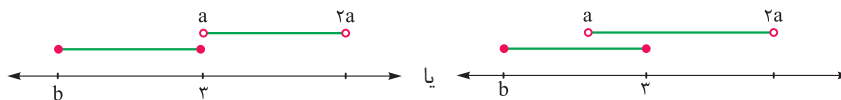
$(2, 3]$ (۱)

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به باز و بسته بودن بازه‌ها و بازه حاصل از اجتماع دو مجموعه توجه کنید و حالت‌های ممکن را بررسی کنید.
گام اول: اجتماع دو مجموعه، برابر با یک بازه نیم‌باز شده است. بیایید با هم حالت‌های مختلف را بررسی کنیم تا حالت مطلوب را پیدا کنیم:

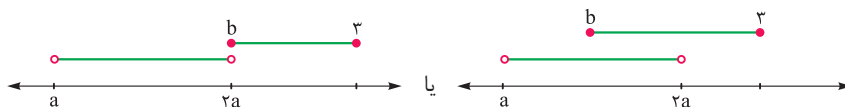
(I) اگر دو مجموعه به حالت زیر قرار داشته باشند.



اجتماع دو بازه در هر دو صورت $[b, 2a)$

این همان حالت مد نظر ما برابر حل این سوال است. چون اجتماع دو بازه به فرم یک بازه نیم‌باز (ابتدای بازه، بسته و انتهای آن باز) درآمد.

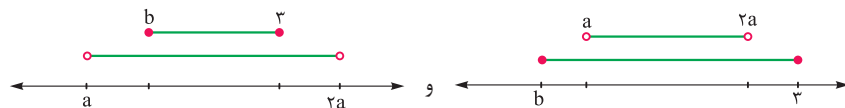
(II) اگر دو مجموعه به حالت‌های زیر باشند:



اجتماع دو بازه در هر دو صورت $(a, 3]$

که این حالت به درد ما نمی‌خورد.

(III) اگر یکی درون دیگری بیفتند:



اجتماع دو بازه $(a, 2a)$

اجتماع دو بازه $[b, 3]$

که باز هم این حالت به درد ما نمی‌خورد.

(IV) اگر دو بازه به صورت کامل از هم جدا باشند که کلاً اجتماعشان دو تکه‌ای می‌شود:



$(a, 2a) \cup [b, 3]$

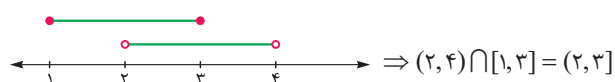
فب! با توجه به توضیحات تمام و کمال بالا، حالت مطلوب ما به علت فرم $[1, 4]$ در صورت سؤال، همان حالت (I) است. پس:

$$[b, 2a) = [1, 4) \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: حالا به راحتی اشتراک خواسته شده را می‌توانیم به دست آوریم:

$$(a, 2a) \cap [b, 3] \xrightarrow{a=2, b=1} (2, 4) \cap [1, 3]$$



$$\Rightarrow (2, 4) \cap [1, 3] = (2, 3]$$

فرض کنید $A = [a - 2, 3a]$ و $B = [-2, 6]$ دو مجموعه جدا از هم باشند. در این صورت a چند مقدار طبیعی را نمی‌تواند بپذیرد؟

۸ (۲)

۹ (۱)

۶ (۴)

۷ (۳)

مشاوره شاید تا به حال سؤال مهمی از مجموعه‌های جدا از هم در کنکور پرسیده نشده باشد، ولی همین موضوع احتمال مطرح شدن آن را بالا می‌برد.

Hint

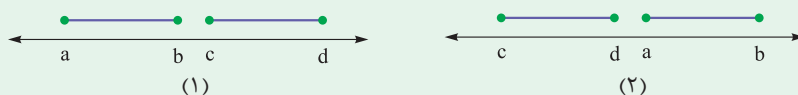
دروس Box

با رسم محور اعداد، شرایط این که دو بازه از هم جدا باشند را بررسی کنید.

مجموعه‌های A و B را جدا از هم می‌گوییم، وقتی که $A \cap B = \emptyset$ باشد. نمودار ون دو مجموعه مجزا یا همان جدا از هم، چنین است:



(۱) شرط این که $[a, b] \cap [c, d] = \emptyset$ ، این است که یا $b < c$ یا $d < a$ باشد. بیایید برای درک بهتر این مفهوم، محور اعداد را رسم کنیم.



وقتی دو بازه $[a, b]$ و $[c, d]$ جدا از هم باشند، اشتراک ندارند؛ پس یا $[a, b]$ در سمت راست و $[c, d]$ در سمت چپ است، مثل

شکل شماره (۲)، یا برعکس مثل شکل شماره (۱). پس الان شرط گفته شده در نکته واضح است؛

شکل (۱): یا باید $b < c$ باشد.

شکل (۲): یا باید $d < a$ باشد.

(۲) شرط بازه بودن $[a, b]$ این است که $a < b$ باشد.

گام اول: بررسی شرط بازه بودن $A = [a - 2, 3a]$ را فراموش نکنیم:

$$a - 2 < 3a \Rightarrow -1 < a \quad (1)$$

گام دوم: شرط $A \cap B = \emptyset$ (جدا از هم بودن دو بازه) را بررسی می‌کنیم:

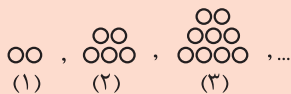
$$\begin{cases} 3a < -2 \\ \text{یا} \\ 6 < a - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < -\frac{2}{3} \\ \text{یا} \\ 8 < a \end{cases} \xrightarrow[\text{اجتماع می‌گیریم}]{\text{(یا) داریم پس}} a \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (8, +\infty) \quad (2)$$

گام سوم: از اشتراک بین (۱) و (۲)، داریم:

$$a \in (-1, -\frac{2}{3}) \cup (8, +\infty) \quad (3)$$

گام چهارم: اعداد طبیعی که در (۳) قرار ندارند، عبارت‌اند از $\{1, 2, \dots, 8\}$ ؛ پس ۸ عدد طبیعی در این بازه نیستند (یا برای a قابل قبول نیستند).

پاسخ خیلی تشریحی



۲۰ در الگوی مقابل، شکل دهم از چند دایره تشکیل شده است؟

۶۴ (۱) ۶۱ (۲)

۶۵ (۳) ۶۳ (۴)



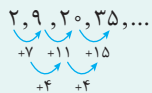
مقدار دایره‌های هر مرحله از مجموع تعداد دایره‌های مرحله قبل و (۱ + شماره مرحله) تشکیل شده است.

Hint

جمله عمومی الگوی درجدهو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است.

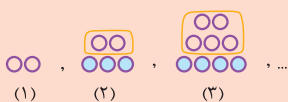
درسی Box

مثلاً دنباله $t_n = 2n^2 + n - 1$ یک دنباله درجدهو است. جملات آن به صورت زیر هستند، مقداری که به جملات متوالی اضافه می‌شود را می‌نویسیم.



در دنباله ۷, ۱۱, ۱۵, ... اختلاف دو جمله متوالی، همواره ۴ است.

نصف این عدد، همواره ضریب n^2 در دنباله است. در این جا هم نصف عدد ۴، می‌شود ۲ که ضریب n^2 در جمله عمومی است.



گام اول: همان‌طور که در دسته‌بندی روبه‌رو مشخص است، تعداد دایره‌های هر مرحله،

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از جمع تعداد دایره‌های مرحله قبل با یک ردیف دایره پایینی به دست می‌آید. تعداد

دایره‌های پایین‌ترین ردیف، یکی بیشتر از شماره هر مرحله است.

گام دوم: توضیحات بالا را برای حل راحت‌تر وارد جدول می‌کنیم:

شماره مرحله	۱	۲	۳	۴	...	۱۰
تعداد دایره‌های ردیف پایین (۱ + شماره مرحله)	۲	۳	۴	۵		$10 + 1 = 11$
تعداد دایره‌های ردیف‌های بالای (مجموع تعداد دایره‌های مرحله قبلی)	۰	۲	۵	۹		$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54$
تعداد کل دایره‌ها	$2 + 0 = 2$	$3 + 2 = 5$	$4 + 5 = 9$	$5 + 9 = 14$		$11 + 54 = 65$

گام اول:

به‌جور دیگر

$$a_n = 2 + 3 + 4 + \dots + (n+1) = (1+2+3+4+\dots+(n+1)) - 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1$$

یادونه بیشتر از شماره مرحله یادونه بیشتر از شماره مرحله

$$\Rightarrow a_{10} = \frac{11 \times 12}{2} - 1 = 65$$

گام دوم:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n برابر است با:

نکته

۲۱ نقیض گزاره «یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند» کدام است؟

- (۱) همه چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.
- (۲) چهارضلعی‌ای وجود دارد که دو قطر آن برابرند.
- (۳) همه چهارضلعی‌ها دو قطر نابرابر دارند.
- (۴) مستطیل چهارضلعی‌ای با دو قطر برابر است.

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۲۷ کتاب درسی هندسه ۱ طراحی شده است.

Hint

درسی Box

برای نقیض کردن گزاره‌ای که در آن واژه «بعضی» یا «وجود دارد» به کار رفته است، باید از واژه «همه» یا «هر» استفاده کرد.

گزاره جمله‌ای خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. ارزش نقیض یک گزاره دقیقاً مخالف ارزش خود گزاره است.

نقیض گزاره صورت سؤال به یکی از دو صورت زیر نوشته می‌شود که معادل یکدیگرند.

الف) چنین نیست که چهارضلعی‌ای وجود داشته باشد که دو قطر آن برابر نباشند.

ب) همه چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

دقت کنید که نقیض گزاره لزوماً نباید دارای ارزش نادرست باشد و صرفاً ارزش آن مخالف ارزش خود گزاره است.

ممکن است به اشتباه گزینه (۲) انتخاب شود، یعنی صرفاً فعل جمله منفی شود، در حالی که در جملاتی که همراه با عبارت «وجود دارد» است، حتماً باید از واژه «همه» یا «هر» به عنوان جایگزین آن برای نقیض گزاره استفاده کرد.

پاسخ خیلی تشریحی

گول نخوری

مثلت ABC در رأس A متساوی الساقین است. عمودمنصف ساق AB ، امتداد ساق AC را در نقطه T قطع می‌کند. اگر $\hat{TBA} = 72^\circ$ باشد، اندازه زاویه C چند درجه است؟

۲۲

۳۲ (۴)

۳۴ (۳)

۳۶ (۲)

۳۸ (۱)



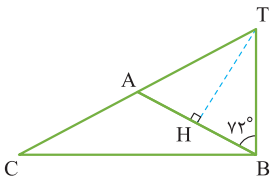
Hint

درس‌Box

از وصل کردن هر نقطه دلخواه روی عمودمنصف یک پاره‌خط به دو سر آن پاره‌خط، یک مثلث متساوی الساقین ایجاد می‌شود.

- (۱) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط واقع است.
- (۲) اندازه هر زاویه خارجی مثلث برابر است با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاورش.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** ساق AC را از طرف A امتداد می‌دهیم تا عمودمنصف ساق AB را در نقطه T قطع نماید و سپس از T به B وصل می‌کنیم. نقطه T روی عمودمنصف AB قرار دارد، پس از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است و در نتیجه داریم:



$$TA = TB \Rightarrow \triangle TAB \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow \hat{TAB} = \hat{TBA} = 72^\circ$$

گام دوم: زاویه \hat{TAB} برای مثلث ABC ، زاویه خارجی محسوب می‌شود، پس اندازه آن برابر مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاورش است. از طرفی مثلث ABC متساوی الساقین است و در نتیجه $\hat{B} = \hat{C}$ ، پس داریم:

$$\hat{TAB} = \hat{B} + \hat{C} \xrightarrow{\hat{B}=\hat{C}} 72^\circ = 2\hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 36^\circ$$

۲۳ در مثلث ABC ، نقطه M وسط ضلع BC ، $AB = 6 - 4x$ ، $AC = 4 + 2x$ ، $AM = x + 1$ است. حدود x کدام است؟

$$x < 1 \quad (2)$$

$$0 < x < 1 \quad (1)$$

$$x > 2 \quad (4)$$

$$x < 2 \quad (3)$$

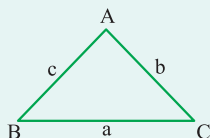
مشاوره قضیه نامساوی مثلثی (قضیه حمار) از رابطه‌های بسیار مهم و تعیین‌کننده شرط وجود مثلث است. مشابه چنین سؤالی در کنکور سال‌های گذشته وجود داشته است.

Hint

درس‌Box

میانۀ AM را به اندازه خودش امتداد داده و از نقطه حاصل به یکی از دو رأس دیگر مثلث وصل کنید.

طبق قضیه نامساوی مثلثی، در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است.

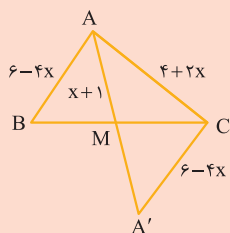


به عنوان مثال در مثلث ABC داریم:

$$\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی گام اول: میانۀ AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه A' حاصل شود. دو مثلث ABM و $A'MC$ به

حالت برابری دو ضلع و زاویه بین، همنهشت هستند، پس $A'C = AB = 6 - 4x$.



گام دوم: طبق قضیه نامساوی مثلثی در مثلث ACA' ، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است، پس داریم:

$$1) \quad AC + CA' > AA' \Rightarrow (4 + 2x) + (6 - 4x) > 2(x + 1) \Rightarrow 4x < 8 \Rightarrow x < 2$$

$$2) \quad AC + AA' > CA' \Rightarrow (4 + 2x) + 2(x + 1) > 6 - 4x \Rightarrow 8x > 0 \Rightarrow x > 0$$

$$3) \quad AA' + CA' > AC \Rightarrow 2(x + 1) + (6 - 4x) > 4 + 2x \Rightarrow 4x < 4 \Rightarrow x < 1$$

گام سوم: اشتراک نامساوی‌های (۱)، (۲) و (۳) به صورت نامساوی $0 < x < 1$ است. هم‌چنین طول هر سه ضلع مثلث به ازای

این مقادیر مثبت است، پس حدود x به صورت $0 < x < 1$ است.

در مراحل رسم متوازی‌الاضلاعی که طول دو قطر آن معلوم است، به کدام یک از ترسیم‌های زیر نیاز داریم؟

(۱) عمودمنصف یک پاره‌خط

(۲) نیمساز یک زاویه

(۳) خطی موازی خط مفروض از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

(۴) خطی عمود بر خط مفروض از نقطه‌ای غیرواقع بر آن



مشاوره روش رسم متوازی‌الاضلاع با معلوم‌بودن طول دو قطر آن در تمرین ۱ صفحه ۱۵ کتاب درسی هندسه ۱ مورد سؤال قرار گرفته است.



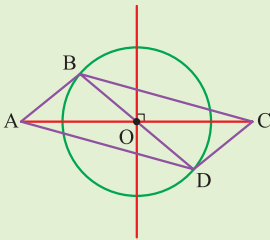
Hint

پاسخ خیلی تشریحی

در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، پس برای رسم متوازی‌الاضلاع به نقطه برخورد قطرها نیاز داریم.

گام اول: برای رسم متوازی‌الاضلاع ABCD با معلوم‌بودن طول قطرها آن، ابتدا یکی از قطرها را داده شده، مثلاً قطر بزرگ‌تر را رسم می‌کنیم (پاره‌خط AC).

برای ادامه رسم متوازی‌الاضلاع به نقطه وسط پاره‌خط AC نیاز داریم، پس با استفاده از خط‌کش و پرگار، عمودمنصف پاره‌خط AC را رسم می‌کنیم و محل تلاقی آن با پاره‌خط AC را نقطه O می‌نامیم.



گام دوم: به مرکز نقطه O و به شعاع برابر نصف قطر دیگر متوازی‌الاضلاع، دایره‌ای رسم می‌کنیم و سپس قطر دلخواهی از این دایره (غیرمنطبق بر راستای AC) را انتخاب کرده و آن را BD می‌نامیم. چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است و مسئله بی‌شمار جواب دارد، زیرا قطر BD دلخواه است.

۲۵ اگر $\frac{3a+b+c}{d} = \frac{3a+b+d}{c} = \frac{b+c+d}{2a} = \frac{3a+c+d}{b}$ باشد، حاصل $\frac{9a^2b^2 + b^2c^2 + c^2d^2}{2b^2d^2}$ کدام است؟

۱ (۲)

۰ / ۵ (۱)

۲ (۴)

۱ / ۵ (۳)

مشاوره تسلط بر ویژگی‌های تناسب برای حل بهتر و سریع‌تر مسائل مرتبط با قضیه تالس و تشابه مثلث‌ها ضروری است.

Hint

در حل مسائل تناسب، وقتی در صورت یا مخرج کسرها با عبارت‌های طولانی روبه‌رو شدید، ابتدا به ترکیب یا تفصیل نسبت در صورت یا مخرج کسر فکر کنید.

ویژگی‌های تناسب
دربین Box

به کمک اعمال و روش‌های جبری می‌توان از هر تناسب، تناسب‌ها یا تساوی‌های دیگر را نتیجه گرفت که مهم‌ترین این ویژگی‌ها عبارت‌اند از:

۱) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ ($b, d \neq 0$) (طرفین وسطین کردن)

۲) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ ($a, b, c, d \neq 0$) (معکوس کردن طرفین تناسب)

۳) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ یا $\frac{b}{d} = \frac{a}{c}$ ($a, b, c, d \neq 0$) (تعویض جای طرفین یا وسطین)

۴) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ یا $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ ($b, d \neq 0$) (ترکیب نسبت در صورت یا مخرج)

۵) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ یا $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ ($b, d \neq 0$) (تفصیل نسبت در صورت یا مخرج)

۶) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($b, d \neq 0$)

۷) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: از ترکیب نسبت در صورت استفاده می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\frac{3a+b+c+d}{d} = \frac{3a+b+c+d}{c} = \frac{3a+b+c+d}{2a} = \frac{3a+b+c+d}{b} \Rightarrow 3a = b = c = d$$

گام دوم: با فرض $3a = b = c = d = t$ داریم $9a^2 = b^2 = c^2 = d^2 = t^2$ و در نتیجه:

$$\frac{9a^2b^2 + b^2c^2 + c^2d^2}{2b^2d^2} = \frac{t^4 + t^4 + t^4}{2t^4} = \frac{3t^4}{2t^4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

در مثلث ABC ($AC = ۲۰$ و $AB = ۱۲$)، از رأس C خطی به موازات AB رسم کرده و روی آن نقطه D را چنان انتخاب می‌کنیم که $DA = DB$ باشد. اگر فاصله B تا AC برابر $۴/۸$ باشد، طول پاره‌خط AD کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

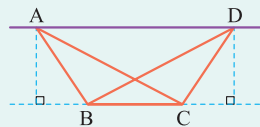
۸ (۱)

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۳۳ کتاب درسی هندسه ۱ طراحی شده است.

Hint
درتس Box

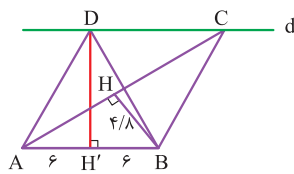
نقطه‌ای که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد؛ پس D روی عمودمنصف AB است.

اگر دو مثلث، قاعده مشترکی داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آن‌ها روی یک خط موازی این قاعده باشند، این مثلث‌ها هم مساحت‌اند.



$$S_{ABC} = S_{DBC}$$

گام اول: از رأس C ، خط d را موازی با AB رسم می‌کنیم. محل برخورد عمودمنصف AB با خط d را نقطه D می‌نامیم. هم‌چنین از نقطه B ، عمود BH را بر ضلع AC رسم می‌کنیم.



گام دوم: دو مثلث ABC و ABD دارای قاعده مشترک AB هستند و رأس‌های مقابل به این قاعده در دو مثلث روی یک خط موازی با قاعده قرار دارد، پس داریم:

$$S_{ABC} = S_{ABD} \Rightarrow \frac{1}{2} \times BH \times AC = \frac{1}{2} \times DH' \times AB \Rightarrow 4/8 \times 20 = DH' \times 12 \Rightarrow DH' = 8$$

گام سوم: طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $AH'D$ داریم:

$$AD^2 = AH'^2 + DH'^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AD = 10$$

پاسخ خیلی تشریحی

در مثلث ABC ، $AB = ۱۲$ و $AC = ۱۵$ است. اگر طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر مجموع نصف اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC و دو برابر اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AB باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

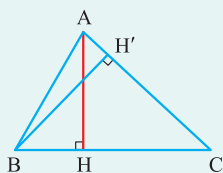
مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از کنکور تجربی خارج از کشور سال ۹۵ طراحی شده است.

Hint

درتین Box

اندازه ارتفاع‌های مثلث را برحسب مساحت مثلث بنویسید.

در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آنها برابر است. به عنوان مثال در مثلث ABC داریم:



$$\left. \begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} AH \times BC \\ S_{ABC} &= \frac{1}{2} BH' \times AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH \times BC = BH' \times AC$$

$$\Rightarrow h_a \times a = h_b \times b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: فرض کنید مساحت مثلث ABC را با S نمایش دهیم. در این صورت داریم:

$$S = \frac{1}{2} a \times h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}$$

$$S = \frac{1}{2} b \times h_b \Rightarrow h_b = \frac{2S}{b}$$

$$S = \frac{1}{2} c \times h_c \Rightarrow h_c = \frac{2S}{c}$$

گام دوم: مقادیر به دست آمده در گام اول را در رابطه صورت سؤال جای گذاری می‌کنیم:

$$h_a = \frac{1}{2} h_b + 2h_c \Rightarrow \frac{2S}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{2S}{b} + 2 \times \frac{2S}{c}$$

$$\xrightarrow{\div 2S} \frac{1}{a} = \frac{1}{2b} + \frac{2}{c} = \frac{1}{2 \times 12} + \frac{2}{15} = \frac{1}{24} + \frac{2}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 5$$

بهبود دیگر

طرفین رابطه صورت سؤال را بر ارتفاع h_a تقسیم می‌کنیم.

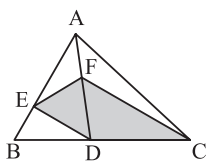
$$h_a = \frac{1}{2} h_b + 2h_c \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \frac{h_b}{h_a} + 2 \frac{h_c}{h_a}$$

با توجه به نکته ارائه شده در درس box داریم:

$$1 = \frac{1}{2} \frac{a}{b} + 2 \frac{a}{c} \Rightarrow a \left(\frac{1}{2b} + \frac{2}{c} \right) = 1 \Rightarrow a \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{6} \right) = 1$$

$$\Rightarrow a \times \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow a = 5$$

در شکل زیر F وسط AD است. $AE = ۳BE$ و $CD = ۲BD$. مساحت چهارضلعی CDEF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{۳}{۸} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

$$\frac{۱۱}{۲۴} \quad (۴)$$

$$\frac{۵}{۱۲} \quad (۳)$$

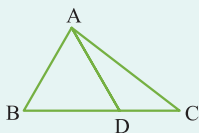


نسبت مساحت‌های هر کدام از دو مثلث EDF و CDF را به مثلث ABC به دست آورید.

Hint

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، آن‌گاه نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌ها است.

درتس Box



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC}$$

گام اول: نسبت مساحت مثلث CDF به مساحت مثلث ABC را تعیین می‌کنیم: **پاسخ خیلی تشریحی**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{DC}{BC} = \frac{۲}{۳} \\ \frac{S_{CDF}}{S_{ADC}} = \frac{FD}{AD} = \frac{۱}{۲} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{CDF}}{S_{ADC}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{S_{CDF}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۳}$$

گام دوم: نسبت مساحت مثلث EDF به مساحت مثلث ABC را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{۱}{۳} \\ \frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} = \frac{AE}{AB} = \frac{۳}{۴} \\ \frac{S_{EDF}}{S_{ADE}} = \frac{DF}{AD} = \frac{۱}{۲} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{EDF}}{S_{ADE}} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{S_{EDF}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۸}$$

گام سوم: رابطه‌های به دست آمده در گام‌های اول و دوم را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{S_{CDEF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{CDF}}{S_{ABC}} + \frac{S_{EDF}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۸} = \frac{۱۱}{۲۴}$$

در مثلث حاده الزاویه ABC ، نیمساز زاویه B عمودمنصف ضلع AC را در خارج مثلث قطع می‌کند و نیمساز زاویه A عمودمنصف ضلع BC را روی مثلث قطع می‌کند. کدام نامساوی زیر درست است؟

(۲) $AC > BC > AB$

(۱) $BC > AC > AB$

(۴) $AC > AB > BC$

(۳) $BC > AB > AC$

مشاوره قضیه‌های ضلع برتر و زاویه برتر، دو قضیه کلیدی در مبحث نامساوی‌های هندسی هستند. این سؤال با نگاه به این قضایا و مشابه سؤالی از کنکور ریاضی خارج ۱۴۰۰ طرح شده است.

Hint

درستی Box

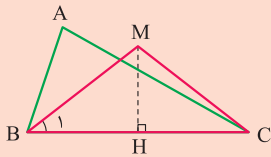
هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

(۱) قضیه ضلع برتر: اگر در یک مثلث، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

(۲) قضیه زاویه برتر: اگر در یک مثلث، دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

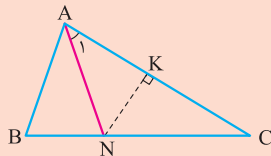
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید نیمساز زاویه B عمودمنصف ضلع BC را در نقطه M خارج مثلث قطع کند. در این صورت داریم:



$$M \in BC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow MB = MC \xrightarrow{\triangle MBC} \hat{B}_1 = \hat{M}CB \xrightarrow{\hat{M}CB > \hat{C}} \frac{\hat{B}}{2} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > 2\hat{C}$$

گام دوم: فرض کنید نیمساز زاویه A عمودمنصف ضلع AC را در نقطه N روی مثلث قطع کند. در این صورت داریم:



$$N \in AC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow NA = NC \xrightarrow{\triangle NAC} \hat{A}_1 = \hat{C} \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{C}$$

گام سوم: با مقایسه نتایج حاصل از گام‌های اول و دوم داریم:

$$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \xrightarrow{\text{زاویه برتر}} AC > BC > AB$$

۳۰

در مثلث ABC ، نقطه D روی خط شامل ضلع AC قرار دارد. در مثلث ABD ، نقطه‌ای که از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، کجا قرار دارد؟

نقطه همرسی نیمسازهای مثلث ABD

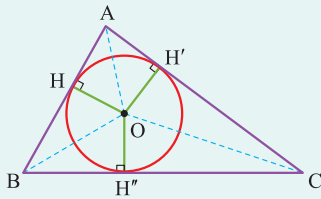
- (۱) دو خط موازی
- (۲) یک دایره
- (۳) یک نیم خط عمود بر هم
- (۴) دو نیم خط عمود بر هم



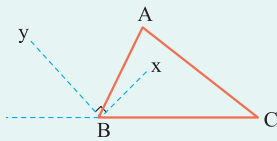
Hint نقطه D می‌تواند روی ضلع AC و یا امتداد آن واقع باشد.

دانش‌Box

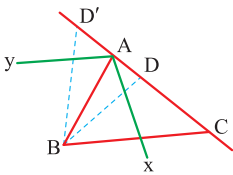
(۱) در هر مثلث، نیمسازهای زوایای داخلی در نقطه‌ای درون مثلث هم‌رسند. این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است و مرکز دایره‌ای است که به سه ضلع مثلث مماس است؛ این دایره را دایره محاطی داخلی مثلث می‌نامند.



(۲) نیمسازهای زوایای داخلی و خارجی هر رأس مثلث بر هم عمود هستند.



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مطابق شکل برای نقطه D ، دو وضعیت مختلف (یکی روی ضلع AC و دیگری روی امتداد ضلع AC) در نظر می‌گیریم.

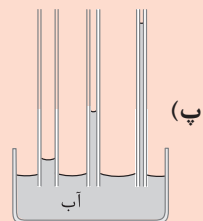
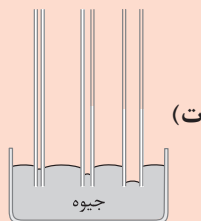
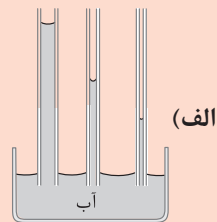
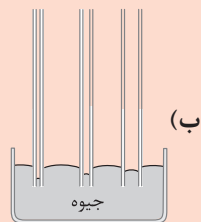


گام دوم: می‌دانیم نقطه‌ای که از سه ضلع یک مثلث به یک فاصله است، نقطه همرسی نیمسازهای زوایای آن مثلث است. در مثلث‌های ABD و ABD' نقطه همرسی نیمسازها روی نیم‌خط‌های Ax و Ay که به ترتیب نیمساز زوایای داخلی و خارجی رأس A هستند، قرار دارد؛ پس با تغییر مکان نقطه D روی خط شامل ضلع AC ، نقطه همرسی نیمسازهای زوایای مثلث ABD روی دو نیم‌خط عمود بر هم Ax و Ay قرار می‌گیرد.

ممکن است به اشتباه گزینه (۲) یعنی یک نیم‌خط به عنوان جواب انتخاب شود؛ دلیل این اشتباه بی‌توجهی به این نکته است که نقطه D می‌تواند روی امتداد ضلع AC و در نتیجه خارج مثلث باشد و لزوماً نقطه مورد نظر در سؤال، فقط روی نیمساز داخلی زاویه A قرار ندارد.

گول نخوری

کدام یک از شکل‌های زیر، خاصیت مویینگی در لوله‌های شیشه‌ای تمیز را به درستی نشان می‌دهند؟



(۲) «پ» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

(۴) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»



۱) سطح آب در لوله مویین شیشه‌ای تمیز، بالاتر از سطح آب داخل ظرف و به صورت فرورفته و سطح جیوه داخل لوله مویین، پایین‌تر از سطح جیوه داخل ظرف و به صورت برآمده است.
۲) هر چه قطر لوله مویین کم‌تر باشد، تغییرات بیشتری ایجاد می‌شود؛ یعنی آب در لوله مویین بالاتر و جیوه در لوله مویین پایین‌تر می‌رود.



طبق نکته‌های (۱) و (۲) شکل‌های (ب) و (پ) درست هستند.
از طرفی، طبق نکته (۲) شکل‌های (الف) و (ت) نادرست هستند.

✓ پاسخ خیلی تشریحی

شکل زیر، قطره‌ای شدن جیوه روی سطح شیشه را نشان می‌دهد. هر چه قطره باشد، نیروی آن را تخت‌تر می‌کند.



(۱) کوچک‌تر - گرانش زمین

(۲) بزرگ‌تر - گرانش زمین

(۳) کوچک‌تر - دگرچسبی

(۴) بزرگ‌تر - دگرچسبی

۳۲

مشاوره این تست می‌خواهد بهت اهمیت شکل‌های کتاب رو بگه. چه برای امتحان نهایی و چه برای کنکور! شکل‌های کتاب خیلی مهمن. نگفتیا!



نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های قطره سبب کروی شدن قطره و نیروی گرانش زمین سبب تخت‌تر شدن قطره می‌شود.

طبق نکته بالا، هر چه قطره بزرگ‌تر باشد، به خاطر نیروی گرانش زمین تخت‌تر می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

موی انسان در یک سال تقریباً 6 in رشد می‌کند. موی انسان در یک روز چند میلی‌متر رشد می‌کند؟ (یک ماه را 30 روز در نظر بگیرید)

و $1 \text{ in} = 2.5 \text{ cm}$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{25}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{24} \quad (4)$$

$$\frac{1}{15} \quad (3)$$

مشاوره از همین الان که دانش‌آموز دهم هستی، تبدیل یکا رو جدی بگیر، چون باهات کار داریم و اگر توی این فصل خوب بهش مسلط بشی، بعداً به مشکل نمی‌خوری!

درس‌Box

برای تبدیل یکا به روش زنجیره‌ای باید ابتدا عدد و یکای اولیه را بنویسیم، سپس به تعداد تبدیل واحدها، از کسر استفاده کنیم و در نهایت در صورت و مخرج هر کسر از ضرایب تبدیل به‌گونه‌ای استفاده کنیم که اگر بخواهیم یکایی را در صورت حذف کنیم، همان یکا را در مخرج کسر ارتباطی قرار دهیم یا اگر می‌خواهیم یکایی را در مخرج حذف کنیم، همان یکا را در صورت کسر ارتباطی قرار دهیم. به مثال زیر توجه کنید.

مثال: چگالی ماده‌ای $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. چگالی این ماده چند $\frac{\text{mg}}{\text{dm}^3}$ است؟

● **گام اول:** تبدیل واحدها را مشخص می‌کنیم:

$$\text{g} \xrightarrow{(1)} \text{mg}$$

$$\text{cm}^3 \xrightarrow{(2)} \text{m}^3 \xrightarrow{(3)} \text{dm}^3$$

بنابراین باید 3 کسر ارتباطی داشته باشیم.

● **گام دوم:** تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم و چگالی را برحسب $\frac{\text{mg}}{\text{dm}^3}$ حساب می‌کنیم:

$$\rho = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ mg}}{10^{-3} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-4} \times 10^{-6}} \frac{\text{mg}}{\text{dm}^3} = 5 \times 10^6 \frac{\text{mg}}{\text{dm}^3}$$

✓ **پاسخ خیلی تشریحی** گام اول: تبدیل واحدها را مشخص می‌کنیم:

$$\text{in} \xrightarrow{(1)} \text{cm} \xrightarrow{(2)} \text{m} \xrightarrow{(3)} \text{mm}$$

$$\text{سال} \xrightarrow{(4)} \text{ماه} \xrightarrow{(5)} \text{روز}$$

بنابراین باید 5 کسر ارتباطی داشته باشیم.

● **گام دوم:** تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم و آهنگ رشد موی انسان را برحسب $\frac{\text{mm}}{\text{روز}}$ حساب می‌کنیم:

$$\text{آهنگ رشد موی انسان} = 6 \frac{\text{in}}{\text{سال}} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \frac{1 \text{ سال}}{12 \text{ ماه}} \times \frac{1 \text{ ماه}}{30 \text{ روز}} = \frac{6 \times 2.5 \times 10^{-2}}{10^{-2} \times 12 \times 30} \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

علاوه بر این موهاتون در طول روز تقریباً چه قدر رشد می‌کنه؟

۳۴ مطابق شکل زیر، طول جسمی را توسط دو ابزار رقمی (دیجیتال) A و B اندازه‌گیری کرده‌ایم. دقت اندازه‌گیری A، cm و ابزار دقیق‌تر است.

A
36.10 mm

B
36.103 mm

A، 0.01 (۲)

A، 0.001 (۱)

B، 0.01 (۴)

B، 0.001 (۳)

درس‌Box

دقت ابزار رقمی (دیجیتال) برابر است با یک واحد از آخرین رقمی که نشان می‌دهد. به عنوان مثال، اگر یک ترازوی دیجیتال مقدار $2/375 \text{ kg}$ را نشان دهد، با توجه به این که آخرین رقم آن 5 kg است، دقت آن برابر با 0.001 kg یا 1 g است. طبق درس‌بکس، دقت اندازه‌گیری وسیله A، 0.01 mm و دقت اندازه‌گیری وسیله B، 0.001 mm است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗

سؤال دقت اندازه‌گیری A را بر حسب cm می‌خواهد، نه mm !

$$A = 0.01 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 0.01 \times 10^{-1} \text{ cm} = 0.001 \text{ cm}$$

هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری یک وسیله کوچک‌تر باشد، آن وسیله دقیق‌تر است.

نکته

با توجه به نکته بالا درمی‌یابیم که وسیله B دقیق‌تر است.

۳۵ آزمایشگری جرم جسمی را ۶ بار اندازه‌گیری کرده و گزارش اندازه‌گیری آن‌ها در جدول زیر آمده است. نتیجه این اندازه‌گیری در SI کدام است؟

شماره گزارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶
جرم (g)	۲۵۵۴	۲۵۵۵	۲۷۶۰	۲۵۶۰	۲۴۱۰	۲۵۵۵

$$۲ / ۵۵۶ (۲)$$

$$۲۵۵۵ (۱)$$

$$۲۵۵۶ (۴)$$

$$۲ / ۵۵۵ (۳)$$

یکی از راه‌های کاهش خطای اندازه‌گیری این است که چند بار اندازه‌گیری کنیم. میانگین داده‌های حاصل از اندازه‌گیری را که در یک محدوده‌اند (داده‌هایی را که اختلاف زیادی با بقیه دارند، حذف می‌کنیم)، به عنوان نتیجه اندازه‌گیری گزارش می‌کنیم.

گام اول: داده‌هایی را که اختلاف زیادی با بقیه دارند، حذف می‌کنیم: گزارش‌های شماره (۳) و (۵) اختلاف زیادی با بقیه دارند؛ بنابراین حذف می‌شوند.

شماره گزارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶
جرم (g)	۲۵۵۴	۲۵۵۵	۲۷۶۰	۲۵۶۰	۲۴۱۰	۲۵۵۵

گام دوم: برای گزارش نتیجه اندازه‌گیری، میانگین ۴ گزارش باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{۲۵۵۴ + ۲۵۵۵ + ۲۵۶۰ + ۲۵۵۵}{۴} = ۲۵۵۰ + \frac{۴ + ۵ + ۱۰ + ۵}{۴} = ۲۵۵۰ + ۶ = ۲۵۵۶g = ۲ / ۵۵۶kg$$

سؤال، نتیجه اندازه‌گیری را در SI یعنی برحسب kg می‌خواهد، نه g!

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول‌نخوری ✖

جرم و شعاع کره زمین به ترتیب $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $6/4 \times 10^3 \text{ km}$ است. چگالی کره زمین در SI تقریباً کدام است؟ ($\pi = 3$)

۳۶

۵۷۲۲ (۲)

۳۶۶۲ (۱)

۱۹۵۳ (۴)

۴۸۸۲ (۳)

مشاوره توی این سوالا حتماً حواست به اختلاف گزینه‌ها باشه تا بتونی تقریب بزنی وگرنه اگر بخوای دقیق محاسباتش رو انجام بدی، خیلی وقت و انرژی رو سر جلسه می‌گیره.

دربش Box

چگالی یک ماده همگن برابر است با نسبت جرم به حجم آن و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (kg) \nearrow
 $\rho = \frac{m}{V}$
 \nwarrow حجم (m^3)
 چگالی (kg/m^3)

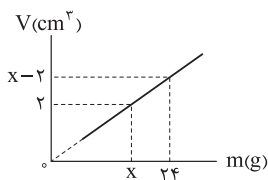
گام اول: حجم کره زمین را حساب می‌کنیم: **پاسخ خیلی تشریحی** ✓

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow[\substack{R=6/4 \times 10^3 \text{ km} \\ = 6/4 \times 10^6 \text{ m}}]{\pi=3} V = \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} \times (6/4 \times 10^6)^3 \approx 1048/5 \times 10^{18} \text{ m}^3$$

گام دوم: چگالی کره زمین را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\substack{V=1048/5 \times 10^{18} \text{ m}^3}]{m=6 \times 10^{24} \text{ kg}} \rho = \frac{6 \times 10^{24}}{1048/5 \times 10^{18}} = \frac{6000}{1048} \approx 5722 \text{ kg}/\text{m}^3$$

نمودار حجم برحسب جرم ماده همگنی مطابق شکل زیر است. چگالی این ماده در SI کدام است؟ **۳۷**



۴۰۰۰ (۱)

۴ (۲)

۳۰۰۰ (۳)

۳ (۴)

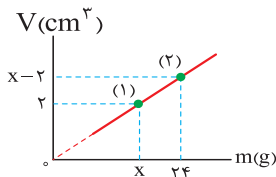
مشاوره هر مبحثی که خواندی، حتماً حواست به نمودارهایش باشه و از همین الان که دهمی هستی یاد بگیر نمودار رو تحلیل کنی.



در دمای ثابت با تغییر جرم و حجم ماده، چگالی آن ثابت است؛ بنابراین نمودارهای جرم برحسب حجم و حجم برحسب جرم به صورت خطی با شیب ثابت است.

گام اول: با توجه به ثابت بودن چگالی ماده و با استفاده از دو نقطه نمودار حجم برحسب جرم، مقدار x را حساب می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho \text{ ثابت}} \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{24}{x-2} \Rightarrow x^2 - 2x = 48$$

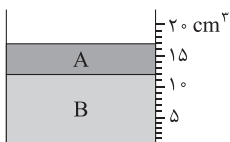
$$\Rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow (x-8)(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 8 \end{cases} \xrightarrow{x > 4} x = 8$$

گام دوم: چگالی ماده را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_1 = x = 8 \text{ g}}{V_1 = 2 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho = \frac{8}{2} = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

مطابق شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی A و B درون ظرف مدرجی ریخته شده‌اند و مجموع جرم مایع‌های درون ظرف $22/5 \text{ g}$ است.

چگالی مایع B چند گرم بر لیتر است؟ ($\rho_A = 0/9 \text{ g/cm}^3$)



۱/۵ (۱)

۲/۳۴ (۲)

۱۵۰۰ (۳)

۲۳۴۰ (۴)



Hint

اول حجم هر دو مایع رو از روی شکل به دست بیار. بعدش با داشتن حجم و چگالی مایع A، جرم A رو به دست بیار. بعدش با داشتن جرم کل و جرم A، جرم مایع B رو حساب کن و در نهایت با داشتن جرم و حجم مایع B، چگالی B رو حساب کن.

گام اول: حجم مایع‌های A و B را پیدا می‌کنیم. با توجه به شکل داریم:

$$V_A = 17 - 12 = 5 \text{ cm}^3, \quad V_B = 12 \text{ cm}^3$$

گام دوم: جرم مایع A را حساب می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \rightarrow \frac{\rho_A = 0/9 \text{ g/cm}^3}{V_A = 5 \text{ cm}^3} \rightarrow 0/9 = \frac{m_A}{5} \Rightarrow m_A = 4/5 \text{ g}$$

گام سوم: جرم مایع B را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{کل}} = m_A + m_B \rightarrow \frac{m_{\text{کل}} = 22/5 \text{ g}}{m_A = 4/5 \text{ g}} \rightarrow 22/5 = 4/5 + m_B \Rightarrow m_B = 18 \text{ g}$$

گام چهارم: چگالی مایع B را حساب می‌کنیم:

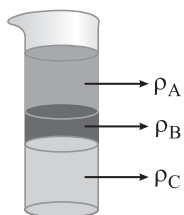
$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \rightarrow \frac{m_B = 18 \text{ g}}{V_B = 12 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho_B = \frac{18}{12} = 1/5 \text{ g/cm}^3 \xrightarrow{1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ g/L}} \rho_B = 1500 \text{ g/L}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



مطابق شکل زیر، سه مایع مخلوطنشده A، B و C با چگالی‌های متفاوت درون ظرف استوانه‌ای ریخته شده‌اند. کدام رابطه بین

چگالی‌های این سه مایع درست است؟



$\rho_C > \rho_B > \rho_A$ (۱)

$\rho_A > \rho_B > \rho_C$ (۲)

$\rho_C > \rho_A > \rho_B$ (۳)

$\rho_B > \rho_A > \rho_C$ (۴)



دریس Box

وقتی چند مایع مخلوطنشده را در یک ظرف می‌ریزیم، مایع‌ها به ترتیب چگالی از پایین (بیشترین چگالی) به بالا (کم‌ترین چگالی) قرار می‌گیرند.

طبق درس باکس و با توجه به شکل سؤال داریم:

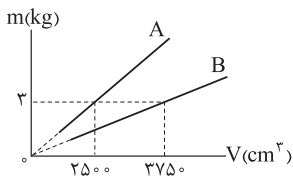
پاسخ خیلی تشریحی ✓

$\rho_C > \rho_B > \rho_A$

فکر کنم می‌دونستین چرا روغن روی سطح آب می‌مونه! اگر نمی‌دونستین، الان فوهمیدین!



۴۰ نمودار جرم برحسب حجم دو مایع A و B مطابق شکل زیر است. اگر ۱۰ L از مایع A را با ۳۰ L از مایع B مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر می‌شود؟ (از تغییر حجم در اثر مخلوط شدن، صرف نظر کنید.)



۹۶۰ (۱)

۰/۹ (۲)

۹۰۰ (۳)

۰/۹۶ (۴)



اگر دو یا چند ماده به جرم‌های m_1, m_2, \dots و حجم‌های V_1, V_2, \dots و چگالی‌های ρ_1, ρ_2, \dots با یکدیگر مخلوط شوند (به شرطی که تغییر حجم رخ ندهد)، چگالی ماده حاصل، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

درس‌Box

گام اول: با توجه به نمودار جرم برحسب حجم، چگالی دو مایع A و B را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \begin{cases} \frac{m_A = 2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}}{V_A = 2500 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho_A = \frac{2000}{2500} = 0.8 \text{ g/cm}^3 \\ \frac{m_B = 3 \text{ kg} = 3000 \text{ g}}{V_B = 3750 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho_B = \frac{3000}{3750} = 0.8 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

گام دوم: جرم دو مایع A و B را به کمک حجم و چگالی آن‌ها حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \begin{cases} \frac{\rho_A = 0.8 \text{ g/cm}^3}{V_A = 10 \text{ L} = 10000 \text{ cm}^3} \rightarrow m_A = 0.8 \times 10000 = 8000 \text{ g} \\ \frac{\rho_B = 0.8 \text{ g/cm}^3}{V_B = 30 \text{ L} = 30000 \text{ cm}^3} \rightarrow m_B = 0.8 \times 30000 = 24000 \text{ g} \end{cases}$$

گام سوم: چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A = 8000 \text{ g}, m_B = 24000 \text{ g}}{V_A = 10 \text{ L}, V_B = 30 \text{ L}} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{8000 + 24000}{10 + 30} = \frac{32000}{40} = 800 \text{ g/L}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف) ذرات جسم جامد به سبب نیروهای گرانشی که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند.
 ب) با کشش سطحی می‌توان توضیح داد که چرا قطره‌هایی که آزادانه سقوط می‌کنند، تقریباً گروی‌اند.
 پ) دلیل پخش ذرات جوهر در آب، فقط به حرکت مولکول‌های جوهر مربوط می‌شود.
 ت) وقتی فاصله بین مولکول‌ها چند برابر فاصله بین مولکولی شود، نیروهای بین مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهد شد.

۱) «الف» و «پ»

۲) «ب» و «پ»

۳) «الف» و «ت»

۴) «ب» و «ت»

مشاوره شاید داری با خودت فکر می‌کنی «مگه این مدلی هم توی کنکور سؤال می‌داد؟»
 بهت پیشنهاد می‌کنم دفترچه کنکور ریاضی نوبت دوم ۱۴۰۳ رو ببینی. قطعاً نظرت عوض می‌شه.



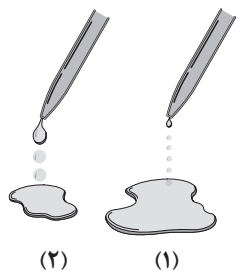
پاسخ خیلی تشریحی ✓

به بررسی عبارات می‌پردازیم:

- عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا ذرات جسم جامد به سبب نیروهای **الکتریکی** که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند.
 عبارت «ب» درست است؛ زیرا کشش سطحی باعث می‌شود تا قطره با کم‌ترین مساحت سطح ممکن سقوط کند که به ازای یک حجم معین، کم‌ترین سطح مربوط به کره است.
 عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا دلیل پخش ذرات جوهر در آب به حرکت **مولکول‌های آب** مربوط می‌شود.
 عبارت «ت» درست است؛ زیرا نیروی بین مولکولی کوتاه‌برد (در حد فاصله بین مولکولی) است.

شکل زیر، خروج قطره‌های روغن با دمای متفاوت از دهانه قطره‌چکان‌های (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. اگر دمای قطره‌های روغن و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن را به ترتیب با T و F نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟

۴۲



(۱) $F_1 > F_2$ و $T_1 < T_2$

(۲) $F_1 < F_2$ و $T_1 > T_2$

(۳) $F_1 < F_2$ و $T_1 < T_2$

(۴) $F_1 > F_2$ و $T_1 > T_2$



با افزایش دما، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌ها کاهش می‌یابد.



با توجه به نکته بالا و طبق شکل، چون قطره‌های شکل (۱) کوچک‌تر هستند، بنابراین نیروی هم‌چسبی کم‌تر و دمای بیشتری دارند؛ در نتیجه داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$F_1 < F_2$ و $T_1 > T_2$

مطابق شکل زیر، کارت را طوری روی لبه لیوان پر از آب قرار می‌دهیم که تنها نیمی از آن با آب در تماس باشد. در این حالت با وجود وزن ۵ گرمی روی قسمتی از کارت که با آب در تماس نیست، کارت در آستانه جدا شدن از سطح آب قرار می‌گیرد. چه عاملی مانع از جدا شدن کارت از سطح آب می‌شود؟ یکی دو قطره مایع شوینده به آب اضافه می‌کنیم و وزنه‌ای با جرم m را به جای وزن ۵ گرمی قرار می‌دهیم و باز هم کارت از سطح آب جدا نمی‌شود. m چند گرم می‌تواند باشد؟



(۱) نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت - ۳

(۲) کشش سطحی - ۳

(۳) نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت - ۷

(۴) کشش سطحی - ۷

مشاوره دوباره عرض می‌کنم، از سوالاتی که توی کتاب مطرح شده غافل نشو. علاوه بر این، این سؤال مشابه سؤال امتحان نهایی تجربی دهم ۱۴۰۳ است.

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با افزودن ناخالصی مثل شوینده‌ها به آب، نیروی دگرچسبی کاهش می‌یابد.

نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت مانع جدا شدن کارت از سطح آب می‌شود. از طرفی، طبق نکته بالا با افزودن مایع شوینده به آب، نیروی دگرچسبی کاهش می‌یابد و به وزن سبک‌تری نیاز داریم تا کارت از سطح آب جدا نشود.

مطابق شکل زیر، شخصی دستش را به صورت افقی نگه داشته است. اگر مساحت کف دست شخص 80 cm^2 باشد، وزن ستون هوا از سطح

کف دست او تا بالاترین بخش جو زمین چند نیوتون است؟ ($P_0 = 1 \text{ bar}$)



۸۰۰ (۲)

۰/۰۰۸ (۱)

۸۰ (۴)

۰/۸ (۳)



درستی Box

فشار: نیرویی که به طور عمود بر سطحی وارد می‌شود، فشار ایجاد می‌کند و رابطه آن به صورت زیر است.

نیروی عمودی (N)

$$P = \frac{F}{A}$$

فشار (Pa) مساحت (m^2)

گام اول: فشار ناشی از ستون هوا بر کف دست را بر حسب پاسکال می‌نویسیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

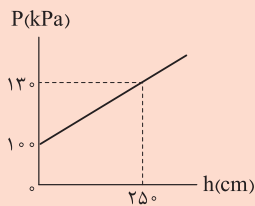
$$P = P_0 = 1 \text{ bar} \xrightarrow{1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}} P = 10^5 \text{ Pa}$$

گام دوم: نیرویی را که از طرف هوا بر کف دست وارد می‌شود (وزن ستون هوا) به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{P=10^5 \text{ Pa}, F=W} 10^5 = \frac{W}{A=80 \text{ cm}^2 = 80 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow W = 800 \text{ N}$$

باورتون می‌شه این وزن رو داریم رو دستمون تحمل می‌کنیم! بومی حدود 80 kg ! به نظرتون پرا حسش نمی‌کنیم؟!

نمودار زیر، فشار درون یک مایع برحسب فاصله از سطح آزاد آن را نشان می‌دهد. فشار کل در عمق ۱۸۰ سانتی‌متری این مایع، چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۱) $110/8$

۲) $128/8$

۳) $121/6$

۴) 136

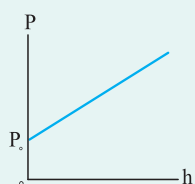


درس‌Box

فشار کل در یک عمق معین از مایع از رابطه زیر به دست می‌آید:

شتاب‌گرانش (m/s^2) فشار کل (Pa)
 فشار هوا (Pa) $P = \rho g h + P_0$
 عمق مایع از سطح آزاد (m) چگالی مایع (kg/m^3)

طبق رابطه بالا، نمودار فشار کل برحسب عمق در مایع مطابق شکل زیر است:



گام اول: با توجه به نمودار، چگالی مایع را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho g h + P_0 \xrightarrow[h=250 \text{ cm}=2/5 \text{ m}]{P=130 \text{ kPa}=1/3 \times 10^5 \text{ Pa}, P_0=100 \text{ kPa}=10^5 \text{ Pa}} 1/3 \times 10^5 = (\rho \times 10 \times 2/5) + 10^5$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^4 = 250\rho \Rightarrow \rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: فشار کل در عمق ۱۸۰ سانتی‌متری مایع را حساب می‌کنیم:

$$P = \rho g h + P_0 \Rightarrow P = (1200 \times 10 \times 1/8) + 10^5 \Rightarrow P = 121600 \text{ Pa} \xrightarrow{1000 \text{ Pa}=1 \text{ kPa}} P = 121/6 \text{ kPa}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل زیر، مقداری آب و جیوه درون ظرف وجود دارد. فشار حاصل از مایع‌ها در کف ظرف چند پاسکال است؟

$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \text{ g/cm}^3 \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ N/kg})$$



$$36650 \text{ (۱)}$$

$$3665 \text{ (۲)}$$

$$540 \text{ (۳)}$$

$$5400 \text{ (۴)}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ کافی است فشار حاصل از ۲ cm جیوه و ۲۷ cm آب را به دست بیاوریم و با هم جمع کنیم.

$$P = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} + \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}} = 13500 \times 10 \times \frac{2}{100} + 10000 \times 10 \times \frac{27}{100} = 27000 + 27000 = 54000 \text{ pa}$$

۲۰ cm^۳ از مایعی با چگالی ۸۰۰ g / L را با ۱۲ cm^۳ از مایعی با چگالی ۲۰۰۰ g / L مخلوط می‌کنیم. اگر ۳۰ cm^۳ از این مخلوط را درون ظرف استوانه‌ای شکل با مساحت مقطع ۵ cm^۲ بریزیم، فشار کل در ته این ظرف چند پاسکال می‌شود؟ (g = ۱۰ m / s^۲ , P_۰ = ۱۰^۵ Pa و از تغییر حجم در اثر مخلوط شدن، صرف نظر کنید.)

- ۱۰۰۰۵۰ (۱) ۱۰۰۰۸۴۰ (۲)
- ۱۰۰۰۸۰۰ (۳) ۱۰۰۰۷۵۰ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 = \rho_1 V_1}{m_2 = \rho_2 V_2} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\frac{\rho_1 = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 0.8 \text{ g/cm}^3, V_1 = 20 \text{ cm}^3}{\rho_2 = 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 2 \text{ g/cm}^3, V_2 = 12 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{(0.8 \times 20) + (2 \times 12)}{20 + 12} \Rightarrow$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{16 + 24}{32} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4} \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: ارتفاع ۳۰ cm^۳ از مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$V = Ah \rightarrow V = 30 \text{ cm}^3, A = 5 \text{ cm}^2 \rightarrow 30 = 5 \times h \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

گام سوم: فشار ناشی از ۳۰ cm^۳ از مخلوط را در کف ظرف حساب می‌کنیم:

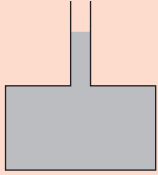
$$P_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{مخلوط}} gh = \frac{\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{5}{4} \text{ g/cm}^3 = 1250 \text{ kg/m}^3}{h = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}} \rightarrow P_{\text{مخلوط}} = 1250 \times 10 \times 0.06 = 750 \text{ Pa}$$

گام چهارم: فشار کل در کف ظرف را حساب می‌کنیم:

$$P = P_{\text{مخلوط}} + P_0 = \frac{P_{\text{مخلوط}} = 750 \text{ Pa}}{P_0 = 10^5 \text{ Pa} = 100000 \text{ Pa}} \rightarrow P = 750 + 100000 = 100750 \text{ Pa}$$

مشاوره مشابه این سؤال توی کنکور هم اومده؛ پس با دقت تحلیلش کن.

در شکل زیر، ظرف مکعب‌شکلی با مساحت مقطع 225 cm^2 روی سطح افقی قرار دارد و به سطح بالایی ظرف، لوله قائمی با مساحت مقطع 5 cm^2 وصل شده است و درون آن تا اندازه نشان داده شده آب قرار دارد. اگر وزن هر قطره آب W باشد، چند قطره آب به درون لوله اضافه کنیم تا نیرویی که آب بر کف ظرف وارد می‌کند، $90W$ افزایش یابد؟



۹ (۱)

۳۰ (۲)

۲ (۳)

۱۰ (۴)

نکته

هر تغییر فشاری که در یک شارژ ساکن ایجاد می‌شود، به تمام نقاط آن شارژ منتقل می‌شود.

طبق نکته می‌توانیم بنویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی

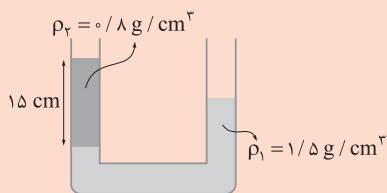
$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{\Delta F_1}{A_1} = \frac{\Delta F_2}{A_2} \xrightarrow{A_1=5\text{cm}^2, A_2=225\text{cm}^2, \Delta F_2=90W} \frac{F_1}{5} = \frac{90W}{225} \Rightarrow F_1 = 2W$$

بنابراین با توجه به این‌که وزن هر قطره آب W است؛ پس باید ۲ قطره آب اضافه شود.

در شکل زیر، مساحت مقطع لوله 2 cm^2 است. در سمت راست لوله، چند گرم مایع مخلوط‌نشده با چگالی $\rho_3 = 1 \text{ g/cm}^3$ بریزیم تا سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان شود؟

۴۹

مشاوره توی این مدل سؤالاً حتماً به گوشه شکل سؤال رو رسم کن تا بتونی راحت‌تر مقایسه کنی و وقتی بزرگ‌تر شدی، توی سال دوازدهم یاد بگیری شکل رو توی ذهنت تصور کنی!



۴۲ (۱)

۲۱ (۲)

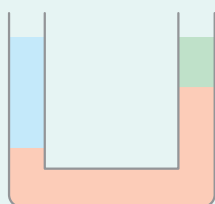
۲۷/۶ (۳)

۵۵/۲ (۴)

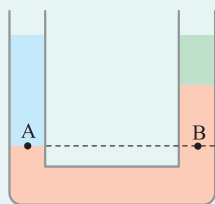
درس‌Box

در مسائل مربوط به لوله‌های U شکل باید با استراژی زیر جلو ببریم:

(۱) شکل تعادل جدید مایع‌ها را رسم کنیم.



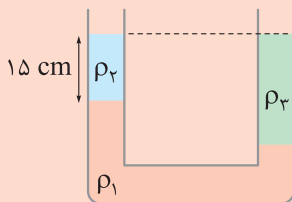
(۲) فشار در پایین‌ترین مرز دو مایع (A) را با نقطه هم‌ترازش در طرف مقابل (B) برابر قرار دهیم.



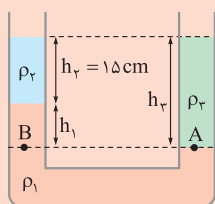
$$P_A = P_B$$

گام اول: شکل را پس از افزودن مایع ρ_3 و به تعادل رسیدن سه مایع در لوله رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: فشار را در پایین‌ترین مرز بین دو مایع با نقطه هم‌ترازش در طرف مقابل برابر قرار می‌دهیم و ارتفاع مایع h_3 را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 g h_3 + P_0 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_3 h_3 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2$$

$$\frac{\rho_1 = 1.5 \text{ g/cm}^3, \rho_2 = 0.8 \text{ g/cm}^3, \rho_3 = 1 \text{ g/cm}^3}{h_2 = 15 \text{ cm}, h_3 = h_1 + h_2 = h_1 + 15} \rightarrow 1 \times (h_1 + 15) = (1.5 h_1) + (0.8 \times 15)$$

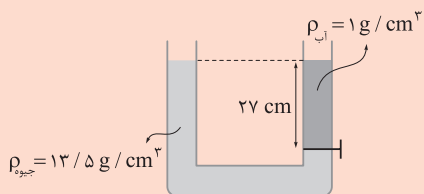
$$\Rightarrow h_1 + 15 = 1.5 h_1 + 12 \Rightarrow 0.5 h_1 = 3 \Rightarrow h_1 = 6 \text{ cm} \xrightarrow{h_3 = h_1 + 15} h_3 = 6 + 15 = 21 \text{ cm}$$

گام سوم: جرم مایع (۳) را حساب می‌کنیم:

$$m_3 = \rho_3 V_3 \xrightarrow{V_3 = Ah_3} m_3 = \rho_3 Ah_3 \xrightarrow{A = 2 \text{ cm}^2, h_3 = 21 \text{ cm}} m_3 = 1 \times 2 \times 21 = 42 \text{ g}$$

۵۰ در شکل زیر، آب و جیوه توسط شیر رابط از هم جدا شده‌اند. اگر شیر را باز کنیم، اختلاف ارتفاع سطح آزاد آب و جیوه در دو طرف لوله

چند سانتی متر می‌شود؟



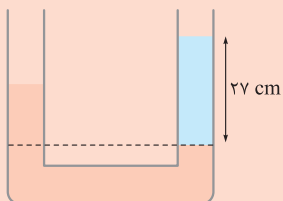
۲۵ (۱)

۱۲/۵ (۲)

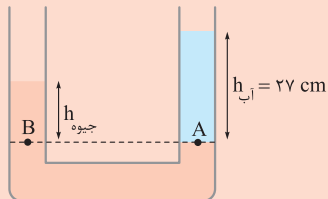
۱۴/۵ (۳)

۱۳/۵ (۴)

گام اول: شکل لوله را پس از بازکردن شیر رسم می‌کنیم. انتظار داریم، سطح آزاد آب رو به بالا و سطح آزاد جیوه رو به پایین برود. **پاسخ خیلی تشریحی** ✓



گام دوم: مطابق شکل زیر، فشار دو نقطه A و B را برابر هم قرار داده و مقدار جیوه h را حساب می‌کنیم.



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}}h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 27 = 13/5 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

گام سوم: اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع در دو طرف لوله را حساب می‌کنیم:

$$h_{\text{آب}} - h_{\text{جیوه}} = 27 - 2 = 25 \text{ cm}$$

کدام موارد زیر در ارتباط با عنصرهای سازنده سیاره‌های مشتری و زمین، درست است؟

عنصرهای O و S

- الف) در میان ۸ عنصر فراوان‌تر این دو سیاره، مجموع درصد فراوانی عنصرهای مشترک در سیاره زمین بیشتر است.
 ب) مأموریت دو فضاپیمای وویجر (۱) و (۲)، خروج از سامانه خورشیدی و کشف عنصرهای سازنده اجرام آسمانی بود.
 پ) در سیاره مشتری، درصد فراوانی عنصر کربن کم‌تر از اکسیژن است.
 ت) اولین و دومین عنصر فراوان سیاره مشتری، به ترتیب اولین و دومین عنصرهای پیدایش یافته پس از مه‌بانگ هستند.

(۲) ب - پ

He و H

(۱) الف - پ - ت

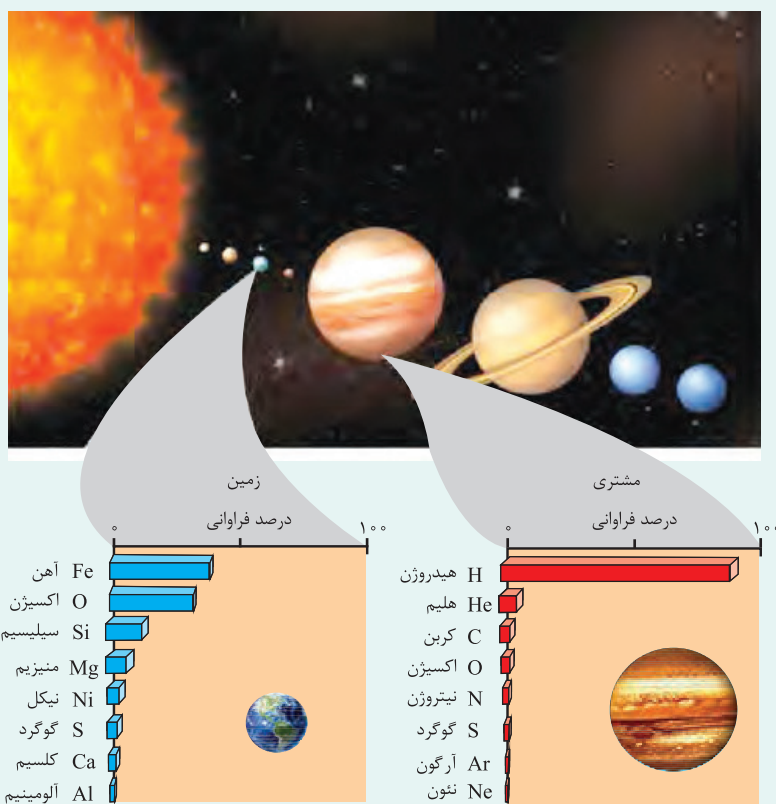
(۴) الف - ب - پ

(۳) الف - ت

درس‌Box

مشتری و زمین:

با توجه به شکل زیر، نکات زیر را باید درباره مشتری و زمین بلد باشیم:



مقایسه فراوانی ۸ عنصر فراوان دو سیاره، به صورت زیر است:

عنصرهای مشترک بین دو سیاره <math>< 5\%</math> فراوانی

ترتیب فراوانی عنصرهای فراوان زمین: $Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al$

ترتیب فراوانی عنصرهای فراوان مشتری: $H > He > C > O > N > S > Ar > Ne$

حدود 90%

مشتری	زمین	نام سیاره ویژگی
هیدروژن (H)	آهن (Fe)	فراوان ترین عنصر
حدود ۹۰٪	حدود ۴۰٪	درصد فراوانی فراوان ترین عنصر
نئون (Ne)	آلومینیم (Al)	عنصری با کم ترین فراوانی در بین ۸ عنصر
گاز	سنگ	بیشتر از چه جنسی است؟
زمین > مشتری		اندازه (شعاع)
زمین > مشتری		فاصله از خورشید
اکسیژن (O) و گوگرد (S)		عنصرهای مشترک
مشتری > زمین		درصد فراوانی عنصرهای مشترک

پاسخ خیلی تشریحی ✓ عبارتهای «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارتهای:

الف) در میان ۸ عنصر فراوان در سیاره زمین و مشتری، دو عنصر اکسیژن (O) و گوگرد (S) مشترک هستند که درصد فراوانی هر یک از آن‌ها در سیاره زمین بیشتر از سیاره مشتری است؛ در نتیجه مجموع درصد فراوانی این عناصر نیز در سیاره زمین بیشتر می‌باشد.
ب) دانشمندان دو فضاپیمای وویجر (۱) و (۲) را برای شناخت بیشتر سامانه خورشیدی به فضا فرستادند.

مأموریت فضاپیمای وویجر ← تهیه و ارسال شناسنامه فیزیکی و شیمیایی این سیاره‌ها ← به دست آوردن اطلاعاتی مانند نوع (۱) و (۲) عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد
گذر از کنار برخی سیاره‌ها ← مشتری، زحل، اورانوس و نپتون (سیاره‌های گازی)
عنصر کربن (C) رتبه سوم و عنصر اکسیژن (O) رتبه چهارم را در میان عنصرهای سازنده سیاره مشتری دارد.
پ) اولین و دومین عنصر فراوان سیاره مشتری به ترتیب هیدروژن (H) و هلیوم (He) هستند که به ترتیب اولین و دومین عناصر پدیدآمده پس از مهبانگ به شمار می‌روند.

- ۱) سحابی‌ها که سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند، از مجموعه‌های گازی مانند هلیوم و هیدروژن با دمای بالا تشکیل می‌شوند.
- ۲) در خورشید به عنوان نزدیک‌ترین ستاره به زمین، در دماهای بالا، واکنش‌های هسته‌ای تبدیل عنصرهای سنگین‌تر به عنصرهای سبک‌تر رخ می‌دهد.
- ۳) در شرایط یکسان، جرم نمونه‌هایی به حجم یک لیتر از ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر گازی با هم متفاوت است.
- ۴) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره‌ی مشتری، بیشتر عنصرها نماد شیمیایی دوحرفی دارند.

مشاوره یکی از مواردی که برای موفقیت در کنکور، به‌ویژه کنکورهای جدید بر شما **واژه!** تسلط دقیق به جزئیات کامل کتاب درسی است؛ در واقع، فهم کلی مطالب کتاب لازمه اما کافی نیست و پس از فهم کلی مطالب، باید با به‌دربین، مطالب کتاب روئوب بررسی کنید، خلاصه این که تسلط بر جملات کتاب فراموش نشه!

نکته

شباهت‌ها و تفاوت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر:

تفاوت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر	شباهت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر
● عدد جرمی	● عدد اتمی (شمار پروتون‌ها)
● شمار نوترون‌ها	● شمار الکترون‌ها (آرایش الکترونی، شمار الکترون‌های ظرفیت، میزان بار یون پایدار)
● فراوانی در طبیعت	● مکان (موقعیت) در جدول دوره‌ای
● نیم‌عمر و پایداری (خاصیت پرتوزایی)	● خواص شیمیایی
● خواص فیزیکی وابسته به جرم (چگالی، نقطه ذوب و جوش)	

پاسخ خیلی تشریحی

ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر، در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند و به همین دلیل نمونه‌هایی به حجم یک لیتر از ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر، جرم متفاوت دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): پس از مه‌بانگ، ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون تشکیل شدند و پس از مدتی کوتاه، ابتدا عنصر هیدروژن و سپس هلیوم پشم به یوان گشود!

با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم تولید شده، متراکم شده و مجموعه‌های گازی به نام سحابی را ایجاد کردند. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.

گزینه (۲): درون ستاره‌ها، همانند خورشید در دماهای بسیار بالا، واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد. در این واکنش‌ها، از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آید.

گزینه (۴): به بار دیگه! ۸ عنصر فراوان‌تر این دو سیاره را مرور می‌کنیم:

H > He > C > O > N > S > Ar > Ne

Fe > O > Si > Mg > Ni > S > Ca > Al

مشفصه که در میان این ۸ عنصر در سیاره‌های مشتری و زمین، به ترتیب ۵ و ۲ عنصر نماد شیمیایی تک‌حرفی دارند! در نتیجه در میان ۸ عنصر فراوان‌تر سیاره زمین، بیشتر عنصرها نماد شیمیایی دوحرفی دارند، اما در میان ۸ عنصر فراوان‌تر سیاره مشتری، بیشتر عنصرها نماد شیمیایی تک‌حرفی دارند.



۵۳

شمار نوترون‌ها در ایزوتوپ ${}^{23}\text{A}$ ، ۳ برابر شمار نوترون‌ها در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم است. اگر عدد اتمی عنصر A برابر با اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در گونه ${}^x\text{M}$ و همچنین نسبت شمار نوترون‌ها به الکترون‌ها در گونه ${}^x\text{M}^{2-}$ ، برابر $1/25$ باشد، تفاوت عدد اتمی دو عنصر A و M چه قدر است؟

۳۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۳ (۱)



نکته

اتم لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ${}^6_3\text{Li}$ و ${}^7_3\text{Li}$ است که ایزوتوپ سنگین‌تر، فراوان‌تر می‌باشد:

مقایسه فراوانی: ${}^7_3\text{Li} > {}^6_3\text{Li}$

شمار نوترون‌ها در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم (${}^7_3\text{Li}$)، برابر ۴ است؛ در نتیجه شمار نوترون‌ها در ایزوتوپ ${}^{23}\text{A}$ ، برابر

$${}^{23}\text{A} \begin{cases} \text{عدد جرمی} = 23 \\ \text{شمار نوترون‌ها} = 12 \\ \text{عدد اتمی (Z)} = \text{عدد جرمی} - \text{شمار نوترون‌ها} = 23 - 12 = 11 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 12 = 3 \times 4 \\ \text{می‌توان گفت:} \end{array}$$

عدد اتمی عنصر A برابر ۱۱ و برابر با اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در گونه ${}^x\text{M}$ است. در مورد یون ${}^x\text{M}^{2-}$ می‌توان گفت:

$${}^x\text{M}^{2-} \begin{cases} \text{عدد جرمی} = x \\ n - p = 11, e = p + 2 \\ \frac{n}{e} = 1/25 \Rightarrow \frac{n}{p+2} = 1/25 \Rightarrow \frac{n = 1/25p + 2/5}{n - p = 11} \\ 1/25p + 2/5 - p = 11 \Rightarrow 0/25p = 8/5 \\ \Rightarrow p = 34 \end{cases}$$

بنابراین عدد اتمی عنصر M ، برابر ۳۴ است. بدین ترتیب اختلاف اعداد اتمی دو عنصر A و M برابر است با:

$$Z_{\text{M}} - Z_{\text{A}} = 34 - 11 = 23$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمادهای a_bZ و ${}^{a-2}_{b-2}Y$ ، ${}^{a-2}_bX$ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- اتم‌های X و Y به یقین به یک دوره جدول تعلق دارند اما اتم X ، دو خانه بعد از اتم Y قرار دارد.
- X و Z ایزوتوپ یکدیگر هستند و فراوانی ایزوتوپ X در طبیعت بیشتر است.
- شمار نوترون‌های Y و Z برابر و دو واحد بیشتر از X است.
- اگر مجموع شمار ذرات زیراتمی در آن‌ها را با t نمایش دهیم، رابطه $t_X = \frac{t_Y + t_Z}{2}$ بین آن‌ها برقرار است.

یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)



در مورد گونه‌های a_bZ و ${}^{a-2}_{b-2}Y$ ، ${}^{a-2}_bX$ ، شمار ذرات زیراتمی برابر است با:

$${}^{a-2}_bX \begin{cases} \text{عدد جرمی } (A) = a - 2 \\ \text{شمار الکترون‌ها } (Z) = \text{عدد اتمی } (p) = \text{شمار پروتون‌ها} \\ \text{شمار نوترون‌ها } = A - Z = a - b - 2 \end{cases}$$

$${}^{a-2}_{b-2}Y \begin{cases} \text{عدد جرمی } (A) = a - 2 \\ \text{شمار الکترون‌ها } (Z) = \text{عدد اتمی } (p) = \text{شمار پروتون‌ها} \\ \text{شمار نوترون‌ها } = A - Z = a - b \end{cases}$$

$${}^a_bZ \begin{cases} \text{عدد جرمی } (A) = a \\ \text{شمار الکترون‌ها } (Z) = \text{عدد اتمی } (p) = \text{شمار پروتون‌ها} \\ \text{شمار نوترون‌ها } = A - Z = a - b \end{cases}$$

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

• عدد اتمی عنصر X ، دو واحد بیشتر از عنصر Y است؛ در نتیجه در جدول دوره‌ای، اتم X ، دو خانه بعد از اتم Y قرار دارد.

عنصرهای X و Y در جدول دوره‌ای می‌توانند هم‌دوره باشند یا این که عنصر X در دوره بعد از عنصر Y قرار داشته باشد!

• به اتم‌های یک عنصر که عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) متفاوت دارند، ایزوتوپ می‌گویند. X و Z ، عدد اتمی‌شان

با هم برابر است (برابر b)، ولی عدد جرمی‌شان متفاوت است؛ در نتیجه این دو گونه ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شود. ایزوتوپ

${}^{a-2}_bX$ سبک‌تر از ایزوتوپ a_bZ است، اما *هواستون باشه!* لزوماً هر چه ایزوتوپی تعداد نوترون کم‌تری داشته باشد و یا به عبارتی

سبک‌تر باشد، پایداری آن بیشتر نیست؛ به طور مثال پایداری 7Li از 6Li بیشتر است.

• شمار نوترون‌های گونه‌های Y و Z ، هر دو برابر $a - b$ و شمار نوترون‌های گونه X ، برابر $a - b - 2$ است؛ در نتیجه می‌توان

گفت که شمار نوترون‌های Y و Z با هم برابر و دو واحد بیشتر از X است.

• مجموع شمار ذرات زیراتمی در هر یک از گونه‌های داده‌شده برابر است با:

$${}^{a-2}_bX \Rightarrow \text{مجموع شمار ذرات زیراتمی} = n + p + e = (a - b - 2) + (b) + (b) = a + b - 2$$

$${}^{a-2}_{b-2}Y \Rightarrow \text{مجموع شمار ذرات زیراتمی} = n + p + e = (a - b) + (b - 2) + (b - 2) = a + b - 4$$

$${}^a_bZ \Rightarrow \text{مجموع شمار ذرات زیراتمی} = n + p + e = (a - b) + (b) + (b) = a + b$$

در نتیجه در مورد این ذرات زیراتمی می‌توان گفت که:

$$\frac{t_Y + t_Z}{2} = \frac{(a + b - 4) + (a + b)}{2} = \frac{2a + 2b - 4}{2} = a + b - 2 = t_X$$

۵۵

- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟
- (۱) از روی نماد شیمیایی یک عنصر، می‌توان شمار ذره‌های زیراتمی آن را تعیین کرد.
- (۲) نخستین عنصر ساخت دست بشر، با این که یک رادیوایزوتوپ است، اما نسبت $\frac{n}{p}$ آن کوچک‌تر از $1/5$ است.



(۳) در یک نمونه طبیعی از عنصر اورانیم، به ازای هر 10^3 اتم اورانیم، حداکثر 70 اتم ${}^{235}\text{U}$ وجود دارد.

(۴) در یک نمونه طبیعی منیزیم، ایزوتوپی که شمار ذرات زیراتمی آن با هم برابر است، پایدارتر از سایر ایزوتوپ‌هاست.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

بیابین با هم دونه‌دونه گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینه (۱): هر عنصر را با نماد شیمیایی ویژه‌ای نشان می‌دهند که در این نماد، شمار ذره‌های زیراتمی را نیز می‌توان مشخص کرد. ✓
توجه: E، نماد E، حرف نخست واژه Element به معنای عنصر است.

گزینه (۲): نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم با نماد شیمیایی ${}_{43}^{99}\text{Tc}$ است. ${}_{43}^{99}\text{Tc}$ ، پرتوزاست و در نتیجه رادیوایزوتوپ محسوب می‌شود. در صفحه ۶ کتاب درسی خواندیم که «اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیشتر از $1/5$ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند» و به عبارت دیگر پرتوزا هستند. فب! هالا بینیم وضعیت در تکنسیم که عنصری پرتوزا است چه پوره؟

$${}_{43}^{99}\text{Tc}: A = Z + N \Rightarrow 99 = 43 + N \Rightarrow N = 56 \Rightarrow \frac{N}{Z} = 1/3 \checkmark$$

بنابراین اتم‌هایی هم وجود دارند که نسبت شمار نوترون به پروتون آن‌ها کم‌تر از $1/5$ است و با این حال ناپایدار بوده و رادیوایزوتوپ محسوب می‌شوند.

گزینه (۳): فراوانی ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ در نمونه طبیعی اورانیم کم‌تر از $0/7\%$ درصد است. اگر فراوانی این ایزوتوپ را به تقریب $0/7\%$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$100 \times \frac{\text{تعداد ایزوتوپ‌های } {}^{235}\text{U}}{\text{تعداد کل ایزوتوپ‌ها}} = \text{درصد فراوانی } {}^{235}\text{U}$$

$$\Rightarrow 0/7 = \frac{\text{تعداد ایزوتوپ‌های } {}^{235}\text{U}}{1000} \times 100 \Rightarrow \text{تعداد ایزوتوپ‌های } {}^{235}\text{U} = 7$$

در نتیجه در یک نمونه طبیعی از عنصر اورانیم، به ازای هر 1000 اتم اورانیم، حداکثر 7 اتم ${}^{235}\text{U}$ وجود دارد. ✗
گزینه (۴):

ایزوتوپ‌های طبیعی چند عنصر مهم کتاب درسی:



عنصر	شمار ایزوتوپ‌های طبیعی	ایزوتوپ‌ها	درصد فراوانی	مقایسه فراوانی و پایداری
${}_{3}\text{Li}$	۲	${}_{3}^{6}\text{Li}$	۶	${}_{3}^{6}\text{Li} > {}_{3}^{7}\text{Li}$
		${}_{3}^{7}\text{Li}$	۹۴	
${}_{12}\text{Mg}$	۳	${}_{12}^{24}\text{Mg}$	~ ۷۹	${}_{12}^{24}\text{Mg} > {}_{12}^{26}\text{Mg} > {}_{12}^{25}\text{Mg}$
		${}_{12}^{25}\text{Mg}$	~ ۱۰	
		${}_{12}^{26}\text{Mg}$	~ ۱۱	
${}_{17}\text{Cl}$	۲	${}_{17}^{35}\text{Cl}$	~ ۷۵	${}_{17}^{35}\text{Cl} > {}_{17}^{37}\text{Cl}$
		${}_{17}^{37}\text{Cl}$	~ ۲۵	
${}_{1}\text{H}$	۳	${}_{1}^1\text{H}$	۹۹/۹۸۸۵	${}_{1}^1\text{H} > {}_{1}^2\text{H} > {}_{1}^3\text{H}$
		${}_{1}^2\text{H}$	۰/۰۱۱۴	
		${}_{1}^3\text{H}$	ناچیز	

فراوان‌ترین و در نتیجه پایدارترین ایزوتوپ طبیعی عنصر منیزیم، ایزوتوپ ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ است که در این ایزوتوپ، شمار نوترون‌ها، پروتون‌ها و الکترون‌ها همگی برابر ۱۲ می‌باشد.

مشاوره سوالات مربوط به ایزوتوپ‌های هیدروژن، فیلی توآزمون‌ها و کنگور سراسری برگزاره و طراحان بسیار علاقه‌مندند در این تست‌ها، با کلمات بازی کنند. مهم‌ترین نکات در حل این تست‌ها، اول از همه این است که ایزوتوپ گفته‌شده را درست تشخیصی دهیم و سپس توجه کنیم دقیقاً چه چیزی درباره آن پرسیده شده است.

کدام گزینه برای تکمیل جمله داده‌شده، مناسب است؟
 «نسبت در ایزوتوپ عنصر هیدروژن، به شمار نوترون‌ها در سبک‌ترین رادیوایزوتوپ آن، برابر ۲ است.»

(۱) شمار ذرات زیراتمی درون هسته - پایدارترین - پرتوزای ساختگی



(۲) شمار ذرات زیراتمی باردار - سبک‌ترین - ساختگی



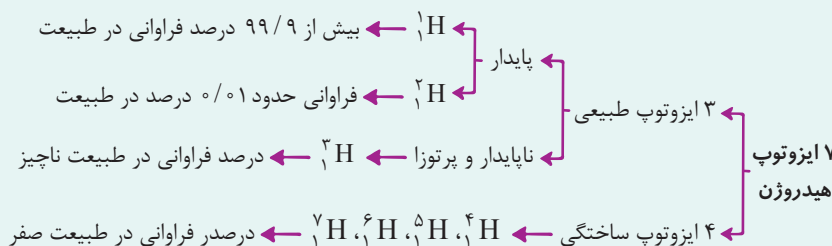
(۳) شمار ذرات زیراتمی خنثی - فراوان‌ترین - نوترون‌دار



(۴) شمار ذرات زیراتمی - سنگین‌ترین - طبیعی



ایزوتوپ‌های هیدروژن:



توجه: ایزوتوپ‌های ${}^4\text{H}$ ، ${}^5\text{H}$ ، ${}^6\text{H}$ و ${}^7\text{H}$ همگی ساختگی هستند و درصد فراوانی آن‌ها در طبیعت برابر صفر است.

مقایسه درصد فراوانی و پایداری ۳ ایزوتوپ طبیعی هیدروژن (${}^1\text{H}$ ، ${}^2\text{H}$ و ${}^3\text{H}$) به صورت زیر است:

(ناچیز) ${}^2\text{H} (> \%) > {}^1\text{H} (> \%) > {}^3\text{H} (> \%)$: مقایسه درصد فراوانی

مقایسه پایداری: ${}^1\text{H} > {}^2\text{H} > {}^3\text{H}$

تنها ایزوتوپ پرتوزا و طبیعی هیدروژن، ${}^3\text{H}$ است.

توجه: با توجه به نیم عمر و درصد فراوانی ایزوتوپ‌های هیدروژن، می‌توان پایداری هسته ایزوتوپ‌های هیدروژن را به صورت زیر با یکدیگر مقایسه نمود:



سبک‌ترین رادیوایزوتوپ یا ایزوتوپ پرتوزا و ناپایدار عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^4\text{H}$ است. شمار نوترون‌ها در این ایزوتوپ، برابر ۲ است.

حالا یکی یکی گزینه‌ها رو با هم بررسی کنیم و ببینیم در کدام گزینه، تعداد گفته‌شده برابر $2 \times 2 = 4$ است:

گزینه (۱): پایدارترین ایزوتوپ پرتوزای ساختگی عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^4\text{H}$ است. منظور از ذرات زیراتمی درون هسته، پروتون‌ها و نوترون‌ها است که تعداد آن‌ها برابر با همون عدد پرمی فودمونه! عدد جرمی یا شمار ذرات زیراتمی درون هسته این ایزوتوپ، برابر ۵ است. *

گزینه (۲): سبک‌ترین ایزوتوپ ساختگی عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^4\text{H}$ است. منظور از شمار ذرات زیراتمی باردار، همون الکترون‌ها (ها) و پروتون‌ها (ها) هستن! در نتیجه مجموع شمار ذرات زیراتمی باردار در این ایزوتوپ (و همه ایزوتوپ‌های دیگر هیدروژن!)، برابر ۲ است. *

گزینه (۳): فراوان‌ترین ایزوتوپ نوترون‌دار عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^2\text{H}$ است. منظور از شمار ذره (های) زیراتمی خنثی، همون نوترون (های) فودمونه! در نتیجه شمار ذره (های) زیراتمی خنثی در این ایزوتوپ، برابر یک است. *

گزینه (۴): سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^7\text{H}$ است. شمار ذرات زیراتمی (الکترون، پروتون و نوترون) در این ایزوتوپ، برابر ۴ است. ✓

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۵۷ با توجه به شکل زیر که برشی از جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، اتم کدام عنصر می‌تواند به کاتیونی مشابه Ga^{3+} در ترکیبها تبدیل شود؟

		۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
گروه	→					
دوره	↓					
۲				A	B	C
۳		E	F			

A (۱)

B (۲)

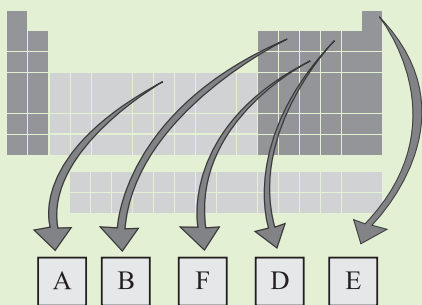
F (۳)

E (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ از اتم آلومینیم (Al) (عنصر F)، یون پایدار Al^{3+} شناخته شده است؛ در نتیجه اتم Al می‌تواند به کاتیونی مشابه Ga^{3+} در ترکیبها تبدیل شود؛ در واقع، چون گالیم (Ga) و آلومینیم (Al) در یک گروه از جدول دوره‌ای (گروه ۱۳) قرار دارند و خواص شیمیایی عناصر در یک گروه، به طور مشابه تکرار می‌شود؛ بنابراین هر دوی آنها، کاتیونی با بار مشابه ($3+$) در ترکیبها تشکیل می‌دهند.

شکل زیر بعضی عناصرها و موقعیت آنها را در جدول تناوبی نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟
(نمادهای داده‌شده فرضی است.)

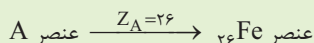
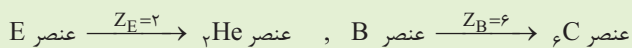


- (۱) جرم اتمی میانگین عنصری از جدول که عدد اتمی‌اش از عنصر E کوچک‌تر است، برابر $1/008u$ است.
- (۲) در کشور ایران، رادیوایزوتوپی از عنصر F ساخته شده است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی D و A، برابر عدد اتمی یکی از عناصر هم‌گروه E است.
- (۴) اگر شکل زیر، نشان‌دهنده روند تشکیل عناصرها باشد، در جاهای خالی به ترتیب از چپ به راست می‌توان عنصرهای A، E و B را قرار داد.

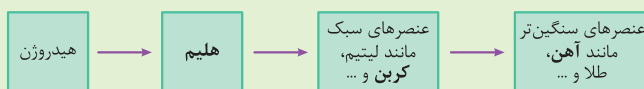


پاسخ خیلی تشریحی ✓

نخست با توجه به موقعیت عنصرهای مشخص‌شده در جدول دوره‌ای و در نتیجه عدد اتمی‌شان، آنها را شناسایی می‌کنیم.



در روند تشکیل عناصرها مطابق شکل زیر، عنصرهای هلیوم (عنصر E)، کربن (عنصر B) و آهن (عنصر A) را می‌توان به ترتیب از چپ به راست در جاهای خالی داده‌شده قرار داد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): فب به نظرتون کدوم عنصر از ${}_2\text{He}$ هم سبک‌تره؟ آفرین! عنصر هیدروژن ! جرم اتمی میانگین هیدروژن، برابر با $1/008u$ یا $1/008u$ است.

گزینه (۲): با توجه به شکل صفحه ۸ کتاب درسی، رادیوایزوتوپ‌های تکنسیم و فسفر، برخی از رادیوایزوتوپ‌های تولیدشده در ایران هستند.

گزینه (۳): تفاوت عدد اتمی دو عنصر A (عنصر Fe) و D (عنصر O)، برابر است با:

$$26 - 8 = 18$$

عدد اتمی ۱۸ مربوط به عنصر آرگون (${}_{18}\text{Ar}$) است که در گروه هجدهم جدول دوره‌ای و هم‌گروه با عنصر هلیوم (عنصر E) می‌باشد.

عنصری با عدد اتمی ۳۴ دارای ۲ ایزوتوپ پایدار ${}^A X$ و ${}^{A+2} X$ با فراوانی برابر است. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر، برابر 79 amu باشد، شمار نوترون‌ها در هستهٔ ایزوتوپ سنگین‌تر آن کدام است؟

۴۷ (۴)

۴۶ (۳)

۴۵ (۲)

۴۴ (۱)



Hint

ابتدا با استفاده از رابطهٔ جرم اتمی میانگین، عدد جرمی ایزوتوپ‌ها رو *محاسبه کن*، سپس با توجه به عدد اتمی عنصر داده‌شده و عدد جرمی ایزوتوپ سنگین‌تر، با استفاده از رابطهٔ $A - Z$ ، شمار نوترون‌ها رو در این ایزوتوپ *محاسبه کن*.

دروس Box

جرم اتمی میانگین

- به دلیل وجود ایزوتوپ‌ها، برای بیان جرم نمونه‌های طبیعی از اتم عنصرهای مختلف، جرم اتمی میانگین را به کار می‌برند.
- جرم اتم میانگین (M) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

در این رابطه M_1 ، M_2 و ... جرم اتمی هر یک از ایزوتوپ‌ها و F_1 ، F_2 و ... فراوانی هر یک از آن‌ها است.

نکات مهم:

(۱) اگر با درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها *سرکار* داشتیم، مخرج کسر را برابر با ۱۰۰ قرار می‌دهیم:

$$F_1 + F_2 + \dots = 100$$

(۲) اگر در سؤال، جرم اتمی ایزوتوپ‌ها به طور دقیق داده نشده بود، جرم اتمی ایزوتوپ‌ها را برابر عدد جرمی آن‌ها در نظر می‌گیریم:

$${}^{24} \text{Mg} \begin{cases} \text{عدد جرمی} = 24 \\ \text{جرم اتمی} = 24 \text{ amu} \end{cases}$$

(۳) برای عنصرهایی که دارای دو ایزوتوپ هستند، جرم اتمی میانگین به جرم اتمی ایزوتویی که فراوانی بیشتری دارد، نزدیک‌تر است.

(۴) اگر M_1 ، جرم اتمی سبک‌ترین ایزوتوپ یک عنصر باشد، برای ساده‌تر شدن محاسبات، می‌توان از فرمول زیر نیز برای محاسبهٔ جرم اتمی میانگین استفاده کرد:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) + \dots$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ روش اول: روش کتاب درسی:

$$F_1 = F_2 = 50\%$$

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 79 = \frac{(A \times 50) + ((A+2) \times 50)}{100} \Rightarrow 7900 = 50A + 50A + 100$$

$$\Rightarrow 100A = 7800 \Rightarrow A = 78$$

روش دوم: روش تستی:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) \Rightarrow 79 = A + \frac{50}{100} \underbrace{((A+2) - A)}_2 \Rightarrow A = 78$$

در نتیجه این عنصر دارای دو ایزوتوپ ${}^{78} X$ و ${}^{80} X$ است و شمار نوترون‌ها در هستهٔ ایزوتوپ سنگین‌تر، برابر است با:

$${}^{80} X \text{ شمار نوترون‌ها: } (n) = A - Z = 80 - 34 = 46$$

۶۰. اگر جرم نمونه‌ای از CaC_2O_4 ، $\frac{1}{4}$ جرم نمونه‌ای از SO_3 باشد، نسبت شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه SO_3 ، چند برابر شمار اتم‌های اکسیژن در نمونه CaC_2O_4 است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{C} = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$2/4 \quad (1)$$

$$1/2 \quad (2)$$

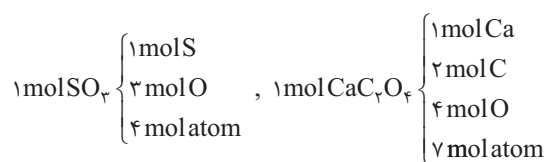
$$\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

مشاوره مبحث مول، پایه و اساس محاسبات در علم شیمی است که به تدریج با آن‌ها آشنا می‌شوید. **هواستون باشه** که مسائل، حدوداً نیمی از سؤالات کنکور هستند و برای این که درصد خوبی در درس شیمی کسب کنید، باید بتوانید از پس مسائل بر بیایید. **فلاسه! همه این‌ها را گفتیم که تأکید کنیم که باید به فهم کاملی از مول و به سرعت عمل خوبی در حل مسائل آن برسید تا موفقیتان را از همین الان استارت بزنید.** 😊

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جرم نمونه‌های CaC_2O_4 و SO_3 را به ترتیب برابر m و $2m$ در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه به راحتی می‌توانیم نسبت شمار اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه SO_3 را به شمار اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه CaC_2O_4 را با توجه به جرم مولی آن‌ها حساب کنیم:



$$\text{SO}_3 \text{ در نمونه موجود در } (I) = 2m \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} \times \frac{3 \text{ mol O}}{1 \text{ mol SO}_3} \times \frac{N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol O}}$$

$$= \frac{3}{40} m N_A \text{ atom O}$$

$$\text{CaC}_2\text{O}_4 \text{ در نمونه موجود در } (II) = m \text{ g CaC}_2\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol CaC}_2\text{O}_4}{128 \text{ g CaC}_2\text{O}_4} \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol CaC}_2\text{O}_4} \times \frac{N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol O}}$$

$$= \frac{1}{32} m N_A \text{ atom O}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{II} = \frac{\frac{3}{40} m N_A \text{ atom O}}{\frac{1}{32} m N_A \text{ atom O}} = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{1}{32}} = \frac{12}{5} = 2.4$$

۶۱ کدام مورد درست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) با این که یکای جرم اتمی، یکای بسیار کوچکی است؛ اما از آن در آزمایشگاه استفاده شده و رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم به شمار می‌رود.

(۲) جرم $1/204 \times 10^{21}$ مولکول N_2O_5 ، ۲۶۱ میلی‌گرم است.

(۳) یک مول گاز کربن مونوکسید (CO) و یک مول گاز نیتروژن (N_2)، جرم‌های یکسانی دارند.

(۴) در یک نمونه یک گرمی از گاز هیدروژن، به تعداد N_A مولکول هیدروژن وجود دارد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

جرم مولی گازهای کربن مونوکسید (CO) و نیتروژن (N_2)، با هم برابر است:

$$CO: 12 + 16 = 28 g.mol^{-1}$$

$$N_2: 2(14) = 28 g.mol^{-1}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): گرم، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه شناخته می‌شود. این در حالی است که یکای جرم اتمی (amu)، یکای بسیار کوچکی برای جرم به شمار می‌آید و کار با آن در عمل غیرممکن است.

گزینه (۲):

$$\begin{aligned} ? \text{mg} N_2O_5 &= 1/204 \times 10^{21} \text{ مولکول } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول } N_2O_5} \times \frac{108 \text{ g } N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} \\ &= 216 \text{ mg } N_2O_5 \end{aligned}$$

گزینه (۴): گاز هیدروژن به صورت مولکول‌های دو اتمی H_2 است؛ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\text{مولکول } H_2 = 1 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول}}{1 \text{ mol } H_2} = \frac{N_A}{2} \text{ مولکول}$$

عنصر کلر، دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl است که فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر، ۳ برابر ایزوتوپ سنگین‌تر است. عنصر اکسیژن نیز دارای سه ایزوتوپ ^{16}O ، ^{17}O و ^{18}O است که نسبت فراوانی آن‌ها به ترتیب به صورت ۳، ۶ و ۱ است. اگر در یک نمونه $21/6$ گرمی از NaClO_x ، ۱۷ گرم اتم نافلزی وجود داشته باشد، x کدام است؟ ($\text{Na} = 23 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$)، جرم اتمی و عدد جرمی را تقریباً یکسان در نظر بگیرید.

۳ (۲)	۴ (۱)
۱ (۴)	۲ (۳)



Hint ابتدا جرم اتمی میانگین دو عنصر کلر و اکسیژن را با توجه به اطلاعات داده‌شده حساب کن، سپس با توجه به جرم اتم‌های نافلزی در نمونه NaClO_x ، مقدار x را به دست بیاور!



گام اول: جرم اتمی میانگین عنصرهای کلر (Cl) و اکسیژن (O) را محاسبه می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\text{عنصر کلر (Cl): } M = M_1 + \frac{F_r}{F} (M_r - M_1) \Rightarrow M = 35 + \frac{1}{4} (37 - 35) = 35.5 \text{ amu}$$

$$\text{عنصر اکسیژن (O): } M = M_1 + \frac{F_r}{F} (M_r - M_1) + \frac{F_r}{F} (M_r - M_1)$$

$$\Rightarrow M = 16 + \frac{3}{10} (17 - 16) + \frac{1}{10} (18 - 16) = 16.5 \text{ amu}$$

گام دوم: با توجه به جرم اتم‌های نافلزی (اتم‌های Cl و O) موجود در یک نمونه $21/6$ گرمی از NaClO_x ، x را به دست می‌آوریم.

$$\text{NaClO}_x \text{ جرم مولی} = 23 + 35.5 + 16.5x = (58.5 + 16.5x) \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{NaClO}_x \text{ جرم اتم‌های نافلزی در ۱ مول} = (35.5 + 16.5x) \text{ g}$$

$$\text{نافلز } 17 \text{ g} = \frac{1 \text{ mol NaClO}_x}{(58.5 + 16.5x) \text{ g NaClO}_x} \times \frac{(35.5 + 16.5x) \text{ g نافلز}}{1 \text{ mol NaClO}_x} \times 21.6 \text{ g NaClO}_x$$

$$\Rightarrow \frac{21.6}{58.5 + 16.5x} = \frac{17}{35.5 + 16.5x}$$

$$\frac{a=c}{b=d} = \frac{a-c}{b-d} \rightarrow \frac{21.6 - 17}{58.5 - 35.5} = \frac{17}{35.5 + 16.5x} \Rightarrow 71 + 33x = 170 \Rightarrow 33x = 99 \Rightarrow x = 3$$

صورت‌ها را از هم و مخرج‌ها را از هم کم می‌کنیم.

در $21/6$ گرم NaClO_x ، $21/6 - 17 = 4/6$ گرم سدیم وجود دارد؛ بنابراین خیلی راحت می‌توان نوشت:

به‌چهره دیگر

$$21/6 \text{ g NaClO}_x \times \frac{1 \text{ mol NaClO}_x}{(58.5 + 16.5x) \text{ g NaClO}_x} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{1 \text{ mol NaClO}_x} \times \frac{23 \text{ g Na}}{1 \text{ mol Na}} = 4/6 \text{ g Na}$$

$$\Rightarrow 216 = 117 + 33x \Rightarrow 33x = 99 \Rightarrow x = 3$$

کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) بار الکتریکی پروتون (1_1p) و الکترون (${}^{-1}_1e$) به ترتیب +۱ و -۱ کولن (واحد بار الکتریکی در SI) است.
- (۲) جرم یک طلا را با ترازوی زرگری به دقت یک صدم گرم می‌سنجند.
- (۳) گلوکز نشان‌دار همانند گلوکز طبیعی به همراه جریان خون در سرتاسر بدن از جمله مغز و اندام‌ها توزیع می‌شود.
- (۴) جرم اتمی ایزوتوپی که از آن برای ایجاد مقیاس amu استفاده می‌شود، دقیقاً برابر 12amu است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

مواستون باشه که بار الکتریکی نسبی الکترون و پروتون، به ترتیب برابر با -۱ و +۱ است، در حالی که بار الکتریکی یک الکترون و یک پروتون به ترتیب برابر با -1.6×10^{-19} و $+1.6 \times 10^{-19}$ کولن است.

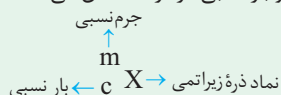


در جدول زیر، برخی از ویژگی‌های ذره‌های زیراتمی آورده شده است:

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)
الکترون	${}^{-1}_1e$	-۱	۰/۰۰۰۵
پروتون	1_1p	+۱	۱/۰۰۷۳
نوترون	1_0n	۰	۱/۰۰۸۷

و اما نکات این جدول:

(۱) در نماد مربوط به ذره‌های زیراتمی، عددهای سمت چپ از بالا به پایین به ترتیب جرم نسبی و بار نسبی ذره را مشخص می‌کنند.



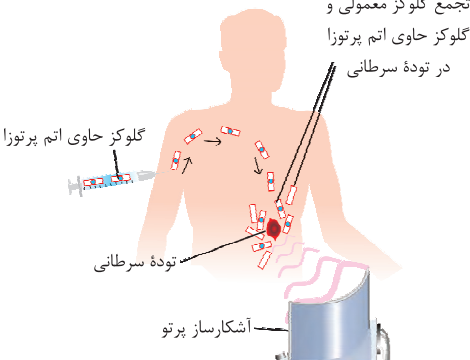
(۲) جرم نوترون به میزان ناچیزی از جرم پروتون بیشتر است. هم‌چنین جرم هر دو ذره زیراتمی پروتون و نوترون اندکی از 1amu بیشتر می‌باشد.

توجه: مجموع جرم الکترون و پروتون، از جرم نوترون اندکی کم‌تر است:

$$\text{جرم نوترون} < \text{جرم p} + \text{جرم e} = 1/0073 + 0/0005 = 1/0078 < 1/0087$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

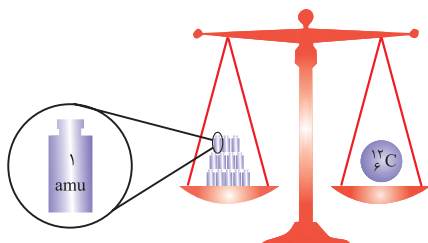
گزینه (۲): ترازوهایی که برای اندازه‌گیری جرم مواد گوناگون به کار می‌روند، دقت اندازه‌گیری متفاوتی دارند؛ برای نمونه، دقت باسکول‌های تنی تا یک صدم تن و دقت ترازوی زرگری تا یک صدم گرم است.



گزینه (۳): همان‌طور که در شکل می‌بینید، برای توده سرطانی، نوع گلوکز مهم نیست و هر نوع گلوکزی را مصرف می‌کند؛ به عبارت دیگر هم گلوکز معمولی هم گلوکز نشان‌دار در محل توده، جمع می‌شود، ولی این گلوکز نشان‌دار است که به دلیل پرتوزا بودن، محل توده سرطانی رو لو می‌ده!

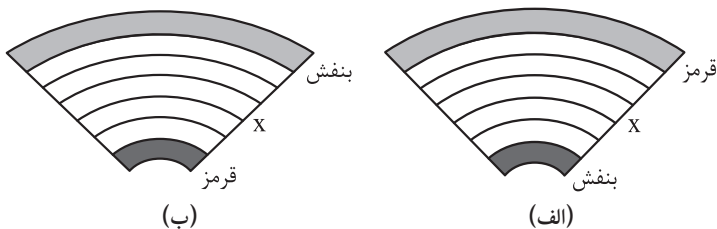
گزینه (۴): از اون بایی که اتم‌ها خیلی ریزند و ما نمی‌توانیم جرم آن‌ها را به طور مستقیم اندازه‌گیری کنیم، دانشمندان مقیاس جرم نسبی را برای تعیین جرم اتم‌ها به کار می‌برند. مطابق این مقیاس، جرم اتم‌ها را با یکای جرم اتمی (amu) که معادل $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن ${}^{12}_6C$ است، می‌سنجند. یکای جرم اتمی را با نماد u نیز نشان می‌دهند.

$$12\text{amu} = 12u = \text{جرم ایزوتوپ کربن} - 12 \Rightarrow$$



پرتوسبز ←

با توجه به شکل‌های زیر، فرم درست تشکیل رنگین کمان کدام است و اگر پرتو X، در وسط رنگین کمان باشد، رنگ شعله کدام ترکیب، مشابه پرتو X است؟

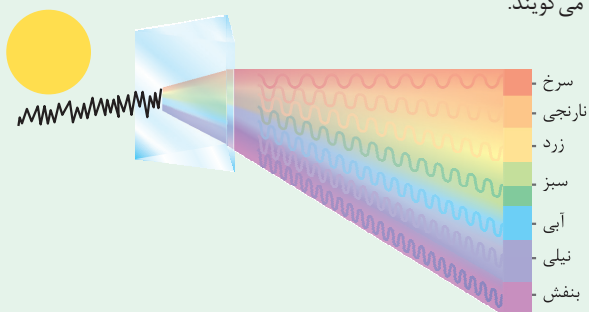


- (۱) الف - سدیم سولفات
(۲) الف - مس (II) نیترات
(۳) ب - سدیم سولفات
(۴) ب - مس (II) نیترات

نکته

(۱) طول موج یک پرتو با انرژی آن، رابطه وارونه دارد؛ یعنی هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی آن پرتو بیشتر است (انرژی بیشتری با خود حمل می‌کند).

(۲) مطابق شکل زیر، نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا یا هنگام عبور از منشور، تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است، اما چشم ما تنها می‌تواند گستره محدودی از نور خورشید را ببیند که به آن گستره مرئی می‌گویند.



سرخ < نارنجی < زرد < سبز < آبی < نیلی < بنفش: مقایسه طول موج نور با رنگ‌های مختلف

سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش: مقایسه انرژی نور با رنگ‌های مختلف

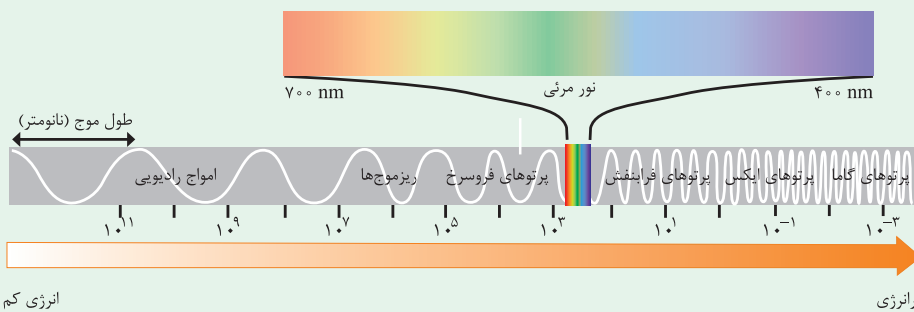
(۳) بین میزان (زاویه) شکست و انحراف یک پرتو مرئی در عبور از منشور، با طول موج آن، رابطه وارونه وجود دارد؛ به طوری که هر چه طول موج پرتو تابیده شده به منشور کوتاه‌تر باشد، میزان شکست آن هنگام عبور از منشور بیشتر است.

سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش: میزان انحراف پرتو با رنگ‌های مختلف

(۴) نور مرئی فقط بخش کوچکی از گستره پرتوهای الکترومغناطیس است. همان‌طور که در شکل می‌بینید، نور مرئی گستره محدودی با طول موج ۴۰۰ نانومتر (رنگ بنفش) تا ۷۰۰ نانومتر (رنگ سرخ) را شامل می‌شود.

نانومتر (nm) معادل 10^{-9} متر است؛ بنابراین $400 \text{ nm} = 400 \times 10^{-9} \text{ m} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$ و $700 \text{ nm} = 700 \times 10^{-9} \text{ m} = 7 \times 10^{-7} \text{ m}$

$$400 \text{ nm} = 400 \times 10^{-9} \text{ m} = 4 \times 10^{-7} \text{ m} \quad , \quad 700 \text{ nm} = 700 \times 10^{-9} \text{ m} = 7 \times 10^{-7} \text{ m}$$



امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما: مقایسه طول موج امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما: مقایسه انرژی به همین خاطر است که در رنگین کمان، رنگ سرخ با کمترین انحراف، بالاتر از همه به سمت آسمان و رنگ بنفش با بیشترین انحراف، پایین‌تر از همه قرار می‌گیرد.

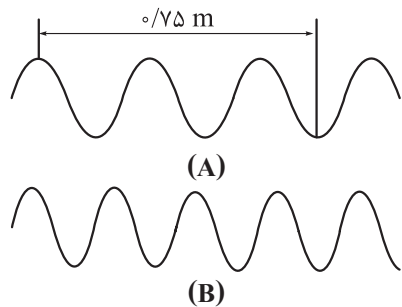
همان‌طور که در نکات بالا خواندیم، میزان انحراف پرتو بنفش در اثر شکست، بیشتر از سایر نورهای مرئی و میزان انحراف پرتو قرمز در اثر شکست، کم‌تر از سایر نورهای مرئی است؛ در نتیجه در تشکیل رنگین کمان، نورهای بنفش و قرمز به ترتیب در پایین‌ترین و بالاترین قسمت قوس قرار می‌گیرند؛ بنابراین شکل (الف) درست است.



فلز سدیم (Na) و ترکیب‌های آن مانند سدیم نیترات، سدیم کلرید و سدیم سولفات — رنگ شعله ← زرد
 فلز مس (Cu) و ترکیب‌های آن مانند مس (II) نیترات، مس (II) کلرید و مس (II) سولفات — رنگ شعله ← سبز
 فلز لیتیم (Li) و ترکیب‌های آن مانند لیتیم نیترات، لیتیم کلرید و لیتیم سولفات — رنگ شعله ← سرخ

پرتو a در وسط رنگین کمان، نور سبز است؛ در نتیجه رنگ پرتو a مشابه با رنگ شعله مس و ترکیب‌های گوناگون آن (مانند مس (II) نیترات)، به رنگ سبز می‌باشد.

کدام گزینه، عبارت‌های «الف» و «پ» را به درستی و عبارت «ب» را به نادرستی کامل می‌کند؟ (مقیاس نسبی شکل‌ها به درستی رعایت شده است).



الف) در شکل داده‌شده، طول موج پرتو A، برابر متر است.

ب) اگر پرتو A، مربوط به ناحیه امواج رادیویی باشد، پرتو B را می‌توان به ناحیه نسبت داد.

پ) از میان موارد «میزان انحراف برابر عبور از منشور - تفاوت طول موج با طول موج پرتو گاما - طول موج»، در مورد، مقایسه «بنفش > زرد > نارنجی» برقرار است.

(۲) ۰/۳ - ریزموج‌ها - یک

(۱) ۰/۳ - مرئی - دو

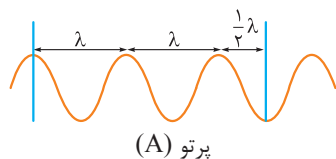
(۴) ۰/۳۷۵ - ریزموج‌ها - دو

(۳) ۰/۳۷۵ - مرئی - یک

ابتدا بیایید پاسخ درست همه پرسش‌ها را کشف کنیم!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) می‌دانیم که فاصله دو قله متوالی، طول موج نامیده می‌شود. از طرفی، فاصله دو قله متوالی را می‌توان به دو قسمت مساوی تقسیم کرد که هر کدام برابر با $\frac{1}{2}\lambda$ طول موج می‌باشند. فاصله این‌که فاصله نشان داده شده در پرتو A، $\frac{2}{5}\lambda$ برابر طول موج است.



$$\lambda + \lambda + \frac{1}{2}\lambda = \frac{2}{5}\lambda \Rightarrow \frac{2}{5}\lambda = \frac{0}{75} \Rightarrow \lambda = \frac{0}{3} \text{ m}$$

ب) اگر پرتو A با طول موج $\lambda = \frac{0}{3} \text{ m}$ ، مربوط به امواج رادیویی باشد، با توجه به شکل‌های داده‌شده، مشخص است که پرتو B نسبت به پرتو A، طول موج کوتاه‌تری دارد. پرتوهای مرئی و ریزموج‌ها، هر دو نسبت به امواج رادیویی، پرنرزی‌تر و دارای طول موج کوتاه‌تری هستند!

حالا چه پوری بین این‌ها تشبیه‌ها بریم؟ باید طول موج پرتو B را حساب کنیم:

$$\frac{3}{5}\lambda_B = \frac{0}{75} \Rightarrow \lambda_B = \frac{0}{2} \text{ m} = \frac{0}{2} \times 10^9 = 2 \times 10^8 \text{ nm}$$

نور مرئی، از طیف پیوسته‌ای از رنگ‌ها تشکیل شده که طول موج محدودی از گستره 400 نانومتر (رنگ بنفش) تا 700 نانومتر (رنگ قرمز) را شامل می‌شود. پرتو B می‌تواند مربوط به ریزموج‌ها باشد، اما نمی‌توان آن را به ناحیه مرئی نسبت داد.

پ) مقایسه «نارنجی < زرد < بنفش»، براساس میزان «طول موج» این پرتوها درست است و چون طول موج پرتوها، رابطه معکوسی با «میزان انحراف بر اثر عبور از منشور» دارد؛ در نتیجه این مقایسه را نمی‌توان به میزان انحراف آن‌ها نسبت داد. هر چه طول موج یک پرتو رنگی بیشتر باشد، طول موج آن با طول موج پرتوهای گاما (که انرژی بیشتر و طول موج کم‌تری نسبت به پرتوهای مرئی دارند)، اختلاف بیشتری دارد؛ در نتیجه این مقایسه را می‌توان به تفاوت طول موج آن‌ها با طول موج پرتوهای گاما نسبت داد؛ بنابراین از میان موارد داده‌شده، دو مورد را می‌توان مبنای مقایسه قرار داد.

پاسخ درست پرسش‌های «الف» و «پ» و پاسخ نادرست پرسش «ب» در گزینه (۱) آمده است.

کدام مورد درست است؟ **۶۶**

- (۱) با عبور نور خورشید از منشور، یک طیف نشری همانند طیف نشری خطی عنصرهای هیدروژن و لیتیم پدید می‌آید.
- (۲) طیف نشری خطی همهٔ عناصرها منحصر به فرد است؛ لذا تعداد خطوط طیف نشری خطی هر عنصری در گسترهٔ مرئی، مخصوص آن عنصر است.
- (۳) هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عنصرها، نوری با طول موج و انرژی معین هنگام انتقال الکترون‌ها از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر را نشان می‌دهد.
- (۴) هیدروژن، ساده‌ترین عنصر بوده و نیلز بور برای توجیه طیف نشری خطی آن، مدل لایه‌ای را پیشنهاد داد.


پاسخ خیلی تشریحی ✓

اتم‌های برانگیخته، پراثری‌تر و ناپایدارتر از حالت پایه هستند؛ به همین دلیل دوست دارند با از دست دادن مقدار معینی انرژی به حالت پایدارتر و در نهایت به حالت پایه برگردند.

در واقع، هر خط یا نوار رنگی در طیف نشری خطی هر عنصر، پرتوهای نشر شده هنگام بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر (در حالت برانگیخته) به لایه‌های پایین‌تر را نشان می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با عبور نور سفید خورشید از یک منشور، طیف پیوسته‌ای از رنگ‌ها به وجود می‌آید که به آن طیف نشری پیوسته گفته می‌شود، در حالی که با عبور نور نشر شده از یک ماده از منشور، طیفی **فقطی!** و گسسته حاصل می‌شود؛ به همین دلیل به آن، طیف نشری خطی می‌گویند.

گزینهٔ (۲): مثلاً عنصرهای هیدروژن و لیتیم، هر دو در گسترهٔ مرئی، دارای ۴ خط در طیف نشری خود هستند، یعنی لزوماً تعداد خطوط طیف عنصرها در گسترهٔ مرئی منحصر به فرد نیست.

گزینهٔ (۴): یادگیری نکات زیر بر شما **واژه!**

ساختار اتم:

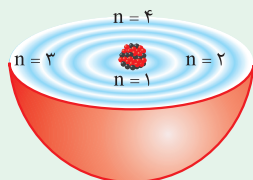

(۱) نیلز بور بر این باور بود که با بررسی **تعداد و جایگاه** نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، می‌توان اطلاعات ارزشمندی از ساختار اتم هیدروژن به دست آورد.

(۲) بور پس از پژوهش‌های بسیار، با در نظر گرفتن این‌که الکترون در اتم هیدروژن انرژی معینی دارد، توانست مدلی برای اتم **هیدروژن** ارائه کند.

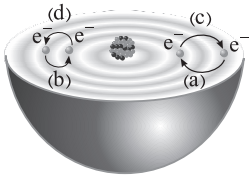
توجه: مدل بور توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

(۳) پس از بور، دانشمندان برای توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها (به غیر از هیدروژن) و چگونگی نشر نور از اتم‌ها، ساختار **لایه‌ای** را برای اتم پیشنهاد دادند. پس **سافتار لایه‌ای** رو بور پیشنهاد **نداره‌ها!**

(۴) شکل زیر، ساختار لایه‌ای اتم را نشان می‌دهد که هر بخش پررنگ آن، مهم‌ترین بخش از یک لایهٔ الکترونی است. بخشی که الکترون‌های آن لایه، بیشتر وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند. **هواستون باشه!** الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همهٔ نقاط آن لایه در اطراف هسته حضور دارد، اما در محدودهٔ پررنگ، احتمال حضور آن بیشتر است. در واقع، بخش‌های پررنگ، مهم‌ترین بخش هر لایه هستند.



۶۷ با توجه به شکل زیر، کدام موارد از مطالب داده شده درست است؟



- الف) طول موج نور نشرشده بر اثر انتقال‌های **a** یا **b**، دارای رابطه وارونه با انرژی لازم برای انتقال‌های **c** یا **d** است.
 ب) انرژی آزادشده **b** برابر با انرژی آزادشده در اثر انتقال الکترون از لایه $n = 3$ به لایه $n = 2$ در اتم هیدروژن است.
 پ) مطابق این شکل، در نتیجه جابه‌جایی الکترون بین لایه‌ها، انرژی با طول موج دلخواه جذب یا نشر می‌شود.
 ت) انرژی الکترون‌ها در اتم، با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد؛ در نتیجه مقدار انرژی آزادشده **a** بیشتر از مقدار انرژی آزادشده **b** است.

(۲) ب - ت

(۱) الف - ب

(۴) ب - پ

(۳) الف - ت



عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند. با *ایازه تون!* همه عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- الف) آره به خدا! انرژی با طول موج رابطه وارونه دارد.
 ب) هسته اتم هیدروژن تنها یک پروتون دارد. عدد اتمی یا تعداد پروتون‌های هسته یک اتم، ویژه همان اتم است؛ پس اتم نشان داده شده، نمی‌تواند اتم H باشد.
 پ) *هواستون باشه* که در نتیجه جابه‌جایی الکترون بین لایه‌ها، انرژی با طول موج و انرژی معین (نه دلخواه!)، جذب یا نشر می‌شود.
 ت) تفاوت سطح انرژی لایه‌ها در انتقال (b) نسبت به انتقال (a) کم‌تر است؛ بنابراین طول موج پرتو نشرشده در انتقال (b) از انرژی پرتو نشرشده در انتقال a بیشتر خواهد بود.



چند مورد از مطالب زیر درباره طیف نشری خطی عنصر هیدروژن، درست است؟

رنگ شعلة لیتیم: سرخ

پرتو سرخ

- پرتو مربوط به انتقال الکترون اتم هیدروژن از لایه سوم به لایه دوم، هم رنگ با شعلة عنصری با عدد اتمی ۳ است.
- نوارهای رنگی این طیف با افزایش طول موج پرتو، از یکدیگر دور می شوند.
- اتم های برانگیخته هیدروژن، پراثری و ناپایدارند و همه با ایجاد یک پرتوی الکترومغناطیسی به حالت پایه بازمی گردند.
- در یک مسافت ثابت، تعداد نوسان های پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 6$ به لایه $n = 2$ ، بیشتر از پرتو با طول موج 486 nm است.

هر چه طول موج کوتاه تر، تعداد نوسان ها بیشتر

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



طیف نشری خطی اتم هیدروژن: در بخش مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن، ۴ نوار رنگی بنفش، نیلی، آبی و قرمز وجود دارد که نتیجه انتقال تک الکترون اتم هیدروژن از لایه های الکترونی ۶، ۵، ۴ و ۳ به لایه الکترونی ۲ است.



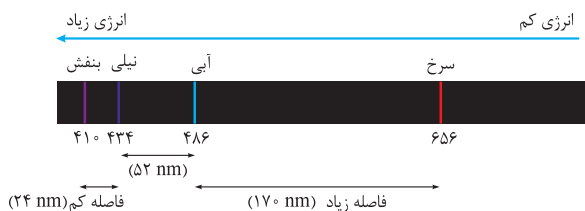
رنگ خط در طیف نشری	طول موج (nm)	نحوه تشکیل خط در طیف
بنفش	۴۱۰ (کوتاه ترین طول موج و بیشترین انرژی)	انتقال الکترون از $n = 6$ به $n = 2$
نیلی	۴۳۴	انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$
آبی	۴۸۶	انتقال الکترون از $n = 4$ به $n = 2$
قرمز	۶۵۶ (بلندترین طول موج و کمترین انرژی)	انتقال الکترون از $n = 3$ به $n = 2$

عبارت های اول، دوم و چهارم درست اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی عبارت ها:

- پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم در اتم هیدروژن، مشابه شعلة فلز لیتیم (Li)، قرمز رنگ است.
- در طیف نشری خطی هیدروژن با افزایش طول موج پرتو نشر شده، تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور هم، بیشتر می شود یا می توان گفت در طیف نشری خطی هیدروژن، هر چه به سمت خطوط پراثری می رویم، فاصله بین خطوط کم تر می شود.



- اتم های برانگیخته، پراثری تر و ناپایدارتر از حالت پایه هستند؛ بنابراین دوست دارند با از دست دادن مقدار معینی انرژی، به حالت پایدارتر بازگردند.

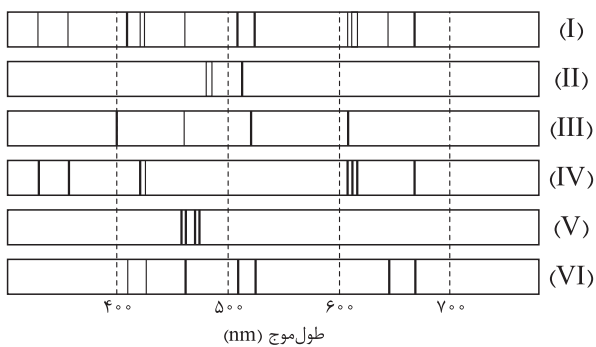
مواستون باشه که الکترون های برانگیخته لزوماً به حالت پایه بر نمی گردند. حالت های مختلفی برای انتقال الکترون بین لایه ها وجود دارد. مثلاً اگر الکترون برانگیخته اتم هیدروژن در لایه سوم باشد، ممکن است این الکترون به لایه دوم ($n = 2$) و یا به حالت پایه ($n = 1$) برگردد.

- در یک مسافت ثابت، شمار نوسان های پرتو با انرژی بالاتر، بیشتر است (یا هر چه طول موج کوتاه تر باشد، تعداد نوسان ها بیشتر است)؛ بر این اساس شمار نوسان های پرتو بنفش رنگ حاصل از انتقال الکترون در اتم هیدروژن از لایه $n = 6$ به لایه $n = 2$ (با طول موج 410 nm) از پرتو آبی رنگ با طول موج 486 nm ، بیشتر است.



با توجه به طیف‌های نشری خطی زیر که مربوط به ۵ فلز و یک مخلوط است، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر در کدام گزینه به ترتیب

از راست به چپ، به درستی مشخص شده است؟



- طیف نشری خطی (I) می‌تواند مربوط به آلیاژی از گونه‌های (IV) و (VI) باشد.
- شمار خطوط در ناحیه مرئی طیف نشری خطی گونه (III) و فلز لیتیم برابر است. **۴ خط**
- مقایسه طیف‌های نشری خطی گونه‌های (II) و (V) نشان می‌دهد که الکترون‌های برانگیخته در اتم (II)، هنگام بازگشت به حالت پایه، انرژی بیشتری آزاد می‌کنند. **طول موج کوتاه‌تر**

● اختلاف طول موج دو پرتو کم‌انرژی‌تر در طیف نشری خطی گونه (III)، کم‌تر از این اختلاف در طیف نشری خطی گونه (VI) است.

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۲) درست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

(۴) درست - درست - نادرست - درست



عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

✓ پاسخ خیلی تشریحی

بررسی عبارت‌ها:

- همه خطوط طیف‌های نشری خطی گونه‌های (IV) و (VI)، در طیف نشری خطی (I) یافت می‌شوند؛ در نتیجه گونه (I) را می‌توان آلیاژی از گونه‌های (IV) و (VI) دانست.
- در ناحیه مرئی طیف نشری خطی گونه (III)، مشابه طیف نشری خطی عنصر لیتیم، ۴ نوار رنگی وجود دارد.
- خطوط موجود در طیف گونه (V) طول موج کوتاه‌تری نسبت به خطوط موجود در طیف گونه (II) دارند. از آن‌جا که انرژی با طول موج رابطه وارونه دارد؛ در نتیجه می‌توان گفت که الکترون‌های برانگیخته در گونه (V)، انرژی بیشتری هنگام بازگشت به حالت پایه آزاد می‌کنند.
- فقط کافیست به طیف‌های نشری داده‌شده دقت کنید! مشخصاً اختلاف طول موج دو پرتو کم‌انرژی‌تر (با λ بلندتر) در طیف نشری خطی گونه (III)، بیشتر از این اختلاف در طیف نشری خطی گونه (VI) است.



۷۰ در آلیاژی از دو فلز مس (Cu) و نیکل (Ni) $\frac{1}{5}$ گرم آلیاژ را فلز نیکل تشکیل داده است. اگر در نمونه‌ای از این آلیاژ، شمار اتم‌های نیکل برابر با $\frac{3}{2}N_A$ باشد، چند مول مس در این نمونه وجود دارد؟ (Cu = 64, Ni = 59 : g.mol⁻¹)

$$11/8 (2)$$

$$23/6 (1)$$

$$29/5 (4)$$

$$14/75 (3)$$



پیدا با توجه به شمار اتم‌های نیکل موجود در آلیاژ، گرم نیکل این آلیاژ را به دست می‌آوریم. سپس چون $\frac{1}{5}$ گرم آلیاژ را فلز نیکل و مابقی آن را فلز مس تشکیل داده، گرم و در نهایت شمار مول‌های فلز مس موجود در آلیاژ محاسبه می‌کنیم.



Hint

گام اول: گرم فلز نیکل (Ni) موجود در آلیاژ A را با توجه به شمار اتم‌های آن حساب می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\frac{3}{2}N_A \text{ atom Ni} \times \frac{1 \text{ mol Ni}}{N_A \text{ atom Ni}} \times \frac{59 \text{ g Ni}}{1 \text{ mol Ni}} = (3/2 \times 59) \text{ g Ni}$$

گام دوم: $\frac{1}{5}$ گرم آلیاژ A را فلز نیکل و مابقی یعنی $\frac{4}{5}$ گرم آن را فلز مس تشکیل می‌دهد؛ در نتیجه گرم Cu در این آلیاژ، 4 برابر گرم Ni است. بدین ترتیب می‌توانیم گرم فلز Cu موجود در آلیاژ را به دست آوریم:

$$(3/2 \times 59) \text{ g Ni} \times \frac{4 \text{ g Cu}}{1 \text{ g Ni}} = (3/2 \times 59 \times 4) \text{ g Cu}$$

گام سوم: شمار مول‌های فلز مس موجود در آلیاژ A را با توجه به گرم Cu محاسبه‌شده، می‌توانیم به دست می‌آوریم:

$$(3/2 \times 59 \times 4) \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} = \frac{32 \times 59 \times 4}{10 \times 64} = 0/2 \times 59 = 11/8 \text{ mol Cu}$$



AzmoonFree.ir



هرچی برای کنکور و امتحانات نهایی لازم
داری رو کاملا رایگان برات فراهم میکنیم.

+

پخش سوالات آزمون های آزمایشی

AzmoonFree.ir

برای ورود به سایت کلیک کن